

10. x, y, z sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere,

$$\frac{x+y-z}{y} = \frac{x-y+z}{z} = \frac{y-x+z}{x}$$

olduğuna göre, $x^2 - y^2$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 6 B) 4 C) 2 D) 0 E) -2

11. 118 milyon TL 4 kardeşe I. ve II. ye sırasıyla 2 ve 3 ile ters orantılı, III. ve IV. ye sırasıyla 4 ve 5 ile doğru orantılı olacak şekilde paylaştırılıyor.

Buna göre, kardeşlerden ikisinin aldığı paralar arasındaki en büyük fark kaç milyon TL dir?

- A) 56 B) 54 C) 33 D) 32 E) 27

12. Bir traktörün büyük (arka) tekerleğinin yarıçapı, küçük (ön) tekerleğinin yarıçapının 2 katıdır.

100 metrelik bir mesafede küçük tekerlek büyük tekerlekten 25 devir fazla yaptığına göre, küçük tekerleğin çevresi kaç metredir?

- A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3

13. Birbirini çeviren 3 dişli çarktaki toplam diş sayısı 230 dur. Birinci çark 2 devir yaptığına ikinci çark 3, üçüncü çark ise 8 devir yapmaktadır.

Buna göre, en küçük çarkın diş sayısı, en büyük çarkın diş sayısından kaç eksiktir?

- A) 30 B) 60 C) 90 D) 100 E) 120

14. 380 cm uzunluğundaki bir tel $x, x + 1$ ve $x + 3$ sayılarıyla orantılı olacak şekilde üç parçaya ayrılıyor.

En uzun parça ile en kısa parça arasındaki fark 60 cm olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 10 E) 11

15. x sayısı $y + 1$ ile doğru, $z + 2$ ile ters orantılıdır.

$$y = 1 \text{ ve } z = 6 \text{ için } x = 3$$

olduğuna göre, $y = 2$ ve $z = 10$ için x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$16. \frac{2}{3x-y} = \frac{3}{2x+4z} = \frac{1}{6y+z} = \frac{1}{10}$$

olduğuna göre; x, y, z sayılarının aritmetik ortalaması kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

17. a ile $2b$ nin geometrik ortalaması 1 olduğuna

göre, $\left(a^2 + \frac{1}{b^2}\right)\left(b^2 + \frac{1}{a^2}\right)$ kaçtır?

- A) $\frac{25}{16}$ B) $\frac{25}{4}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

18. a ile b nin geometrik ortalaması 56, b ile c nin geometrik ortalaması 7, a ile c nin geometrik ortalaması 28,

olduğuna göre; a, b, c sayılarının geometrik ortalaması kaçtır?

- A) $14\sqrt[3]{4}$ B) $28\sqrt[3]{4}$ C) 14 D) 28 E) $7\sqrt[3]{4}$

19. İki kardeşin yaşları sırasıyla 3 ve 4 sayılarıyla orantılıdır.

Yaşlarının geometrik ortalaması $6\sqrt{3}$ olduğuna göre, yaşlarının farkı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

20. 20 tane sayının aritmetik ortalaması 15 tir. Bu sayılardan toplamı 200 olan x tanesi çıkarıldığında geriye kalan sayıların aritmetik ortalaması x oluyor.

Buna göre, x kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18

© Fem Yayınları

CEVAP ANAHTARI

1-A	2-D	3-B	4-B	5-C	6-E	7-C	8-D	9-D	10-D
11-A	12-C	13-C	14-A	15-B	16-B	17-B	18-A	19-A	20-B

CEVAPLI TEST – 2

1. x, y, z sayıları, sırasıyla 2, 5, 3 sayılarıyla orantılıdır.

$$x \cdot y \cdot z = 240$$

olduğuna göre, $\frac{x+z}{y-2}$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{5}{4}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{2}{5}$

2. a, b, c negatif tamsayılarıdır.

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$$

$$\frac{b}{2} = \frac{c}{3}$$

olduğuna göre, $(b + c - a)$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) -13 B) -11 C) -9 D) -7 E) -5

3. a, b, c pozitif tamsayılarıdır.

$$a : b : c = 2 : 3 : 5$$

olduğuna göre, $\frac{\sqrt{2a} + \sqrt{5c}}{\sqrt{3b}}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{7}{9}$ E) $\frac{1}{9}$

4. x ve y birbirinden farklı reel (gerçek) sayılardır.

$$2x^2 - 5xy + 3y^2 = 0$$

olduğuna göre, $\frac{4x - 5y}{x - y}$ oranı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 3$ olduğuna göre,

$$\left(\frac{a-2b}{b}\right) \cdot \left(\frac{c-2d}{d}\right) \cdot \left(\frac{e-2f}{f}\right)$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{5}$

6. a, b, c sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere,

$$\frac{ab}{2} = \frac{bc}{3} = \frac{ca}{4}$$

olduğuna göre; a, b, c sayıları sırasıyla hangi sayılarla orantılıdır?

- A) (2, 3, 4) B) (4, 3, 6) C) (3, 4, 6)
D) (1, 2, 3) E) (2, 4, 6)

- 7.

$$a = \frac{b}{2} = 3$$

olduğuna göre, $\frac{a^2 - 5ab + b^2}{a^2 + b^2}$ oranı kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) -1 D) -2 E) -3

8. Un, yağ ve şeker ağırlıkları bakımından sırasıyla 8 : 2 : 3 oranında karıştırılarak 6,5 kg lık bir hamur yapılıyor.

Bu hamurda kullanılan un miktarı, yağ miktarından kaç kg fazladır?

- A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 4

9. Bir baba, 900 milyon TL'yi 9, 12, 15 yaşlarındaki üç çocuğuna yaşlarının karesiyle orantılı olacak şekilde bölüştürüyor.

Buna göre, en büyük çocuk kaç milyon TL almıştır?

- A) 600 B) 500 C) 450 D) 400 E) 300

10. Bir çiftçi, çiftliğinde bulunan 300 koyuna 120 gün yetecek kadar yem satın alıyor.

30 gün sonra çiftçi, 60 koyun daha satın aldığına göre, kalan yem koyunların tamamına kaç gün daha yeter?

- A) 72 B) 75 C) 78 D) 80 E) 85

11. a ile b nin aritmetik ortalaması 3 tür.

a ile geometrik ortalaması $2\sqrt{3}$ ve b ile geometrik ortalaması $3\sqrt{2}$ olan sayı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

12. 20, 30 ve 60 yaşlarındaki üç adam bir miktar fındığı yaşlarıyla doğru orantılı olacak şekilde paylaşıyorlar.

Payı en az olanın payına 4 fındık düştüğüne göre, paylaşılan toplam fındık sayısı kaçtır?

- A) 7 B) 10 C) 14 D) 20 E) 22

- 13.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{7}{3}$$

$$2a - c + 3e = 49$$

$$3f - d = 5$$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

- 14.

$$\frac{a^2}{9} = \frac{b^2}{4} = \frac{c^2}{25}$$

$$a + b + c = 60$$

olduğuna göre; a, b, c pozitif reel sayılarının geometrik ortalaması kaçtır?

- A) $6\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $6\sqrt[3]{5}$

- D) $15\sqrt[3]{5}$ E) $6\sqrt[3]{30}$

- 15.

$$3x = 4y = 5z$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

16. x ve y sayılarının aritmetik ortalaması 5, geometrik ortalaması 4 tür.

Buna göre, $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{16}{17}$ B) $\frac{17}{64}$ C) $\frac{35}{67}$ D) $\frac{39}{14}$ E) $\frac{92}{13}$

17. a, b ve c sayıları sırasıyla 3, 5 ve 12 sayıları ile ters orantılı olduğuna göre, sırasıyla aşağıdakilerden hangisi ile doğru orantılıdır?

- A) 10, 3, 5 B) 30, 12, 5 C) 20, 12, 5
D) 5, 4, 3 E) 30, 24, 5

- 18.

İşçi sayısı	2	4	5	2	2
Yaş	20	21	23	25	28

Yukarıdaki tablo, bir işyerindeki işçilerin sayısını ve bu işçilerin yaşlarını göstermektedir.

Buna göre, bu işyerinde çalışan işçilerin yaşlarının ortalaması kaçtır?

- A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26

19. 15 işçi günde 8 er saat çalışarak 9 günde 300 tane mamül üretebiliyorsa 18 işçi günde 10 ar saat çalışarak 5 günde kaç tane mamül üretebilir?

- A) 150 B) 200 C) 250 D) 350 E) 400

20. 20 kız ve 30 erkeğin bulunduğu bir sınıfta kızların not ortalaması erkeklerin not ortalamasının 2 katıdır.

Sınıftaki tüm öğrencilerin not ortalaması 63 olduğuna göre, kızların not ortalaması kaçtır?

- A) 45 B) 50 C) 75 D) 90 E) 96

CEVAP ANAHTARI									
1-B	2-D	3-B	4-B	5-C	6-B	7-C	8-C	9-C	10-B
11-C	12-E	13-D	14-E	15-B	16-B	17-C	18-B	19-C	20-D

12

Örnek:

$$(4a + 1)x + 2a = x + 18$$

denklemini sağlayan x in değer kümesi $\mathbb{C} = \{-1\}$ olduğuna göre, a değerini bulalım.

Çözüm:

$x = -1$ denklemin kökü olduğundan denklemi sağlar.

$$(4a + 1)x + 2a = x + 18$$

$$x = -1 \text{ için } (4a + 1)(-1) + 2a = -1 + 18$$

$$-4a - 1 + 2a = 17$$

$$-2a = 18$$

$$a = -9 \text{ dur.}$$

Örnek:

$$5x - 27 = a(x + 1) + 3$$

denkleminin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre, a değerini bulalım.

Çözüm:

$$5x - 27 = a(x + 1) + 3 \Rightarrow 5x - 27 = ax + a + 3$$

$$\Rightarrow 5x - ax - 27 - a - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (5 - a)x - 30 - a = 0$$

denkleminin çözüm kümesi boş küme ise $5 - a = 0$ ve $-30 - a \neq 0$ dir. Buradan $a = 5$ bulunur.

B. BİRİNCİ DERECEDEN İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

a, b, c reel sayılar ve $a \neq 0, b \neq 0$ olmak üzere, $ax + by + c = 0$ şeklindeki eşitliklere **birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem** denir.

Örnek:

$$x + y - 5 = 0, \quad 3a - 2b - 1 = 0, \quad m - n + 8 = 0$$

denklemleri birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemlerdir.

$x + y - 5 = 0$ denklemi x ve y değişkenine bağlı, $3a - 2b - 1 = 0$ denklemi a ve b değişkenine bağlı, $m - n + 8 = 0$ denklemi m ve n değişkenine bağlı birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemlerdir.

$ax + by + c = 0$ denklemi bütün (x, y) reel sayı ikilileri için sağlanıyorsa $a = b = c = 0$ dir.

Örnek:

$$(a + 1)x - (b - 4)y = 0$$

denklemi her (x, y) reel sayı ikilisi için sağlandığına göre, a, b değerini bulalım.

Çözüm:

$(a + 1)x - (b - 4)y = 0$ denklemi her (x, y) reel sayı ikilisi için sağlandığına göre, $a + 1 = 0$ ve $b - 4 = 0$ dir. Buradan, $a = -1$ ve $b = 4$ bulunur.

O halde, $a \cdot b = (-1) \cdot 4 = -4$ tür.

$$ax + by + c = 0$$

$$dx + ey + f = 0$$

şeklinde birden fazla iki bilinmeyenli denklemden oluşan sisteme **iki bilinmeyenli denklem sistemi** denir. İki bilinmeyenli denklem sisteminin de çözümünde, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin çözümünde olduğu gibi üç durum vardır. (Birinci dereceden iki bilinmeyenli bir denklem, analitik düzlemde bir doğru belirtir.)

1. Durum:

$\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$ ise çözüm kümesi bir tek ikiliden oluşur. (Yani doğrular bir tek noktada kesişir.)

2. Durum:

$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ ise çözüm kümesi sonsuz ikiliden oluşur. (Yani doğrular çakışiktır.)

3. Durum:

$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$ ise çözüm kümesi boş kümedir. (Yani doğrular paraleldir.)

Örnek:

$$\begin{aligned} ax + 2y + 5 &= 0 \\ 6x - a.by + 3 &= 0 \end{aligned}$$

denkleminin çözüm kümesinin sonsuz elemanlı olması için (a, b) ikilisini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} ax + 2y + 5 &= 0 \\ 6x - a.by + 3 &= 0 \end{aligned}$$

denklemin çözüm kümesinin sonsuz elemanlı olması için,

$$\frac{a}{6} = \frac{2}{-ab} = \frac{5}{3} \text{ tür.}$$

$$\frac{a}{6} = \frac{5}{3} \Rightarrow a = 10 \text{ dur.}$$

$$\frac{2}{-ab} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{2}{-10.b} = \frac{5}{3} \Rightarrow b = -\frac{3}{25} \text{ tir.}$$

$$\text{O halde, } (a, b) = \left(10, -\frac{3}{25} \right) \text{ tir.}$$

Örnek:

$$\begin{aligned} ax + (a + 1)y - 4 &= 0 \\ 2x + 3y + 2 &= 0 \end{aligned}$$

denklemin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre, a değerini bulalım.

Çözüm:

Denklemin çözüm kümesi boş küme olduğundan,

$$\frac{a}{2} = \frac{a+1}{3} \neq \frac{-4}{2} \text{ dir.}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{a+1}{3} \Rightarrow 3a = 2a + 2 \Rightarrow a = 2 \text{ dir.}$$

C. ÇÖZÜM KÜMESİNİN BULUNMASI

Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesinin bulunmasında bir çok metod vardır. Biz burada üç ayrı metodu göstereceğiz.

1) Yok Etme Metodu

Verilen denklemlerdeki değişkenlerden birinin katsayıları eşitlenip taraf tarafa toplanarak veya çıkarılarak değişkenlerden biri yok edilir. Diğer değişken bulunur ve sonuca gidilir.

Örnek:

$$\begin{aligned} 5x + 3y &= 13 \\ 2x - 3y &= 1 \end{aligned}$$

denklemin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm:

Verilen denklemleri taraf tarafa toplayalım.

$$\begin{aligned} 5x + 3y &= 13 \\ + 2x - 3y &= 1 \\ \hline 7x + 0 &= 14 \\ x &= 2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

x = 2 değeri, denklemlerin birinde yerine yazılarak y değerini bulalım.

$$\begin{aligned} (x = 2 \text{ ve } 5x + 3y = 13) &\Rightarrow 5 \cdot 2 + 3y = 13 \\ &\Rightarrow 3y = 3 \\ &\Rightarrow y = 1 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Denklemin çözümü olan (x, y) ikilisi (2, 1) olup çözüm kümesi $\mathcal{C} = \{ (2, 1) \}$ dir.

Örnek:

$$\begin{aligned} 4a + 3b &= 5 \\ 2a + b &= 1 \end{aligned}$$

olduğuna göre, a değerini bulalım.

Çözüm:

2a + b = 1 denkleminin iki tarafını -3 ile çarpalım ve diğer denklem ile taraf tarafa toplayalım.

$$\begin{aligned} 4a + 3b &= 5 \\ -3 / \quad 2a + b &= 1 \\ \hline 4a + 3b &= 5 \\ + \quad -6a - 3b &= -3 \\ \hline -2a &= 2 \\ a &= -1 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\begin{aligned} 9x - 13y &= 4 \\ 4x + 2y &= -1 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ değerini bulalım.

Çözüm:

x ve y değerini bulmadan $\frac{x}{y}$ değerini bulmak için denklem sistemindeki sabit sayıları yok edelim.

$$\begin{array}{r} 9x - 13y = 4 \\ 4 / \quad 4x + 2y = -1 \\ \hline 9x - 13y = 4 \\ + \quad 16x + 8y = -4 \\ \hline 25x - 5y = 0 \\ \hline \frac{x}{y} = \frac{1}{5} \text{ tir.} \end{array}$$

2) Yerine Koyma Metodu

Verilen denklemlerin birinden, değişkenlerden biri çekilip diğer denklemde yerine yazılarak değişkenler bulunur.

Örnek:

$$\begin{aligned} 4a - 3b &= -7 \\ 2a - b &= 1 \end{aligned}$$

olduğuna göre, a değerini bulalım.

Çözüm:

$$4a - 3b = -7 \dots (1)$$

$$2a - b = 1 \dots (2) \text{ olsun.}$$

(2) denklemden b yi çekip (1) denkleminde yerine yazalım.

$$2a - b = 1 \Rightarrow 2a - 1 = b \text{ dir.}$$

$$4a - 3b = -7 \Rightarrow 4a - 3 \cdot (2a - 1) = -7$$

$$\Rightarrow 4a - 6a + 3 = -7$$

$$\Rightarrow -2a = -10$$

$$\Rightarrow a = 5 \text{ tir.}$$

3) Karşılaştırma Metodu

Verilen denklemlerin her ikisinden de aynı değişken çekilir. Denklemlerin diğer tarafları eşitlenerek sonuca gidilir.

Örnek:

$$\begin{aligned} 2m - 3n + 7 &= 0 \\ 2m + 4n - 13 &= 0 \end{aligned}$$

olduğuna göre, n değerini bulalım.

Çözüm:

$$2m - 3n + 7 = 0 \Rightarrow 2m = 3n - 7 \dots (1) \text{ dir.}$$

$$2m + 4n - 13 = 0 \Rightarrow 2m = -4n + 13 \dots (2) \text{ dir.}$$

(1) ve (2) denklemlerinin sol tarafları eşit olduğundan sağ tarafları da eşittir.

O halde,

$$3n - 7 = -4n + 13 \Rightarrow 7n = 20 \Rightarrow n = \frac{20}{7} \text{ dir.}$$

D. ÖZEL DENKLEMLER

Burada, daha önceden ele aldığımız denklem tiplerinin dışında kalan bazı denklem tiplerini ele alacağız.

Örnek:

$$\begin{aligned} 4x + 5y + 6z &= 15 \\ 2x + 3y + 4z &= 9 \end{aligned}$$

olduğuna göre, x + y + z toplamını bulalım.

Çözüm:

$$4x + 5y + 6z = 15$$

$$2x + 3y + 4z = 9$$

$$2x + 2y + 2z = 6$$

$$2(x + y + z) = 6$$

$$x + y + z = 3 \text{ tür.}$$

Örnek:

a ve b reel sayılardır.

$$|2a + b - 4| + \sqrt{a - b + 10} = 0$$

olduğuna göre, a değerini bulalım.

Çözüm:

Her m ve n reel sayı değerleri için,

$\sqrt{m} \geq 0$ ve $|n| \geq 0$ dir. O halde,

$$|2a + b - 4| + \sqrt{a - b + 10} = 0$$

$$\Rightarrow 2a + b - 4 = 0 \text{ ve } a - b + 10 = 0 \text{ dir.}$$

$$\begin{array}{r} 2a + b = 4 \\ + \quad a - b = -10 \\ \hline 3a = -6 \\ a = -2 \text{ dir.} \end{array}$$

Örnek:

$$\frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 3$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1$$

olduğuna göre, x değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 3 \\ 4 / \quad \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \\ + \quad \hline \frac{3}{x} + \frac{4}{x} = 3 + 4 \\ \frac{7}{x} = 7 \\ x = 1 \text{ dir.} \end{array}$$

Örnek:

$$\begin{array}{l} a + b = 35 \\ b + c = 45 \\ a + c = 40 \end{array}$$

olduğuna göre, b değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} a + b = 35 \\ b + c = 45 \\ + \quad a + c = 40 \\ \hline 2(a + b + c) = 120 \\ a + b + c = 60 \text{ tir.} \end{array}$$

$a + b + c = 60$ ve $a + c = 40$ olduğundan,
 $40 + b = 60 \Rightarrow b = 20$ dir.

Örnek:

$$a \cdot b = 60, \quad b \cdot c = 150, \quad a \cdot c = 90$$

olduğuna göre, c nin pozitif değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} b \cdot c = 150 \\ x \quad a \cdot c = 90 \\ \hline a \cdot b \cdot c^2 = 150 \cdot 90 \\ 60 \cdot c^2 = 150 \cdot 90 \\ c^2 = 225 \\ c = 15 \text{ tir.} \end{array}$$

Örnek:

$$\begin{array}{l} x + y = 23 \\ y + z = 12 \\ 3z - t = 9 \end{array}$$

olduğuna göre, $x + 2z - t$ değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} x + y = 23 \\ -1 / \quad y + z = 12 \\ + \quad \hline 3z - t = 9 \\ x + y - y - z + 3z - t = 23 - 12 + 9 \\ x + 2z - t = 20 \text{ dir.} \end{array}$$

ÇÖZÜMLÜ TEST

1. $\frac{3-2x}{6} - \frac{x-2}{3} = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 12

2. $\frac{x+2}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+3}$

olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -2 D) 1 E) 3

3. $\frac{6}{1 + \frac{2}{2a+1}} = 2$

olduğuna göre, a değeri kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

4. $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+a} = \frac{7}{4}$

denkleminin bir kökü $x = 1$ olduğuna göre, a değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. $\frac{3x-1}{x+2} = a-1$

denklemini sağlayan hiçbir x reel sayısı olmadığına göre, a değeri kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

6. $-2 \leq x \leq 3$ olmak üzere,

$$x^3 + 2x^2$$

ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) 0 D) 6 E) 8

7. a, b, c birbirlerinden farklı pozitif tamsayılarıdır.

Buna göre, $5a + 3b + c = 30$ denklemini sağlayan en büyük c değeri kaçtır?

- A) 30 B) 27 C) 25 D) 22 E) 19

8. a ve b doğal sayıdır.

$$a^2 - b^2 = 13$$

olduğuna göre, $a^2 + b^2$ toplamı kaçtır?

- A) 25 B) 36 C) 41 D) 61 E) 85

9. $\frac{1}{x} - \frac{2}{y} = 3$

$$\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 7$$

olduğuna göre, y değeri kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 5 E) 3

10. $2x - 3y = 5$
 $x + 2y = 10$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{6}{5}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

11. $(3x + 2y + 6)a + (x - 2y + 2)b = 0$

eşitliği a ve b nin bütün reel sayı değerleri için sağlandığına göre, x değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 4 E) 5

12. $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 5$
 $ax - by = 3$

denklemlerini sağlayan (x, y) ikililerinin kümesi $\mathcal{C} = \{ (1, 1) \}$ olduğuna göre, a değeri kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

13. x ve y reel sayıdır.

$$|x + 3| + \sqrt{y + 2} + 1$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer için $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 6 D) 0 E) -1

14. $3x + y + z = 15$
 $x - y + z = 5$

olduğuna göre, $\frac{2x + z}{x + y}$ oranı kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

15. $x - 2y = 32$
 $y + z = 13$
 $z + t = 9$

olduğuna göre, $x - 3y - 2z - t$ değeri kaçtır?

- A) 28 B) 23 C) 18 D) 14 E) 10

16.

+	a	b	c
a	18		
b			10

Yukarıdaki toplama tablosuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 19 B) 18 C) 16 D) 14 E) 12

17.

$$3a + 4b + 5c = 16$$

$$5a + 4b + 3c = 24$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

18.

$$x + y + z = 2$$

$$x + 2y + 3z = 2$$

$$2x - 3y + z = 13$$

olduğuna göre, $2y + z$ değeri kaçtır?

- A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

19. $a > 0$ olmak üzere,

$$a \cdot b = 6$$

$$b \cdot c = 15$$

$$a \cdot c = 10$$

olduğuna göre, b değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

20. x ve y reel (gerçek) sayılardır.

$$(x - 2)^2 + (x + y - 1)^2 = 0$$

olduğuna göre, y değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

TESTİN ÇÖZÜMLERİ

$$1. 6 \cdot \left(\frac{3-2x}{6} - \frac{x-2}{3} \right) = \left(\frac{1}{2} \right) \cdot 6$$

$$3 - 2x - 2(x - 2) = 3$$

$$3 - 2x - 2x + 4 = 3$$

$$-4x = -4$$

$$x = 1 \text{ dir.}$$

Cevap: A

$$2. \frac{x+2}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+3} \Rightarrow \frac{x+1+1}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+3}$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{1}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+1} = -\frac{1}{x+3}$$

$$\Rightarrow x+3 = -x-1$$

$$\Rightarrow x = -2 \text{ dir.}$$

Cevap: C

$$3. \frac{6}{1 + \frac{2}{2a+1}} = 2 \Rightarrow 1 + \frac{2}{2a+1} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{2}{2a+1} = 2$$

$$\Rightarrow 2a+1 = 1$$

$$\Rightarrow a = 0 \text{ dir.}$$

Cevap: E

4. $x = 1$ denklemin kökü olduğundan denklemi sağlar.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+a} = \frac{7}{4}$$

$$x = 1 \text{ için } 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{a+1} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{1}{a+1} = \frac{7}{4} - \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{a+1} = \frac{1}{4}$$

$$a = 3 \text{ tür.}$$

Cevap: B

$$5. \frac{3x-1}{x+2} = a-1 \Rightarrow 3x-1 = (a-1)x + 2(a-1)$$

$$\Rightarrow 3x - (a-1)x - 1 - 2(a-1) = 0$$

$$\Rightarrow (3-a+1)x - 2a + 2 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (4-a)x - 2a + 1 = 0$$

denkleminin çözüm kümesi boş küme olduğundan,

$4-a=0$ ve $-2a+1 \neq 0$ olmalıdır.

$$4-a=0 \Rightarrow a=4 \text{ tür.}$$

$$a=4 \text{ için } -2a+1 = -2 \cdot 4 + 1 = -7 \neq 0 \text{ dir.}$$

Cevap: D

$$6. x^3 + 2x^2 = x^2(x+2) \text{ dir.}$$

$x^2 \geq 0$ olduğundan $x^2(x+2)$ nin en küçük olması için $x = -2$ seçilmelidir.

$$x = -2 \text{ için } x^3 + 2x^2 = (-2)^3 + 2(-2)^2 = 0 \text{ dir.}$$

Cevap: C

7. $5a + 3b + c = 30$ ifadesinde c nin en büyük değerini alması için a ve b en küçük değerlerini almalıdır.

O halde, $a = 1$ ve $b = 2$ için c en büyük değerini alır.

$$a = 1, b = 2 \text{ için } 5a + 3b + c = 30$$

$$5 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + c = 30$$

$$c = 19 \text{ olur.}$$

Cevap: E

$$8. a^2 - b^2 = 13 \Rightarrow (a-b)(a+b) = 13 \text{ tür.}$$

a ve b doğal sayı olduğundan $a+b \geq 0$ ve $a+b \geq a-b$ dir. 13 asal sayı olduğundan $a+b = 13$ ve $a-b = 1$ dir.

$$\begin{array}{r} a+b=13 \\ + a-b=1 \\ \hline \end{array}$$

$$2a = 14$$

$$a = 7 \text{ dir.}$$

$$a = 7 \text{ olduğundan } b = 6 \text{ dir.}$$

$$\text{O halde, } a^2 + b^2 = 49 + 36 = 85 \text{ tir.}$$

Cevap: E

$$\begin{array}{r}
 9. \quad -2 / \frac{1}{x} - \frac{2}{y} = 3 \\
 \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 7 \\
 + \\
 -\frac{2}{x} + \frac{2}{x} + \frac{4}{y} + \frac{1}{y} = -6 + 7 \\
 \frac{5}{y} = 1 \\
 y = 5 \text{ tir.}
 \end{array}$$

Cevap: D

$$\begin{array}{r}
 10. \quad -2 / 2x - 3y = 5 \\
 + \quad x + 2y = 10 \\
 -4x + 6y + x + 2y = -10 + 10 \\
 8y - 3x = 0 \\
 8y = 3x \\
 \frac{x}{y} = \frac{8}{3} \text{ tür.}
 \end{array}$$

Cevap: A

$$11. \quad (3x + 2y + 6)a + (x - 2y + 2)b = 0$$

denklemin a ve b'nin bütün reel sayı değerleri için sağlandığından, $3x + 2y + 6 = 0$ ve $x - 2y + 2 = 0$ olmalıdır.

$$\begin{array}{r}
 3x + 2y + 6 = 0 \\
 + \quad x - 2y + 2 = 0 \\
 \hline
 4x + 8 = 0 \\
 x = -2 \text{ dir.}
 \end{array}$$

Cevap: B

$$12. \quad x = 1 \text{ ve } y = 1 \text{ için,}$$

$$\begin{array}{r}
 \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 5 \Rightarrow a + b = 5 \\
 ax - by = 3 \Rightarrow a - b = 3 \\
 + \\
 \hline
 2a = 8 \\
 a = 4 \text{ tür.}
 \end{array}$$

Cevap: E

$$13. \quad |x + 3| + \sqrt{y + 2} + 1$$

ifadesinin en küçük değerini alması için,

$|x + 3| = 0$ ve $y + 2 = 0$ olmalıdır.

$|x + 3| = 0 \Rightarrow x + 3 = 0$ ise $x = -3$ tür.

$y + 2 = 0 \Rightarrow y = -2$ dir.

O halde, $x \cdot y = (-3)(-2) = 6$ dir.

Cevap: C

$$14. \quad 3x + y + z = 15 \text{ ile } x - y + z = 5$$

ifadelerini bir kez taraf tarafa toplayalım, bir kez de taraf tarafa çıkaralım.

$$\begin{array}{r}
 3x + y + z = 15 \\
 + \quad x - y + z = 5 \\
 \hline
 4x + 2z = 20 \\
 2x + z = 10 \text{ dur.}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3x + y + z = 15 \\
 - \quad x - y + z = 5 \\
 \hline
 2x + 2y = 10 \\
 x + y = 5 \text{ tir.}
 \end{array}$$

$$\text{O halde, } \frac{2x + z}{x + y} = \frac{10}{5} = 2 \text{ dir.}$$

Cevap: D

$$\begin{array}{r}
 15. \quad x - 2y = 32 \\
 -1 / y + z = 13 \\
 -1 / z + t = 9 \\
 + \\
 \hline
 x - 2y - y - z - z - t = 32 - 13 - 9 \\
 x - 3y - 2z - t = 10 \text{ dur.}
 \end{array}$$

Cevap: E

$$16. \quad \text{Tabloda verilenlere göre,}$$

$$a + a = 18 \Rightarrow a = 9 \dots (1)$$

$$b + c = 10 \dots (2) \text{ dir.}$$

(1) ile (2) taraf tarafa toplanarak sonuca gidilir.

O halde, $a + b + c = 9 + 10 = 19$ dur.

Cevap: A

17.

$$\begin{array}{rcl}
 3a + 4b + 5c & = & 16 \\
 + & 5a + 4b + 3c & = 24 \\
 \hline
 8a + 8b + 8c & = & 40 \\
 8(a + b + c) & = & 40 \\
 a + b + c & = & 5 \text{ tir.}
 \end{array}$$

Cevap: D

19.

$$\begin{array}{rcl}
 a.b & = & 6 \\
 \times & b.c & = 15 \\
 \hline
 a.c.b^2 & = & 6.15 \\
 10.b^2 & = & 90 \\
 b^2 & = & 9 \\
 b & = & 3 \text{ tür.}
 \end{array}$$

Cevap: C

18. 1. yol:

$$\begin{array}{rcl}
 x + y + z & = & 2 \\
 x + 2y + 3z & = & 2 \\
 + & -1 / & 2x - 3y + z = 13 \\
 \hline
 x + y + z + x + 2y + 3z - 2x + 3y - z & = & 2 + 2 - 13 \\
 6y + 3z & = & -9 \\
 3(2y + z) & = & -9 \\
 2y + z & = & -3 \text{ tür.}
 \end{array}$$

2. yol:

İkinci denklemden birinci denklemi çıkarırsak,

$$\begin{array}{rcl}
 x + 2y + 3z - x - y - z & = & 2 - 2 \\
 y + 2z & = & 0 \dots (1)
 \end{array}$$

Birinci denklemin iki tarafının 2 ile çarpılmasıyla elde edilen denklemden üçüncü denklemi çıkarırsak,

$$\begin{array}{rcl}
 2x + 2y + 2z - 2x + 3y - z & = & 4 - 13 \\
 5y + z & = & -9 \dots (2)
 \end{array}$$

(1) eşitliğinden elde edilen $y = -2z$ değeri (2) eşitliğinde yerine yazılırsa,

$$\begin{array}{rcl}
 5.(-2z) + z & = & -9 \Rightarrow -9z = -9 \\
 \Rightarrow z & = & 1 \text{ ve}
 \end{array}$$

$$y = -2z \Rightarrow y = -2 \text{ olur.}$$

O halde,

$$2y + z = 2.(-2) + 1 = -3 \text{ tür.}$$

Cevap: E

20. $(x-2)^2 \geq 0$ ve $(x+y-1)^2 \geq 0$ dir.

$$(x-2)^2 + (x+y-1)^2 = 0 \text{ olduğundan,}$$

$$x-2=0 \text{ ve } x+y-1=0 \text{ dir.}$$

$$x-2=0 \Rightarrow x=2 \text{ dir.}$$

$$\begin{array}{rcl}
 (x=2 \text{ ve } x+y-1=0) & \Rightarrow & 2+y-1=0 \\
 & \Rightarrow & y=-1 \text{ dir.}
 \end{array}$$

Cevap: B

CEVAPLI TEST – 1

1. $4.(3x + 2) - 3.(4x + 5) = 2x - 13$

olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\frac{5}{a} + 7 = 4 \left(3 + \frac{1}{a} \right)$

olduğuna göre, a değeri kaçtır?

- A) 5 B) 3 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{12}$

3. $\frac{6-m}{4} - \frac{m+1}{6} = 1$

olduğuna göre, m değeri kaçtır?

- A) $\frac{6}{5}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{5}$

4. $\frac{6}{x-2} - \frac{8}{x} = 1 + \frac{3x}{x-2}$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

5. $\frac{2}{3} + \frac{1}{1 + \frac{2}{1 + \frac{x}{2}}} = 1$

olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. $(a+2)x^2 - (a^2+1)x + a - 1 = 0$

denklemini birinci dereceden x değişkenine bağlı bir denklem olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{3}{5}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

7. $b \neq -a$ olmak üzere,

$$a^2x - b = a + b^2x$$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a^2 - b^2$ B) $a + b$ C) $a - b$

- D) $\frac{1}{a+b}$ E) $\frac{1}{a-b}$

8. $ax + 4 = x + a + 1$

denkleminin kökü 2 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

9. $\frac{n+3}{n+2} + \frac{2n}{n+3} - \frac{1}{n+2} = 4$

olduğuna göre, n değeri kaçtır?

- A) -6 B) -7 C) -8 D) -9 E) -10

10. $3x - 2y = 1$

$$4x + y = 16$$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 20

11. $\frac{a+b}{a} = \frac{4}{3}$
 $5 - \frac{a}{b} = c$

olduğuna göre, c kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) -1 E) -2

12. $\frac{(x-1)^4}{4} = (x-1)^3$

denkleminin birbirinden farklı köklerinin toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

13. $\frac{2}{x+2} = \frac{y}{4}$
 $\frac{x}{x+2} = \frac{y-1}{3}$

olduğuna göre, y değeri kaçtır?

- A) $\frac{12}{7}$ B) 5 C) $\frac{16}{5}$ D) $\frac{16}{7}$ E) 21

14. $(a^2 - 4)x + a = 2$

denklemini sağlayan x reel sayı değeri olmadığına göre, a kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) -1 D) 2 E) 4

15. $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 4$
 $\frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 5$

olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 2 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

16. $\frac{2}{x} + y = 4$
 $\frac{2}{y} + x = 3$

olduğuna göre, $\frac{x+y}{x-y}$ değeri kaçtır?

- A) -8 B) -7 C) -6 D) 7 E) 8

17. $5(x-2)^2 + 3(y+1)^4 = 0$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ değeri kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

18. $(3x-2y+3)m + (x+y+1)n = 0$

eşitliği m ve n nin bütün reel sayı değerleri için sağlandığına göre, $x \cdot y$ değeri kaçtır?

- A) 3 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

19. $4ax + 2y - 1 = 0$
 $3x - by + 3 = 0$

denklemleri sağlayan sonsuz (sınırsız) sayıda (x, y) ikilisi olduğuna göre, b değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

20. $5a + b + c = 6$
 $a - b + c = 2$

olduğuna göre, $\frac{3a+c}{2a+b}$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

CEVAP ANAHTARI									
1-C	2-D	3-E	4-A	5-A	6-B	7-E	8-E	9-D	10-C
11-B	12-C	13-D	14-B	15-A	16-B	17-D	18-C	19-E	20-A

CEVAPLI TEST – 2

1. $\frac{a}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{4}{3}$
denkleminin köklerinden biri 2 olduğuna göre, a değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\frac{1}{a - \frac{4}{a}} + \frac{1}{a} = \frac{2a+2}{a^2-4}$
denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) R B) $\{-2, 2\}$ C) $\emptyset$
D) $R - \{-2, 0, 2\}$ E) R^+

3. a ve b reel sayılardır.

$$\begin{aligned} a^2x + 2b^2y &= 42 \\ ax + 2by &= 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

denklemleri sağlayan (x, y) ikililerinin kümesi $\mathcal{C} = \{(6, 3)\}$ olduğuna göre, a . b çarpımı kaçtır?

A) $\frac{13}{6}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $-\frac{13}{6}$ D) $-\frac{17}{6}$ E) -3

4. $3 - \{2 + [2a - (a + 1)] - a\} = a - 1$
denklemini sağlayan a değeri kaçtır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

5. $2 + \frac{1}{3 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = \frac{8}{3}$
olduğuna göre, x değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. $\frac{4}{x} + \frac{y}{4} = -5$
 $\frac{2}{x} - \frac{y}{2} = 5$

olduğuna göre, y değeri kaçtır?

A) 4 B) 6 C) -6 D) -10 E) -12

7. $2mx + ny = 3$
 $mx - y = 6$

denklemleri sağlayan (x, y) ikililerinin kümesi $\mathcal{C} = \{(1, -2)\}$ olduğuna göre, n değeri kaçtır?

A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 0

8. $x^2 - 10x = 6$

olduğuna göre, $\left(3x - \frac{18}{x}\right)$ kaçtır?

A) 9 B) 12 C) 18 D) 24 E) 30

9. a, b, c reel sayılardır.

$$\begin{aligned} 2a^2 + b^2 &= 25 \\ b^2 + 2c^2 &= 9 \\ a + c &= 4 \end{aligned}$$

olduğuna göre, a - c değeri kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

10. x ve y tamsayılarıdır.

$$\frac{1}{x+y-3} + \frac{1}{x-y+3} = 1$$

olduğuna göre, x . y değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

11. $8a + 9b + 10c = 23$
 $3a + 4b + 5c = 8$
 olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. x ve y reel sayılardır.
 $(|3x - 1| - 1)^2 + \sqrt{y + 2} = 0$
 olduğuna göre, $x \cdot y$ nin alabileceği en büyük değer kaçtır?
 A) $-\frac{7}{3}$ B) $-\frac{4}{3}$ C) $-\frac{3}{4}$ D) 0 E) $\frac{3}{2}$

13. $a - 2b + c = 4$
 $3a + 3b - c = 7$
 $a + 4b + 5c = 15$
 olduğuna göre, $(3a - 3b - 5c)$ kaçtır?
 A) -4 B) -5 C) -6 D) -7 E) -8

14. $x \neq 0$ olmak üzere,
 $3xy - 4z = 0$
 $5xz - 3y = 0$
 $yz - 60x = 0$
 olduğuna göre, $x.y.z$ çarpımının değeri kaçtır?
 A) 72 B) 64 C) 56 D) 52 E) 48

15. a, b, c birbirlerinden farklı pozitif tamsayılarıdır.
 $3a + 4b + 5c = 75$
 olduğuna göre, a nın alabileceği en büyük değer kaçtır?
 A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

16. $(4t^2 - 1)x + 2t$
 eşitliği x in bütün reel sayı değerleri için sağlandığına göre, t değeri kaçtır?
 A) 2 B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) -1 E) -2

17. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{x.y}$
 $\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{3}{xz}$
 $\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{4}{yz}$
 olduğuna göre, z değeri kaçtır?
 A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{1}{2}$

18. $2x + y - z = 5$
 $x - y + 2z = 9$
 $3x + 2y + z = 22$
 olduğuna göre, $x.y$ çarpımının değeri kaçtır?
 A) 6 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18

19. $x(5 + y) = z$
 $\left(y - \frac{z}{x}\right) \cdot (xy - z) = 50$
 olduğuna göre, x değeri kaçtır?
 A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

20. a, b, c reel sayılardır.
 $ab - 5a - c^2 = 1$
 $a + b = 3$
 olduğuna göre, b değeri kaçtır?
 A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

CEVAP ANAHTARI									
1-A	2-C	3-D	4-E	5-B	6-E	7-B	8-E	9-D	10-E
11-C	12-D	13-A	14-E	15-C	16-B	17-A	18-C	19-E	20-D

12. BÖLÜM

SAYI ve KESİR PROBLEMLERİ

A. DENKLEM KURMA

Verilen bir problemi çözebilmek için, problemde söz edilen bilinmeyenler arasındaki bağıntıyı (veya bağıntıları) yazmaya **denklem kurma** denir.

Denklem kurulurken, birbirinden bağımsız her bilinmeyen farklı sembolle gösterilmelidir. Problemin çözümü için de seçilen bilinmeyen sayısı kadar bağıntıya gerek vardır.

Örnek:

Bilinmeyen herhangi bir sayı x olsun.

- 1) Bir sayının 3 fazlası: $x + 3$
- 2) Bir sayının 3 eksiği: $x - 3$
- 3) Bir sayının 2 katı: $2 \cdot x$
- 4) Bir sayının 2 katının 7 fazlası: $2 \cdot x + 7$
- 5) Bir sayının 7 fazlasının 2 katı: $(x + 7) \cdot 2$
- 6) Bir sayının dörtte biri: $\frac{1}{4} \cdot x$
- 7) Bir sayının yarısının 2 fazlası: $\frac{x}{2} + 2$
- 8) Bir sayının 2 fazlasının yarısı: $\frac{x + 2}{2}$
- 9) Bir sayının karesi: x^2
- 10) Bir sayının 3 eksiğinin karesi: $(x - 3)^2$
- 11) Bir sayının 2 katının küpü: $(2x)^3 = 8x^3$
- 12) Bir sayının küpünün 2 katının 1 fazlası: $2 \cdot x^3 + 1$
- 13) Bir sayının 1 eksiğinin yarısı 5 ise: $\frac{x - 1}{2} = 5$
- 14) Bir sayının karesinin 2 fazlası, kendisine eşitse: $x^2 + 2 = x$

Örnek:

Herhangi iki sayı x ve y olsun.

- 1) İki sayının toplamı: $x + y$
- 2) İki sayının farkı: $x - y$

- 3) İki sayının çarpımı: $x \cdot y$

- 4) İki sayının oranı: $\frac{x}{y}$

- 5) İki sayının karelerinin farkı: $x^2 - y^2$

- 6) İki sayının farkının karesi: $(x - y)^2$

- 7) İki sayının karelerinin toplamı: $x^2 + y^2$

- 8) İki sayının toplamının 1 eksiğinin karesi: $(x + y - 1)^2$

Örnek:

Ardışık sayılardan en küçük olanı x olsun.

- 1) Ardışık iki tamsayının toplamı: $x + (x + 1)$
- 2) Ardışık üç tamsayının toplamı: $x + (x + 1) + (x + 2)$
- 3) Ardışık iki tek sayının toplamı: $x + (x + 2)$
- 4) Ardışık iki çift sayının toplamı: $x + (x + 2)$
- 5) Ardışık üç tek sayının toplamı: $x + (x + 2) + (x + 4)$
- 6) Ardışık üç çift sayıdan en büyüğü, en küçüğünün

$$\frac{4}{3} \text{ üne eşitse: } x + 4 = \frac{4}{3} \cdot x$$

Uyarı:

Bilinmeyen sayısını artırmamak için, birbiri cinsinden yazılabilecek bilinmeyenler için farklı semboller seçilmemelidir.

Örnek:

- 1) İki sayıdan biri, diğerinin 2 katına eşitse bu sayılar: x ve $2x$
- 2) İki sayıdan biri, diğerinin üçte birine eşitse bu sayılar: $\frac{x}{3}$, x veya x , $3x$
- 3) İki sayının toplamı 7 ise bu sayılar: x , $7 - x$
- 4) İki sayının farkı 7 ise bu sayılar: x , $x + 7$ veya x , $x - 7$ şeklinde seçilebilir.

B. SAYI PROBLEMLERİ

Örnek:

5 katının 15 fazlası 90 olan sayıyı bulalım.

Çözüm:

Aradığımız sayıya x diyelim.

$$5x + 15 = 90 \Rightarrow x = \frac{90 - 15}{5} = 15 \text{ tir.}$$

Örnek:

4 katının 3 eksiğinin beşte ikisi 10 olan sayıyı bulalım.

Çözüm:

Aradığımız sayı x olsun.

$$(4x - 3) \cdot \frac{2}{5} = 10 \Rightarrow 4x - 3 = 25 \\ \Rightarrow x = 7 \text{ dir.}$$

Örnek:

1 eksiğinin üçte biri ile 3 fazlasının dörtte birinin toplamı 15 olan sayıyı bulalım.

Çözüm:

Aradığımız sayı x olsun.

$$\frac{x-1}{3} + \frac{x+3}{4} = 15 \Rightarrow 4x - 4 + 3x + 9 = 180 \\ (4) \quad (3) \quad \Rightarrow 7x = 175 \\ \Rightarrow x = 25 \text{ tir.}$$

Örnek:

$\frac{5}{7}$ si, $\frac{2}{7}$ sinden 30 fazla olan sayının $\frac{2}{7}$ sini bulalım.

Çözüm:

Aradığımız sayıya x diyelim ve $\frac{2x}{7}$ yi bulalım.

$$\frac{5x}{7} - \frac{2x}{7} = 30 \Rightarrow \frac{3x}{7} = 30 \\ \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot \frac{3x}{7} = 30 \cdot \frac{2}{3} \\ \Rightarrow \frac{2x}{7} = 20 \text{ dir.}$$

Örnek:

İki doğal sayının karelerinin farkı 17 olduğuna göre, bu iki sayının çarpımını bulalım.

Çözüm:

Aradığımız iki sayı, a ve b olsun.

$$a^2 - b^2 = 17 \Rightarrow (a - b) \cdot (a + b) = 17 \text{ ve}$$

Çarpımı 17 olan doğal sayılar, 1 ve 17 veya 17 ve 1 dir. $a + b$, $a - b$ den büyük olduğu için,

$$\begin{array}{r} a + b = 17 \\ + a - b = 1 \\ \hline a = 9, b = 8 \text{ ve } a \cdot b = 72 \text{ dir.} \end{array}$$

Örnek:

Ardeşık iki tek sayının karelerinin toplamı 202 olduğuna göre, bu sayıları bulalım.

Çözüm:

Bu sayılar x ve $x + 2$ olsun.

$$x^2 + (x + 2)^2 = 202 \Rightarrow 2x^2 + 4x + 4 = 202 \\ \Rightarrow x^2 + 2x - 99 = 0 \\ \begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ -9 \quad 11 \end{array} \\ \Rightarrow (x - 9)(x + 11) = 0 \\ \Rightarrow x_1 = 9 \text{ veya } x_2 = -11$$

O halde bu sayılar; 9 ile 11 veya -11 ile -9 olur.

Örnek:

Bir salonda 28 erkek, 12 bayan vardır. Salona kaç evli çift (karı-koca) gelirse salondaki bayan sayısının erkek sayısının yarısına eşit olacağını bulalım.

Çözüm:

Salona x tane karı-koca (x erkek, x bayan) gelsin. Son durumda erkeklerin sayısı, bayanların sayısının 2 katına eşit olduğuna göre, $28 + x = 2 \cdot (12 + x) \Rightarrow x = 4$ tür.

Örnek:

Bir salondaki bayanların sayısının 9 katı, erkeklerin sayısının 5 katına eşittir.

Salondan 5 evli çift (karı-koca) ayrıldığında salonda kalan bayanların sayısı, kalan erkeklerin sayısının yarısına eşit olduğuna göre, başlangıçta salonda kaç kişi olduğunu bulalım.

Çözüm:

Başlangıçta bayanların sayısının 9 katı, erkeklerin sayısının 5 katına ($9.B = 5.E$) eşit olduğundan erkeklerin sayısı $9x$, bayanların sayısı $5x$ olsun.

Salondan 5 karı-koca ayrıldığında salonda kalan erkeklerin sayısı ($9x - 5$), kalan bayanların sayısının ($5x - 5$) 2 katı olduğundan,

$$9x - 5 = 2 \cdot (5x - 5) \Rightarrow x = 5 \text{ ve başlangıçta salonda, } 9x + 5x = 14x = 14 \cdot 5 = 70 \text{ kişi vardır.}$$

Örnek:

Ahmet 450 bin lirasını İrem'e verirse, İrem'in parası Ahmet'in parasının yarısına eşit oluyor. İrem, Ahmet'e 50 bin lirasını verdiğinde ise Ahmet'in parası İrem'in parasının 5 katına eşit oluyor.

Buna göre, ikisinin toplam kaç lirası olduğunu bulalım.

Çözüm:**1. yol:**

Ahmet 450 bin lirasını İrem'e verdiğinde elinde kalan para, İrem'in elindeki paranın 2 katı olduğuna göre, Ahmet ve İrem'in paralarını sırasıyla $2x + 450\ 000$ ve $x - 450\ 000$ lira seçelim. İrem 50 bin lirasını Ahmet'e verdiğinde Ahmet'in parası, İrem'in parasının 5 katı olduğuna göre,

$$2x + 500\ 000 = 5 \cdot (x - 500\ 000) \Rightarrow x = 1\ 000\ 000 \text{ TL dir.}$$

Buna göre, ikisinin toplam parası: $3x = 3$ milyon TL dir.

2. yol:

Ahmet'in parası x , İrem'in parası y olsun.

$$x - 450\ 000 = 2 \cdot (y + 450\ 000) \dots (1)$$

$$x + 50\ 000 = 5 \cdot (y - 50\ 000) \dots (2)$$

(1) eşitliği -1 ile çarpılıp (2) eşitliği ile toplanırsa;
 $500\ 000 = 3y - 1150\ 000$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{1650\ 000}{3} &= y \Rightarrow y = 550\ 000 \\ &+ x = 2\ 450\ 000 \\ x + y &= 3\ 000\ 000 \text{ TL} \end{aligned}$$

Örnek:

Bir terzi elindeki kumaştan 15 tane pantolonluk kesebiliyor. Terzi, bir pantolonluğu 20 cm daha uzun kestiğinde ise 12 tane pantolonluk kesebiliyor.

Buna göre, terzinin elindeki kumaşın kaç metre olduğunu bulalım.

Çözüm:**1. yol:**

Terzinin kestiği 15 tane pantolonluğun her biri x cm olsun. Buna göre,

$$15 \cdot x = 12 \cdot (x + 20) \Rightarrow x = 80 \text{ cm ve}$$

$$\begin{aligned} \text{Terzinin elindeki toplam kumaş: } 15 \cdot 80 &= 1200 \text{ cm} \\ &= 12 \text{ metredir.} \end{aligned}$$

2. yol:

12 tane pantolonluğun her birinden 20 cm daha kısa kestiğinde, arttırdığı $12 \cdot 20 = 240$ cm kumaştan 3 tane pantolonluk daha kesmektedir. O halde, ikinci durumda kestiği (boyu kısa olan) bir pantolonluk

$$\frac{240}{3} = 80 \text{ cm dir. (Buna göre, elindeki kumaş:}$$

$$15 \cdot 80 = 1200 \text{ cm} = 12 \text{ metredir.})$$

Örnek:

Bir çocuk, evindeki merdivenin basamaklarını ikişer ikişer çıkıp, üçer üçer inmektedir.

Bu çocuğun çıkarken attığı adım sayısı inerken attığı adım sayısından 15 fazla olduğuna göre, çocuğun kaç adımda merdivenin basamaklarını indiğini bulalım.

Çözüm:**1. yol:**

Basamak sayısı x olsun.

Çıkarken attığı adım sayısı $\frac{x}{2}$, inerken attığı adım

sayısı ise $\frac{x}{3}$ olur. Buradan,

$$\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 15 \Rightarrow x = 90 \text{ ve inerken attığı adım}$$

sayısı, $\frac{x}{3} = 30$ dur.

2. yol:

Çocuğun basamakları inerken attığı adım sayısını x seçersek, çıkarken attığı adım sayısı $(x + 15)$ olur.

Buna göre,

$$\text{Basamak sayısı : } 3 \cdot x = 2 \cdot (x + 15)$$

$$\Rightarrow x = 30 \text{ dur.}$$

3. yol:

2 ve 3 ün en küçük ortak katı 6 dır. Buradan; çocuk 6 merdiveni çıkarken 3 adım, inerken 2 adım atmaktadır. Buna göre,

2 adım indiğinde 1 adım eksik attığına göre

x adım indiğinde 15 adım eksik atar.

$$x = 30 \text{ adım}$$

Örnek:

Bir satıcı, elindeki yumurtaların tanesini 65 bin liradan sattığında 2 milyon 250 bin TL kâr etmekte, 40 bin liradan sattığında ise 1,5 milyon TL zarar etmektedir.

Buna göre, satıcının elindeki yumurtaların sayısını bulalım.

Çözüm:

1. yol:

Yumurta sayısı x ve toplam maliyeti a olsun.

$$\begin{array}{r} 65\ 000 \cdot x = a + 2\ 250\ 000 \\ - 40\ 000 \cdot x = a - 1\ 500\ 000 \\ \hline \end{array}$$

$$25\ 000 \cdot x = 3\ 750\ 000 \Rightarrow x = 150 \text{ yumurta}$$

2. yol:

Satıcının 2 milyon 250 bin TL kâr ettiği durum ile 1,5 milyon TL zarar ettiği durum arasında eline geçen para farkı $2\ 250\ 000 + 1\ 500\ 000 = 3\ 750\ 000$ TL dir. Bu fark bir yumurtanın satışındaki $65\ 000 - 40\ 000 = 25\ 000$ TL lik farktan ortaya çıkmaktadır.

$$\text{O halde, toplam yumurta sayısı: } \frac{3\ 750\ 000}{25\ 000} = 150 \text{ dir.}$$

Örnek:

Bir satıcı A ve B liraya aldığı iki kalemi de 350 000 er TL ye satıyor. Satıcı A liraya aldığı kalemde kâr, B liraya aldığı kalemde zarar ediyor.

Buna göre, A ve B fiyatlarıyla ilgili bağıntıyı bulalım.

Çözüm:

$$350\ 000 - A > 0 \Rightarrow 350\ 000 > A \text{ ve}$$

$$350\ 000 - B < 0 \Rightarrow 350\ 000 < B \text{ olduğundan}$$

$$A < 350\ 000 < B \text{ dir.}$$

Örnek:

3 kalem, 1 defter ve 1 silgi 500 bin TL, 3 defter, 3 silgi ve 1 kalem 2 milyon 850 bin TL olduğuna göre, 1 defter ve 1 silginin toplam fiyatının 1 kalemin fiyatından kaç TL fazla olduğunu bulalım.

Çözüm:

Kalem, defter ve silginin fiyatı sırasıyla k , d , s olsun.

$$\begin{array}{r} - 1/ \quad 3k + d + s = 500\ 000 \\ + \quad 3d + 3s + k = 2\ 850\ 000 \\ \hline \end{array}$$

$$2d + 2s - 2k = 2\ 350\ 000 \Rightarrow d + s = k + 1\ 175\ 000$$

Buna göre, bir defter ve bir silginin toplam fiyatı, bir kalemin fiyatından 1 175 000 TL fazladır.

Örnek:

Bir parkta bir kısmı 4 kişilik, diğerleri 7 kişilik olan toplam 25 tane bank vardır.

Banklardaki oturma yerlerinin tamamı 127 kişilik olduğuna göre, 7 kişilik bank sayısını bulalım.

Çözüm:

1. yol:

7 kişilik bank sayısı x seçilirse 4 kişilik bank sayısı $(25 - x)$ olur. Buna göre,

$$7 \cdot x + 4 \cdot (25 - x) = 127 \Rightarrow 3x = 27$$

$$\Rightarrow x = 9 \text{ dur.}$$

2. yol:

Önce bankların tümüne 4 er kişi otursun. $25 \cdot 4 = 100$ olduğundan $127 - 100 = 27$ kişi ayakta kalır. Bu durumda 7 kişilik bütün banklarda 3 er kişilik boş yer vardır. O halde, ayakta kalan 27 kişi, üçer üçer

$$\frac{27}{3} = 9 \text{ banka oturabilir. Buna göre, 7 kişilik bank}$$

sayısı 9 dur.

Örnek:

Dolu iken ağırlığı 30 kg gelen bir kasadaki elmaların ağırlığı, boş kasanın ağırlığının 9 katı gelmektedir.

Buna göre, kasanın yarısı dolu iken ağırlığının kaç kg geleceğini bulalım.

Çözüm:

Boş kasanın ağırlığı x seçilirse elmaların ağırlığı $9x$ olur. Buna göre,

$$x + 9x = 30 \Rightarrow x = 3 \text{ kg dir. O halde, kasanın yarısı}$$

$$x + 4,5x = 16,5 \text{ kg gelir.}$$

Örnek:

600 litrelik bir havuz 6 ve 10 litrelik kovalarla su taşınarak doldurulacaktır.

Kovaların her ikisinin de en az birer kez kullanılması koşulu ile, bu havuzun tamamı en az kaç kova su ile dolacağını bulalım.

Çözüm:

OKEK (6, 10) = 30 ve her iki kova ile de mutlaka su taşınacağına göre, havuzun $600 - 30 = 570$ litresi 10 litrelik kova ile 57 seferde, geri kalan 30 litresi de 6 litrelik kova ile 5 seferde doldurulur. Buna göre, havuzun tamamı her iki kova ile en az $57 + 5 = 62$ kova su ile doldurulabilir.

C. KESİR PROBLEMLERİ**Örnek:**

$\frac{1}{4}$ ü su ile dolu olan bir kabın içindeki su ile birlikte ağırlığı 6,5 kg gelmektedir.

Kabın tamamı su ile dolu iken ağırlığı 20 kg olduğuna göre, boş kabın ağırlığının kaç kg olduğunu bulalım.

Çözüm:**1. yol:**

Boş kabın ağırlığı k ve kabın tamamının aldığı suyun ağırlığı $4s$ olsun. Buna göre,

$$\begin{array}{r} -4 / k + s = 6,5 \\ + \quad k + 4s = 20 \\ \hline -3k = -6 \Rightarrow k = 2 \text{ kg dir.} \end{array}$$

2. yol:

$\frac{1}{4}$ ü dolu kabın tamamı doldurulduğunda kabın ağırlığı $20 - 6,5 = 13,5$ kg artmıştır. O halde dolu kabın aldığı suyun $\frac{3}{4}$ ünün ağırlığı 13,5 kg, dolayısıyla $\frac{1}{4}$ ü $13,5 : 3 = 4,5$ kg dir. Buna göre, boş kabın ağırlığı, $6,5 - 4,5 = 2$ kg dir.

Örnek:

Bir kovanın ağırlığı, boşken a kg, $\frac{2}{5}$ i su ile dolu iken b kg gelmektedir.

Buna göre, kovanın tamamı su ile doluyken toplam ağırlığını a ve b cinsinden bulalım.

Çözüm:

Kovanın tamamının aldığı suyun ağırlığı $5s$ olsun.

Buna göre, suyun $\frac{2}{5}$ inin (2s nin) ağırlığı $b - a$, suyun tamamının (5s nin) ağırlığı ise $\frac{5}{2} (b - a)$ dir.

O halde, kova tamamen dolu iken içindeki su ile birlikte toplam ağırlığı,

$$\frac{5}{2} (b - a) + a = \frac{5b - 3a}{2} \text{ dir.}$$

Örnek:

Bir kesrin değeri $\frac{2}{3}$ tür. Bu kesrin pay ve paydasına 6 eklendiğinde kesrin değeri $\frac{4}{5}$ olmaktadır.

Buna göre, başlangıçtaki kesrin payını bulalım.

Çözüm:

Başlangıçtaki kesir $\frac{2x}{3x}$ olsun.

$$\begin{aligned} \frac{2x + 6}{3x + 6} = \frac{4}{5} &\Rightarrow 10x + 30 = 12x + 24 \\ &\Rightarrow 2x = 6 \end{aligned}$$

olduğundan başlangıçtaki kesrin payı 6 dir.

Örnek:

Bir parça telin bir ucundan $\frac{1}{9}$ u kesildiğinde telin orta noktası eski durumundan 5 cm kaymaktadır.

Buna göre, başlangıçtaki telin uzunluğunu bulalım.

Çözüm:

Telin orta noktası, bir ucundan kesilen kısmın yarısı kadar kayar.

Telin ucundan $\frac{1}{9}$ u kesildiğine göre, $\frac{1}{18}$ i 5 cm, dolayısıyla başlangıçtaki telin tamamı $18 \cdot 5 = 90$ cm dir.

Örnek:

Tamamı dolu olan bir su deposunun birinci gün üçte biri kullanılıyor. İkinci gün depodaki suyun 150 litresi kullanılıncaya deponun yarısı boşalmış oluyor. Buna göre, birinci gün kaç litre su kullanıldığını bulalım.

Çözüm:

1. yol:

Deponun tamamı x litre su alsın. Buna göre,

$$\frac{x}{3} + 150 = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 900 \text{ litredir.}$$

O halde, birinci gün $\frac{x}{3} = 300$ litre su kullanılmıştır.

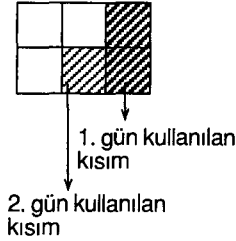
(Burada deponun aldığı su miktarı $6x$ de seçilebilir.)

2. yol:

$\frac{1}{3}$ ve $\frac{1}{2}$ kesirlerinin paydasının (3 ve 2 nin) en

küçük ortak katı 6 olduğundan bir bütünü 6 parçaya ayırarak depoyu temsil edelim.

2. gün kullanılan kısım
(1 parça) 150 litre olduğundan 1. gün kullanılan kısım
(2 parça) $2 \cdot 150 = 300$ litredir.



Örnek:

Bir köylü pazara bir miktar yumurta getiriyor. Yumurtaların üçte birini satıyor. 35 tane yumurta da kırılınca

geriye, başlangıçtaki yumurtaların $\frac{3}{8}$ i kalıyor.

Buna göre, köylünün elinde kalan yumurta sayısını bulalım.

Çözüm:

1. yol:

Köylünün elinde, yumurtaların $\frac{3}{8}$ i kaldığına göre,

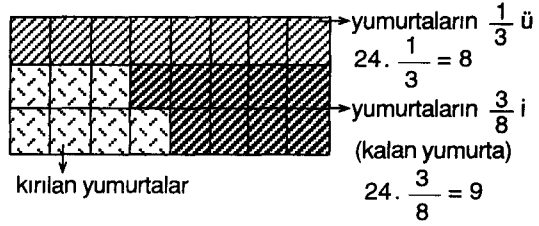
kırılan ve satılan yumurtaların tamamı, bütün yumurtaların $\frac{5}{8}$ i dir. O halde, yumurtaların

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{3} = \frac{7}{24} \text{ ü 35 tane dir. Buna göre,}$$

$$\frac{1}{24} \text{ ü 5 tane, } \frac{3}{8} \text{ i 45 tane dir.}$$

2. yol:

Yumurtaların tamamını, $\frac{1}{3}$ ve $\frac{3}{8}$ in paydalarının en küçük ortak katı olan 24 parça ile gösterelim.



7 parça 35 ise, 1 parça 5 ve 9 parça 45 yumurta olur.

Örnek:

Bir öğrenci elindeki kitabın birinci gün üçte birini, ikinci gün de kalanın üçte birini okuyor.

Geriye kitabın 40 sayfası kaldığına göre, kitabın tamamının kaç sayfa olduğunu bulalım.

Çözüm:

1. yol:

Kitabın tamamı x sayfa olsun.

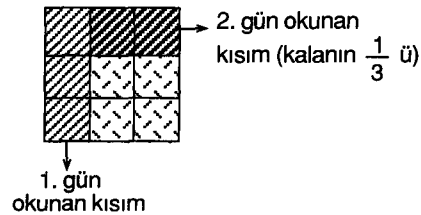
Birinci gün $\frac{1}{3}$ ünü $\left(\frac{x}{3}\right)$ okursa geriye $\frac{2}{3}$ ü

$\left(\frac{2x}{3}\right)$ kalır. Kalan 40 sayfa olduğundan,

$$\left(\frac{2x}{3}\right) \cdot \frac{2}{3} = 40 \Rightarrow x = 90 \text{ sayfadır.}$$

2. yol:

Kitabın tamamını 9 parça ile gösterelim.



Şemadan, kalan 4 parça 40 sayfa olduğuna göre, 1 parça 10 sayfa ve 9 parça (kitabın tamamı) 90 sayfadır.

Örnek:

İsmet parasının $\frac{1}{4}$ ünü Kaya'ya verdiğinde Kaya'nın parası $\frac{3}{100}$ oranında artıyor.

Buna göre, İsmet'in parasının Kaya'nın parasına oranını bulalım.

Çözüm:

Kaya'nın parası $\frac{3}{100}$ oranında arttığına göre, İsmet'ten aldığı para, kendi parasının $\frac{3}{100}$ üne eşittir.

İsmet'in parasına x , Kaya'nın parasına y denilirse,

$$\frac{x}{4} = y \cdot \frac{3}{100} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{25} \text{ tir.}$$

Örnek:

Bir manavdaki sebzeler çürüyerek $\frac{1}{5}$ oranında fire vermiştir.

Buna göre, maliyetin hangi oranda arttığını bulalım.

Çözüm:

Sebzelerin tamamı 5 kg olsun. $\frac{1}{5}$ i çürüyerek fire verirse geriye 4 kg sebze kalır. O halde, 4 kg sağlam sebze elde etmek için 5 kg sebze satın alınmış yani 1 kilogramına fazladan para ödenmiştir. Buna göre, maliyet dörtte bir yani $\frac{1}{4}$ oranında artmıştır.

Örnek:

Haftalık harçlığı sabit olan bir öğrenci, her hafta harçlığının $\frac{1}{10}$ unu A kumbarasına, $\frac{3}{x}$ ini de B kumbarasına koymaktadır.

Bu öğrencinin 8 hafta sonunda her iki kumbarasında biriken paralarının toplamı bir haftalık harçlığına eşit olduğuna göre, x in değerini bulalım.

Çözüm:

Bu öğrencinin 8 haftada A kumbarasında biriken pa-

rası, bir haftalık harçlığının $8 \cdot \frac{1}{10} = \frac{8}{10}$ udur.

8 haftada iki kumbarada biriken paralarının toplamı, bir haftalık harçlığına eşit olduğundan, B kumbarasında biriken para, bir haftalık harçlığının

$$\frac{10}{10} - \frac{8}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \text{ i olur.}$$

Buna göre,

$$8 \cdot \frac{3}{x} = \frac{1}{5} \Rightarrow x = 120 \text{ dir.}$$

ÇÖZÜMLÜ TEST

1. Bir sayının dörtte birinin 5 eksiği, aynı sayının üçte birinin yarısının 5 fazlasına eşit olduğuna göre, bu sayı kaçtır?

A) 100 B) 105 C) 110 D) 115 E) 120

2. Bir kesrin değeri $\frac{x}{y}$ dir.

Bu kesrin pay ve paydasına hangi sayı eklenir-

se kesrin değeri $\frac{4}{5}$ olur?

A) $4y - 5x$ B) $5x - 4y$ C) $4x - 5y$
D) $5y - 4x$ E) $x - y$

3. Bir kesrin değeri $\frac{3}{8}$ dir. Bu kesrin payına 3 eklenip, paydasından 4 çıkarılırsa kesrin değeri $\frac{3}{5}$ oluyor.

Buna göre, başlangıçtaki kesrin payı ile paydasının toplamı kaçtır?

A) 11 B) 22 C) 33 D) 44 E) 55

4. Bir telin ucundan a^2 birim kesilince ağırlık merkezi a^{-2} birim kayıyor.

Buna göre, a kaçtır?

A) $\sqrt[6]{2}$ B) $\sqrt[4]{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) 1 E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. Bir dikdörtgenin bir kenarı 5 ile, bir köşegeni ise 13 ile orantılıdır.

Bu dikdörtgenin çevresi 85 m olduğuna göre, alanı kaç m^2 dir?

A) 150 B) 225 C) 375 D) 400 E) 600

6. 15 çocuktan bir kısmı 50 şer bin, kalanları da 100 er bin TL atarak bir kumbarada 1 200 000 TL biriktiriyorlar.

Buna göre, kumbaraya 100 bin TL atan çocuk sayısı kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

7. Bir sınıftaki öğrenciler, sıralara 2 şerli oturlarsa 3 öğrenci ayakta kalıyor. Eğer 3 erli oturlarsa 4 sıra boş kalıyor.

Buna göre, sınıftaki öğrenci sayısı kaçtır?

A) 41 B) 37 C) 35 D) 33 E) 29

8. Dört yanlışın bir doğruyu götürdüğü 90 soruluk bir sınavda, bütün soruları cevaplayan Ali'nin 72,50 neti olduğuna göre, Ali kaç soruya yanlış cevap vermiştir?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

9. 10 ve 11 yaşındaki öğrencilerden oluşan 30 kişilik bir sınıftaki öğrencilerin yaşları toplamı 325 tir.

Buna göre, bu sınıfta 10 yaşında kaç öğrenci vardır?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

10. 7 armut fiyatına 4 portakal ve 1 portakal fiyatına 3 elma alınabilen bir manavdan, 14 armut ve 6 portakal alabilen bir kişi aynı paraya kaç elma alabilir?

A) 14 B) 28 C) 42 D) 50 E) 62

11. Bir okulda 3000 öğrenci, diğer bir okulda ise 2000 öğrenci öğrenim görmektedir. 3000 öğrencinin öğrenim gördüğü okulun öğrenci sayısı her yıl 150 azalmakta, 2000 öğrencinin öğrenim gördüğü okulun öğrenci sayısı ise her yıl 100 artmaktadır.

Buna göre, kaç yıl sonra bu iki okuldaki öğrenci sayıları birbirine eşit olur?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

12. Üç yanlışın bir doğruyu götürdüğü, test biçiminde uygulanan bir sınavda, yapılan her bir net için 12 puan verilmektedir.

25 soruluk bu sınavda 2 soruyu boş bırakarak 132 puan alan bir öğrenci, kaç soruyu yanlış cevaplamıştır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 3

13. Bir iş yerinde çalışan erkeklerden her birisinin, erkek mesai arkadaşlarının sayısı, bayan mesai arkadaşlarının sayısının iki katından 26 eksik; bu iş yerinde çalışan bayanların her birisinin de bayan mesai arkadaşlarının sayısı, erkek mesai arkadaşlarının sayısının üçte ikisinden 4 fazladır.

Buna göre, bu iş yerinde çalışanların sayısı kaçtır?

- A) 100 B) 90 C) 80 D) 70 E) 60

14. 3 yumurtayı 80 bin TL ye alıp 4 yumurtayı 150 bin TL ye satan bir bakkal, kaç yumurta satarsa 6,5 milyon TL kâr eder?

- A) 1000 B) 800 C) 750 D) 600 E) 500

15. Bir satıcı, bir kutudaki n tane bardağın tanesini x liradan satmayı düşünmektedir.

Kutudaki bardakların 15 tanesi kırık çıktığına göre, aynı parayı elde edebilmek için, bu satıcı, sağlam bardakların tanesini kaç liradan satmalıdır?

- A) $\frac{xn}{x+15}$ B) $\frac{xn}{n+15}$ C) $\frac{xn}{n-15}$
D) $\frac{xn}{x-15}$ E) $\frac{x}{n+15}$

16. 40 yolcusu olan bir otobüsten 5 erkek, 5 bayan yolcu inince geriye kalan erkek yolcuların sayısının 2 katı, bayan yolcuların sayısının 3 katına eşit oluyor.

Buna göre, ilk durumda otobüste kaç erkek yolcu vardı?

- A) 25 B) 24 C) 23 D) 22 E) 21

17. a gramı 900 bin, $(1100 - a)$ gramı 2,4 milyon lira olan baharatın kilosu kaç milyon liradır?

- A) 1,5 B) 2 C) 2,5 D) 3 E) 4

18. 20 kilogram tereyağını 18 milyon liraya alan bir satıcı, bu tereyağını net ağırlığı 200 gram olan paketler halinde satacaktır.

Her paket için 20 bin liralık paketleme masrafı yapan bu satıcı, 20 kilogram tereyağının satışından 10 milyon lira kâr ettiğine göre, bir paket tereyağını kaç liradan satmıştır?

- A) 250 000 B) 300 000 C) 350 000
D) 400 000 E) 500 000

19. Bir traktörün arka (büyük) tekerleğinin yarıçapı, ön (küçük) tekerleğinin yarıçapının 2 katıdır.

120 metrelik bir mesafede arka tekerlek ön tekerlekten 30 devir az yaptığına göre, arka tekerleğin çevresi kaç metredir?

- A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 4

20. $\frac{2}{5}$ i ile $\frac{1}{7}$ sinin toplamı 38 olan sayının $\frac{1}{5}$ i kaçtır?

- A) 14 B) 18 C) 21 D) 30 E) 35

21. Tamamı su ile dolu bir şişenin ağırlığı x gram, içindeki suyun üçte ikisi döktüğünde ise y gram gelmektedir.

Buna göre, boş şişenin ağırlığı, x ve y türünden aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2x+y}{2}$ B) $\frac{3y-x}{2}$ C) $\frac{3x-y}{2}$
D) $2x+3y$ E) $x+3y$

22. Bir sınıftaki öğrencilerin $\frac{4}{5}$ inin 6 eksiği kız öğrencidir.

Sınıftaki kız öğrencilerin sayısı erkek öğrencilerin sayısından 6 fazla olduğuna göre, erkek öğrencilerin sayısı kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

23. Maaşının üçte birini ev kirasına, dörtte birini de mutfak masraflarına ayıran bir memurun kalan parası, maaşının 210 milyon lira eksiğine eşit oluyor.

Buna göre, bu memurun kalan parası kaç milyon liradır?

- A) 120 B) 125 C) 130 D) 140 E) 150

24. Üç sayının toplamı 76 dır. Birinci sayının ikinci sayıya oranı $\frac{1}{2}$, ikinci sayının üçüncü sayıya oranı $\frac{3}{5}$ tir.

Buna göre, en küçük sayı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 20 E) 24

25. Bir memur aylığının $\frac{1}{4}$ ünü ev kirasına ayırdıktan sonra kalan parasının $\frac{2}{3}$ ünü mutfak masraflarına harcıyor. Geriye kalan parasının yarısını diğer masraflarına harcayan memurun elinde 25 milyon TL kalıyor.

Buna göre, bu memurun aylık mutfak masrafları kaç milyon TL dir?

- A) 50 B) 75 C) 100 D) 125 E) 150

26. Bir çocuk parasının bir kısmını harcadıktan sonra kalan parasının $\frac{1}{3}$ ü ile yemek yeyince geriye başlangıçtaki parasının yarısı kalıyor.

Buna göre, bu çocuk yemekten önce başlangıçtaki parasının kaç katını harcamıştır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

27. İçinde bir miktar su bulunan bir depodaki suyun $\frac{2}{3}$ ü boşaltıldığında depoda 3 kova su kalıyor. Depoya, içindeki suyun $\frac{2}{3}$ ü kadar su eklendiğinde ise depodan 1 kova su taşıyor.

Buna göre, deponun tamamı kaç kova su alabilir?

- A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

28. Bir tel çubuğun bir ucundan $\frac{1}{3}$ ü kesiliyor.

Daha sonra elde edilen bu iki parça telin her biri 5 eşit parçaya bölünüyor.

Bu durumda elde edilen farklı iki boydaki iki parçanın boyları farkı 5 cm olduğuna göre, tel çubuğun başlangıçtaki boyu kaç cm dir?

- A) 50 B) 60 C) 75 D) 90 E) 100

29. Bir top kumaşın önce $\frac{2}{3}$ ü satılıyor. 40 metre daha kumaş satılınca, geriye tüm kumaşın $\frac{1}{4}$ ü kalıyor.

Buna göre, kalan kumaş kaç metredir?

- A) 40 B) 80 C) 120 D) 160 E) 200

30. Bir fidanın boyu, her hafta boyunun $\frac{1}{5}$ i kadar uzamaktadır.

Buna göre, bu fidanın dikildikten sekiz hafta sonraki boyu, beş hafta sonraki boyunun kaç katıdır?

- A) $\frac{6}{5}$ B) $\frac{8}{5}$ C) $\frac{36}{25}$ D) $\frac{64}{25}$ E) $\frac{216}{125}$

TESTİN ÇÖZÜMLERİ

1. İstenen sayı x olsun. Problemden verilenlere göre,

$$\frac{x}{4} - 5 = \left(\frac{x}{3} \right) \cdot \frac{1}{2} + 5$$

$$\Rightarrow \frac{x}{4} - \frac{x}{6} = 10 \Rightarrow \frac{x}{12} = 10$$

$$\Rightarrow x = 120 \text{ dir.}$$

Cevap: E

2. $\frac{x}{y}$ kesrinin pay ve paydasına eklenen sayı a olsun. Buna göre,

sun. Buna göre,

$$\frac{x+a}{y+a} = \frac{4}{5} \Rightarrow 5x+5a=4y+4a$$

$$\Rightarrow a=4y-5x \text{ tir.}$$

Cevap: A

3. Değeri $\frac{3}{8}$ olan kesir $\frac{3x}{8x}$ olsun.

Problemden verilenlere göre,

$$\frac{3x+3}{8x-4} = \frac{3}{5} \Rightarrow 24x-12=15x+15$$

$$\Rightarrow 9x=27$$

$$\Rightarrow x=3 \text{ olur.}$$

O halde, $3x+8x=11 \cdot 3=33$ tür.

Cevap: C

4. Telin ağırlık merkezi, telin bir ucundan kesilen parçanın uzunluğunun yarısı kadar kayar. Buna göre,

$$a^{-2} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow \frac{1}{a^2} = \frac{a^2}{2}$$

$$\Rightarrow a^4 = 2$$

$$\Rightarrow a = \sqrt[4]{2} \text{ dir.}$$

Cevap: B

5. Problemden verilenlere uygun dikdörtgeni çizelim.

Bu dikdörtgenin çevresi 85 m olduğuna göre,

$$2 \cdot (12x + 5x) = 85$$

$$\Rightarrow 17x = \frac{85}{2}$$

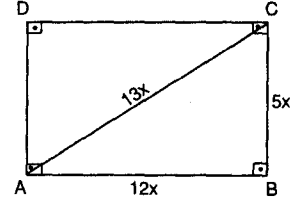
$$\Rightarrow x = \frac{5}{2} \text{ olur.}$$

Buna göre, bu dikdörtgenin alanı,

$$12x \cdot 5x = 12 \cdot 5 \cdot \left(\frac{5}{2} \right)^2$$

$$= 12 \cdot 5 \cdot \frac{25}{4} = 375 \text{ m}^2 \text{ dir.}$$

Cevap: C



6. 1. yol:

Kumbaraya 100'er bin TL atan çocukların sayısına x denilirse 50 şer bin TL atan çocukların sayısı $(15 - x)$ olur. Çocukların kumbaraya attıkları paraların toplam tutarı 1 200 000 TL olduğuna göre,

$$100\,000 \cdot x + 50\,000 \cdot (15 - x) = 1\,200\,000$$

$$\Rightarrow 10 \cdot x + 5 \cdot (15 - x) = 120$$

$$\Rightarrow 10 \cdot x + 75 - 5 \cdot x = 120$$

$$\Rightarrow 5 \cdot x = 45 \Rightarrow x = 9 \text{ dur.}$$

2. yol:

Kumbaraya 100'er bin TL atan çocukların da 50 şer bin TL attığını düşünerek biriken toplam parayı bulacak olursak, sonuç 100 bin TL atan çocuk sayısı ile 50 bin TL nin çarpımı kadar daha az olacaktır. Çünkü 100 bin TL atan her bir çocuk için $100 - 50 = 50$ bin TL daha az hesaba katmış oluruz.

Buna göre, 50 bin TL atan çocuk sayısına x denilirse,

$$x \cdot 50\,000 = 1\,200\,000 - 15 \cdot 50\,000$$

$$\Rightarrow x = \frac{1\,200\,000 - 750\,000}{50\,000}$$

$$\Rightarrow x = 9 \text{ dur.}$$

Cevap: D

7. Sınıftaki sıra sayısına x denilirse, problemde verilenlere göre öğrenci sayısı, $(2x + 3)$ veya $3.(x - 4)$ olur. Her iki ifade de öğrenci sayısını gösterdiğine göre, birbirine eşitlenirse,
- $$2x + 3 = 3.(x - 4) \Rightarrow 2x + 3 = 3x - 12$$
- $$\Rightarrow x = 15 \text{ ve}$$
- öğrenci sayısı,
- $$2x + 3 = 2.15 + 3 = 33 \text{ tür.}$$
- (veya $3.(15 - 4) = 33$)

Cevap: D

8. Ali'nin yanlış cevapladığı soru sayısına $4x$ denilirse, doğru cevapladığı soru sayısı $(90 - 4x)$ ve toplam neti $(90 - 4x) - x$ olur. Buna göre,
- $$90 - 4x - x = 72,50$$
- $$\Rightarrow 90 - 72,5 = 5x$$
- $$\Rightarrow x = \frac{17,5}{5} \text{ ve}$$
- $$4.x = \frac{17,5 \cdot 4}{5} = 14 \text{ tür.}$$

Cevap: C

9. 1. yol:

10 yaşındaki öğrencilerin yaşlarını da 11 gibi hesaba katarak 30 öğrencinin yaşları toplamını bulursak, sonuç 10 yaşındaki öğrencilerin sayısı kadar fazla olacaktır. Çünkü 10 yaşındaki her bir çocuk için $11 - 10 = 1$ yaş fazladan hesaba katmış oluyoruz.

Buna göre, 10 yaşındaki çocuk sayısı,

$$30.11 - 325 = 5 \text{ tir.}$$

2. yol:

10 yaşındaki çocuk sayısına x denilirse, 11 yaşındaki çocuk sayısı $(30 - x)$ olur. Çocukların yaşları toplamı 325 olduğuna göre,

$$10.x + 11.(30 - x) = 325$$

$$\Rightarrow 10.x + 330 - 11.x = 325$$

$$\Rightarrow 330 - 325 = x \text{ ise } x = 5 \text{ tir.}$$

Cevap: A

10. 1 armutun fiyatı a , 1 portakalın fiyatı p , 1 elmanın fiyatı e olsun. Problemde verilenlere göre,
- $$7.a = 4.p \text{ ve } p = 3.e \text{ olduğundan,}$$
- $$14.a + 6.p = 2.7a + 6.p$$
- $$= 2.4p + 6.p$$
- $$= 14.p = 14.3e$$
- $$= 42.e$$

14 armut ve 6 portakal alabilen bir kişi aynı paraya 42 elma alabilir.

Cevap: C

11. İki okulun öğrenci sayıları x yıl sonra birbirine eşit olsun. x yılda, 3000 öğrencinin öğrenim gördüğü okulun öğrenci sayısı $150.x$ azalır, 2000 öğrencinin öğrenim gördüğü okulun öğrenci sayısı ise $100.x$ artar. Buna göre,
- $$3000 - 150.x = 2000 + 100.x$$
- $$\Rightarrow 3000 - 2000 = 100.x + 150.x$$
- $$\Rightarrow 1000 = 250.x \Rightarrow x = 4 \text{ tür.}$$

Cevap: C

12. Öğrencinin yanlış cevapladığı soru sayısına $3x$ denilirse, doğru cevapladığı soru sayısı $(25 - 2) - 3x$ ve yaptığı toplam net $(23 - 3x) - x = 23 - 4x$ olur. Bu öğrenci, toplam 132 puan aldığına göre,

$$12.(23 - 4x) = 132 \Rightarrow 23 - 4x = \frac{132}{12}$$

$$\Rightarrow 23 - 4x = 11$$

$$\Rightarrow 12 = 4x$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ ve}$$

öğrencinin yanlış cevapladığı soru sayısı,

$$3x = 3.3 = 9 \text{ dur.}$$

Cevap: A

13. 1. yol:

Bu iş yerinde çalışan erkeklerin sayısı e , bayanların sayısı b olsun. Bu durumda her bir erkeğin, erkek mesai arkadaşlarının sayısı $(e - 1)$, bayan mesai arkadaşlarının sayısı b ; her bir bayanın da bayan mesai arkadaşlarının sayısı $(b - 1)$, erkek mesai arkadaşlarının sayısı e olur. O halde, problemde verilenlere göre,

$$e - 1 = 2.b - 26 \dots (1)$$

$$b - 1 = \frac{2}{3} . e + 4 \dots (2)$$

(1) eşitliğinden elde edilen, $e = 2b - 25$ değeri, (2) eşitliğinde yerine yazılırsa,

$$b - 1 = \frac{2}{3} . (2b - 25) + 4$$

$$\Rightarrow b - 5 = \frac{2}{3} . (2b - 25)$$

$$\Rightarrow 3.(b - 5) = 2.(2b - 25)$$

$$\Rightarrow 3b - 15 = 4b - 50$$

$$\Rightarrow b = 35 \text{ ve}$$

$$e = 2b - 25 = 2.35 - 25 = 45$$

olduğundan bu iş yerindeki çalışanların sayısı, $e + b = 45 + 35 = 80$ dir.

2. yol:

Bu iş yerinde çalışan erkeklerden her birisinin, bayan mesai arkadaşlarının sayısına x denilirse, erkek mesai arkadaşlarının sayısı $(2x - 26)$, dolayısıyla bu iş yerinde çalışan erkeklerin sayısı da $2x - 26 + 1 = 2x - 25$ olur. Bu iş yerinde çalışan bayanların her birisinin de bayan mesai arkadaşlarının sayısı $(x - 1)$, erkek mesai arkadaşlarının sayısının $(2x - 25)$ üçte ikisinden 4 fazla olduğundan,

$$x - 1 = \frac{2}{3} . (2x - 25) + 4$$

$$\Rightarrow x - 5 = \frac{2}{3} . (2x - 25)$$

$$\Rightarrow 3.(x - 5) = 2.(2x - 25)$$

$$\Rightarrow 3x - 15 = 4x - 50$$

$$\Rightarrow 50 - 15 = 4x - 3x \Rightarrow x = 35 \text{ ve}$$

bu iş yerinde çalışanların sayısı (erkeklerin sayısı ile bayanların sayısının toplamı)

$$2x - 25 + x = 3x - 25$$

$$= 3.35 - 25 = 80 \text{ dir.}$$

Cevap: C**14. 1. yol:**

Problemde verilenlere göre, bir yumurtanın

alış fiyatı $\frac{80}{3}$ bin ve satış fiyatı $\frac{150}{4}$ bin TL

olduğundan bir yumurtanın satışından elde edilen kâr,

$$\frac{150}{4} - \frac{80}{3} = \frac{450 - 320}{12} = \frac{130}{12} \text{ bin TL}$$

olur. Bakkal x yumurta sattığında 6,5 milyon TL kâr ediyor olsun. Buna göre,

$$\frac{130\,000}{12} . x = 6\,500\,000$$

$$\Rightarrow 13.x = 12.650 \Rightarrow x = 600 \text{ dür.}$$

2. yol:

3 ve 4 ün en küçük ortak katı 12 olduğundan, 3 yumurta 80 bin TL ye alınıyor ise $3.4 = 12$ yumurta 80.4 = 320 bin TL ye alınıp, 4 yumurta 150 TL ye satılıyor ise $4.3 = 12$ yumurta 150.3 = 450 bin TL ye satılmaktadır.

Buna göre, 12 yumurtanın satışından $450 - 320 = 130$ bin TL kâr edilmektedir.

12 yumurtadan	$\searrow$	130 000 TL kâr edilirse
x yumurtadan	$\swarrow$	6 500 000 TL kâr edilir.

Doğru orantı

$$x = \frac{12.650}{13} = 600 \text{ dür.}$$

Cevap: D

15. Tanesi x liradan n tane bardağın satışından elde edilecek para $x.n$ dir. Bardakların 15 tanesi kırıldıktan sonra sağlam kalan her bir bardağın satış fiyatına y denilirse kalan $(n - 15)$ tane bardağın satışından elde edilecek para $y.(n - 15)$ olur. Buna göre,

$$y.(n - 15) = x.n \Rightarrow y = \frac{xn}{n - 15} \text{ tir.}$$

Cevap: C

16. 1. yol:

Otobüsteki erkek yolcuların sayısına x denilirse, bayan yolcuların sayısı $(40 - x)$ olur. Otobüsten 5 erkek, 5 bayan yolcu inince otobüste kalan erkek yolcuların sayısı $(x - 5)$, bayan yolcuların sayısı ise $(35 - x)$ olur.

Problemde verilenlere göre,

$$\begin{aligned} 2.(x - 5) &= 3.(35 - x) \\ \Rightarrow 2x - 10 &= 105 - 3x \\ \Rightarrow 5x &= 115 \Rightarrow x = 23 \text{ tür.} \end{aligned}$$

2. yol:

Otobüste kalan erkek yolcuların sayısının 2 katı, bayan yolcuların sayısının 3 katına eşit olduğuna göre, $(2.E = 3.B)$ erkek yolcuların sayısına $3x$ denilirse bayan yolcuların sayısı $2x$ olur. Otobüsten 5 erkek, 5 bayan yolcu indiğine göre, otobüste kalan yolcuların sayısı $40 - 10 = 30$ olur. Buna göre,

$$\begin{aligned} 3x + 2x &= 30 \Rightarrow x = 6 \text{ ve} \\ \text{başlangıçta otobüsteki erkek yolcu sayısı,} \\ 3x + 5 &= 3.6 + 5 = 23 \text{ tür.} \end{aligned}$$

Cevap: C

17. Problemde verilenlere göre,

$$\frac{900\ 000}{a} = \frac{2\ 400\ 000}{1100 - a}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 9.(1100 - a) &= 24.a \\ \Rightarrow 3.(1100 - a) &= 8.a \Rightarrow 3300 = 11.a \\ \Rightarrow a &= 300 \end{aligned}$$

olduğundan 300 gramı 900 TL olan baharatın

$$100 \text{ gramı } \frac{900}{3} = 300 \text{ bin ve } 1000 \text{ gramı}$$

(kilosu) $10 \cdot 300\ 000 = 3 \text{ milyon TL dir.}$

Cevap: D

18. 20 kg = 20 000 gr olduğundan 20 kg tereyağı

$$\frac{20\ 000}{200} = 100 \text{ paket olarak satılacaktır. 1 pa-}$$

ket için 20 bin TL masraf edildiğine göre, 100 paket için $100 \cdot 20\ 000 = 2 \text{ milyon TL masraf edilir.}$ O halde 20 kg tereyağı $18 + 2 = 20 \text{ milyon TL ye mal edilmiştir.}$ Bu tereyağının satışından 10 milyon TL kâr edildiğine göre, 20 kg tereyağı $20 + 10 = 30 \text{ milyon TL ye satılacaktır.}$ Buna göre, bir paket tereyağının satış fiyatı,

$$\frac{30\ 000\ 000}{100} = 300\ 000 \text{ TL dir.}$$

Cevap: B

19. Arka tekerleğin yarıçapı, ön tekerleğin yarıçapının 2 katına eşit olduğundan, arka tekerleğin çevresi de ön tekerleğin çevresinin 2 katına eşit olur. Tekerleğin çevresi ile devir sayısının çarpımı tekerleğin aldığı yola eşittir. Çevre ile devir sayısı ters orantılı olduğundan arka tekerlek x devir yaptığında ön tekerler $2x$ devir yapar.

Buna göre,

$$2x - x = 30 \text{ ise } x = 30 \text{ dur.}$$

O halde arka tekerlek 30 devir yaparak 120

metre yol aldığına göre, çevresi $\frac{120}{30} = 4 \text{ metredir.}$

Cevap: E

20. 5 ve 7 nin en küçük ortak katı 35 olduğuna göre, bu sayıya $35x$ diyelim ve $7x$ i (beşte birini) bulalım. Problemde verilenlere göre,

$$35x \cdot \frac{2}{5} + 35x \cdot \frac{1}{7} = 38$$

$$\Rightarrow 14x + 5x = 38 \Rightarrow 19x = 38$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ ve}$$

$$7x = 7 \cdot 2 = 14 \text{ tür.}$$

Cevap: A

21. Boş şişenin ağırlığına k, tamamının aldığı su miktarına 3s diyelim ve problemde verilenlere göre, k'yı bulalım.

$$\begin{array}{r} k + 3s = x \\ - 3 / \quad k + s = y \\ \hline k - 3k = x - 3y \Rightarrow -2k = x - 3y \\ \Rightarrow k = \frac{3y - x}{2} \text{ dir.} \end{array}$$

Cevap: B

22. 1. yol:

Sınıftaki öğrencilerin sayısına 5x denilirse, kız

öğrencilerin sayısı, $5x \cdot \frac{4}{5} - 6 = 4x - 6$ ve er-

kek öğrencilerin sayısı, $5x - (4x - 6) = x + 6$ olur.

Buna göre,

$$(4x - 6) - (x + 6) = 6$$

$$\Rightarrow 4x - 6 - x - 6 = 6$$

$$\Rightarrow 3x = 18$$

$$\Rightarrow x = 6 \text{ ve erkek öğrencilerin sayısı,}$$

$$x + 6 = 6 + 6 = 12 \text{ dir.}$$

2. yol:

Sınıftaki erkek öğrencilerin sayısına x denilirse, kız öğrencilerin sayısı (x + 6) ve sınıftaki tüm öğrencilerin sayısı (2x + 6) olur.

Buna göre,

$$x + 6 = \frac{4}{5} \cdot (2x + 6) - 6$$

$$\Rightarrow x + 12 = \frac{4}{5} \cdot (2x + 6)$$

$$\Rightarrow 5 \cdot (x + 12) = 4 \cdot (2x + 6)$$

$$\Rightarrow 5x + 60 = 8x + 24$$

$$\Rightarrow 36 = 3x$$

$$\Rightarrow x = 12 \text{ dir.}$$

Cevap: A

23. 1. yol:

Memurun kalan parası, maaşının 210 milyon lira eksikliğine eşit olduğuna göre, bu memurun ev kirasına ve mutfak masraflarına ayırdığı parasının toplamı 210 milyon liradır.

Buna göre, memurun maaşına x denilirse, maaşının üçte biri ile dörtte birinin toplamı 210 milyon lira olur.

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 210 \Rightarrow \frac{7x}{12} = 210$$

$$\Rightarrow x = 210 \cdot \frac{12}{7}$$

$$\Rightarrow x = 360 \text{ milyon ve}$$

kalan parası,

$$360 - 210 = 150 \text{ milyon liradır.}$$

2. yol:

Memurun maaşına 12x denilirse, ev kirası

$$12x \cdot \frac{1}{3} = 4x \text{ ve mutfak masrafları } 12x \cdot \frac{1}{4} = 3x$$

ve kalan parası, $12x - (4x + 3x) = 5x$ olur.

Buna göre,

$$12x - 210 = 5x \Rightarrow 7x = 210$$

$$\Rightarrow x = 30 \text{ milyon ve}$$

kalan parası,

$$5x = 5 \cdot 30 = 150 \text{ milyon liradır.}$$

Cevap: E

24. 2 ve 3'ün en küçük ortak katı 6 olduğundan ikinci sayıya 6x denilirse, birinci sayı 3x ve üçüncü sayı 10x olur. Toplamları 76 olduğundan,

$$3x + 6x + 10x = 76 \Rightarrow 19x = 76$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ ve}$$

en küçük sayı,

$$3x = 3 \cdot 4 = 12 \text{ dir.}$$

Cevap: B

25. 1. yol:

Memurun maaşı $12x$ olsun. $\frac{1}{4}$ ünü ev kirasına ayırırsa geriye $\frac{3}{4}$ ü yani $12x \cdot \frac{3}{4} = 9x$ i

kalır. O halde mutfak masrafları

$\left(\text{kalanın } \frac{2}{3} \text{ ü} \right) 9x \cdot \frac{2}{3} = 6x$ ve kalan parası

$9x \cdot \frac{1}{3} = 3x$ olur. $3x$ in yarısını diğer masraflarına ayırırsa geriye $3x$ in yarısı kalır. O halde

elinde 25 milyon TL kaldığına göre,

$$3x \cdot \frac{1}{2} = 25 \Rightarrow 3x = 50 \text{ milyon TL}$$

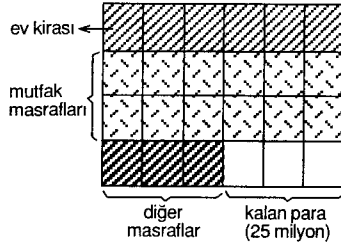
ve bu memurun mutfak masrafları,

$$6x = 2 \cdot 3x = 2 \cdot 50$$

$$= 100 \text{ milyon TL dir.}$$

2. yol:

Memurun maaşının tamamını, 24 özdeş kareden oluşan bir şema ile gösterelim.



Şemadan kalan para (3 kare) 25 milyon TL olduğundan mutfak masrafları $(3 \cdot 4 = 12 \text{ kare})$ $25 \cdot 4 = 100$ milyon TL dir.

3. yol:

Memurun aylığına x denilirse, ev kirasını ayırdıktan sonra kalan parası, $x \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3x}{4}$

ve kalan parasının $\frac{2}{3}$ ünü mutfak masraflarına harcarsa, geriye kalan para, $\left(\frac{3x}{4}\right) \cdot \frac{1}{3}$

olur.

Bu paranın yarısını diğer masraflarına harcarsa, geriye bu paranın yarısı kalır. O halde,

$$\left[\left(\frac{3x}{4} \right) \cdot \frac{1}{3} \right] \cdot \frac{1}{2} = 25 \text{ 000 000}$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{4} = (25 \text{ 000 000}) \cdot 6$$

olduğundan bu memurun aylık mutfak masrafları,

$$\frac{3x}{4} \cdot \frac{2}{3} = (25 \text{ 000 000}) \cdot 6 \cdot \frac{2}{3}$$

$$= 100 \text{ 000 000 TL dir.}$$

Cevap: C

26. 1. yol:

Çocuğun yemeğe ödediği para, yemek yemed

den önce kalan parasının $\frac{1}{3}$ ü olduğundan,

yemeğe ödediği paraya x denilirse yemek yemedden önceki parası $3x$, yemek parasını ödedikten sonra kalan parası $2x$ olur. $2x$, başlangıçtaki parasının (B) yarısı olduğundan,

$$2x = \frac{B}{2} \Rightarrow x = \frac{B}{4} \text{ ve}$$

$$\Rightarrow 3x = \frac{3B}{4} \text{ tür.}$$

Bu durumda, çocuğun yemek yemedden önceki

ki parası, başlangıçtaki parasının (B) $\frac{3}{4}$ ü ol

duğundan, yemek yemedden önce başlangıçta harcadığı para, başlangıçtaki parasının

$$1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \text{ üdür.}$$

2. yol:

Çocuğun başlangıçtaki parasına B, ilk önce (yemekten önce) harcadığı paraya x denilirse, kalan parası $(B - x)$ ve yemek parasını ödedikten sonra kalan parası, başlangıçtaki parasının (B) yarısı olduğundan,

$$(B - x) \cdot \frac{2}{3} = \frac{B}{2} \Rightarrow (B - x) \cdot 4 = 3 \cdot B$$

$$\Rightarrow 4B - 4x = 3B$$

$$\Rightarrow B = 4x$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{4} \cdot B \text{ dir.}$$

Cevap: C

27. Depodaki suyun $\frac{2}{3}$ ü boşaltılırsa depodaki suyun $\frac{1}{3}$ ü kalır. O halde $\frac{1}{3}$ ü 3 kova ise depoda 9 kova su vardır. Depodaki suyun $\frac{2}{3}$

ü kadar su ilave edildiğinde ise depodan bir kova su taşıdığına göre, deponun tamamının alabileceği su miktarı (bir kova su k ile gösterilirse)

$$\left(9k + 9k \cdot \frac{2}{3}\right) - k = 14k \text{ dir.}$$

O halde, deponun tamamı 14 kova su almaktadır.

Cevap: A

28. Telin tamamı $15x$ cm olsun. Telin $\frac{1}{3}$ ü $5x$ ve elde edilen kısa parçalardan her birinin uzunluğu $\frac{5x}{5} = x$ cm olur. Telin diğer parçası $\left(\frac{2}{3}\right)$ ü $10x$ olduğundan elde edilen uzun parçalardan herbirinin uzunluğu $\frac{10x}{5} = 2x$ cm dir.

Buna göre,

$$2x - x = 5 \Rightarrow x = 5 \text{ cm ve}$$

tel çubuğun başlangıçtaki boyu,

$$15x = 15 \cdot 5 = 75 \text{ cm dir.}$$

Cevap: C

29. 1. yol:

Kumaşın tamamı $12x$ metre olsun. $\frac{2}{3}$ ü satıldıktan sonra geriye $\frac{1}{3}$ ü yani $12x \cdot \frac{1}{3} = 4x$ kalır. 40 metre daha satılınca tüm kumaşın $\frac{1}{4}$ ü kaldığına göre,

$$4x - 40 = 12x \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow 4x - 40 = 3x$$

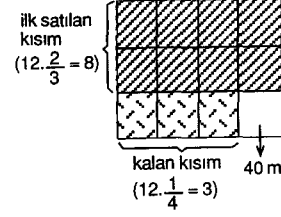
$$\Rightarrow x = 40 \text{ metredir.}$$

O halde, kalan kumaş,

$$3x = 3 \cdot 40 = 120 \text{ metredir.}$$

2. yol:

Bir top kumaşın tamamını şematik olarak 12 kutu ile gösterelim.



Şemadan kalan kumaş, $40 \cdot 3 = 120$ metredir.

3. yol:

Bir top kumaşın tamamı x metre olsun.

$\frac{2}{3}$ ü satılırsa geriye $\frac{1}{3}$ ü kalır.

O halde, problemde verilenlere göre,

$$x \cdot \frac{1}{3} - 40 = x \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 40$$

$$\Rightarrow \frac{x}{12} = 40$$

olduğundan iki taraf 3 ile çarpılırsa, kalan kumaş $\left(\frac{x}{4}\right)$, 120 metre olarak bulunur.

Cevap: C

30. Fidanın boyu, bir haftada kendi boyunun $\frac{1}{5}$ i

kadar uzadığına göre, her bir haftanın sonundaki boyu, o hafta başındaki boyunun

$$1 + \frac{1}{5} = \frac{6}{5} \text{ katına çıkar.}$$

Buna göre, fidanın 5 hafta sonraki boyuna x dersek,

$$6. \text{ haftanın sonundaki boyu: } x \cdot \frac{6}{5},$$

$$7. \text{ haftanın sonundaki boyu: } \left(\frac{6x}{5}\right) \cdot \frac{6}{5},$$

$$8. \text{ haftanın sonundaki boyu: } \left(\frac{36x}{25}\right) \cdot \frac{6}{5}$$

$$= \frac{216}{125} \cdot x$$

olduğundan bu fidanın 8 hafta sonraki boyu, 5

hafta sonraki boyunun $\frac{216}{125}$ katına eşit olur.

Cevap: E

CEVAPLI TEST – 1

1. Hangi sayının 3 katının 2 fazlasının yarısı, aynı sayının 5 eksiğine eşittir?

A) – 8 B) – 10 C) – 12 D) – 14 E) – 16

2. Bir kesrin değeri $\frac{3}{7}$ dir. Bu kesrin payından 4 çıkarılır, paydasına 6 eklenirse kesrin değeri $\frac{2}{5}$ oluyor.

Buna göre, başlangıçtaki kesrin paydası ile payın farkının $\frac{1}{8}$ i kaçtır?

A) 14 B) 16 C) 17 D) 18 E) 20

3. Üç sayıdan ikincisi, üçüncünün 5 katı, birincisi de ikincisinin $\frac{1}{4}$ katıdır.

Birinci ve ikinci sayıların toplamı, üçüncü sayının 4 katından 9 fazla olduğuna göre, ikinci sayı kaçtır?

A) 15 B) 18 C) 20 D) 22 E) 25

4. Bir dikdörtgenin uzun kenarı kısa kenarının 4 katına eşittir. Bu dikdörtgenin kısa kenarları 3 cm, uzun kenarları 2 cm uzatılırsa, dikdörtgenin alanı 34 cm^2 büyüyor.

Buna göre, başlangıçtaki dikdörtgenin çevresi kaç cm dir?

A) 24 B) 20 C) 15 D) 10 E) 5

5. Bir çubuk 9 eşit parçaya bölünüyor. Her bir parçanın uzunluğu 6 cm kısa olsaydı, 15 eşit parçaya bölünebilecekti.

Buna göre, çubuğun boyu kaç cm dir?

A) 135 B) 120 C) 110 D) 105 E) 100

6. 1 sandalye ile 2 masa 8 000 000 lira, 1 sandalye ile 2 sehpa 6 000 000 lira, 1 masa ile 2 sehpa 9 000 000 lira olduğuna göre, 1 masa, 1 sehpa dan kaç milyon lira pahalıdır?

A) 3 B) 2,5 C) 2 D) 1,5 E) 1

7. Üç kardeşe dağıtılan bir miktar paradan, büyük kardeşe düşen para, küçük kardeşe düşen paranın 6 katından 100 dolar eksiktir. Ortanca kardeşin payına ise büyük kardeşin parasının yarısı kadar para düşmüştür.

Küçük kardeşin parası, ortanca kardeşin parasından 400 dolar eksik olduğuna göre, ortanca kardeşin parası kaç dolardır?

A) 550 B) 570 C) 585 D) 600 E) 625

8. Bir kasadaki mandalinaların tanesi 120 gram, elmaların tanesi 150 gramdır. Bu kasadan 3,6 kg meyve alan bir kişi her iki meyveden de almak şartıyla en çok kaç tane mandalina almış olabilir?

A) 27 B) 25 C) 24 D) 22 E) 21

9. Bir sürahinin $\frac{1}{9}$ u su ile doludur. Bu sürahiye 10 bardak su ilave edilirse sürahinin $\frac{1}{6}$ sı dolu oluyor.

Buna göre, başlangıçta sürahide kaç bardak su vardır?

A) 17 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

10. Bir otobüsteki erkeklerin sayısı bayanların sayısının 4 katına eşittir. Bu otobüsten 5 evli çift (karı-koca) inince erkeklerin sayısı bayanların sayısının 5 katına eşit oluyor.

Buna göre, başlangıçta otobüsteki yolcu sayısı kaçtır?

A) 75 B) 80 C) 90 D) 100 E) 110

11. Nuri dersanenin merdivenlerinin basamaklarını üçer üçer çıkıp, dörder dörder iniyor.

Çıkarken attığı adım sayısı inerken attığı adım sayısından 10 fazla olduğuna göre, Nuri merdivenleri kaç adımda çıkmıştır?

A) 40 B) 41 C) 42 D) 43 E) 44

12. 3 galerici beraber 5 otomobil satın alıyorlar. 1. galerici 3 otomobil parası, 2. galerici 2 otomobil parası ödemiş, 3. galerici ise parası olmadığı için 1. ve 2. galericiye toplam 15 milyar lira borçlanmıştır.

Buna göre, 3. galerici, 2. galericiye kaç milyar lira borçlanmıştır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

13. Bir ağaçtaki dallara kuşlar 4'er 4'er dizilince 7 kuş açıkta kalıyor. Kuşlar dallara 5'er 5'er dizilince 3 dal boş kalıyor.

Buna göre, toplam kuş sayısı kaçtır?

A) 85 B) 90 C) 95 D) 100 E) 105

14. Bir pansiyonda üç ve dört yataklı toplam 16 oda vardır.

Bu odalardaki toplam yatak sayısı 54 olduğuna göre, bu odaların kaç tanesi üç yataklıdır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

15. Bir tüpçü elindeki tüplerin 1. gün $\frac{1}{5}$ ini, 2. gün kalan tüplerin $\frac{3}{10}$ unu, 3. gün ise kalan tüplerin $\frac{4}{11}$ ini satınca elinde 98 tüp kalıyor.

Buna göre, başlangıçta tüpçünün elinde kaç tüp vardır?

A) 250 B) 275 C) 300 D) 450 E) 550

16. Bir kutudaki kalem 5 kişi arasında paylaştırılacağı yerde 7 kişiye paylaştırılırsa, ilk durumda kişi başına düşen kalem sayısı 4 azalıyor.

Buna göre, kutuda kaç tane kalem vardır?

A) 175 B) 140 C) 105 D) 70 E) 35

17. 20 kişilik bir gezi grubunun bazı fertleri misafir olduğu için trene binerken bilet almamışlardır. Bu yüzden diğerleri 50 şer bin lira fazla vererek biletlere 250 şer bin lira ödemişlerdir.

Buna göre, gezi grubundaki misafir sayısı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

18. Bir belediye otobüsü, birinci durakta otobüsteki yolcuların $\frac{1}{5}$ i kadar yolcu alıyor. İkinci durakta otobüstekilerin $\frac{2}{3}$ ü iniyor ve 6 kişi biniyor. Bu durumda otobüstekilerin sayısı, başlangıçtaki yolcu sayısına eşit oluyor.

İkinci durağa geldiğinde otobüste kaç kişi vardır?

A) 18 B) 16 C) 15 D) 14 E) 12

19. Bir kreşte toplam 35 çocuk vardır. Biri erkek, biri kız olmak üzere, iki çocuk gelmezse, kreşteki her bir erkek çocuğun erkek arkadaşlarının sayısı, kız arkadaşlarının sayısının $\frac{1}{3}$ katı oluyor.

Buna göre, kreşte toplam kaç tane kız çocuğu vardır?

A) 25 B) 20 C) 18 D) 15 E) 10

20. Bir tüccar 8 kg limon aldığı anda cebinde 300 000 TL si artıyor, 8 kg elma aldığı anda 500 000 TL eksik kalıyor.

Bir kg elma ve bir kg limon alırsa 900 000 TL ödediğine göre, 1 kg elmanın fiyatı kaç liradır?

A) 400 000 B) 450 000 C) 500 000
D) 550 000 E) 600 000

CEVAP ANAHTARI

1-C	2-B	3-C	4-B	5-A	6-E	7-E	8-B	9-C	10-D
11-A	12-E	13-C	14-A	15-B	16-D	17-C	18-E	19-A	20-C

CEVAPLI TEST – 2

1. Hangi sayının 2 katının 5 eksiğinin üçte birinin 2 fazlası, aynı sayının yarısının 4 fazlasına eşittir?

A) 22 B) 23 C) 24 D) 26 E) 28

2. Bir çiftlikte tavuk ve keçilerden oluşan toplam 28 hayvan vardır. Bu hayvanların tümünün ayaklarının toplam sayısı 72 dir.

Buna göre, çiftlikteki keçi sayısı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3. Kasası 600 000 liradan alınan 20 kasa portakalın bir kısmı çürümüş ve 1 kasa portakalın maliyeti 800 000 liraya gelmiştir.

Buna göre, kaç kasa portakal çürümüştür?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 8

4. Bir trende ayakta yolcuların sayısının yarısı, oturan yolcuların sayısının 2 katından 5 eksiktir. İlk durakta oturan yolcuların 5 i, ayakta yolcuların 3 ü inerse trende 222 yolcu kalmaktadır.

Buna göre, ilk durumda ayakta kaç yolcu vardı?

A) 234 B) 204 C) 182 D) 178 E) 154

5. Bir tüccar elindeki parayla 4 buzdolabı ve 5 fırın ya da 2 fırın ve 6 buzdolabı alabiliyor.

Buna göre, sadece fırın almış olsaydı kaç fırın alabilirdi?

A) 11 B) 9 C) 7 D) 5 E) 3

6. Toplamlarının yarısı, farklarının 7 katına eşit olan iki pozitif tamsayının çarpımının en küçük değeri kaçtır?

A) 182 B) 194 C) 195 D) 196 E) 225

7. Hangi sayının 2 fazlasının karesi, karesinin 2 fazlasına eşittir?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

8. Bir izci kampında, her grup başkanına üçer izci verilirse 2 izci açıkta kalıyor. Eğer beşer izci verilirse 2 grup başkanına hiç izci verilemiyor.

Buna göre, bu izci grubu toplam kaç kişidir?

A) 62 B) 56 C) 42 D) 32 E) 26

9. Bir hücrenin büyüklüğü, her haftanın sonunda 3 katına çıkmaktadır.

Bu hücrenin 4 hafta sonraki büyüklüğü 540 cm^3 olduğuna göre, ikinci haftanın sonundaki büyüklüğü kaç cm^3 tür?

A) 20 B) 30 C) 40 D) 60 E) 90

10. İçinde bir miktar su bulunan bir kaptan n litre su boşaltılırsa kabın $\frac{1}{3}$ ü, kaba $3n - 4$ litre su eklenirse $\frac{1}{7}$ si boş kalıyor.

Buna göre, başlangıçtaki su miktarı, n türünden aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $14n + 15$ B) $15n - 15$ C) $15n - 14$

D) $21n - 14$ E) $15n + 14$

11. Bir miktar fındık 5 kişi arasında eşit olarak paylaştırılıyor. Eğer 3 kişi arasında eşit olarak paylaştırılıysaydı kişi başına 8 fındık fazla verilecekti.

Buna göre, dağıtılan toplam fındık sayısı kaçtır?

- A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

12. Bir kesrin değeri $\frac{5}{12}$ dir. Bu kesrin paydasından payının 2 katı, payından ise 6 çıkarılırsa kesrin değeri $\frac{7}{4}$ oluyor.

Buna göre, başlangıçtaki kesrin paydası, payından kaç fazladır?

- A) 28 B) 24 C) 21 D) 18 E) 14

13. Değeri $\frac{3}{7}$ olan bir kesrin paydasına negatif bir tamsayı eklenir, payından aynı tamsayının 2 katı çıkarılırsa kesrin değeri $\frac{1}{2}$ oluyor.

Buna göre, başlangıçtaki kesrin payı ile paydasının toplamının alabileceği en küçük pozitif tamsayı değeri kaçtır?

- A) 60 B) 50 C) 40 D) 30 E) 20

14. Bir tüccar birinci taksitte borcunun $\frac{1}{3}$ ünü, sonra ikinci taksitte $\frac{2}{5}$ ini ödüyor. Üçüncü taksitte kalan borcunun yarısını ödeyince geriye 84 milyon lira borcu kalıyor.

Buna göre, tüccarın borcunun ikinci taksidi kaç milyondur?

- A) 420 B) 252 C) 168 D) 140 E) 112

15. İki metalden birincisinin boyu $\frac{1}{5}$ i kadar uzatılıyor. İkinci metalin boyu $\frac{1}{10}$ u kadar kısaltılıyor.

Son durumda bu iki metalin boyları eşit olduğuna göre, metallerin ilk boylarının oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

16. Rüştü, Engin ve Bülent eşit hisseli ortak bir iş kuracaktır. Sermayenin $\frac{1}{4}$ ünü Rüştü, geriye kalanın $\frac{1}{3}$ ünü Engin veriyor. Bülent bu ortaklıktan vazgeçiyor ve hissesini ödemiştir.

Sermayenin kalan kısmını diğer ikisi eşit olarak paylaştığına göre, Engin sermayenin kaçta kaçını ödemiştir?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

17. Bir imalatçı sipariş aldığı mamüllerin $\frac{3}{5}$ ini günde 6 tane, geri kalanlarını günde 12 tane üreterek, toplam 64 günde tamamlıyor.

Buna göre, imalatçının sipariş aldığı mamüllerin sayısı kaçtır?

- A) 360 B) 420 C) 480 D) 500 E) 560

18. Üç kardeşten en büyük kardeşin boyu; ortanca kardeşin boyundan 5 cm fazla, en küçük kardeşin boyundan 7 cm fazladır.

Bu üç kardeşin boylarının toplamı 498 cm olduğuna göre, en küçük kardeşin boyu kaçtır?

- A) 162 B) 163 C) 168 D) 169 E) 170

19. Bir çocuk yolun $\frac{1}{7}$ sini bisikletle gittikten sonra 400 m yürüyor ve yolun $\frac{1}{3}$ üne gelebiliyor.

Buna göre, yolun tamamı kaç metredir?

- A) 900 B) 1050 C) 2100 D) 3150 E) 4200

CEVAP ANAHTARI

1-A	2-D	3-C	4-C	5-A	6-C	7-A	8-E	9-D	10-C
11-D	12-A	13-B	14-B	15-A	16-D	17-C	18-B	19-C	

13. BÖLÜM

YAŞ PROBLEMLERİ

Yaş problemlerine ait denklemler kurulurken şu hususlara dikkat edilmelidir.

- 1) Bugünkü (şimdiki) yaşı x olan bir kişinin;
t yıl sonraki yaşı: $x + t$,
t yıl önceki yaşı: $x - t$ dir.
- 2) Bugünkü (şimdiki) yaşları toplamı x olan n kişinin;
t yıl sonraki yaşlarının toplamı: $x + n \cdot t$,
t yıl önceki yaşlarının toplamı: $x - n \cdot t$ dir.
- 3) Bugünkü (şimdiki) yaşlarının ortalaması x olan n kişinin;
t yıl sonraki yaşlarının ortalaması: $x + t$,
t yıl önceki yaşlarının ortalaması: $x - t$ dir.
- 4) İki kişi arasındaki yaş farkı sabittir, yıldan yıla değişmez. Fakat yaşları oranı değişir.

Örnek:

İsmet'in şimdiki yaşının 4 yıl önceki yaşına oranı $\frac{5}{4}$

olduğuna göre, 2 yıl sonra kaç yaşında olacağını bulalım.

Çözüm:

1. yol:

İsmet'in şimdiki yaşına x denilirse, 4 yıl önceki yaşı $x - 4$ olur. Buna göre,

$$\frac{x}{x-4} = \frac{5}{4} \Rightarrow x = 20 \text{ olur. O halde,}$$

2 yıl sonra İsmet'in yaşı, $20 + 2 = 22$ olacaktır.

2. yol:

İsmet'in şimdiki yaşının 4 yıl önceki yaşına oranı $\frac{5}{4}$

olduğundan bu kesri, payı paydasından 4 fazla olacak şekilde genişletelim.

$$\frac{5}{4} = \frac{5 \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{20}{16} \text{ olur.}$$

O halde, İsmet'in şimdiki yaşı 20 ve 2 yıl sonraki yaşı da 22 dir.

Örnek:

Bugünkü yaşı, iki basamaklı ab doğal sayısına eşit olan Hilâl'in 18 yıl sonraki yaşı iki basamaklı ba doğal sayıdır.

$a + b = 8$ olduğuna göre, Hilâl'in 10 yıl önceki yaşını bulalım.

Çözüm:

Problemde verilenlere göre,

$$ba - ab = 18 \Rightarrow 9(b - a) = 18 \Rightarrow b - a = 2 \dots (1)$$
$$a + b = 8 \dots (2)$$

(1) ve (2) eşitliklerinin ortak çözümü yapılırsa, $a = 3$ ve $b = 5$ bulunur. O halde, Hilâl'in bugünkü yaşı 35, 10 yıl önceki yaşı ise 25 tir.

Örnek:

Bir annenin şimdiki yaşı, ikişer yıl ara ile doğmuş üç çocuğunun şimdiki yaşlarının toplamına eşittir.

Annenin şimdiki yaşı 42 olduğuna göre, en küçük çocuk doğduğunda annenin kaç yaşında olduğunu bulalım.

Çözüm:

1. yol:

En küçük çocuğun yaşına x denilirse, diğer iki çocuğun ve annenin şimdiki yaşları sırasıyla $(x + 2)$, $(x + 4)$ ve $(3x + 6)$ olur. Annenin şimdiki yaşı 42 olduğundan, $3x + 6 = 42$ ise $x = 12$ olur. Buna göre, en küçük çocuk doğduğunda (x yıl önce) annenin yaşı, $42 - 12 = 30$ dur.

2. yol:

Üç çocuğunun yaşı ardışık sayılar olduğundan, ortanca çocuğunun yaşı, $42 : 3 = 14$ şeklinde bulunur. O halde, en küçük çocuğun yaşı $14 - 2 = 12$ ve en küçük çocuk doğduğunda annenin yaşı, $42 - 12 = 30$ dur.

Örnek:

Feyza, annesinden 20 yaş küçüktür.

4 yıl önce, annesinin yaşı Feyza'nın yaşının 3 katına eşit olduğuna göre, Feyza'nın bugünkü yaşını bulalım.

Çözüm:**1. yol:**

Feyza'nın şimdiki yaşına x denilirse, annesinin şimdiki yaşı $(x + 20)$ olur. 4 yıl önce, annesinin yaşı Feyza'nın yaşının 3 katına eşit olduğuna göre,
 $(x + 20) - 4 = 3 \cdot (x - 4) \Rightarrow x = 14$ bulunur.

2. yol:

Feyza'nın ve annesinin 4 yıl önceki yaşları sırasıyla x ve $3x$ olsun.

Feyza, annesinden 20 yaş küçük olduğuna göre,
 $3x - x = 20 \Rightarrow x = 10$ olur. O halde, Feyza'nın 4 yıl önceki yaşı 10 ise şimdiki yaşı 14 tür.

Örnek:

Nihan ile Hatice'nin 4 yıl sonraki yaşlarının toplamı 49 dur.

Nihan, Hatice'den 5 yaş büyük olduğuna göre, Hatice'nin şimdiki yaşını bulalım.

Çözüm:**1. yol:**

İkisinin 4 yıl sonraki yaşlarının toplamı 49 olduğuna göre, şimdiki yaşlarının toplamı, $49 - 2 \cdot 4 = 41$ dir. Aralarındaki yaş farkı 5 olduğundan Hatice'nin yaşı,

$$\frac{41 - 5}{2} = 18 \text{ dir.}$$

2. yol:

Hatice'nin şimdiki yaşına x denilirse Nihan'ın şimdiki yaşı $(x + 5)$ olur. İkisinin 4 yıl sonraki yaşlarının toplamı 49 olduğundan,

$$(x + 4) + (x + 5 + 4) = 49 \Rightarrow x = 18 \text{ dir.}$$

Örnek:

Betül ile babasının bugünkü yaşlarının toplamı 32 dir. 8 yıl sonra, babasının yaşı Betül'ün yaşının 3 katına eşit olacağına göre, Betül'ün bugünkü yaşını bulalım.

Çözüm:

Betül'ün bugünkü yaşına x denilirse, babasının bugünkü yaşı $(32 - x)$ olur. 8 yıl sonra, babasının yaşı Betül'ün yaşının 3 katına eşit olduğuna göre,
 $32 - x + 8 = 3 \cdot (x + 8) \Rightarrow x = 4$ tür.

Örnek:

Bir annenin bugünkü yaşı, üç çocuğunun bugünkü yaşları toplamının 2 katına eşittir.

8 yıl sonra, annenin yaşı üç çocuğunun yaşları toplamına eşit olacağına göre, annenin bugünkü yaşını bulalım.

Çözüm:

Üç çocuğun bugünkü yaşları toplamına x denilirse, annenin bugünkü yaşı $2x$ olur. 8 yıl sonra üç çocuğun yaşları toplamı $(x + 3 \cdot 8)$ ve annenin yaşı $(2x + 8)$ olacaktır,

$$2x + 8 = x + 3 \cdot 8 \Rightarrow x = 16 \text{ olur. O halde, annenin bugünkü yaşı } 2x = 32 \text{ dir.}$$

Örnek:

Veysel, Kenan, İsmail, Yavuz ve Servet'in bugünkü yaşlarının toplamı 110 olduğuna göre, 3 yıl sonraki yaşlarının ortalamasını bulalım.

Çözüm:

Bu beş kişinin şimdiki yaşlarının toplamı 110 olduğundan, şimdiki yaşlarının ortalaması, $110 : 5 = 22$ ve 3 yıl sonraki yaşlarının ortalaması da $22 + 3 = 25$ olur.

Örnek:

Dört kardeşin 3 yıl önceki yaşlarının ortalaması 15 olduğuna göre, bu dört kardeşin 5 yıl sonraki yaşlarının toplamını bulalım.

Çözüm:

3 yıl öncesi ile 5 yıl sonrası arasında 8 yıl olduğuna göre, dört kardeşin yaşlarının ortalaması 8 yılda 8 artmıştır. Buna göre, dört kardeşin 5 yıl sonraki yaşlarının ortalaması $15 + 8 = 23$, dolayısıyla 5 yıl sonraki yaşlarının toplamı, $23 \cdot 4 = 92$ dir.

Örnek:

Üç çocuğu olan bir anne, en büyük çocuğundan 24 yaş büyüktür. 3 yıl sonra, annenin yaşı çocuklarının yaşları toplamına eşit olacaktır.

Ortanca çocuk, küçük çocuktan 4 yaş büyük olduğuna göre, küçük çocuğun bugünkü yaşını bulalım.

Çözüm:

Büyük çocuğun şimdiki yaşına b , küçük çocuğun şimdiki yaşına k denilirse, ortanca çocuğun şimdiki yaşı $(k + 4)$, annenin şimdiki yaşı $(b + 24)$ olur. 3 yıl sonra, annenin yaşı çocuklarının yaşları toplamına eşit olduğuna göre,

$$(b + 24) + 3 = (b + 3) + (k + 4 + 3) + (k + 3) \\ \Rightarrow b + 27 = b + 2k + 13 \Rightarrow k = 7 \text{ dir.}$$

Örnek:

Bir babanın şimdiki yaşı, iki çocuğunun yaşları farkının 5 katına eşittir.

14 yıl sonra, babanın yaşı iki çocuğunun yaşları farkının 7 katına eşit olacağına göre, babanın şimdiki yaşını bulalım.

Çözüm:

İki çocuğun yaşları farkına x denilirse, babanın şimdiki yaşı $5x$, 14 yıl sonraki yaşı da $(5x + 14)$ olur. 14 yıl sonra, babanın yaşı iki çocuğunun yaşları farkının 7 katına eşit olacağına göre, (çocukların yaşları farkı değişmez) $5x + 14 = 7 \cdot x \Rightarrow x = 7$ olur.

O halde, babanın şimdiki yaşı $5x = 5 \cdot 7 = 35$ tir.

Örnek:

Bir annenin şimdiki yaşı, iki çocuğunun yaşları farkının 6 katına eşittir.

3 yıl önce, annenin yaşı çocuklarının yaşları farkının 4 katından 7 fazla olduğuna göre, çocukların yaşları farkını bulalım.

Çözüm:

İki çocuğun yaşları farkına x denilirse, annenin şimdiki yaşı $6x$, 3 yıl önceki yaşı da $(6x - 3)$ olur.

3 yıl önce, annenin yaşı çocuklarının yaşları farkının 4 katından 7 fazla olduğuna göre, (çocukların yaşları farkı değişmez)

$$6x - 3 = 4 \cdot x + 7 \Rightarrow x = 5 \text{ tir.}$$

Örnek:

İsmet ile Mustafa'nın şimdiki yaşlarının toplamı 44 tür.

İsmet, Mustafa'nın şimdiki yaşındayken, İsmet'in yaşı, Mustafa'nın yaşının 4 katına eşit olduğuna göre, Mustafa'nın şimdiki yaşını bulalım.

Çözüm:**1. yol:**

Mustafa'nın şimdiki yaşına x denilirse, İsmet'in şimdiki yaşı $(44 - x)$ olur.

O halde İsmet, aralarındaki yaş farkı kadar yıl önce, yani $(44 - x) - x = 44 - 2x$ yıl önce Mustafa'nın şimdiki yaşındadır. Bu durumda $44 - 2x$ yıl önce Mustafa'nın yaşı, $x - (44 - 2x) = 3x - 44$ olacağından,

$$(3x - 44) \cdot 4 = x \Rightarrow 11x = 4 \cdot 44 \\ \Rightarrow x = 16 \text{ dir.}$$

2. yol:

İsmet, Mustafa'dan a yaş büyük olsun.

Mustafa'nın yaşına x denilirse, İsmet'in yaşı $(x + a)$ olur. İsmet, Mustafa'nın yaşındayken (a yıl önce) Mustafa'nın yaşı $(x - a)$ olur. Problemde verilenlere göre,

$$x + (x + a) = 44 \dots (1)$$

$$x = 4 \cdot (x - a) \dots (2)$$

(2) eşitliğinden elde edilen $a = \frac{3}{4}x$ değeri

(1) eşitliğinde yerine yazılırsa,

$$2x + a = 44 \Rightarrow 2x + \frac{3}{4}x = 44$$

$$\Rightarrow x = 16 \text{ olarak bulunur.}$$

3. yol:

Mustafa'nın şimdiki yaşına $4x$ denilirse İsmet'in şimdiki yaşı $(44 - 4x)$ olur. İsmet, Mustafa'nın şimdiki yaşındayken (yani İsmet'in yaşı $4x$ iken) Mustafa x yaşında olacaktır. Yaşlar farkı değişmeyeceğinden iki durumdaki yaşlar farkını eşitlesek,

$$(44 - 4x) - 4x = 4x - x$$

$$\Rightarrow 44 - 8x = 3x \Rightarrow x = 4 \text{ ve}$$

Mustafa'nın şimdiki yaşı,

$$4x = 4 \cdot 4 = 16 \text{ olarak bulunur.}$$

ÇÖZÜMLÜ TEST

1. Oya'nın 3 yıl önceki yaşı, şimdiki yaşının $\frac{2}{3}$ katıdır.

Buna göre, Oya'nın şimdiki yaşı kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 13

2. Neslihan 1983 yılında doğduğunda ablası 12 yaşındadır.

Ablası doğduğunda babası 23 yaşında olduğuna göre, baba hangi yılda doğmuştur?

A) 1952 B) 1950 C) 1949 D) 1948 E) 1947

3. Sinan, Feyza'dan 4 yaş büyüktür.

Sinan'ın 2 yıl sonraki yaşı, Feyza'nın 2 yıl önceki yaşının 3 katına eşit olacağına göre, ikisinin bugünkü yaşlarının toplamı kaçtır?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

4. Yaşları toplamı 30 olan üç kardeşin anneleri 32 yaşındadır.

Kaç yıl sonra annenin yaşı çocukların yaşları toplamına eşit olur?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

5. Ali ile Ayşe'nin bugünkü yaşlarının oranı $\frac{1}{3}$ tür.

Büyük olanın bugünkü yaşı, küçük olanın bugünkü yaşının 2 katından 5 fazladır.

Buna göre, kaç yıl sonra ikisinin yaşlarının

oranı $\frac{2}{3}$ olur?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 22

6. Küçük çocuğu doğduğunda, bir babanın yaşı, büyük çocuğunun yaşının 5 katından 3 fazladır.

8 yıl sonra bu iki çocuğun yaşları farkı 7 olacağına göre, baba bugün kaç yaşındadır?

A) 32 B) 34 C) 38 D) 42 E) 46

7. Bir annenin bugünkü yaşı, iki çocuğun bugünkü yaşları toplamından 14 fazladır. 3 yıl önce, annenin yaşı iki çocuğun yaşları toplamının 4 katından 1 eksik idi.

Buna göre, küçük çocuğun bugünkü yaşı en çok kaç olabilir?

A) 10 B) 9 C) 7 D) 6 E) 5

8. Gamze ile Doğukan'ın bugünkü yaşlarının oranı

$\frac{3}{5}$, Doğukan ile Figen'in bugünkü yaşlarının oranı $\frac{10}{11}$ dir.

Buna göre Gamze, Figen'in yaşına geldiğinde Gamze'nin yaşının Doğukan'ın yaşına oranı kaç olur?

A) $\frac{10}{11}$ B) $\frac{11}{15}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{5}$

9. Selen ile annesinin bugünkü yaşlarının toplamı 48, Selen ile kardeşinin bugünkü yaşlarının toplamı 19 olduğuna göre, kardeşi doğduğunda annesi kaç yaşındaydı?

A) 27 B) 29 C) 30 D) 32 E) 33

10. Tuğba'nın şimdiki yaşı, kardeşinin şimdiki yaşının 2 katından 1 fazladır. Kardeşi, babasının yaşına geldiğinde Tuğba ile arasındaki yaş farkı 11 olacaktır.

Buna göre, Tuğba'nın şimdiki yaşı kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 15 D) 17 E) 21

11. Bir çocuğun 3 yıl önceki yaşı, babasının bugünkü yaşının yarısına eşittir.

Baba ile çocuğun 5 yıl sonraki yaşlarının toplamı 73 olacağına göre, çocuğun bugünkü yaşı kaçtır?

A) 17 B) 20 C) 23 D) 25 E) 30

12. Dicle'nin 2 yıl önceki yaşının 2 katı, Yeliz'in şimdiki yaşına eşittir. Dicle ile Yeliz'in 3 yıl sonraki yaşlarının toplamı 38 olacaktır.

Yeliz, Dicle'den büyük olduğuna göre, kaç yıl sonra yaşlarının oranı $\frac{3}{2}$ olur?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

13. Bir annenin bugünkü yaşı, ikişer yıl arayla doğmuş olan üç çocuğunun bugünkü yaşlarının toplamından 5 fazladır.

Bugün 44 yaşında olan anne, en büyük çocuğu doğduğunda kaç yaşındaydı?

A) 29 B) 27 C) 25 D) 23 E) 21

14. Üç kardeşten en küçük çocuk ortanca çocuğun bugünkü yaşına geldiğinde en büyük çocuk 15 yaşında oluyor. Ortanca çocuk en büyük çocuğun bugünkü yaşına geldiğinde ise en küçük çocuk 9 yaşında oluyor.

Buna göre, en büyük çocuğun bugünkü yaşı kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

15. Oya ile İpek'in yaşları toplamı 24 tür. Oya, İpek'in şimdiki yaşındayken İpek'in doğmasına 3 yıl vardı.

Buna göre, Oya bugün kaç yaşındadır?

A) 7 B) 10 C) 12 D) 17 E) 20

16. Bir annenin şimdiki yaşı, iki çocuğun şimdiki yaşlarının toplamının 2 katından 5 fazladır. 3 yıl sonra, çocukların yaşları toplamının 2 katı, babalarının yaşına eşit olacaktır.

Buna göre, anne ile baba arasındaki yaş farkı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

17. Selen ile Suat'ın bugünkü yaşları farkının yaşları toplamına oranı $\frac{3}{5}$ tir.

Buna göre, Selen ile Suat'ın bugünkü yaşlarının aritmetik ortalamasının geometrik ortalamasına oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{4}$ E) 1

18. Doğdukları tarihten, Seda 3 yıl sonra, Eda ise 3 yıl önce doğsaydı ikisinin yaşları eşit olacaktı.

Seda ile Eda'nın bugünkü yaşları toplamı yaşları farkının 3 katına eşit olduğuna göre, Eda'nın bugünkü yaşı kaçtır?

A) 12 B) 9 C) 6 D) 5 E) 3

19. Ali'nin bugünkü yaşı diğer iki kardeşinin bugünkü yaşları toplamının 2 katına eşittir. 3 yıl sonra, babalarının yaşı ile Ali'nin yaşının toplamı, diğer iki kardeşin yaşları toplamının 4 katına eşit olacaktır.

Buna göre, Ali doğduğunda babası kaç yaşındaydı?

A) 25 B) 23 C) 22 D) 19 E) 18

20. Coşkun ile Meltem'in bugünkü yaşlarının oranı $\frac{5}{4}$, 4 yıl sonraki yaşlarının toplamı 44 tür.

Buna göre, ikisinin kaç yıl önceki yaşlarının oranı $\frac{4}{3}$ tür?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

TESTİN ÇÖZÜMLERİ

1. Oya'nın şimdiki yaşına x diyelim.
Problemde verilenlere göre,

$$x - 3 = \frac{2}{3} \cdot x \Rightarrow 3x - 9 = 2x$$

$$\Rightarrow x = 9 \text{ dur.}$$

Cevap: C

2. Neslihan'ın ablası, 1983 yılında 12 yaşında olduğuna göre, ablasının doğum tarihi, $1983 - 12 = 1971$ ve bu tarihte (ablası doğduğunda) baba 23 yaşında olduğuna göre, babanın doğum tarihi, $1971 - 23 = 1948$ dir.

Cevap: D

3. Feyza'nın bugünkü yaşına x denilirse Sinan'ın bugünkü yaşı $(x + 4)$ olur. Problemde verilenlere göre,

$$(x + 4) + 2 = 3 \cdot (x - 2) \Rightarrow x + 6 = 3x - 6$$

$$\Rightarrow x = 6 \text{ dir.}$$

O halde, ikisinin bugünkü yaşlarının toplamı,
 $6 + (6 + 4) = 16$ dir.

Cevap: A

4. x yıl sonra; annenin yaşı, çocuklarının yaşları toplamına eşit olsun. Problemde verilenlere göre,

$$32 + x = 30 + 3 \cdot x \Rightarrow 2x = 2$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ dir.}$$

Cevap: E

5. Ali, Ayşe'den küçük olsun.

Ali'nin bugünkü yaşına x denilirse Ayşe'nin bugünkü yaşı $(2x + 5)$ olur. Buna göre,

$$\frac{x}{2x + 5} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x = 2x + 5$$

$$\Rightarrow x = 5 \text{ tir.}$$

O halde Ali 5, Ayşe 15 yaşında olduğundan yaşlarının farkı 10 dur. Buna göre, yaşlarının oranı

$$\frac{2}{3} \text{ olduğunda, } \frac{2}{3} \cdot \frac{10}{10} = \frac{20}{30} \text{ olacağından}$$

Ali 20, Ayşe ise 30 yaşında olur.

O halde, $20 - 5 = 15$ yıl sonra ikisinin yaşlarının

oranı $\frac{2}{3}$ olur.

Cevap: C

6. Küçük çocuk doğduğunda büyük çocuğun yaşı x olursa babanın yaşı $(5x + 3)$ olur. Yaşlar farkı değişmeyeceğinden çocukların bugünkü yaşlarının farkı da 7 dir.

O halde, $x = 7$ ve babanın bugünkü yaşı
 $5 \cdot 7 + 3 = 38$ dir.

Cevap: C

7. İki çocuğun bugünkü yaşlarının toplamına x denilirse annenin bugünkü yaşı $(x + 14)$ olur. 3 yıl önce, annenin yaşı iki çocuğunun yaşları toplamının 4 katından 1 eksik olduğuna göre,

$$(x + 14) - 3 = 4 \cdot (x - 2 \cdot 3) - 1$$

$$\Rightarrow x + 11 = 4x - 25 \Rightarrow 3x = 36$$

$$\Rightarrow x = 12 \text{ dir.}$$

İki çocuğun bugünkü yaşları toplamı 12 olduğundan, ikisinin yaşları eşit olsaydı ikisi de 6 yaşında olacaktı. Buna göre, küçük çocuğun bugünkü yaşı en çok 5 olabilir.

Cevap: E

8. Gamze, Doğukan ve Figen'in bugünkü yaşları sırasıyla G, D, ve F olsun. Buna göre,

$$\frac{G}{D} = \frac{3}{5} = \frac{6}{10} \text{ ve}$$

$$\frac{D}{F} = \frac{10}{11} \text{ olduğundan}$$

$G = 6k$, $D = 10k$, $F = 11k$ denilirse, Gamze Figen'in yaşına geldiğinde (5k yıl sonra) Gamze'nin yaşının Doğukan'ın yaşına oranı,

$$\frac{6k + 5k}{10k + 5k} = \frac{11}{15} \text{ olur.}$$

Cevap: B

9. Selen'in annesinin ve kardeşinin yaşları sırasıyla S, A ve K olsun.

$$S + A = 48$$

$$- S + K = 19$$

$$A - K = 29 \text{ ve}$$

$K = 0$ olduğunda $A = 29$ olur.

Cevap: B

10. Tuğba'nın kardeşinin şimdiki yaşına x denilirse Tuğba'nın şimdiki yaşı $(2x + 1)$ olur. Yaşları farkı değişmeyeceğinden,

$$(2x + 1) - x = 11 \Rightarrow x = 10 \text{ ve}$$

Tuğba'nın şimdiki yaşı $2x + 1 = 21$ dir.

Cevap: E

11. Babanın bugünkü yaşına $2x$ denilirse, çocuğun 3 yıl önceki yaşı x, bugünkü yaşı $(x + 3)$ olur. ikisinin 5 yıl sonraki yaşlarının toplamı 73 ise bugünkü yaşlarının toplamı, $73 - 2.5 = 63$ tür. Buna göre,

$$2x + (x + 3) = 63 \Rightarrow x = 20 \text{ ve}$$

Çocuğun bugünkü yaşı $x + 3 = 23$ tür.

Cevap: C

12. Dicle'nin 2 yıl önceki yaşına x denilirse Yeliz'in şimdiki yaşı $2x$, Dicle'nin şimdiki yaşı $(x + 2)$ olur. ikisinin 3 yıl sonraki yaşlarının toplamı 38 olduğundan şimdiki yaşlarının toplamı, $38 - 2.3 = 32$ dir. Buna göre,

$$2x + (x + 2) = 32 \Rightarrow x = 10 \text{ ve } t \text{ yıl sonraki}$$

yaşlarının oranı $\frac{3}{2}$ olmak üzere,

$$\frac{2x + t}{(x + 2) + t} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{20 + t}{12 + t} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 40 + 2t = 36 + 3t$$

$$\Rightarrow t = 4 \text{ tür.}$$

Cevap: C

13. 1. yol:

En küçük çocuğun bugünkü yaşına x denilirse ortanca çocuk, en büyük çocuk ve annenin bugünkü yaşı sırasıyla $(x + 2)$, $(x + 4)$ ve $(3x + 11)$ olur. Buna göre,

$3x + 11 = 44 \Rightarrow x = 11$ ve en büyük çocuğun yaşı, $x + 4 = 15$ olduğundan en büyük çocuk doğduğunda annenin yaşı, $44 - 15 = 29$ dur.

2. yol:

Annenin bugünkü yaşı, ikişer yıl ara ile doğmuş üç çocuğunun bugünkü yaşları toplamından 5 fazla olduğuna göre, üç çocuğun bugünkü yaşları toplamı, $44 - 5 = 39$ olur. Çocukların yaşları, ardışık sayılar olduğundan, ortanca çocuğun yaşı $39 : 3 = 13$ şeklinde bulunur.

O halde, en büyük çocuk $13 + 2 = 15$ yaşında ve en büyük çocuğu doğduğunda anne, $44 - 15 = 29$ yaşında olur.

Cevap: A

14. Üç kardeşin bugünkü yaşları sırasıyla k, θ ve b olsun. Problemden verilenlere göre;

$$\theta - k \text{ yıl sonra : } b + \theta - k = 15$$

$$b - \theta \text{ yıl sonra : } k + b - \theta = 9$$

+

$$2b = 24$$

$$b = 12 \text{ dir.}$$

Cevap: C

15. İpek'in şimdiki yaşına x ve Oya ile aralarındaki yaş farkına a denilirse Oya'nın şimdiki yaşı $(x + a)$ olur.

a yıl önce, İpek'in doğmasına 3 yıl daha var olduğuna göre,

$x - a = -3$ olur. Buna göre,

$$x = a - 3 \Rightarrow a = x + 3 \text{ ve}$$

$$x + (x + a) = 24 \Rightarrow x + x + x + 3 = 24 \\ \Rightarrow x = 7 \text{ olur.}$$

İpek'in şimdiki yaşı $x = 7$ olduğuna göre, Oya'nın şimdiki yaşı, $24 - x = 17$ dir.

Cevap: D

16. İki çocuğun şimdiki yaşlarının toplamına x denilirse annenin şimdiki yaşı $(2x + 5)$, 3 yıl sonra, çocukların yaşları toplamı $(x + 6)$, babalarının yaşı $(2x + 12)$ ve babanın şimdiki yaşı $(2x + 9)$ olur. Buna göre, anne ile baba arasındaki yaş farkı,

$$2x + 9 - (2x + 5) = 4 \text{ tür.}$$

Cevap: C

17. Selen ile Suat'ın şimdiki yaşları sırasıyla x ve y olsun. Buna göre,

$$\frac{x - y}{x + y} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5x - 5y = 3x + 3y$$

$$\Rightarrow 2x = 8y$$

$$\Rightarrow x = 4y$$

olduğundan $y = k$ denilirse $x = 4k$ ve ikisinin yaşlarının aritmetik ortalamasının geometrik ortalamasına oranı,

$$\frac{\frac{4k + k}{2}}{\sqrt{4k \cdot k}} = \frac{5}{4} \text{ tür.}$$

Cevap: D

18. Seda ile Eda'nın bugünkü yaşları sırasıyla s ve e olsun. Problemde verilenlere göre,

$$s - 3 = e + 3 \Rightarrow e - s = -6$$

$$e + s = 3.6$$

$$+$$

$$2e = 12$$

$$e = 6 \text{ olur.}$$

Cevap: C

19. Babanın bugünkü yaşına b , Ali'nin iki kardeşinin bugünkü yaşları toplamına x denilirse Ali'nin bugünkü yaşı $2x$ olur. 3 yıl sonra,

$$(b + 3) + (2x + 3) = 4 \cdot (x + 2.3)$$

$$b + 2x + 6 = 4x + 24$$

$$b - 2x = 18$$

olduğundan Ali doğduğunda babasının yaşı 18 dir.

Cevap: E

20. Coşkun ile Meltem'in bugünkü yaşları sırasıyla $5x$ ve $4x$ olsun. İkisinin 4 yıl sonraki yaşlarının toplamı 44 olduğundan bugünkü yaşlarının toplamı $44 - 2 \cdot 4 = 36$ olur. O halde,

$$5x + 4x = 36 \Rightarrow x = 4 \text{ ve Coşkun ile Meltem'in bugünkü yaşları sırasıyla } 20 \text{ ve } 16 \text{ dir. Buna}$$

göre, ikisinin t yıl önceki yaşlarının oranı $\frac{4}{3}$

olursa,

$$\frac{20 - t}{16 - t} = \frac{4}{3} \Rightarrow 60 - 3t = 64 - 4t$$

$$\Rightarrow t = 4 \text{ tür.}$$

Cevap: A

CEVAPLI TEST

1. Yaşları farkı 9 olan iki kardeşin yaşları oranı

$\frac{4}{7}$ olduğuna göre, yaşları toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 22 C) 33 D) 39 E) 44

2. Bir anne 34 yaşında iken kızı 7 yaşındadır.

Kaç yıl sonra yaşları oranı 2 olur?

- A) 13 B) 18 C) 20 D) 26 E) 30

3. Suat'ın 2 yıl önceki yaşının iki katı, Suna'nın şimdiki yaşının 4 katına eşittir.

Suna ile Suat'ın bugünkü yaşlarının toplamı, yaşları farkının 2 katına eşit olduğuna göre, Suat'ın şimdiki yaşı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

4. Bir babanın bugünkü yaşı, ikişer yıl arayla doğmuş 2 çocuğunun bugünkü yaşları toplamına eşittir.

Baba bugün 64 yaşında olduğuna göre, büyük çocuk doğduğunda baba kaç yaşındaydı?

- A) 34 B) 33 C) 32 D) 31 E) 30

5. Bugünkü yaşı 70 olan bir anne, kızının bugünkü yaşındayken kızının yaşı bugünkü yaşının $\frac{1}{3}$ katıydı.

Buna göre, kızının bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 30 B) 33 C) 36 D) 39 E) 42

6. Bir annenin bugünkü yaşı, iki çocuğunun yaşları farkının 7 katıdır. 12 yıl sonra, annenin yaşı çocuklarının yaşları farkının 9 katı olacaktır.

Buna göre, annenin bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 42 B) 38 C) 35 D) 32 E) 28

7. Bir grup öğrencinin yaşları toplamı 90 dır.

3 yıl sonra bu grubun yaş ortalaması 21 olacağına göre, bu grupta kaç öğrenci vardır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 10

8. Bir babanın bugünkü yaşı, 3 çocuğunun 5 yıl önceki yaşları toplamının 2 katına eşittir.

5 yıl sonra, babanın yaşı çocukların yaşları toplamından 11 fazla olacağına göre, babanın bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 80 B) 78 C) 75 D) 72 E) 67

9. Cemre ile Ceren'in bugünkü yaşları oranı $\frac{7}{4}$ tür.

3 yıl önce, Cemre ile Ceren'in yaşları toplamı 16 olduğuna göre, Ceren doğduğunda Cemre kaç yaşındadır?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

10. Özcan'ın bugünkü yaşı, kardeşinin 1 yıl önceki yaşının 2 katına eşittir.

Kardeşinin bugünkü yaşı, Özcan'ın bugünkü yaşından 5 eksik olduğuna göre, Özcan'ın bugünkü yaşı kaçtır?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 8 E) 6

11. Bir annenin bugünkü yaşı, iki kızının bugünkü yaşları çarpımının yarısına eşittir. 5 yıl önce, annenin yaşı iki kızının yaşları toplamından 15 fazla idi.

Annenin bugünkü yaşı 24 olduğuna göre, büyük kızın bugünkü yaşı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

12. Bir annenin bugünkü yaşı, iki çocuğunun yaşları farkının 10 katına eşittir.

10 yıl sonra, babanın yaşı, annenin yaşı ile çocukların yaşları farkının toplamına eşit olacağına göre, anne ile baba arasındaki yaş farkının çocukların yaşları farkına oranı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. Bir baba ile iki çocuğunun yaşlarının ortalaması 17 dir.

4 yıl sonra, çocukların yaşları toplamı babanın yaşının yarısına eşit olacağına göre, bugün büyük çocuk en az kaç yaşındadır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

14. Nihal 2 yıl önce, Rana 2 yıl sonra doğsaydı aralarındaki yaş farkı 7 olacaktı.

Nihal ile Rana'nın bugünkü yaşları toplamı 9 ve Nihal Rana'dan büyük olduğuna göre, Rana bugün kaç yaşındadır?

A) 10 B) 7 C) 5 D) 3 E) 2

15. Oğuz, Ahmet'in bugünkü yaşına geldiğinde Ahmet 16 yaşında olacaktır. Ahmet Oğuz'un bugünkü yaşındayken Oğuz'un doğmasına 2 yıl vardı.

Ahmet ile Oğuz'un bugünkü yaşları toplamı kaçtır?

A) 10 B) 14 C) 17 D) 20 E) 24

16. Üçer yıl ara ile doğmuş üç kardeşin şimdiki yaşlarının toplamı, en küçük kardeşin şimdiki yaşının 4 katından 4 fazladır.

Buna göre, en büyük kardeşin şimdiki yaşı kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

17. Mısra ile Ezgi'nin yaşları toplamı 25 tir. Mısra, Ezgi'nin yaşındayken Ezgi 8 yaşındaydı.

Buna göre, bugün Mısra kaç yaşındadır?

A) 11 B) 12 C) 14 D) 17 E) 19

18. Yaş ortalaması 20 olan bir ailede anne ile babanın yaşları toplamı 58 dir.

En küçük çocuk 2 yaşından büyük olduğuna göre, bu ailenin en az kaç çocuğu vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

19. İki çocuklu bir ailede, büyük çocukla babanın yaşları toplamı, küçük çocukla annenin yaşları toplamından 7 fazladır.

Çocuklar arasında 3 yaş fark olduğuna göre, anne ile baba arasındaki yaş farkı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

20. Ayça doğduğunda Esra 6 yaşında idi. Esra doğduğunda Pınar'ın doğmasına 5 yıl vardı.

Ayça bugün 11 yaşında olduğuna göre, Pınar bugün kaç yaşındadır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 15 E) 17

© Fem Yayınları

CEVAP ANAHTARI

1-C	2-C	3-A	4-D	5-E	6-A	7-B	8-D	9-B	10-A
11-D	12-A	13-E	14-D	15-B	16-E	17-C	18-B	19-C	20-B

14. BÖLÜM

İŞÇİ-HAVUZ PROBLEMLERİ

İşçi ve havuz problemlerinde birim zamanda yapılan iş miktarı düşünülerek, probleme ait denklemler kurulmalıdır.

Yapılan iş miktarı; işçi sayısı, kapasite, çalışılan süre ile doğru orantılıdır. Ayrıca, işin bitme süresi; işçi sayısı ve kapasite ile ters orantılıdır.

Örnek:

Bir işi 10 günde bitirebilen bir işçi, 1 günde aynı işin

$\frac{1}{10}$ unu, 3 günde aynı işin $\frac{3}{10}$ unu bitirebilir.

Örnek:

Seda, bir işin $\frac{1}{5}$ ini bitirdikten sonra, aynı hızla 3 gün daha çalışınca geriye işin yarısı kalmaktadır.

Buna göre, Seda'nın kalan işi kaç günde bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

Seda, işin $\frac{1}{5}$ ini yaptıktan sonra 3 gün daha çalış-

ınca geriye işin yarısı kaldığına göre, 3 günde işin,

$\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$ unu yapmıştır. Buna göre, 3 günde

$\frac{3}{10}$ unu yapabildiği işin kalan kısmını yani $\frac{5}{10}$ unu

(yarısını) 5 günde yapabilir.

Örnek:

Bir musluk bir depoyu 12 saatte doldurabilmektedir.

Musluktan birim zamanda akan su miktarı $\frac{1}{3}$ ora-

nında artırılırsa, musluğun aynı depoyu kaç saatte doldurabileceğini bulalım.

Çözüm:

1. yol:

Musluğun ilk durumdaki kapasitesi (musluktan birim

zamanda akan su miktarı) 1 (% 100) iken $\frac{1}{3}$ ora-

nında artırıldığında $1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ olur. Kapasite ile

işin bitme süresi ters orantılı olduğundan,

1 kapasite ile $\rightarrow$ 12 saatte doldurursa

$\frac{4}{3}$ kapasite ile $\rightarrow$ x saatte doldurur

Ters Orantı

$$1 \cdot 12 = \frac{4}{3} \cdot x \Rightarrow x = 9 \text{ saat olur.}$$

2. yol:

Musluktan bir saatte akan su miktarı 3v olsun.

Bu durumda deponun aldığı su miktarı $12 \cdot 3v = 36v$

olur. Musluktan birim zamanda akan su miktarı $\frac{1}{3}$

oranında artırıldığında ($3v + v = 4v$ olduğunda) x saatte aynı depoyu doldurursa, $36v = 4v \cdot x \Rightarrow x = 9$ saattir.

3. yol:

Musluktan birim zamanda akan su $\frac{1}{3}$ oranında artı-

rılırsa, birim zamanda depoya dolan su miktarı da

$\frac{1}{3}$ oranında artar, yani $1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ katına çıkar. O

halde, başlangıçta 1 saatte deponun $\frac{1}{12}$ sini doldur-

duğuna göre, kapasite $\frac{4}{3}$ katına çıkarılınca 1 saatte

deponun $\frac{1}{12} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1}{9}$ unu, dolayısıyla 9 saatte

tamamını doldurabilir.

Örnek:

A musluğunun kapasitesi; B musluğunun kapasitesinin 2 katına, C musluğunun kapasitesinin ise 3 katına eşittir.

Üç musluk birlikte açıldığında boş bir havuzu 12 saatte doldurabildiklerine göre, aynı havuzu A musluğunun tek başına kaç saatte doldurabileceğini bulalım.

Çözüm:

A, B, C musluklarının kapasiteleri sırasıyla 6k, 3k, 2k seçilirse üçü birlikte açıldıklarında $6k + 3k + 2k = 11k$ kapasite ile havuz dolar. Kapasite ile işin bitme süresi ters orantılı olduğundan,

Üç musluk 11k kapasite ile $\rightarrow 12$ saatte doldurursa
A musluğu 6k kapasite ile $\rightarrow x$ saatte doldurur

Ters Orantı

$$11k \cdot 12 = 6k \cdot x \Rightarrow x = 22 \text{ saat olur.}$$

Örnek:

Ahmet bir işi tek başına 20 günde, Cemil ise aynı işi tek başına 30 günde bitirebilmektedir.

İkisi birlikte çalıştıklarında bu işin tamamının kaç günde bitebileceğini bulalım.

Çözüm:

Ahmet tek başına 1 günde işin $\frac{1}{20}$ sini, Cemil ise $\frac{1}{30}$ unu bitirebileceğine göre, ikisi birlikte çalıştıklarında 1 günde işin $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{1}{12}$ sini, dolayısıyla 12 günde tamamını bitirebilirler.

Örnek:

Boş bir havuzu A musluğu tek başına 6 saatte doldurabilmektedir. B musluğu ise aynı havuzun tamamı dolu iken, 8 saatte havuzu boşaltabilmektedir.

Havuz boşken iki musluk birlikte açılırsa, havuzun kaç saatte dolacağını bulalım.

Çözüm:

1. yol:

İşin bitme süresi ile birim zamanda yapılan iş miktarı ters orantılı olduğundan A ve B musluklarının 1 saatte yaptıkları iş miktarlarını, 6 ve 8 in en küçük ortak ka-

tında eşitleyecek şekilde, sırasıyla 4m ve 3m seçelim. Buna göre, havuza 1 saatte A musluğundan 4m kadar su aktığını ve B musluğunun ise 1 saatte havuzdan 3m kadar su boşalttığını düşünersek ikisi birlikte açıldığında 1 saatte havuza $4m - 3m = m$ kadar su dolar. Havuza 1 saatte 4m kadar su aktığında havuz 6 saatte dolduğuna göre,

4m kadar akarak $\rightarrow 6$ saatte dolarsa

m kadar akarak $\rightarrow x$ saatte dolar

Ters Orantı

$$4m \cdot 6 = m \cdot x \text{ ise } x = 24 \text{ saat olarak bulunur.}$$

2. yol:

1 saatte A musluğu havuzun $\frac{1}{6}$ sını doldurabilir. B

musluğu ise $\frac{1}{8}$ ini boşaltabilir. O halde, iki musluk

birlikte açıldığında 1 saatte havuzun $\frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{24}$

ü, dolayısıyla 24 saatte tamamı dolar.

Uyarı:

İşçi ve havuz problemlerinde yapılan işin yönü işaretlerle (+ veya -) belirlenir. (+) seçilen yönün tersi yönde yapılan işin önüne (-) getirilir. Yukarıdaki örnekten görüldüğü gibi havuzu doldurma işi pozitif (+) seçilirse, havuzu boşaltan musluğun yaptığı işin önüne (-) getirilir. Pozitif yönün seçimi isteğe bağlıdır.

Örnek:

Hacmi v litre olan bir depoya dakikada x litre su akmaktadır.

Deponun yarısı dolduktan sonra, depoya dakikada akan su miktarı yarıya düşerse deponun tamamının toplam kaç dakikada dolacağını bulalım.

Çözüm:

Deponun yarısı $\left(\frac{v}{2} \text{ si} \right)$ dakikada x litre su akıtılarak, diğer yarısı da dakikada $\frac{x}{2}$ litre su akıtılarak

dolduğuna göre, deponun birinci ve ikinci yarısının dolma sürelerini (t_1 ve t_2) ayrı ayrı bulup toplayalım.

$$\frac{v}{2} = x \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v}{2x}$$

$$\frac{v}{2} = \frac{x}{2} \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{v}{x}$$

$$t_1 + t_2 = \frac{3v}{2x} \text{ olur.}$$

Buraya kadar çözülen örneklerden yola çıkarak işçi-havuz problemlerinin çözümü için şu şekilde bir denklem yazılabilir.

A ve B muslukları, bir havuzun tamamını tek başlarına sırasıyla a ve b saatte dolduruyor, C musluğu ise aynı havuzun tamamı dolu iken havuzu tek başına c saatte boşaltıyorsa, üç musluk birlikte t saat açıldığında havuza dolan su miktarı oran olarak m olmak üzere,

$$\left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right] \cdot t = m \text{ dir.}$$

Havuzun tamamı dolarsa $m = 1$, üçte biri dolarsa

$m = \frac{1}{3}$ beşte ikisi dolarsa $m = \frac{2}{5}$, ... gibi.

Örnek:

Ayşe bir işi tek başına x günde, Oya ise aynı işi tek

başına $\frac{x}{3}$ günde bitirebilmektedir.

İkisi birlikte aynı işi 5 günde bitirebildiklerine göre, x in değerini bulalım.

Çözüm:

1. yol:

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{x}{3}} \right) \cdot 5 = 1 \Rightarrow \left(\frac{1}{x} + \frac{3}{x} \right) \cdot 5 = 1$$

$$\Rightarrow x = 20 \text{ dir.}$$

2. yol:

Birim zamanda yapılan iş miktarı ile işin bitme süresi ters orantılı olduğundan Ayşe'nin 1 günde yaptığı iş miktarına m denilirse Oya'nın 1 günde yaptığı iş miktarı 3m olur. Çünkü Oya, aynı işi Ayşe'nin üçte biri kadar sürede bitirmektedir.

O halde, ikisi birlikte çalıştıklarında 1 günde yaptıkları iş miktarı, $3m + m = 4m$ olur. Buna göre, ikisi birlikte bu işi 5 günde bitirebildiklerine göre, bütün iş miktarı, $4m \cdot 5 = 20m$ dir. Dolayısıyla Ayşe günde işin m kadarını yaparak tamamı 20m olan işi, $20m : m = 20$ günde bitirebileceğinden $x = 20$ dir.

Örnek:

Bir işi Serap 10 günde, Aylin ise 15 günde bitirebilmektedir.

İkisi birlikte 4 gün çalıştıktan sonra, geriye kalan işi Aylin'in tek başına kaç günde bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

1. yol:

Serap ile Aylin'in 4 günde yaptıkları iş miktarı,

$$\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15} \right) \cdot 4 = \frac{2}{3} \text{ olduğundan geriye işin } \frac{1}{3}$$

(3) (2)

ü kalır. O halde, Aylin işin tamamını tek başına 15 günde bitirebildiğine göre, kalan işi (işin üçte birini) $15 : 3 = 5$ günde bitirebilir.

2. yol:

Serap ile Aylin'in ayrı ayrı yaptıkları iş miktarlarının toplamı, işin tamamına eşittir. Serap 4 gün, Aylin ise 4 günden sonra x gün de tek başına çalışırsa toplam $(x + 4)$ gün çalıştığından ikisinin yaptıkları iş miktar-

ları sırasıyla, $\frac{4}{10}$ ve $\frac{4+x}{15}$ olduğundan,

$$\frac{4}{10} + \frac{4+x}{15} = 1$$

(3) (2)

$$\Rightarrow \frac{12 + 8 + 2x}{30} = 1$$

$$\Rightarrow x = 5 \text{ tir.}$$

Sonuç:

İşçi-havuz problemlerinde, işçilerin (veya muslukların) her birinin ayrı ayrı iş yaptıkları zamanlar tespit edilerek, her birinin ayrı ayrı yaptıkları iş miktarları toplanıp yapılan toplam işe eşitlenerek de denklem kurulabilir.

O halde, bir işi tek başlarına A, B, C saatte bitirebilen üç işçi, sırasıyla x, y, z saat çalışarak işin m kadarını bitirirlerse,

$$\frac{x}{A} + \frac{y}{B} + \frac{z}{C} = m \text{ olur.}$$

Uyarı:

Yukarıda verilen iki denklemin birbirinden farklı olmadığına ayrıca, birim zamanda yapılan iş düşünülerek, formüllere bağlı kalmadan, orantı kurularak problemlerin kolaylıkla çözülebildiğine de dikkat edilmelidir.

Örnek:

Feyza 2 gün, Sinan 3 gün çalıştığında bir işin $\frac{3}{4}$ ü;

Feyza 4 gün, Sinan 1 gün çalıştığında ise aynı işin $\frac{2}{3}$ ü bitmektedir.

Buna göre, bu işi Feyza'nın tek başına kaç günde bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

Feyza ve Sinan'ın işin tamamını tek başlarına bitirme süreleri sırasıyla x ve y olsun. Problemde verilenlere göre,

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4} \dots (1)$$

$$\frac{4}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \dots (2)$$

(2) eşitliğinin iki yanı 3 ile çarpıldıktan sonra (2) eşitliğinden (1) eşitliği çıkarılırsa,

$$\frac{10}{x} = 2 - \frac{3}{4} \Rightarrow x = 8 \text{ gün bulunur.}$$

Örnek:

Bir havuzu A ve B muslukları birlikte 12 saatte, C musluğu ise tek başına 36 saatte doldurabilmektedir.

A ve B musluğu birlikte açıldıktan kaç saat sonra C musluğu da açılırsa, havuzun geriye kalan kısmının 3 saatte dolacağını bulalım.

Çözüm:

C musluğu açılmadan önce A ve B musluğu x saat açılmış olsun. Buna göre, A ve B musluğu toplam (x + 3) saat, C musluğu da 3 saat açılarak havuz doldurulmuş olur. A ve B musluğu birlikte 1 saatte

havuzun $\frac{1}{12}$ sini, C musluğu ise $\frac{1}{36}$ sini doldurabileceğine göre,

$$\frac{x+3}{12} + \frac{3}{36} = 1 \Rightarrow \frac{x+3+1}{12} = 1$$

$$\Rightarrow x = 8 \text{ saat olur.}$$

Örnek:

Traktörle 6 saatte sürülebilir bir tarla, sabanla 30 saatte sürülebilmektedir. Bir çiftçi, bu tarlayı önce 4 saat traktörle, daha sonra geri kalan kısmını da sabanla sürmüştür.

Buna göre, çiftçinin tarlayı sabanla kaç saat sürdüğünü bulalım.

Çözüm:

1. yol:

Traktörle tamamını 6 saatte sürdüğü tarlayı, 4 saat sürerse tarlanın $\frac{4}{6}$ sı sürülür, geriye $\frac{1}{3}$ ü kalır.

O halde, sabanla 30 saatte sürebildiği tarlanın geri kalan kısmını $\left(\frac{1}{3} \text{ ünü}\right)$ sabanla, $30 : 3 = 10$ saatte sürmüştür.

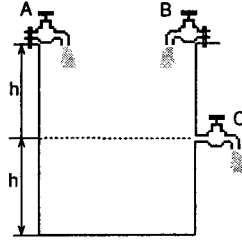
2. yol:

Traktörle 4 saat, sabanla x saat tarlayı sürmüş olsun. Buna göre,

$$\frac{4}{6} + \frac{x}{30} = 1 \Rightarrow x = 10 \text{ saat olur.}$$

Örnek:

Şekildeki depoyu A ve B muslukları tek başlarına sırasıyla 3 ve 6 saatte doldurabilmekte, C musluğu ise dolu depoyu 5 saatte yarıya kadar (kendi seviyesine kadar) boşaltabilmektedir.



Depo boşken muslukların üçü birlikte açıldığında, deponun kaç saatte dolacağını bulalım.

Çözüm:

Depoya dolan su C musluğunun seviyesine gelinceye kadar C musluğunun etkisi olmadığından deponun yarıya kadar dolma süresi (x_1)

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) \cdot x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow x_1 = 1 \text{ saattir.}$$

Bundan sonra, C musluğu seviyesinin üstünde kalan kısmı bütün gibi düşünersek, A ve B musluğu deponun

üst kısmını sırasıyla $\frac{3}{2}$ ve 3 saatte doldurmakta, C

musluğu ise 5 saatte boşaltmaktadır. Buna göre, üst tarafın dolma süresi (x_2)

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{5} \right) \cdot x_2 = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{5}{4} \text{ saat}$$

= 1 saat 15 dakika

O halde, deponun tamamının dolma süresi, $x_1 + x_2 = 2$ saat 15 dakikadır.

Örnek:

Bir havuzu, tek başlarına A musluğu x saatte, B musluğu $2x$ saatte, C musluğu $3x$ saatte doldurabilmektedir. Havuz boşken üç musluk birlikte açılıyor ve 1. saatin sonunda C musluğu, 2. saatin sonunda B musluğu, 3. saatin sonunda da A musluğu kapatılıyor.

Bu durumda havuzun $\frac{1}{6}$ sı dolduğuna göre, A musluğunun tek başına havuzu kaç saatte doldurabileceğini bulalım.

Çözüm:

Problemde verilenlere göre, A musluğu 3 saat, B musluğu 2 saat, C musluğu 1 saat açık kaldığında

havuzun $\frac{1}{6}$ sı dolmuştur. Buna göre,

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{26}{6x} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow x = 26 \text{ saattir.}$$

Örnek:

Bir havuz, kapasiteleri eşit olan 20 musluk birlikte açılarak 2 saatte doldurulabiliyor.

Havuzun $\frac{3}{5}$ ini 4 saatte doldurabilmek için aynı anda

muslukların kaç tanesinin açılması gerektiğini bulalım.

Çözüm:**1. yol:**

Havuz 20 muslukla 2 saatte doldurulabildiğine göre, musluklardan biri, tek başına bu havuzun tamamını

40 saatte, $\frac{3}{5}$ ini $40 \cdot \frac{3}{5} = 24$ saatte doldurulabilir.

Buna göre,

1 musluk $\rightarrow$ 24 saatte doldurursa

x musluk $\rightarrow$ 4 saatte doldurur.

Ters Orantı

$$1 \cdot 24 = x \cdot 4 \Rightarrow x = 6 \text{ musluk}$$

2. yol:

$$\frac{\text{yapılan iş}}{\text{diğerlerinin çarpımı}} = \text{sabit}$$

pratik kuralıyla çözüm yapılırsa,

$$\frac{1}{20 \cdot 2} = \frac{\frac{3}{5}}{x \cdot 4} \Rightarrow 4 \cdot x = 40 \cdot \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow x = 6 \text{ musluk olur.}$$

Örnek:

Aynı kapasitede 8 işçi, beraberce bir işi yapmaya başlıyorlar. Her günün sonunda işçilerden biri işi bırakıyor.

Bu şekilde işin tamamı, toplam 8 günde bittiğine göre, işçilerden birinin, bu işin tamamını tek başına kaç günde bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

İşçilerden birisi, tek başına bu işin tamamını x günde bitirebiliyor olsun. Buna göre, bir işçi bir günde bu işin

$$\frac{1}{x} \text{ ini bitirebilir.}$$

O halde, birinci gün 8 işçi bu işin $\frac{8}{x}$ ini; her gün bir işçi azaldığından; ikinci gün 7 işçi işin $\frac{7}{x}$ ini, ... , sekizinci gün 1 işçi işin $\frac{1}{x}$ ini bitirebilir.

Sekizinci günün sonunda işin tamamı bittiğine göre,

$$\frac{8}{x} + \frac{7}{x} + \frac{6}{x} + \frac{5}{x} + \frac{4}{x} + \frac{3}{x} + \frac{2}{x} + \frac{1}{x} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} \cdot \frac{8 \cdot 9}{2} = 1 \Rightarrow x = 36 \text{ gün olarak bulunur.}$$

Örnek:

Ayşe bir işi Nurcan'ın 2 katı, Selma ise 3 katı hızla yapabilmektedir. Üçü birlikte bu işe başladıktan 2 gün sonra Selma işi bırakıyor. Kalan işi Ayşe ile Nurcan birlikte 6 günde bitirebiliyorlar.

Buna göre, aynı işin tamamını, Selma'nın tek başına kaç günde bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:**1. yol:**

Çalışma hızı ile yapılan iş miktarı doğru orantılı olduğundan Nurcan'ın bir günde yaptığı iş miktarına m denilirse, Ayşe'nin bir günde yaptığı iş miktarı $2m$, Selma'nınki ise $3m$ ve üçünün birlikte bir günde yaptıkları toplam iş miktarı $6m$ ($= m + 2m + 3m$) ve Ayşe ile Nurcan'ın birlikte bir günde yaptıkları toplam iş miktarı da $3m$ ($= 2m + m$) olur. Üçü birlikte 2 gün, Ayşe ile Nurcan da birlikte 6 gün çalışarak işin tamamını bitirdiklerine göre, işin tamamı, $6m \cdot 2 + 3m \cdot 6 = 30m$ dir.

Selma bir günde $3m$ kadarlık iş yaptığına göre, işin tamamını tek başına $30m : 3m = 10$ günde yapılabilir.

2. yol:

Çalışma hızı ile işin bitme süresi ters orantılı olduğundan, çarpımları 2 ve 3 ün en küçük ortak katında eşitlenecek şekilde, Nurcan'ın bu işin tamamını tek başına bitirme süresine $6x$ denilirse Ayşe ve Selma'nın bu işin tamamını tek başlarına bitirme süreleri sırasıyla $3x$ ve $2x$ olur. Problemde verilenlere göre, Ayşe ile Nurcan toplam 8 gün, Selma da 2 gün çalışmışlar ve işin tamamı bitmiştir.

Buna göre,

$$\frac{8}{6x} + \frac{8}{3x} + \frac{2}{2x} = 1 \Rightarrow \frac{30}{6x} = 1$$

$$\Rightarrow 2x = 10 \text{ gündür.}$$

Örnek:

Eşit kapasiteli iki musluk birlikte bir havuzun tamamını 18 saatte doldurabilmektedir.

İki musluğun birlikte aynı havuzu 24 saatte doldurması için musluklardan birisinin kapasitesinin yüzde kaç azaltılması gerektiğini bulalım.

Çözüm:**1. yol:**

Havuzun tamamını, iki musluk birlikte 18 saatte doldurabildiğine göre, musluklardan birisi tek başına 36 saatte doldurabilir. Musluklardan birinin kapasitesi azaltıldıktan sonra, yeni kapasitesi x olsun. Buna

göre, bu musluktan bir saatte akan su miktarı $\frac{1}{36} \cdot x$

ve son durumda, diğer muslukla birlikte bir saatte ha-

vuzun $\frac{1}{24}$ ünü doldurabildiklerinden,

$$\frac{1}{36} \cdot x + \frac{1}{36} = \frac{1}{24} \Rightarrow \frac{x}{36} = \frac{1}{72}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} = \% 50 \text{ dir.}$$

O halde, kapasitesi azaltılan musluğun son durumdaki kapasitesi $\% 50$ olduğundan, ilk durumdaki kapasitesi $\% 100 - \% 50 = \% 50$ azalmıştır.

2. yol:

İlk durumda her iki musluğun kapasitesine k denilirse, ikisi birlikte toplam $k + k = 2k$ kapasite ile su akıtırlar. Son durumda kapasitesi azaltılan musluğun kapasitesi x olsun. Buna göre, ikisi birlikte toplam $(x + k)$ kapasite ile su akıtırlar. Kapasite ile havuzun dolma süresi ters orantılı olduğundan,

$$\begin{aligned} 2k \cdot 18 &= (x + k) \cdot 24 \Rightarrow 18k = 12x + 12k \\ &\Rightarrow 6k = 12x \\ &\Rightarrow x = \frac{k}{2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Buna göre, musluklardan birinin kapasitesindeki azalma,

$$k - \frac{k}{2} = \frac{k}{2} \text{ olduğundan \% 50 dir.}$$

Örnek:

Tamamı su ile dolu eşit hacimli iki depodan birincisini bir A musluğu 3 saatte, ikincisini ise bir B musluğu 5 saatte boşaltabiliyor.

İki musluk aynı anda açıldıktan kaç dakika sonra, depolardan birinde kalan su miktarının diğerindekinin üçte birine eşit olacağını bulalım.

Çözüm:**1. yol:**

İki musluk aynı anda açılırsa 1 saat sonra birinci deponun $\frac{1}{3}$ ü, ikinci deponun $\frac{1}{5}$ i boşalacağından x saat sonra birinci ve ikinci deponun sırasıyla $\frac{x}{3}$ ü ve $\frac{x}{5}$ i boşalır ve birinci depodaki suyun $\left(1 - \frac{x}{3}\right)$ ü, ikinci depodakinin ise $\left(1 - \frac{x}{5}\right)$ i kalır. Birinci depo daha hızlı boşaldığından x saat sonra, birinci depoda kalan su miktarı, ikinci depodakinin üçte biri olursa,

$$\begin{aligned} 1 - \frac{x}{3} &= \frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{x}{5}\right) \Rightarrow 3 - x = 1 - \frac{x}{5} \\ &\Rightarrow x - \frac{x}{5} = 2 \\ &\Rightarrow x = \frac{5}{2} \text{ saat} \\ &\Rightarrow x = \frac{5}{2} \cdot 60 = 150 \text{ dakikadır.} \end{aligned}$$

2. yol:

Deponun boşalma süresi ile musluktan birim zamanda akan su miktarı ters orantılı olduğundan, çarpımı 3 ve 5 in en küçük ortak katında eşitlenecek şekilde, A musluğundan 1 saatte akan su miktarına $5v$ denilirse B musluğundan 1 saatte akan su miktarı $3v$ olur. Buna göre depolar $15v$ birim su alır. İki musluk aynı anda açıldıktan x saat sonra ikinci depoda kalan su miktarı birinci depoda kalan su miktarının üç katı olursa,

$$\begin{aligned} 15v - (3v) \cdot x &= 3 \cdot [15v - (5v) \cdot x] \\ &\Rightarrow 15v - 3vx = 45v - 15vx \\ &\Rightarrow 12vx = 30v \Rightarrow x = \frac{5}{2} \text{ saat} \\ &= 150 \text{ dakika olarak bulunur.} \end{aligned}$$

3. yol:

Her iki depodan x saat su boşaldıktan sonra birinci ve ikinci depoda kalan su, sırasıyla $(3 - x)$ ve $(5 - x)$ saat sonra boşalacaktır. İkinci depoda kalan su miktarı, birinci depodakinin üç katı olduğundan,

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{3} \cdot (3 - x) \right] \cdot 3 &= \frac{1}{5} \cdot (5 - x) \\ &\Rightarrow (3 - x) \cdot 5 = 5 - x \\ &\Rightarrow 15 - 5x = 5 - x \\ &\Rightarrow x = \frac{5}{2} \text{ saat} \\ &= 150 \text{ dakikadır.} \end{aligned}$$

ÇÖZÜMLÜ TEST

1. Ali'nin 5 günde bitirebildiği bir işi Hasan 15 günde bitirebilmektedir.

Buna göre, Ali'nin 1 günde yaptığı işin, Hasan'ın 1 günde yaptığı işe oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) 3 C) $\frac{1}{5}$ D) 5 E) $\frac{5}{3}$

2. Bir havuzu dolduran iki musluktan birincisi ikincisinden saatte 2 m^3 daha fazla su akıtmaktadır. Havuzun tamamını tek başlarına, birinci ve ikinci musluklar sırasıyla 3 ve 4 saatte doldurabilmektedirler.

Buna göre, havuz kaç m^3 su almaktadır?

- A) 12 B) 20 C) 24 D) 28 E) 36

3. Bir musluktan birim zamanda akan su miktarı, her saat sonunda 3 katına çıkarılarak boş bir havuz 3 saatte dolduruluyor.

Buna göre, birinci saatte birim zamanda akan su miktarı sabit kalmak şartıyla aynı havuzun tamamı kaç saatte doldurulabilir?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

4. Bir işi; A, B, C işçileri tek başlarına sırasıyla 9, 12, 18 günde bitirebiliyorlar. Üçü birlikte bu işe başladıktan 2 gün sonra B işçisi işten ayrılıyor.

Buna göre, A ve C işçileri birlikte, kalan işi kaç günde bitirebilirler?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 9 E) 10

5. Belli bir işi, tek başlarına birinci işçi 10 günde, ikinci işçi ise 18 günde bitirebiliyor. İkisi birlikte 5 gün çalıştıktan sonra birinci işçi işi bırakıyor. İkinci işçi kalan işi tek başına bitiriyor.

Buna göre, işin tamamı toplam kaç günde bitmiştir?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

6. Bir işin $\frac{1}{3}$ ünü 4 günde bitirebilen Murat, bu işe

başladıktan 3 gün sonra işi bırakıyor. Kalan işi Serdar 18 günde bitiriyor.

Buna göre, aynı işi ikisi birlikte kaç günde bitirebilir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

7. Sezen, bir işin onda birini tek başına 3 günde bitirebiliyor. Sezen ile Ceren birlikte aynı işin tamamını 10 günde bitirebiliyorlar.

Buna göre, Ceren bu işin tamamını, tek başına kaç günde bitirebilir?

- A) 15 B) 18 C) 20 D) 25 E) 30

8. Bir işi, iki işçi birlikte 15 günde bitirebilmektedir. Birinci işçi tek başına 7 gün çalıştıktan sonra ikinci işçi çalışmaya başlıyor. İşin kalan kısmını iki işçi birlikte 12 günde tamamlayabiliyor.

Buna göre, birinci işçi tek başına bu işin tamamını kaç günde bitirebilir?

- A) 25 B) 28 C) 30 D) 32 E) 35

9. Boş bir havuzu A musluğu tek başına 6 saatte doldurabilmekte, havuz dolu iken B musluğu ise bu havuzun tamamını tek başına 8 saatte boşaltabilmektedir. B musluğu kapalıyken A musluğu açılıyor.

Havuz dolmaya başladıktan kaç saat sonra B musluğu açılırsa havuz başlangıçtan itibaren 18 saatte dolar?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

10. Üç işçi bir işi birlikte $\frac{3x}{2}$ günde bitirebilmekte dir. Tek başlarına işin tamamını, birinci işçi $3x$, ikinci işçi $(11 + x)$ günde bitirebilmektedir.

Tek başlarına birinci işçi 1 gün, ikinci işçi 2 gün çalıştığı zaman işin yarısı bittiğine göre, üçüncü işçi bu işi tek başına kaç günde bitirebilir?

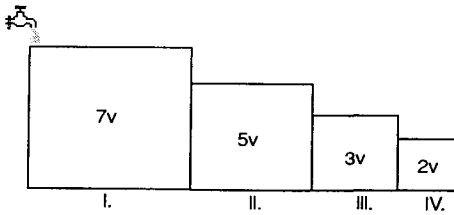
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. Bir işi, tek başlarına, birinci işçi ikinciden 15 gün daha fazla çalışarak bitirebilmektedir.

Bu iki işçi birlikte çalışarak aynı işi 10 günde bitirebildiklerine göre, ikinci işçi tek başına, işin tamamını kaç günde bitirebilir?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40

12.

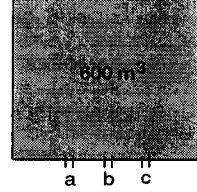


Şekildeki I. havuz musluktan akan su ile diğerleri ise bir önceki havuzdan taşan su ile dolmaktadır. Havuzların hacimleri sırasıyla $7v$, $5v$, $3v$, $2v$ dir.

Musluk I. havuzu 9 saatte doldurduğuna göre, musluktan 21 saat su akıtılırsa IV. havuz kaçta kaçta dolar?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

13. İçinde 600 m^3 su olan şekildeki havuzun dibinde bulunan a, b ve c muslukları havuzdaki suyu tek başlarına sırasıyla 10, 12 ve 15 saatte boşaltabiliyorlar.



Üç musluk birlikte açılarak havuzdaki suyun tamamı boşaltıldığında, b musluğundan kaç m^3 su akmış olur?

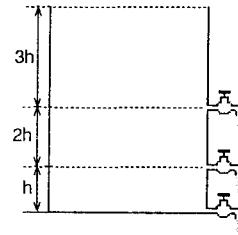
- A) 200 B) 180 C) 150 D) 120 E) 100

14. Boş bir havuzu bir musluk 12 saatte doldurabiliyor. Musluk açıldıktan 12 saat sonra havuzun tamamen dolmadığı görülünce, havuzun tabanındaki boşaltan musluğun açık olduğu fark ediliyor ve bu musluk hemen kapatılıyor. Havuza 3 saat daha su akıtılınca havuz doluyor.

Buna göre, tabanda bulunan musluk dolu havuzu tek başına kaç saatte boşaltır?

- A) 24 B) 36 C) 42 D) 48 E) 54

15. Şekilde belirtilen yüksekliklerde üç özdeş musluğu olan bir su deposu verilmiştir.



Depo dolu iken en alttaki musluk tek başına bu depoyu 36 saatte boşaltabildiğine göre, depo dolu iken üç musluk birlikte açılırsa bu depo kaç saatte boşalır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

16. Mehmet bir işi, Onur'un 2 katı, Tarık'ın ise üçte biri hızla yapabilmektedir. Bu işte tek başlarına Mehmet 2 gün, Onur 8 gün çalışırsa kalan işi Tarık tek başına 3 günde bitiriyor.

Buna göre, Mehmet bu işi tek başına kaç günde bitirebilir?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

17. İsmet'in çalışma hızı Ahmet'in çalışma hızının $\frac{1}{2}$ katıdır. İsmet bir işi 8 günde, Ahmet ise baş-
ka bir işi 5 günde bitirebiliyor.

Buna göre, ikisi birlikte çalışırlarsa bu iki işi kaç günde bitirebilirler?

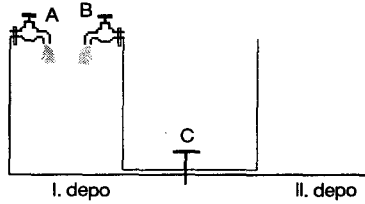
- A) 6 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12

18. Serpil'in 1 günde yaptığı iş Meltem'in 1 günde yaptığı işin $\frac{1}{3}$ ü, Meltem'in 1 günde yaptığı iş Nazlı'nın 1 günde yaptığı işin yarısı kadardır.

Üçü birlikte bir işi 12 günde bitirebildiklerine göre, Meltem aynı işi tek başına kaç günde bitirebilir?

- A) 20 B) 30 C) 40 D) 60 E) 90

19.



Yukarıdaki eşit hacimli depolardan I. deponun üstündeki özdeş A ve B muslukları I. depoyu tek başlarına 24 saatte doldurabiliyorlar. A ve B muslukları beraber 6 saat açık kaldıktan sonra, dipteki C musluğu da açılıyor ve I. depo toplam 16 saatte doluyor. I. depo dolduğu anda muslukların üçü birden kapatılıyor.

Buna göre, II. deponun kaçta kaçı dolar?

- A) $\frac{1}{4}$ ü B) $\frac{1}{3}$ ü C) $\frac{1}{2}$ si
D) $\frac{3}{4}$ ü E) $\frac{4}{5}$ i

20. Aynı kapasitedeki üç işçi birlikte, bir işin yarısını bitirdikten sonra işçilerden biri işi bırakıyor. Diğer iki işçi kalan işin yarısını bitirdiğinde bir işçi daha işi bırakıyor. Kalan işi, üçüncü işçi tek başına bitiriyor.

İşin tamamı toplam 26 günde bittiğine göre, üçüncü işçi yalnız olarak kaç gün çalışmıştır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

21. Bir havuzu, birinci musluk 4 saatte doldurmakta havuzun dibindeki ikinci bir musluk ise aynı havuzun tamamını 6 saatte boşaltmaktadır. Birinci musluktan birim zamanda akan su miktarı % 50 artırılıp ikinci muslukta birim zamanda akan su miktarı % 25 azaltılıyor.

Buna göre, havuz boşken iki musluk birlikte 3 saat açık bırakılırsa havuzun kaçta kaçı dolar?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

22. Üç musluk, bir havuzu sırasıyla x, y, z saatte tek başlarına doldurabilmektedir. Muslukların üçü birlikte, aynı havuzu 18 saatte doldurabiliyorlar.

x < y < z olduğuna göre, z aşağıdakilerden hangisi olabilir?

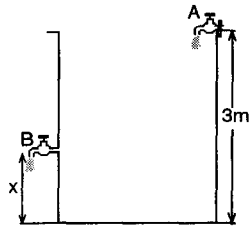
- A) 19 B) 36 C) 48 D) 54 E) 55

23. Farklı maddelerden yapılmış aynı uzunluktaki iki mumdan biri 4, diğeri 6 saat yandığında tamamen bitiyor.

Her iki mum aynı anda yakıldıktan kaç saat sonra, mumlardan birinin uzunluğu diğerrinin uzunluğunun iki katı olur?

- A) 3,5 B) 3 C) 2,5 D) 2 E) 1,5

24. A musluğu, 3 metre yüksekliğindeki şekildeki havuzun tamamını, tek başına 10 saatte doldurabilmektedir. Havuzun tamamını tek başına 15 saatte boşaltabilen B musluğu ise dipten x cm yukarıya konuyor.



Havuz boşken iki musluk birlikte açıldığında, havuzun tamamı 26 saatte dolduğuna göre, x kaç cm dir?

- A) 50 B) 60 C) 80 D) 100 E) 120

TESTİN ÇÖZÜMLERİ

1. 1. yol:

Bir işi Ali 5 günde, Hasan ise 15 günde bitirebildiğine göre, Ali'nin 1 günde yaptığı işin Hasan'ın 1 günde yaptığı işe oranı,

$$\frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{15}} = 3 \text{ olur.}$$

2. yol:

Kapasite ile aynı sürede yapılan iş miktarı doğru orantılı ve kapasite ile işin bitme süresi ters orantılı olduğundan Ali'nin bir günde yaptığı işin Hasan'ın bir günde yaptığı işe (Ali'nin kapasitesinin Hasan'ın kapasitesine) oranı, Hasan'ın işi bitirme süresinin Ali'nin işi bitirme süresine oranına eşittir.

Buna göre, bu oran $\frac{15}{5} = 3$ tür.

Cevap: B

2. Bir saatte ikinci musluğun doldurduğu su miktarına x denilirse birinci musluğun doldurduğu su miktarı $(x + 2) \text{ m}^3$ olur. Birinci musluk 3, ikinci musluk ise 4 saatte havuzu doldurabildiğine göre,
- $$(x + 2) \cdot 3 = x \cdot 4 \Rightarrow x = 6 \text{ m}^3$$
- olduğundan havuzun tamamı,
- $$4 \cdot x = 4 \cdot 6 = 24 \text{ m}^3 \text{ su alır.}$$

Cevap: C

3. Musluktan birinci saatte akan su miktarına $x \text{ m}^3$ denilirse, ikinci saatte $3x \text{ m}^3$ ve üçüncü saatte $9x \text{ m}^3$ su, havuza dolar. Havuz üç saatte dolduğuna göre, havuzun tamamı,
- $$x + 3x + 9x = 13x \text{ m}^3 \text{ su alır.}$$

O halde, birinci saatte musluktan birim zamanda akan su miktarı sabit kalırsa (her saat $x \text{ m}^3$ su

akarsa) boş havuz $\frac{13x}{x} = 13$ saatte dolar.

Cevap: E

4. 1. yol:

Üç işçi birlikte 2 gün çalıştıktan sonra, kalan işi A ve C işçileri birlikte x günde bitirsinler. Problemden verilenlere göre,

$$\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{18} \right) \cdot 2 + \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{18} \right) \cdot x = 1$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ tür.}$$

2. yol:

Birim zamanda (1 günde) yapılan iş miktarı ile işin bitme süresi ters orantılı olduğundan; çarpımları 9, 12 ve 18 in en küçük ortak katlarında eşitlenecek şekilde; A, B, C işçilerinin 1 günde tek başlarına yaptıkları iş miktarları sırasıyla 4m, 3m, 2m olsun. Üç işçi, birlikte 2 gün çalıştıktan sonra kalan işi A ve C işçileri birlikte x günde bitirsinler. Buna göre, toplam iş miktarı, $(4m + 3m + 2m) \cdot 2 + (4m + 2m) \cdot x$ olur. Bu işi, işçilerden herhangi birisinin 1 günde yaptığı iş miktarı ile işi bitirme süresinin çarpımına eşitleyelim. Örneğin, A işçisi günde 4m kadar iş yaparak işin tamamını 9 günde bitirdiğinden işin tamamı $4m \cdot 9 = 36m$ olur.

$$\begin{aligned} \text{O halde,} \\ (4m + 3m + 2m) \cdot 2 + (4m + 2m) \cdot x &= 36m \\ \Rightarrow 18m + 6m \cdot x &= 36m \Rightarrow 6m \cdot x = 18m \\ \Rightarrow x &= 3 \text{ tür.} \end{aligned}$$

Cevap: A

5. 1. yol:

İşin tamamını tek başına 10 günde bitirebilen birinci işçi 5 gün çalıştığından işin yarısını birinci işçi dolayısıyla diğer yarısını da ikinci işçi yapmıştır. Problemden verilenlere göre, işin tamamının toplam bitme süresi ikinci işçinin çalıştığı süre kadardır. İkinci işçi işin tamamını 18 günde bitirebildiğine göre, yarısını 9 günde bitirebilir.

2. yol:

İşin tamamı toplam x günde bitiyor olsun. Problemede verilene göre, birinci işçi 5 gün, ikinci işçi ise x gün bu işte çalışmış olur. Buna göre, probleme ait denklem yazılırsa,

$$\frac{5}{10} + \frac{x}{18} = 1 \Rightarrow \frac{x}{18} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = 9 \text{ dur.}$$

3. yol:

10 ve 18 in en küçük ortak katı 90 olduğundan birinci işçinin bir günde yaptığı iş miktarına 9m denilirse, ikinci işçinin bir günde yaptığı iş miktarı 5m ve işin tamamı $10.9m = 90m$ (veya $18.5m$) olur. Buna göre, ikisinin birlikte 5 günde yaptıkları iş miktarı $5.(9m + 5m) = 70m$ olduğundan geriye kalan $90m - 70m = 20m$ kadar işi ikinci işçi, $20m : 5m = 4$ günde bitirebilir. O halde, işin tamamı toplam $5 + 4 = 9$ günde biter.

Cevap: C

© Femi Yayınları

6. Murat 4 günde işin $\frac{1}{3}$ ünü bitirebildiğine göre, 1 günde $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ sini, 3 günde de $3 \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$ ünü bitirir. Geriye kalan işi, yani işin $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ ünü Serdar 18 günde bitirebiliyorsa 1 günde, $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{18} = \frac{1}{24}$ ünü ve ikisi birlikte 1 günde işin, $\frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{1}{8}$ ini bitirirler. Buna göre, ikisi birlikte işin tamamını 8 günde bitirebilirler.

Cevap: C

7. Sezen 3 günde işin $\frac{1}{10}$ unu bitirebildiğine göre, 1 günde $\frac{1}{30}$ unu bitirebilir. Ceren'le birlikte 10 gün çalışarak işin tümünü bitirdiklerine göre, işin $10 \cdot \frac{1}{30} = \frac{1}{3}$ ünü Sezen, geriye kalan kısmını yani $\frac{2}{3}$ ünü Ceren yapmıştır. O halde, Ceren 10 günde $\frac{2}{3}$ ünü yaptığı işin 1 günde $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{15}$ ini bitirebilir. Buna göre, Ceren işin tamamını tek başına 15 günde bitirebilir.

Cevap: A

8. İki işçi birlikte işin tamamını 15 günde bitirebildiklerine göre, 1 günde işin $\frac{1}{15}$ ini ve birlikte çalıştıkları 12 günde $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ ini bitirirler. Buna göre, işin diğer kısmını $\left(\frac{1}{5}\right)$ birinci işçi, tek başına çalıştığı 7 günde yapmıştır.

O halde, birinci işçi 7 günde işin $\frac{1}{5}$ ini bitirebiliyorsa 1 günde, $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{35}$ ini bitirebilir.

Dolayısıyla birinci işçi, işin tamamını tek başına 35 günde bitirebilir.

Cevap: E

9. A musluğu açıldıktan x saat sonra B musluğu açılıyor olsun. Buna göre, A musluğu 18 saat, B musluğu ise $(18 - x)$ saat açık kalmış olur. O halde,

$$\frac{1}{6} \cdot 18 - \frac{1}{8} \cdot (18 - x) = 1$$

$$\Rightarrow 3 - 1 = \frac{18 - x}{8} \Rightarrow x = 2 \text{ dir.}$$

Cevap: D

10. Problemde verilenlere göre,

$$\frac{1}{3x} + \frac{2}{11+x} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{11+x+6x}{3x(11+x)} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 22 + 14x = 33x + 3x^2$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 19x - 22 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} 3 & & 22 \\ & \nearrow & \searrow \\ 1 & & -1 \end{array}$$

$$\Rightarrow (3x + 22)(x - 1) = 0$$

olduğundan $x = 1$ olur.

Üçüncü işçi bu işin tamamını tek başına a günde bitiriyor olsun. Buna göre,

$$\left(\frac{1}{3x} + \frac{1}{11+x} + \frac{1}{a} \right) \cdot \frac{3x}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{a} = \frac{2}{3}$$

(4) (1) (4)

$$\Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{8-4-1}{12} \Rightarrow a = 4 \text{ tür.}$$

Cevap: C

11. İkinci işçinin işin tamamını tek başına bitirme süresine x gün denilirse, birinci işçinin bitirme süresi $(x + 15)$ gün olur. İkisi birlikte işin tamamını 10 günde bitirebildiklerine göre,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+15} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{x+15+x}{x(x+15)} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow x^2 + 15x = 20x + 150$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x - 15 \cdot 10 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 15)(x + 10) = 0$$

olduğundan $x = 15$ tir.

Cevap: A

12. 9 saatte $7v$ doldurursa

21 saatte x doldurur.

Doğru Orantı

$$x = \frac{21 \cdot 7v}{9} = \frac{49v}{3}$$

olduğundan IV. havuzun dolan kısmı,

$$\frac{49v}{3} - (7v + 5v + 3v) = \frac{4v}{3} \text{ tür.}$$

$$\frac{4v}{3}, 2v \text{ nin } \frac{4v}{3} : 2v = \frac{2}{3} \text{ üdür.}$$

Cevap: E

13. 1. yol:

Muslukların kapasiteleri ile (dolayısıyla birim zamanda musluktan akan su miktarı ile) havuzun tamamını tek başlarına boşaltma süreleri ters orantılı olduğundan aynı sürede a musluğundan akan su miktarına $6k$ denilirse b ve c musluklarından akan su miktarı sırasıyla $5k$ ve $4k$ olur. Havuzdaki suyun tamamı 600 m^3 olduğundan,

$$6k + 5k + 4k = 600 \text{ ise } k = 40 \text{ ve } b \text{ musluğundan akan su miktarı } 5k = 200 \text{ m}^3 \text{ olur.}$$

2. yol:

Muslukların üçü birlikte açıldığında 1 saatte havuzun,

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15} = \frac{1}{4} \text{ ü boşalır.}$$

(6) (5) (4)

Dolayısıyla musluklar 4 saat açık bırakılarak havuzun tamamı boşaltılmış olur. Buna göre, b musluğu 4 saatte havuzdaki suyun $4 \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$

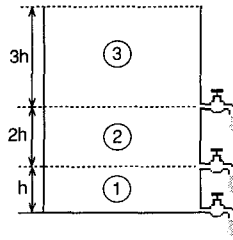
ünü yani $600 \cdot \frac{1}{3} = 200 \text{ m}^3$ ünü boşaltmış olur.

Cevap: A

14. Problemde verilenlerden, havuzu 12 saatte dolduran musluğun 3 saatte doldurduğu kısmı, yani havuzun $\frac{1}{12} \cdot 3 = \frac{1}{4}$ ünü, havuzun dibindeki musluk 12 saatte boşaltmıştır. Dolayısıyla havuzun tamamını $12 \cdot 4 = 48$ saatte boşaltabilir.

Cevap: D

15. Şekildeki gibi numaralandırılmış bölmelerin her birinin boşalma sürelerini ayrı ayrı bulalım.



③ nolu bölme, deponun yarısı ve üç musluk tarafından boşaltıldığı için, $(36 : 2) : 3 = 6$ saatte,

② nolu bölme, deponun üçte biri ve alttan birinci ve ikinci musluk (iki musluk) tarafından boşaltıldığı için $(36 : 3) : 2 = 6$ saatte,

① nolu bölme, deponun altıda biri ve sadece deponun dibindeki musluk tarafından boşaltıldığı için $36 : 6 = 6$ saatte boşalır.

Buna göre, deponun tamamı $6 + 6 + 6 = 18$ saatte boşalır.

Cevap: D

16. 1. yol:

Hız ile işin bitme süresi ters orantılı olduğundan, Mehmet, Onur ve Tarık'ın hızları sırası ile $2k$, k ve $6k$ olursa, aynı işi tek başlarına bitirme süreleri sırasıyla $3x$, $6x$ ve x olur. Problemde verilenlere göre,

$$\frac{2}{3x} + \frac{8}{6x} + \frac{3}{x} = 1$$

(2) (1) (6)

$$\Rightarrow \frac{4 + 8 + 18}{6x} = 1 \Rightarrow x = 5 \text{ ve}$$

bu işi Mehmet'in tek başına bitirme süresi, $3x = 15$ gündür.

2. yol:

Hız ile birim zamanda yapılan iş miktarı doğru orantılı olduğundan Onur'un bir günde yaptığı iş miktarına m denilirse, Mehmet ve Tarık'ın bir günde yaptıkları iş miktarı sırası ile $2m$ ve $6m$ olur. Tek başlarına Mehmet 2, Onur 8, Tarık 3 gün çalıştığında iş tamamlandığına göre, toplam iş miktarı, $2m \cdot 2 + m \cdot 8 + 6m \cdot 3 = 30m$ dir.

Buna göre, Mehmet bu işin tamamını tek başına $30m : 2m = 15$ günde bitirebilir.

3. yol:

Hız ile işin bitme süresi ters orantılıdır. Buna göre, Mehmet'in hızı Onur'un hızının 2 katı olduğundan Mehmet, Onur'un 8 günde bitirebildiği işi $8 : 2 = 4$ günde ve Mehmet'in hızı Tarık'ın hızının üçte biri olduğundan Tarık'ın 3 günde bitirebildiği işi Mehmet $3 \cdot 3 = 9$ günde bitirebilir.

O halde, bu işin tamamını Mehmet'in tek başına bitirme süresi, $2 + 4 + 9 = 15$ gündür.

Cevap: C

17. İsmet'in hızı, Ahmet'in hızının $\frac{1}{2}$ katı oldu-

ğundan (hız ile yapılan iş miktarı doğru orantılı)

İsmet bir günde birinci işin $\frac{1}{8}$ ini, Ahmet ise

$\frac{1}{8} \cdot 2 = \frac{1}{4}$ ünü; Ahmet bir günde ikinci işin

$\frac{1}{5}$ ini, İsmet ise $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$ unu bitirebilir.

Buna göre, ikisi birlikte birinci işi, $\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$

olduğundan $\frac{8}{3}$ günde, ikinci işi ise,

$\frac{1}{10} + \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$ olduğundan $\frac{10}{3}$ günde bi-

tirebilirler.

O halde iki işin tümünü, $\frac{8}{3} + \frac{10}{3} = 6$ günde

bitirebilirler.

Cevap: A

18. Serpil'in bir günde yaptığı iş miktarına x denilirse, Meltem'in bir günde yaptığı iş miktarı $3x$, Nazlı'nın bir günde yaptığı iş miktarı $6x$, üçünün bir günde yaptığı iş miktarı, $x + 3x + 6x = 10x$ ve üçünün birlikte 12 günde yaptıkları iş miktarı $120x$ olur. Buna göre, Meltem bu işi tek başına $120x : 3x = 40$ günde bitirebilir.

Cevap: C

19. 1. yol:

$$\frac{1}{24} + \frac{1}{24} = \frac{1}{12} \text{ olduğundan A ve B muslukları}$$

birlikte açıkken deponun tamamını 12 saatte doldururlar. A ve B musluğu birlikte toplam 16 saat açık kaldığına göre, $16 - 12 = 4$ saatte akıttıkları su, C musluğundan ikinci depoya akmıştır. Buna göre ikinci depoya dolan

$$\text{su miktarı, deponun } 4 \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{3} \text{ üdür.}$$

2. yol:

Problemde verilenlere göre, A ve B musluğu 16 şar saat, C musluğu ise 10 saat açık bırakılmıştır. Buna göre, ikinci deponun dolan miktarı, C musluğunun 10 saatte I. depodan boşalttığı su miktarı kadardır. C musluğu I. deponun tamamı dolu iken depoyu tek başına x saatte boşaltıyor olsun. O halde,

$$\left(\frac{1}{24} + \frac{1}{24} \right) \cdot 16 - \frac{1}{x} \cdot 10 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{12} \cdot 16 - 1 = \frac{10}{x} \Rightarrow \frac{4}{3} - \frac{3}{3} = \frac{10}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{x} \cdot 10$$

olduğundan, C musluğu 10 saatte II. deponun

$$\frac{1}{3} \text{ ünü doldurur.}$$

Cevap: B

20. İşçilerden birisinin, işin tamamını tek başına bitirme süresi x olsun.

İşin yarısını bir işçi tek başına $\frac{x}{2}$ günde, üç

işçi beraber $\frac{x}{2} \cdot \frac{1}{3}$ günde; kalan işin yarısını,

yani işin $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ünü, bir işçi tek başına

$\frac{x}{4}$ günde, kalan iki işçi beraber $\frac{x}{4} \cdot \frac{1}{2}$ gün-

de; işin en son geriye kalan kısmını $\left(\frac{1}{4} \text{ ünü} \right)$

üçüncü işçi tek başına $\frac{x}{4}$ günde bitirebilir.

İşin tamamı, toplam 26 günde bittiğine göre,

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{8} + \frac{x}{4} = 26$$

$$\Rightarrow \frac{4x + 3x + 6x}{24} = 26$$

$$\Rightarrow \frac{13x}{24} = 26$$

$$\Rightarrow x = 48 \text{ ve üçüncü işçi tek başına}$$

$$\frac{x}{4} = \frac{48}{4} = 12 \text{ gün çalışmıştır.}$$

Cevap: A

21. Birinci musluktan birim zamanda akan su miktarı % 50 artırılırsa, musluktan bir saatte akan

su miktarı, başlangıçtaki $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ katı,

ikinci musluktan birim zamanda akan su miktarı % 25 azaltılırsa, musluktan bir saatte akan su

miktarı, başlangıçtaki $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ katı olur.

Son durumda, iki musluk birlikte 3 saat açık bırakılırsa havuzun,

$$\left(\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} - \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{4} \right) \cdot 3 = \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{8} \right) \cdot 3$$

$$= \frac{3}{4} \text{ ü dolar.}$$

Cevap: E

22. Problemden verilenlere göre,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{18} \text{ dir.}$$

$$x < y < z \Leftrightarrow \frac{1}{x} > \frac{1}{y} > \frac{1}{z} \text{ olur.}$$

$\frac{1}{x}$ ve $\frac{1}{y}$ nin değeri $\frac{1}{z}$ nin değerinden büyük olduğundan yukarıdaki eşitlikte $\frac{1}{x}$ ve $\frac{1}{y}$ nin yerine $\frac{1}{z}$ yazılırsa toplam $\frac{1}{18}$ den küçük olur. O halde,

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{18} &\Rightarrow \frac{1}{z} + \frac{1}{z} + \frac{1}{z} < \frac{1}{18} \\ &\Rightarrow \frac{3}{z} < \frac{1}{18} \\ &\Rightarrow z > 54 \text{ tür.} \end{aligned}$$

Buna göre, z nin değeri seçeneklerden 54 ten büyük olanı, 55 olabilir.

Cevap: E

23. 1. yol:

İki mum birlikte yakıldıktan x saat sonra, mumlardan birinin uzunluğu diğerinin uzunluğunun 2 katı olsun. (6 saatte biten mumun uzunluğu diğerinin 2 katı olur.) Buna göre, x saat sonra;

4 saatte biten mumun $\frac{x}{4}$ ü yanar ve $\left(1 - \frac{x}{4}\right)$

ü kalır, 6 saatte biten mumun ise $\frac{x}{6}$ sı yanar

ve $\left(1 - \frac{x}{6}\right)$ sı kalır. O halde,

$$2 \cdot \left(1 - \frac{x}{4}\right) = 1 - \frac{x}{6} \Rightarrow 2 - \frac{x}{2} = 1 - \frac{x}{6}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{x}{2} - \frac{x}{6}$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ saattir.}$$

2. yol:

İki mum birlikte yakıldıktan x saat sonra; 6 saatte yanan mumun bitmesi için $(6 - x)$ saat, 4 saatte yanan mumun bitmesi için $(4 - x)$ saat vardır. 6 saatte biten mumun $(6 - x)$ saatte yanan kısmı, 4 saatte biten mumun $(4 - x)$ saatte yanan kısmının 2 katı olacağından,

$$\frac{1}{6} \cdot (6 - x) = 2 \cdot \left[\frac{1}{4} \cdot (4 - x) \right]$$

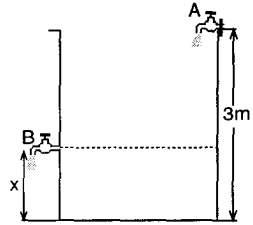
$$\Rightarrow \frac{6 - x}{6} = \frac{4 - x}{2}$$

$$\Rightarrow 6 - x = 3 \cdot (4 - x) \Rightarrow 6 - x = 12 - 3x$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ saattir.}$$

Cevap: B

24. A musluğundan dolan suyun B musluğunun seviyesine geldiği andan havuzun dolmasına kadar geçen süre t olsun. Buna göre, A musluğu 26 saat, B musluğu ise t saat açık kaldığında havuzun tamamı dolduğundan



$$\frac{1}{10} \cdot 26 - \frac{1}{15} \cdot t = 1 \Rightarrow \frac{13}{5} - 1 = \frac{t}{15}$$

$$\Rightarrow t = 24 \text{ saattir.}$$

Havuz toplam 26 saatte dolduğundan A musluğunun tek başına açık kaldığı süre, $26 - 24 = 2$ saattir. O halde, B musluğunun bulunduğu yer, A musluğunun 2 saatte doldurduğu su seviyesidir. A musluğundan 2 saatte dolan su miktarı,

$$\text{havuzun, } \frac{1}{10} \cdot 2 = \frac{1}{5} \text{ i olduğundan,}$$

$$x = 3 \cdot \frac{1}{5} = 0,6 \text{ m} = 60 \text{ cm dir.}$$

Cevap: B

CEVAPLI TEST

1. Serdar bir işin $\frac{1}{4}$ ünü yaptıktan sonra, aynı hızla

6 gün daha çalışarak, kalan işin yarısını yapmıştır.

Buna göre, Serdar bu işin tamamını, aynı çalışma hızıyla kaç günde yapar?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

2. Bahattin bir işi tek başına 4 günde bitirebiliyor. Bahattin ile Ramazan birlikte çalıştıklarında ise aynı işi 3 günde bitirebiliyorlar.

Buna göre, Ramazan 2 günde bu işin ne kadarını bitirir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{7}$

3. Ahmet tek başına bir işi 10 günde, Sinan ise aynı işi tek başına 15 günde bitirebiliyor.

Buna göre, ikisi birlikte çalıştıklarında, bu işin üçte birini kaç günde bitirebilirler?

- A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3

4. Hasan bir işi a günde Mehmet ise aynı işi $2a$ günde bitirebilmektedir.

İkisi birlikte aynı işi 4 günde bitirebildiklerine göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

5. A musluğu açıldıktan 2 saat sonra B musluğu da açılınca bir havuz toplam 5 saatte doluyor.

A ve B muslukları aynı anda açılırsa bu havuz 4,5 saatte dolduğuna göre, A musluğu boş havuzu tek başına kaç saatte doldurabilir?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

6. Nermin, bir halının üçte ikisini 20 günde dokuduktan sonra, kalanını Feyza ile birlikte 6 günde tamamlıyor.

Buna göre, bu halının tamamını, Feyza tek başına kaç günde dokuyabilir?

- A) 60 B) 50 C) 45 D) 40 E) 30

7. Eşit kapasiteli 6 işçi bir işe başlıyorlar. İşin $\frac{1}{4}$ ü bittikten sonra, 3 işçi işi bırakıyor. Kalan 3 işçi, kalan işi 6 günde bitirebiliyor.

İşin $\frac{1}{4}$ ü bitinceye kadar kaç gün geçmiştir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. Osman bir işi tek başına 20 günde bitirebilmektedir. Osman bu işte 4 gün çalıştıktan sonra çalışma hızını 2 katına çıkarıyor.

Bu hızla 2 gün daha çalışırsa Osman işin yüzde kaçını bitirir?

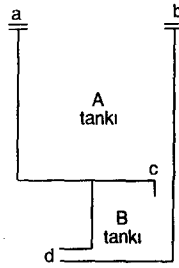
- A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

9. İki musluk birlikte bir havuzu t saatte dolduruyor. I. musluğun akış hızı % 25 artırılıp, II. musluğun akış hızı % 20 azaltılırsa havuzun dolma süresi değişmiyor.

Buna göre, birinci musluğun akış hızının ikinci musluğun akış hızına oranı kaçtır?

- A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{5}$

10. Şekildeki A tankının hacmi, B tankının hacminin iki katına eşittir. a ve b muslukları A tankını tek başlarına sırasıyla 4 ve 6 saatte dolduruyor. c musluğu ise dolu A tankını tek başına 12 saatte boşaltabiliyor. Dolu B tankını ise d musluğu tek başına 24 saatte boşaltabiliyor.



Muslukların hepsi birlikte açılırsa, A tankının

$\frac{1}{3}$ ü dolduğunda B tankında biriken su

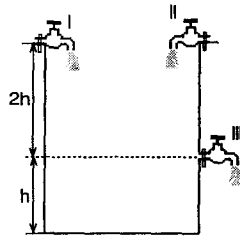
miktarı A tankının kaç katıdır?

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{18}$ E) $\frac{1}{24}$

11. Şekildeki I ve II nolu musluklar sırası ile havuzu tek başlarına 4 ve 12 saatte dolduruyorlar.

Havuzun $\frac{1}{3}$ yüksekli-

ğindeki III. musluk ise dolu havuzu, 3 saatte kendi seviyesine kadar boşaltıyor.



Buna göre, havuz boşken üç musluk birlikte açılırsa havuz kaç saatte dolar?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

12. Üç işçi bir işi birlikte 37 günde bitirebiliyorlar. Bu işçiler birlikte işe başladıktan 7 gün sonra dördüncü bir işçi daha bu işçilere katılıyor.

Bu şekilde işin tamamı toplam 27 günde bittiğine göre, dördüncü işçi bu işi tek başına kaç günde yapar?

- A) 90 B) 81 C) 74 D) 68 E) 60

13. İki işçiden birincisi bir işi tek başına x günde, diğeri $(x + 5)$ günde, ikisi birlikte 6 günde bitirebiliyorlar.

Bu işçilerden birincisi 2 gün, diğeri 3 gün çalışırsa işin kaçta kaç biter?

- A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{6}{7}$ E) $\frac{3}{7}$

14. Bir havuzu 4 saatte dolduran bir musluk ve havuzun dibinde havuzun tamamını 8 saatte boşaltan başka bir musluk vardır. İki musluk birlikte açılıyor.

Bir süre sonra dipteki musluk kapatıldığında havuzun kalan kısmını diğer musluk tek başına 3 saatte doldurduğuna göre, havuzu boşaltan musluk kaç saat açık kalmıştır?

- A) 1 B) 2 C) 2,5 D) 3 E) 3,5

15. A işçisinin 1 günde yaptığı işi B işçisi 3 günde, B işçisinin 2 günde yaptığı işi C işçisi 5 günde yapıyor. A ve C işçileri 2 gün beraber çalıştıktan sonra aralarına B işçisini de alarak kalan işi 4 günde tamamlıyorlar.

Buna göre, C işçisi aynı işin tamamını tek başına kaç günde bitirebilir?

- A) 61 B) 62 C) 63 D) 64 E) 65

16. Ali bir işi Veli'den 1 gün önce bitirebiliyor. Bu iş için Ali 2 gün, Veli ise 1 gün çalışırsa geriye işin $\frac{1}{12}$ si kalıyor.

Buna göre, Veli bu işin tamamını tek başına kaç günde bitirebilir?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

17. Aynı kapasitedeki üç musluktan biri bir depoyu tek başına 9 saatte boşaltabiliyor. Bu üç musluk birlikte 2 saat açık kaldıktan sonra musluklardan bir tanesi kapatılıyor. Bundan sonra kalan 2 musluk 1 saat daha açık bırakılıyor.

Bu üç saat sonunda havuzun dolu kısmının boş kısmına oranı kaç olur?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{5}$

18. Bir usta 3 günde 2 çift terlik, bir kalfa 12 günde 6 çift terlik yapmaktadır.

İkisi birlikte, 70 çift terliği kaç günde yapabilirler?

- A) 45 B) 50 C) 55 D) 60 E) 65

19. Bir musluk bir havuzu 6 saatte dolduruyor.

Havuzun hacmi 3 katına çıkarılıp, musluğun akış hızı $\frac{1}{4}$ oranında azaltılırsa havuz kaç saatte dolar?

- A) 12 B) 24 C) 30 D) 36 E) 48

20. Fevzi, Mehmet ve Tayfur bir işi birlikte 4 günde bitiriyorlar.

Fevzi ile Mehmet işin $\frac{2}{3}$ ünü 4 günde, Fevzi ile Tayfur işin yarısını 4 günde bitirebildiğine göre, Fevzi bu işi tek başına kaç günde bitirebilir?

- A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 28

21. Bir işçi bir havuzu kova ile 8 saatte, bir musluk ise aynı havuzu 2 saatte dolduruyor. Havuzun yarısı dolu iken işçi havuzu doldurmaya başlıyor. Bir süre sonra musluk da açılıyor.

İşçinin kova ile havuzu doldurmaya başlamasından 1 saat sonra havuz dolduğuna göre, musluk kaç dakika açık kalmıştır?

- A) 10 B) 15 C) 25 D) 35 E) 45

22. İşçilerin çift vardiya ile çalıştığı bir işyerinde bir işçi gündüz vardiyasındayken bir işi 6 günde, gece vardiyasındayken aynı işi 9 günde bitiriyor. Bu işçi 4 gün gündüzlü çalışıp gece vardiyasına geçiyor.

Kalan işi, gece vardiyasında kaç günde bitirebilir?

- A) 1,5 B) 2 C) 2,5 D) 3 E) 4

23. Aynı kapasiteki 3 işçi, 2 gün birlikte çalışıyorlar. Geriye kalan işin 3 günde bitirilebilmesi için bu işçilerle aynı kapasitede 5 işçi daha bu işte çalıştırılıyor.

Buna göre, ilk iki günde işin kaçta kaç yapılmıştır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

CEVAP ANAHTARI

1-A	2-D	3-C	4-C	5-A	6-C	7-A	8-C	9-E	10-C	11-D	12-C
13-B	14-B	15-A	16-B	17-B	18-D	19-B	20-D	21-E	22-D	23-D	

15. BÖLÜM

HAREKET PROBLEMLERİ

1 saatte ortalama 60 km yol alan bir aracın 3 saatte katedeceği yol $3 \cdot 60 = 180$ km, 1 dakikada da ortalama 350 m yol alabilen bir hareketlinin 5 dakikada alabileceği yol $5 \cdot 350 = 1750$ m dir.

Buradan, saatte ortalama v hızıyla hareket eden bir hareketlinin t saatte aldığı yol x ise,

$$\text{Yol} = \text{Hız} \cdot \text{Zaman}$$

$$x = v \cdot t \text{ dir.}$$

Burada, yol, hız ve zaman arasında birimlerin uygunluğuna dikkat edilmelidir. Örneğin,

$$[\text{km}] = [\text{km} / \text{sa}] \cdot [\text{sa}]$$

$$[\text{m}] = [\text{m} / \text{dak}] \cdot [\text{dak}]$$

$$[\text{m}] = [\text{m} / \text{sn}] \cdot [\text{sn}]$$

şeklinde, büyüklüklerin birimleriyle işlem yapılabilir.

Örnek:

Saatte ortalama 35 km yol alabilen bir traktörün 210 km lik bir mesafeyi kaç saatte katedeceğini bulalım.

Çözüm:

$x = 210$ km, $v = 35$ km / saat olduğundan,

$$x = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v} = \frac{210}{35} = 6 \text{ saat olarak bulunur.}$$

Uyarı:

İki hareketliden hızı fazla olanın aynı sürede alacağı yol daha fazla olduğundan yol ile hız doğru orantılı, hızları aynı olan iki hareketliden daha uzun süre hareket edenin daha fazla yol alacağından yol ile zaman doğru orantılı, yolları aynı olan iki hareketliden daha kısa sürede yolunu tamamlayanın hızı daha fazla olduğundan hız ile zaman ters orantılıdır.

Örnek:

Saatteki hızları 45 km ve 60 km olan iki hareketli, aynı anda, bir A noktasından B noktasına doğru hareket ediyorlar.

Hızlı olan diğerinden 2 saat önce B noktasına vardığına göre, A ve B noktaları arasındaki uzaklığı bulalım.

Çözüm:

1. yol:

Hızlı olan hareketli, bu yolu t saatte alırsa, diğeri $(t + 2)$ saatte alır. Buna göre,

$$|AB| = 60 \cdot t = 45 \cdot (t + 2)$$

$$\Rightarrow 4t = 3 \cdot (t + 2) \Rightarrow t = 6 \text{ saat}$$

$$|AB| = 60 \cdot 6 = 360 \text{ km dir.}$$

2. yol:

Hız ile zaman ters orantılı olduğundan saatteki hızları 60 km ve 45 km olan iki hareketlinin bu yolu katettikleri süreler, çarpımları 60 ve 45 in en küçük ortak katı 180 de eşitlenecek şekilde, sırasıyla 3t ve 4t olsun. Hızlı olan iki saat önce vardığına göre,

$$3t + 2 = 4t \Rightarrow t = 2 \text{ saat ve}$$

$$|AB| = 60 \cdot 3t = 45 \cdot 4t \Rightarrow |AB| = 360 \text{ km dir.}$$

Örnek:

A şehrinden B şehrine saatte 60 km hızla giden bir araç, hiç beklemeden B den A ya saatte 80 km hızla dönüyor.

Bu aracın gidiş-dönüşü toplam 14 saat sürdüğüne göre, A dan B ye gidişinin kaç saat sürdüğünü bulalım.

Çözüm:

1. yol:

Bu araç A dan B ye t saatte giderse B den A ya $(14 - t)$ saatte döner. Buna göre,

$$|AB| = 60 \cdot t = 80 \cdot (14 - t)$$

$$\Rightarrow 3t = 4 \cdot (14 - t)$$

$$\Rightarrow 3t = 56 - 4t$$

$$\Rightarrow 7t = 56$$

$$\Rightarrow t = 8 \text{ saat bulunur.}$$

2. yol:

Hız ile zaman ters orantılı olduğundan, bu araç A dan B ye 4t saatte giderse B den A ya 3t saatte döner. Buna göre,
 $4t + 3t = 14 \Rightarrow t = 2$ saat ve $4t = 8$ saattir.

3. yol:

zaman = $\frac{\text{yol}}{\text{hız}}$ olduğundan,

(gidiş süresi) + (dönüş süresi) = 14

$$\Rightarrow \frac{|AB|}{60} + \frac{|AB|}{80} = 14$$

(4) (3)

$$\Rightarrow 7 \cdot |AB| = 14 \cdot 240 \Rightarrow |AB| = 480 \text{ km ve}$$

$$\text{gidiş süresi } \frac{480}{60} = 8 \text{ saat olur.}$$

Örnek:

Hızları sırasıyla $v_1, v_2, (2v_1 - v_2)$ olan üç taşıttan birincinin t saatte aldığı yol a, ikincinin 2t saatte aldığı yol b olduğuna göre, üçüncünün t saatte aldığı yolu bulalım.

Çözüm:

Problemde verilenlere göre,

$$a = v_1 \cdot t, \quad b = v_2 \cdot 2t \text{ olduğundan,}$$

$$(2v_1 - v_2) \cdot t = 2v_1t - v_2t$$

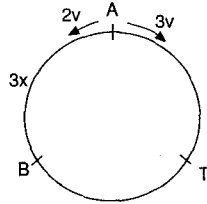
$$= 2 \cdot a - \frac{b}{2} \text{ olur.}$$

Örnek:

$$|AB| = 3x \text{ metre}$$

$$|ATB| = (2x + 250) \text{ metre}$$

Şekildeki dairesel pistin A noktasından aynı anda ve şekildeki hızlarla zıt yönde hareket eden iki hareketli ilk kez B noktasında karşılaştıklarına göre, pistin çevresinin uzunluğunu bulalım.



Çözüm:

Yol ile hız doğru orantılı olduğundan, iki hareketlinin aldıkları yolun, hızlarına oranı sabittir. (birbirine eşittir.) Buna göre,

$$\frac{3x}{2v} = \frac{2x + 250}{3v} \Rightarrow 9x = 4x + 500$$

$$\Rightarrow x = 100 \text{ metredir.}$$

O halde pistin çevresi,

$$3x + 2x + 250 = 5x + 250 = 750 \text{ metredir.}$$

Örnek:

Bir koşucu, rüzgâra karşı 10 dakikada koşabildiği bir mesafeyi, rüzgârı arkasına alarak koştuğunda 8 dakikada koşabilmektedir.

Buna göre, koşucunun hızının rüzgârın hızına oranını bulalım.

Çözüm:

Koşucunun hızı v, rüzgârın hızı r olsun.

Problemde verilenlere göre,

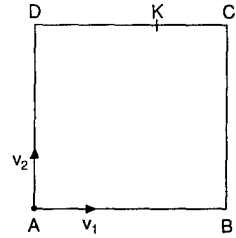
$$x = (v - r) \cdot 10 = (v + r) \cdot 8$$

$$\Rightarrow 10v - 10r = 8v + 8r \Rightarrow 2v = 18r$$

$$\Rightarrow \frac{v}{r} = 9 \text{ olur.}$$

Örnek:

İki koşucu, kare şeklindeki ABCD koşu pistinin A noktasından, aynı anda v_1 ve v_2 hızlarıyla şekildeki yönlerde koşmaya başlıyorlar ve ilk kez K noktasında karşılaşıyorlar.



$|DC| = 3 \cdot |KC|$ olduğuna göre, $\frac{v_1}{v_2}$ oranını bulalım.

Çözüm:

$|KC| = 1$ birim seçilirse $|DK| = 2$ birim ve karenin bir kenarının uzunluğu 3 birim olur. İki hareketli A noktasından aynı anda hareket ettiklerine göre, hızlarının oranı, aldıkları yolların oranına eşit olur. Buna göre,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\text{ABCK yolu}}{\text{ADK yolu}} = \frac{3 + 3 + 1}{3 + 2} = \frac{7}{5} \text{ tir.}$$

Örnek:

Fikret, 40 dakika sonra okuluna varacak şekilde evinden yola çıkıyor.

20 dakikada yolun $\frac{1}{4}$ üne geldiğine göre, zamanında okula varabilmesi için hızını kaç kat artırması gerektiğini bulalım.

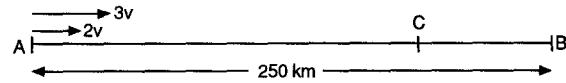
Çözüm:

Fikret 20 dakika yol gittiğinden geriye kalan yolu da $40 - 20 = 20$ dakikada gitmesi gerekmektedir.

Yolun $\frac{1}{4}$ ünü gittiğine göre, geriye yolun $\frac{3}{4}$ ü, yani

gittiği yolun 3 katı kadar bir yol kalmıştır. Kalan yolu da 20 dakikada (aynı sürede) gideceğinden hızını 3 katına çıkarmalıdır. (Gideceği yol 3 katı olduğundan hızı da 3 katı olmalıdır.)

O halde, hızını 2 kat artırmalıdır ki, hızı 3 katına çıkmış olsun.

Örnek:

Hızları saatte $2v$ km ve $3v$ km olan iki araç, aynı anda ve aynı yönde A dan hareket ediyorlar. Araçlardan biri B ye gidip hiç durmadan geriye dönerek C ye vardığı anda, diğer araç A dan C ye ulaşıyor.

AB yolu 250 km olduğuna göre, BC yolunun kaç km olduğunu bulalım.

Çözüm:**1. yol:**

Yol ile hız doğru orantılı olduğundan hızı $3v$ olan aracın aldığı yola $6x$ (AB + BC yolu) dersek hızı $2v$ olan aracın aldığı yol $4x$ (AC yolu) olur. Buna göre,

$$|AC| + 2|BC| = 6x \Rightarrow 4x + 2|BC| = 6x \\ \Rightarrow |BC| = x \text{ olur.}$$

O halde,

$$|AC| + |BC| = 250 \Rightarrow 4x + x = 250 \\ \Rightarrow x = |BC| = 50 \text{ km dir.}$$

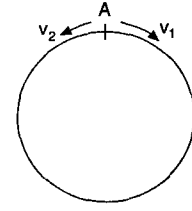
2. yol:

$$\frac{3v}{2v} = \frac{250 + |BC|}{250 - |BC|} \Rightarrow |BC| = 50 \text{ km dir.}$$

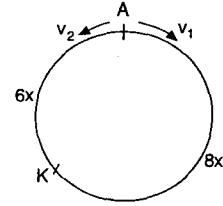
Örnek:

Hızları, $v_1 = 8$ m/sn ve $v_2 = 6$ m/sn olan iki koşucu, şekildeki dairesel pistin A noktasından aynı anda ve ters yönde koşmaya başladıktan 9 dakika sonra karşılaşıyorlar.

Buna göre, yavaş olan koşucunun karşılaşmadan kaç dakikada sonra A noktasına varacağını bulalım.

**Çözüm:****1. yol:**

Yol ile hız doğru orantılı olduğundan hızları v_1 ve v_2 olan koşucuların aldıkları yollara sırasıyla $8x$ ve $6x$ diyelim. Buna göre, yavaş olan koşucu,



6x birim yolu 9 dakikada giderse

8x birim yolu t dakikada gider

Doğru Orantı

$$6x \cdot t = 8x \cdot 9 \Rightarrow t = \frac{8 \cdot 9}{6}$$

$$\Rightarrow t = 12 \text{ dakika sonra A ya varır.}$$

2. yol:

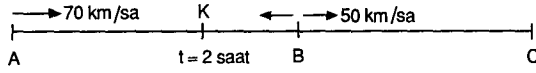
Hızı v_1 olan koşucunun 9 dakikada (9.60 saniyede) gittiği yol x_1 olsun.

$x_1 = v_1 \cdot (9.60)$ metre olduğundan iki koşucunun karşılaşmasından sonra yavaş olan (hızı v_2 olan) koşucu, x_1 yolunu,

$$\frac{x_1}{v_2} = \frac{8 \cdot (9.60)}{6} = 12.60 \text{ sn}$$

$$= 12 \text{ dakikada kateder.}$$

Örnek:



A ve B noktalarından şekildeki hızlarla, aynı anda birbirlerine doğru hareket eden iki araç 2 saat sonra K noktasında karşılaşıyorlar. İki araç, aynı anda ve aynı yönde hareket etselerdi A dan hareket eden araç, diğerine C noktasında yetişecekti. Buna göre, BC yolunun kaç km olduğunu bulalım.

Çözüm:

İki araç birbirlerine doğru hareket ettiklerinde,

$$|AB| = |AK| + |BK|$$

$$\Rightarrow |AB| = 2 \cdot 70 + 2 \cdot 50 = 240 \text{ km olur.}$$

Şimdi de iki aracın aynı yönde hareket ettiklerinde C ye ulaşma süresine t_1 diyelim ve t_1 i bulalım.

$$|AC| = 70 \cdot t_1$$

$$|BC| = 50 \cdot t_1$$

$$|AC| - |BC| = (70 - 50) \cdot t_1$$

$$\Rightarrow |AB| = 20 \cdot t_1 \Rightarrow 240 = 20 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = 12 \text{ saat olur.}$$

Buna göre,

$$|BC| = 50 \cdot t_1 \Rightarrow |BC| = 50 \cdot 12 = 600 \text{ km dir.}$$

Sonuç:

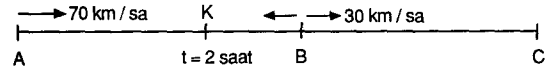
$v_A > v_B$ olmak üzere, aralarındaki mesafe $|AB|$ olan iki hareketli aynı anda ve aynı yönde hareket ettiklerinde, arkadaki aracın öndekine yetişme süresi (t_y)

$$t_y = \frac{|AB|}{v_A - v_B} \text{ ve}$$

iki araç birbirlerine doğru hareket ettiklerinde karşılaşma süresi (t_k)

$$t_k = \frac{|AB|}{v_A + v_B} \text{ dir.}$$

Örnek:



Şekildeki hızlarla aynı anda ve birbirine doğru hareket eden iki araç 2 saat sonra karşılaştığına göre, aynı yönde hareket etselerdi A dan hareket eden aracın diğerine kaç saat sonra yetişeceğini ve yetiştiği noktanın (C nin) B ye olan uzaklığını bulalım.

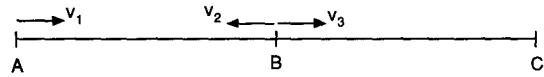
Çözüm:

İki araç birbirine doğru aynı anda hareket ettikten 2 saat sonra karşılaştığına göre, aralarındaki mesafe, $|AB| = (70 + 30) \cdot 2 = 200 \text{ km}$ dir. Buna göre, iki araç aynı anda ve aynı yönde hareket ettiklerinde A dan hareket eden aracın diğerine yetişme süresi,

$$t_y = \frac{|AB|}{70 - 30} = \frac{200}{40} = 5 \text{ saat ve}$$

$$|BC| = 30 \cdot t_y = 30 \cdot 5 = 150 \text{ km dir.}$$

Örnek:



$$\frac{v_1}{5} = \frac{v_2}{4} = \frac{v_3}{3}$$

olmak üzere, A ve B noktalarından üç araç, aynı anda ve şekilde gösterilen hızlarla hareket ediyorlar. A dan hareket eden araç, 2 saat sonra, v_2 hızıyla B den hareket eden araçla karşılaşıyor ve hiç durmadan yoluna devam ederek C noktasında hızı v_3 olan araca yetişiyor.

$|BC| = 270 \text{ km}$ olduğuna göre, AB yolunun kaç km olduğunu bulalım.

Çözüm:

$v_1 = 5v$, $v_2 = 4v$, $v_3 = 3v$ olsun. v_1 ve v_2 hızlı araçlar 2 saat sonra karşılaştıklarına göre,

$$|AB| = 2 \cdot (5v + 4v) = 18v \text{ olur.}$$

Buradan, hızı v_1 olan aracın, hızı v_3 olan araca yetişme süresi ise $t_y = \frac{|AB|}{v_1 - v_3} = \frac{18v}{5v - 3v} = 9$ saattir.

v_3 hızlı aracın 9 saatte gittiği yol (BC yolu) 270 km olduğundan,

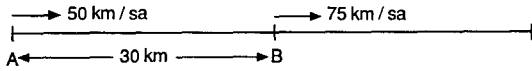
$$|BC| = v_3 \cdot 9 \Rightarrow 270 = 3v \cdot 9 \Rightarrow v = 10 \text{ km / sa ve}$$

$$|AB| = 18 \cdot v \Rightarrow |AB| = 180 \text{ km dir.}$$

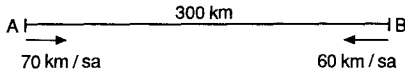
Uyarı:

- 1) Aynı anda ve ters yönde hareket eden iki araç arasındaki mesafe, 1 saatte hızlarının toplamı kadar değişir. (artar veya azalır)
- 2) Aynı anda ve aynı yönde hareket eden iki araç arasındaki mesafe, 1 saatte hızlarının farkı kadar değişir. (artar veya azalır)

Örneğin,



A ve B noktalarından aynı anda, şekildeki hızlarla hareket eden iki araç arasındaki mesafe, 2 saat sonra $(75 - 50) \cdot 2 = 50$ km daha artacağından, $30 + 50 = 80$ km olur.

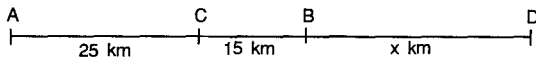
Örnek:

Aralarındaki mesafe 300 km olan A ve B noktalarından, aynı anda ve birbirlerine doğru şekildeki hızlarla hareket eden iki araç arasındaki mesafenin kaç saat sonra 350 km olacağını bulalım.

Çözüm:

İki araç arasındaki mesafenin 350 km olması için, iki araç karşılaştıktan sonra (aralarındaki 300 km lik mesafe kapandıktan sonra) durmadan yollarına devam ettiklerinde aralarındaki mesafenin 350 km açılması gerekir. Yani birbirine ters yönde hareket eden bu iki araç arasındaki mesafe, $300 + 350 = 650$ km değişmektedir. O halde, aradaki mesafenin 650 km değiş-

mesi için geçen zaman, $\frac{650}{70 + 60} = 5$ saattir.

Örnek:

Şekilde gösterilen A ve B noktalarından aynı anda hareket eden iki araç birbirlerine doğru gittiklerinde C de, aynı yönde gittiklerinde ise D de buluşuyorlar.

|AC| = 25 km ve |BC| = 15 km olduğuna göre, |BD| = x in kaç km olduğunu bulalım.

Çözüm:**1. yol:**

Yol ile hız doğru orantılı olduğundan, A dan hareket eden araç 25 km, B den hareket eden araç ise 15 km gittiğinde karşılaştıklarına göre, A dan hareket eden aracın hızına 5v denilirse B den hareket eden aracın hızı 3v olur. İki araç aynı yönde gittiklerinde A dan hareket edenin ötekine yetişme süresi,

$$t_y = \frac{25 + 15}{5v - 3v} \Rightarrow t_y = \frac{20}{v} \text{ ve}$$

bu sürede (t_y) B den hareket eden aracın (hızı 3v olan aracın) aldığı yol x km (BD yolu) olduğundan,

$$x = 3v \cdot t_y \Rightarrow x = 3v \cdot \frac{20}{v} \\ \Rightarrow x = 60 \text{ km dir.}$$

2. yol:

Yol ile hız doğru orantılı olduğundan A dan hareket eden aracın aldığı yolun $(40 + x)$ B den hareket eden aracın aldığı yola (x) oranı,

$$\frac{40 + x}{x} = \frac{25}{15} \left(\text{veya } \frac{40 + x}{x} = \frac{5v}{3v} \right) \\ \Rightarrow 120 + 3x = 5x \Rightarrow x = 60 \text{ km dir.}$$

© Feryal Yayınları

ORTALAMA HIZ

Bir hareketlinin iki nokta arasında aldığı toplam yolun, bu yolu katettiği toplam zamana oranına, hareketlinin bu yol boyunca **ortalama hızı** denir ve v_{ort} şeklinde gösterilir.

$$\text{Ortalama hız} = v_{ort} = \frac{\text{toplam yol}}{\text{toplam zaman}} \text{ dir.}$$

Örnek:

Bir araç, 70 km/sa hızla 4 saat, 80 km/sa hızla 1 saat yol alarak belli bir yolu tamamlıyor.

Buna göre, aracın bu yol boyunca ortalama hızını bulalım.

Çözüm:

$$\text{Ortalama hız} = v_{ort} = \frac{70 \cdot 4 + 80 \cdot 1}{4 + 1} = 72 \text{ km/sa}$$

olur.

Örnek:

Bir araç, belli bir yolun 240 km sini 80 km/sa hızla, 150 km sini de 75 km/sa hızla gidiyor.

Buna göre, aracın bu yol boyunca ortalama hızını bulalım.

Çözüm:

$$v_{\text{ort}} = \frac{\text{toplam yol}}{\text{toplam zaman}} = \frac{240 + 150}{\frac{240}{80} + \frac{150}{75}} = 78 \text{ km/sa tir.}$$

Örnek:

A dan B ye 60 km/sa hızla giden bir araç, B den C ye v km/sa hızla 3 saatte varıyor.

Bu aracın 360 km lik AC yolu boyunca saatteki ortalama hızı 72 km olduğuna göre, v yi bulalım.

Çözüm:

| AB | = x km denilirse, bu aracın A dan B ye varma

süresi $\frac{x}{60}$ saat olur. Buna göre,

$$v_{\text{ort}} = \frac{360}{\frac{x}{60} + 3} = 72 \Rightarrow 5 = \frac{x}{60} + 3 \Rightarrow x = 120 \text{ km olur.}$$

O halde, | BC | = 360 – 120 = 240 km ve aracın BC yolunu aldığı süre 3 saat olduğundan,

$$| BC | = v \cdot 3 \Rightarrow v = \frac{240}{3} = 80 \text{ km/sa olur.}$$

Uyarı:

1) $t_1 = t_2$ olmak üzere, bir aracın v_1 km/sa hızla t_1 saat, v_2 km/sa hızla t_2 saat yol alarak katettiği bir yol boyunca ortalama hızı, hızlarının aritmetik ortalama-sına eşittir.

$$t_1 = t_2 \Leftrightarrow v_{\text{ort}} = \frac{v_1 + v_2}{2} \text{ dir.}$$

2) Bir araç A den B ye v_1 km/sa hızla gidip B den A ya v_2 km/sa hızla dönüyorsa bu aracın gidiş ve dönüşün-deki ortalama hızı,

$$x_1 = x_2 \Leftrightarrow v_{\text{ort}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} \text{ dir.}$$

3) $v_{\min} < v_{\text{ort}} < v_{\max}$ tir.

Örnek:

A şehriden B şehrine 60 km/sa hızla gidip, B şeh-rinden A şehrine 40 km/sa hızla dönen bir aracın gi-diş-dönüşteki ortalama hızını bulalım.

Çözüm:

1. yol:

| AB | = x denilirse, aracın gidiş-dönüşteki aldığı top-

lam yol 2x, gidiş süresi $\frac{x}{60}$, dönüş süresi $\frac{x}{40}$

olur. Buna göre, aracın gidiş-dönüşteki ortalama hızı,

$$v_{\text{ort}} = \frac{2x}{\frac{x}{60} + \frac{x}{40}} = \frac{2x \cdot 120}{5x} = 48 \text{ km/sa olur.}$$

(AB yolu, 60 ve 40 ın herhangi bir ortak katı örneğin 120 km seçilerek de aynı sonuç bulunabilir.)

2. yol:

$$v_{\text{ort}} = \frac{2 \cdot v_1 v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot 60 \cdot 40}{60 + 40} = 48 \text{ km/sa tir.}$$

Örnek:

a > b olmak üzere, 50 km/sa hızla a saat, 70 km/sa hızla b saat yol alan bir aracın bu yol boyunca orta-lama hızını bulalım.

Çözüm:

$$a = b \text{ olsaydı, } v_{\text{ort}} = \frac{50 + 70}{2} = 60 \text{ km/sa olurdu.}$$

Ancak, 50 km/sa hızla (düşük hızla) daha uzun süre yol aldığından ortalama hızı 60 km/sa ten daha az olur.

Buna göre, $50 < v_{\text{ort}} < 60$ tir.

ÇÖZÜMLÜ TEST

1. Bir hareketli, saatte 50 km hızla, bir A noktasından B noktasına gidip hiç durmadan B den A ya saatte 40 km hızla geri dönüyor.

Bu hareketli, AB yolunu toplam 18 saatte gidip döndüğüne göre, AB yolu kaç km dir?

A) 90 B) 150 C) 300 D) 400 E) 500

2. Bir araç A ve B kentleri arasındaki yolu 4 saatte almaktadır. Araç, saatteki hızını 20 km artırır aynı yolu 2 saatte alıyor.

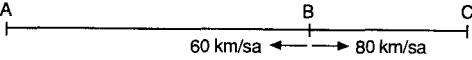
Buna göre, A ve B kentleri arasındaki uzaklık kaç km dir?

A) 40 B) 60 C) 80 D) 100 E) 120

3. Bir otobüsün 420 km lik bir yolu 60 km/sa hızla gitmesi düşünülüyor. 1 saat gecikmeyle yola çıkan otobüs, bu hızla 2 saat gidiyor.

Yolculuğun düşünülen zamanda tamamlanması için otobüs, kalan yolda hızını kaç km/sa artırmalıdır?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

4. 

A ve C şehirleri arası 140 km dir. B noktasından şekildeki gibi iki araç aynı anda ve zıt yönde 60 km/sa ve 80 km/sa hızlarla harekete başlıyorlar.

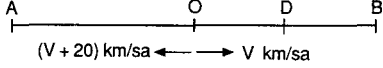
Hızlı olan araç C şehrine gidip hiç durmadan geri dönerek A şehrinde yavaş olan araca yetiştiğine göre, aradan kaç saat geçmiştir?

A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 4

5. A ve B durakları arasında çalışan, boyları 100 m ve hızları 60 km/sa olan iki tramvay birbirlerine doğru hareket etmektedirler.

Bu iki tramvay karşılaştıklarından kaç saniye sonra birbirlerini geçerler?

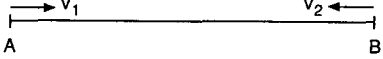
A) 18 B) 12 C) 10 D) 9 E) 6

6. 

O noktası $|AB|$ nin, D noktası $|OB|$ nin orta noktalarıdır. O noktasından aynı anda ve zıt yönde şekildeki gibi harekete başlayan iki hareketliden V ile giden B den, $(V + 20)$ ile giden A dan hiç beklemeden geri dönüyor ve D noktasında karşılaşıyorlar.

Buna göre, V kaçtır?

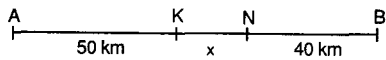
A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

7. 

Hızları V_1 ve V_2 olan iki araç, aynı anda, birbirlerine doğru hareket ediyorlar ve t saat sonra karşılaşıyorlar.

A dan hareket eden araç, B den hareket eden aracın 3 katı yol aldığına göre, B den hareket eden araç, karşılaştıkları noktadan A noktasına, hızını değiştirmeden kaç saatte varır?

A) t B) 2t C) 3t D) 4t E) 5t

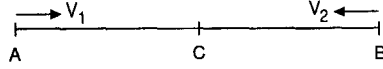
8. 

$|AK| = 50$ km ve $|NB| = 40$ km dir. A ve B noktalarından belli hızlarla aynı anda birbirlerine doğru hareket eden araçlar K noktasında karşılaşıyorlar. Eğer aynı anda yola çıkan araçlardan A dan hareket eden araç, hızını yarısı kadar artırarak giderse bu iki araç N noktasında karşılaşıyor.

Buna göre, $|KN| = x$ uzunluğu kaç km dir?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

9.



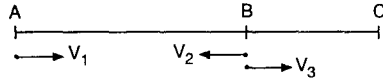
A ve B noktalarından aynı anda birbirlerine doğru harekete başlayan iki araç 2 saat sonra C noktasında karşılaşıyorlar. Karşılaştıktan sonra A noktasından hareket eden araç hızını diğer aracın hızı kadar artırarak B noktasına gidiyor ve hiç beklemeden A noktasına geri dönüyor.

A noktasından hareket eden araç, toplam 5 saat sonra A noktasına geri döndüğüne göre,

$\frac{|AC|}{|BC|}$ oranı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

10.



Şekildeki A ve B şehirlerinden üç araç aynı anda hareket ediyorlar. Hızları sırasıyla 60 ve 40 km/sa olan V_1 ve V_2 hızlı araçlar birbirlerine doğru, hızı 20 km/sa olan 3. araç ise C ye doğru hareket ediyorlar.

V_1 ve V_2 hızlı araçlar 4 saat sonra karşılaştıklarına göre, V_1 hızlı araç V_3 hızlı araca B den kaç km ötede yetişir?

- A) 200 B) 240 C) 280 D) 320 E) 400

11. Dairesel bir koşu pistinin başlangıç noktasından, aynı anda ve ters yönde, saatteki hızları 9 km ve 12 km olan iki koşucu koşmaya başlıyorlar. Yavaş olan koşucu, karşılaştıkları noktadan başlangıç noktasına, yönünü ve hızını değiştirmeden 4 saatte ulaşıyor.

Buna göre, koşu pistinin uzunluğu kaç km dir?

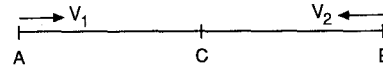
- A) 90 B) 85 C) 70 D) 63 E) 54

12. A ve B kentlerinden aynı anda birbirlerine doğru hareket eden iki araç 5 saat sonra karşılaşıyorlar.

Bu araçlar saatteki hızlarını 10 ar km azaltarak hareket ederlerse 5 saat sonra aralarındaki mesafe kaç km olur?

- A) 50 B) 75 C) 80 D) 90 E) 100

13.



V_1 ve V_2 hızlarındaki iki araç, aynı anda sırasıyla A ve B noktalarından birbirlerine doğru hareket ettiklerinde C noktasında karşılaşıyorlar. Hızı V_1 olan hareketli B ye vardığında hızı V_2 olan hareketli A dan 40 km geride kalıyor.

$2|AC| = 3|BC|$ olduğuna göre, A ile B arası kaç km dir?

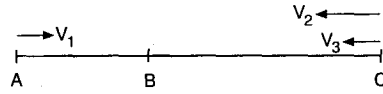
- A) 120 B) 150 C) 180 D) 200 E) 240

14. Dairesel bir pistte hareket eden bir hareketli saatteki hızını x km artırırse pisti 6 saatte, 4x km azaltırse pisti 12 saatte tamamlıyor.

Bu pistte 20 km/sa hızla hareket eden bir hareketli, pisti kaç saatte tamamlar?

- A) x B) 2x C) 3x D) 4x E) 5x

15.

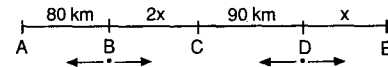


V_1 , V_2 ve V_3 hızları ile üç araç aynı anda harekete başlıyorlar. V_2 hızıyla harekete başlayan araç A noktasına vardığında, V_1 hızıyla hareket eden araç V_3 hızıyla hareket eden araçla B noktasında karşılaşıyor.

$\frac{V_2}{V_1} = 5$ olduğuna göre, $\frac{V_3}{V_2}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

16.



B ve D noktalarından aynı anda yola çıkan iki araç, birbirlerine doğru hareket ettiklerinde C noktasında karşılaşıyorlar. Birbirlerine ters yönde hareket ederlerse B den hareket eden A ya, D den hareket eden ise E ye aynı sürede varıyor.

$|BC| = 2|DE|$ olduğuna göre, $|AE|$ kaç km dir?

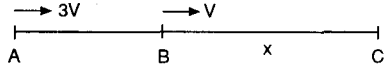
- A) 500 B) 450 C) 420 D) 400 E) 350

17. Bir akıntının hızı saatte 3 km dir.

Bir motor akıntıya karşı saatte 6 km hızla gidebildiğine göre, 6 saat yetecek olan yakıtıyla kıydan en fazla kaç km uzaklaşabilir?

- A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 30

- 18.

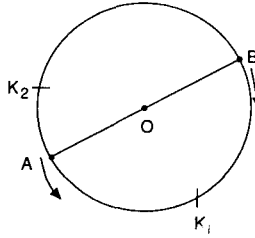


A dan $3V$, B den V hızıyla, iki hareketli aynı anda ve aynı yönde hareket ediyorlar ve B den x km uzakta C noktasında yan yana geliyorlar.

Eğer A dan hareket eden araç $9V$, B den hareket eden araç $4V$ hızıyla gitmiş olsalardı B den kaç km uzakta yanyana gelirlerdi?

- A) $2x$ B) x C) $\frac{x}{2}$ D) $\frac{x}{5}$ E) $\frac{2x}{5}$

19. [AB], şekildeki daire-sel pistin bir çapı olmak üzere, iki koşucu A ve B noktalarından, aynı anda ve birbirlerine doğru koşmaya başlıyorlar. İki koşucu yönlerini ve hızlarını değiştirmeden koştuklarında ilk kez B noktasından 80 metre uzakta K_1 noktasında, ikinci kez ise A noktasından 40 metre uzakta K_2 noktasında karşılaşıyorlar.



Buna göre pistin uzunluğu kaç metredir?

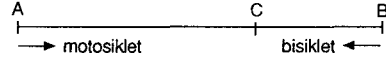
- A) 400 B) 360 C) 320 D) 240 E) 200

20. Bir adamın, bir nehirde akıntıya ters yönde kayığı ile giderken şapkası düşüyor. Akıntı şapkası sürüklerken, adam 30 saniye sonra şapkasının düştüğünü farkedip hemen geri dönüyor ve şapkanın düştüğü noktadan 300 metre ilerde şapkasına yetişiyor.

Buna göre, akıntının hızı kaç m/sn dir?

- A) 3 B) 3,5 C) 4 D) 4,5 E) 5

- 21.



A noktasından bir motosikletli, B noktasından ise bir bisikletli aynı anda birbirlerine doğru hareket ediyorlar. C noktasında karşılaştıktan sonra her ikisi de hareketli hızlarını değiştirmeden yollarına devam ediyorlar. Motosikletli C den B ye 3 saatte, bisikletli ise C den A ya 12 saatte varıyor.

İki hareketlinin saatteki hızları farkı 30 km olduğuna göre, AB yolu kaç km dir?

- A) 540 B) 500 C) 480 D) 450 E) 400

22. Arzu, evinden 120 km uzaklıktaki okuluna 40 dakikada gidip, 80 dakikada dönmektedir.

Arzu'nun okuluna gidiş-dönüşteki ortalama hızı saatte kaç km dir?

- A) 80 B) 90 C) 100 D) 110 E) 120

23. Bir yolun üçte birini saatte 60 km hızla giden bir araç, kalan yolu saatte kaç km hızla gitmelidir ki tüm yol boyunca ortalama hızı saatte 72 km olsun?

- A) 75 B) 80 C) 90 D) 100 E) 120

24. Bir araç 70 km/sa hızla x saat, 90 km/sa hızla y saat yol alıyor.

$x < y$ olduğuna göre, aracın bu yol boyunca saatteki ortalama hızı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 81 B) 80 C) 79 D) 78 E) 77

TESTİN ÇÖZÜMLERİ

1.



Hız ile zaman ters orantılı ve gidiş hızı saatte 50 km, dönüş hızı ise saatte 40 km olduğundan bu aracın A dan B ye gidiş süresine $4t$ denilirse dönüş süresi $5t$ olur. Gidiş-dönüş toplam 18 saat sürdüğüne göre,

$$4t + 5t = 18 \Rightarrow t = 2 \text{ saat ve}$$

$$|AB| = 40 \cdot 5t = 40 \cdot 5 \cdot 2$$

$$= 400 \text{ km dir.}$$

Cevap: D

2. 1. yol:

Hız ile zaman ters orantılı olduğundan 4 saatte V km/sa hızla giderse, aynı yolu 2 saatte $2V$ km/sa hızla gider. Buna göre,

$$2V = V + 20 \Rightarrow V = 20 \text{ km/sa}$$

$$|AB| = V \cdot 4 \Rightarrow |AB| = 20 \cdot 4$$

$$= 80 \text{ km olur.}$$

2. yol:

$$|AB| = V_1 \cdot t_1 = V_2 \cdot t_2$$

$$\Rightarrow V \cdot 4 = (V + 20) \cdot 2$$

$$\Rightarrow 2V = V + 20 \Rightarrow V = 20 \text{ km/sa}$$

$$|AB| = 20 \cdot 4 = 80 \text{ km olur.}$$

Cevap: C

3. 1. yol:

$$t = \frac{x}{V} \text{ olduğundan otobüsün bu yolu } \frac{420}{60} = 7$$

saatte tamamlaması düşünülmüştür. Otobüs 2 saatte, $60 \cdot 2 = 120$ km yol gider. Yola 1 saat geç çıktığından kalan sürede $(7 - (2 + 1) = 4$ saatte) gideceği yol, $420 - 120 = 300$ km dir.

Buna göre, kalan yolu $\frac{300}{4} = 75$ km/sa hızla, yani hızını $75 - 60 = 15$ km/sa artırarak tamamlar.

2. yol:

Otobüs bu yolu $\frac{420}{60} = 7$ saatte tamamlayacaktır.

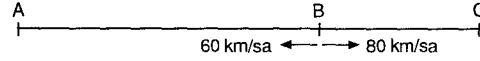
Otobüs yola geç çıkmasaydı, 2 saat yol aldıktan sonra, kalan yolu 60 km/sa hızla, $7 - 2 = 5$ saatte gidecekti. Yola 1 saat geç çıktığı için kalan yolu $5 - 1 = 4$ saatte gidecektir. Hız ile zaman ters orantılı olduğundan, 5 saatte $4V$ ($= 60$) km/sa hızla gideceği yolu, 4 saatte $5V$ km/sa hızla gidecektir. Buna göre, hızını $5V - 4V = V$ km/sa artırması gerekir.

O halde,

$$4V = 60 \Rightarrow V = 15 \text{ km/sa tir.}$$

Cevap: B

4. 1. yol:



Hız ile yol doğru orantılı olduğundan, saatteki hızları 60 ve 80 km olan iki aracın aynı sürede aldıkları yollar sırasıyla, $|AB| = 6x$ ve

2. $|BC| + |AB| = 8x$ olsun. Buna göre,

$$2. |BC| + 6x = 8x \Rightarrow |BC| = x \text{ ve}$$

$$|AC| = |AB| + |BC| \Rightarrow 140 = 6x + x$$

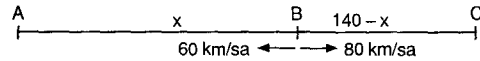
$$\Rightarrow x = 20 \text{ km ve}$$

geçen zaman (örneğin hızı 60 km/sa olan aracın B den A ya varma süresi)

$$\frac{|AB|}{60} = \frac{6x}{60} = \frac{6 \cdot 20}{60}$$

$$= 2 \text{ saattir.}$$

2. yol:



İki araç katettikleri yolu aynı sürede aldıklarına göre,

$$\frac{|AB|}{60} = \frac{|BC| + |CA|}{80} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{280 - x}{4}$$

$$\Rightarrow 4x = 3 \cdot 280 - 3x$$

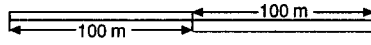
$$\Rightarrow 7x = 3 \cdot 4 \cdot 70 \Rightarrow x = 120 \text{ km}$$

Buna göre, geçen zaman

$$\frac{x}{60} = \frac{120}{60} = 2 \text{ saattir.}$$

Cevap: A

5.



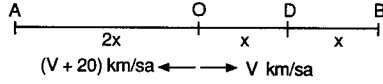
İki tramvayın birbirini geçme süresi, birbirlerine doğru hareket ettiklerinden, $60 + 60 = 120$ km/sa hızla, 200 metre yolu gittikleri süredir.
 $120 \text{ km/sa} = 120\,000 \text{ m/sa}$ olduğundan,

$$\frac{200}{120\,000} = \frac{1}{600} \text{ saat}$$

$$= \frac{60.60}{600} = 6 \text{ sn dir.}$$

Cevap: E

6.



Yol ile hız doğru orantılı olduğundan, iki hareketlinin aynı sürede aldıkları yolların oranı, hızlarının oranına eşittir. Buna göre,

$$\frac{|OA| + |AD|}{|OB| + |BD|} = \frac{V + 20}{V}$$

$$\Rightarrow \frac{2x + 3x}{2x + x} = \frac{V + 20}{V}$$

$$\Rightarrow \frac{5x}{3x} = \frac{V + 20}{V}$$

$$\Rightarrow 5V = 3V + 60$$

$$\Rightarrow V = 30 \text{ km/sa tir.}$$

Cevap: A

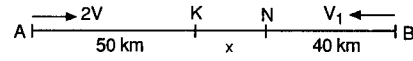
7. Problemde verilenlere uygun bir şekil çizelim.



İki araç hareket ettikten t saat sonra C noktasında karşılaşıyor. Yol ile zaman doğru orantılı olduğundan B den hareket eden araç, $|BC| = x$ yolunu t saatte katederse, kalan $|CA| = 3x$ yolunu 3t saatte kateder.

Cevap: C

8.



A dan hareket eden aracın saatteki hızı $2V$, B den hareket eden aracın saatteki hızı V_1 km/sa olsun. Problemde verilenlere göre, bu iki aracın K noktasında karşılaşma süresine t_1 , N noktasında karşılaşma süresine de t_2 diyelim. Buna göre,

$$t_1 = \frac{50}{2V} = \frac{x + 40}{V_1}$$

$$t_2 = \frac{50 + x}{2V + V} = \frac{40}{V_1}$$

eşitlikleri taraf tarafa bölünürse,

$$\frac{\frac{50}{2V}}{\frac{50 + x}{3V}} = \frac{\frac{x + 40}{V_1}}{\frac{40}{V_1}}$$

$$\Rightarrow \frac{50.3}{2.(50 + x)} = \frac{x + 40}{40}$$

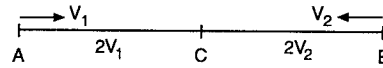
$$\Rightarrow 2.(50 + x).(x + 40) = 50.3.40$$

$$\Rightarrow (50 + x).(x + 40) = 50.60$$

$$\Rightarrow x = 10 \text{ km dir.}$$

Cevap: B

9.



Problemde verilenlere göre,

$$|AC| = 2.V_1 \text{ ve } |BC| = 2V_2$$

$$\text{olduğundan } \frac{|AC|}{|BC|} = \frac{V_1}{V_2} \text{ dir.}$$

A dan hareket eden araç, toplam 5 saatte A noktasına döndüğüne göre, $CB + BA$ yolunu, $(V_1 + V_2)$ km/sa hızla, $5 - 2 = 3$ saatte tamamlamıştır. Buna göre,

$$\frac{|CB| + |BA|}{V_1 + V_2} = 3 \Rightarrow \frac{2V_2 + (2V_2 + 2V_1)}{V_1 + V_2} = 3$$

$$\Rightarrow 4V_2 + 2V_1 = 3V_1 + 3V_2$$

$$\Rightarrow V_2 = V_1 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{|AC|}{|BC|} = 1 \text{ dir.}$$

Cevap: A

10. Problemden verilenlere göre,

$$|AB| = 4.(V_1 + V_2) \Rightarrow |AB| = 4.(60 + 40) \\ \Rightarrow |AB| = 400 \text{ km ve}$$

V_1 hızlı aracın V_2 hızlı araca yetiştiği noktanın B noktasına uzaklığına x diyelim. İki aracın aynı sürede aldıkları yollar sırasıyla $(400 + x)$ ve x km olur. Buna göre,

$$t = \frac{400 + x}{V_1} = \frac{x}{V_2}$$

$$\Rightarrow \frac{400 + x}{60} = \frac{x}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{400 + x}{3} = x \Rightarrow 400 + x = 3x \\ \Rightarrow x = 200 \text{ km dir.}$$

Cevap: A

11. Yol ile hız doğru

orantılı olduğundan, başlangıç noktasından karşılaşma noktasına kadar, yavaş olan koşucu $9x$ km yol alırsa, hızlı olan $12x$ km yol alır. Yavaş olan koşucu,

karşılaştıkları noktadan, başlangıç noktasına 4 saatte vardığına göre, $12x$ km lik yolu 4 saatte koşmuştur. Buna göre,

$$12x = 9.4 \Rightarrow x = 3 \text{ km ve koşu pistinin uzunluğu,}$$

$$12x + 9x = 21x = 21.3 = 63 \text{ km dir.}$$

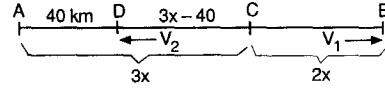
Cevap: D

12. İki aracın başlangıçtaki hızları V_A ve V_B olsun. Buna göre, ilk durumda aralarındaki mesafenin, son durumda birbirlerine doğru katettikleri toplam mesafeden farkı,

$$5.(V_A + V_B) - 5.(V_A - 10 + V_B - 10) \\ = 5V_A + 5V_B - 5V_A + 50 - 5V_B + 50 \\ = 100 \text{ km dir.}$$

Cevap: E

13. Problemden verilenlere uygun şekli çizelim.



Yol ile hız doğru orantılı olduğundan iki hareketlinin karşılaşma noktasına kadar gittikleri yollar oranı, hızlarının oranına ve dolayısıyla karşılaştıktan sonraki gittikleri yollar oranına eşittir. Buna göre,

$$\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{|BC|}{|CD|}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{2x}{3x-40} \Rightarrow 9x - 120 = 4x$$

$$\Rightarrow 5x = 120$$

$$\Rightarrow |AB| = 120 \text{ km dir.}$$

Cevap: A

14. Aracın normal hızına V , pistin uzunluğuna u diyelim. Problemden verilenlere göre,

$$u = (V + x).6 = (V - 4x).12$$

$$\Rightarrow V + x = 2V - 8x \Rightarrow V = 9x \text{ tir.}$$

$$\text{Hızı } 20 \text{ km/sa olan bir hareketli pisti } t = \frac{u}{20}$$

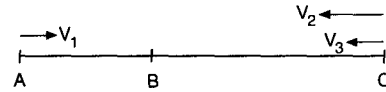
saatte kateder. Buna göre,

$$\frac{u}{20} = \frac{(V + x).6}{20} \Rightarrow t = \frac{(9x + x).6}{20}$$

$$\Rightarrow t = 3x \text{ tir.}$$

Cevap: C

15.



Hız ile yol doğru orantılı olduğundan, araçların aynı sürede aldıkları yollar oranı, hızlarının oranına eşittir.

$$\frac{|CA|}{|AB|} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{|CA|}{|AB|} = 5$$

$$\Rightarrow |CA| = 5. |AB|$$

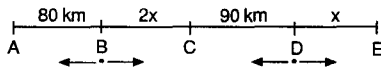
Buna göre, $|AB| = x$ seçilirse, $|CA| = 5x$ ve $|BC| = 5x - x = 4x$ olur.

O halde,

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{|CB|}{|CA|} = \frac{4}{5} \text{ tir.}$$

Cevap: D

16.



B ve D noktalarındaki araçların hızları sırasıyla B ve D, aynı yönde hareket ettikleri süre t_1 , ters yönde hareket ettikleri süre t_2 olsun. Problemden verilenlere göre,

$$t_1 = \frac{|BC|}{B} = \frac{|DC|}{D} \dots (1)$$

$$t_2 = \frac{|BA|}{B} = \frac{|DE|}{D} \dots (2)$$

(1) ve (2) eşitlikleri taraf tarafa bölünürse,

$$\frac{|BC|}{|BA|} = \frac{|DC|}{|DE|} \Rightarrow \frac{2x}{80} = \frac{90}{x} \Rightarrow x^2 = 3600$$

$$\Rightarrow x = 60 \text{ km}$$

$$|AE| = 80 + 90 + 3x$$

$$= 170 + 3.60$$

$$= 350 \text{ km dir.}$$

Cevap: E

17. Akıntının yönü sonucu değiştirmeyeceğinden, motor akıntıya karşı, kıyıdan t saat uzaklaşabiliyor olsun. O halde, $(6 - t)$ saatte akıntıyla birlikte hareket ederek kıyıya dönecektir. Motor akıntıya karşı 6 km/sa hızla ilerleyebildiğine göre, motorun hızı, $6 + 3 = 9$ km/sa tir. Motorun kıyıdan uzaklaşabileceği mesafeye x diyelim.

Motor, akıntıyla birlikte $9 + 3 = 12$ km/sa hızla ilerleyeceğine göre,

$$x = 6 \cdot t = 12 \cdot (6 - t)$$

$$\Rightarrow t = 2 \cdot (6 - t)$$

$$\Rightarrow t = 12 - 2t \Rightarrow t = 4 \text{ saat ve}$$

$$x = 6 \cdot t = 24 \text{ km dir.}$$

Cevap: D

18. Yol ile zaman doğru orantılı olduğundan araçların, ilk durumda yan yana geldikleri noktanın B ye uzaklığı (x) ile son durumda yan yana geldikleri noktanın B ye uzaklığının (y) oranı, ilk durumda yan yana gelme süresinin (t_1) son durumda yan yana gelme süresine (t_2) oranına eşittir. Buna göre,

$$t_1 = \frac{|AB|}{3V - V}$$

$$t_2 = \frac{|AB|}{9V - 4V} \text{ olur. Buradan,}$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{|AB|.5}{|AB|.2} = \frac{x}{y}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2x}{5} \text{ tir.}$$

Cevap: E

19. İki koşucu ilk kez A dan x , B den 80 metre uzakdaki K_1 noktasında karşılaşırlar. Buna göre, pistin çevresinin yarısı $(x + 80)$ metre ve BK_2 yolu,

$$(x + 80) - 40 = (x + 40) \text{ metre olur.}$$

İki koşucu hızlarını değiştirmediklerine göre, iki durumdaki aldıkları yollar oranı birbirine eşit (hızları oranı değişmediği için) olacaktır.

O halde,

$$\frac{x}{80} = \frac{80 + (x + 40)}{x + 40}$$

$$\Rightarrow x^2 + 40x = 80x + 80.120$$

$$\Rightarrow x^2 - 40x - 120.80 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 120)(x + 80) = 0$$

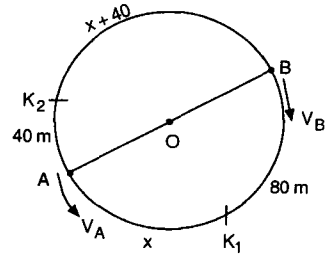
$$\Rightarrow x = 120 \text{ metre}$$

Buna göre, pistin uzunluğu,

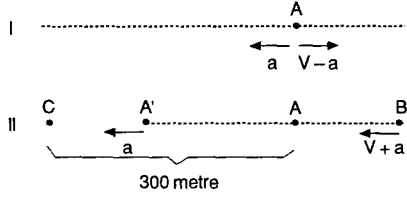
$$2 \cdot (x + 80) = 2 \cdot (120 + 80)$$

$$= 400 \text{ metredir.}$$

Cevap: A



20. Şapka düştükten sonra olan hareketin şeklini çizelim. Şapkanın düştüğü nokta A, kayığın hızı V, akıntının (dolayısıyla şapkanın) hızı a olsun.



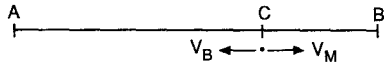
Şapka düştükten sonra, şapka ile kayığın birbirinden uzaklaşma hızı, $a + (V - a) = V$ km/sa ve 30 sn sonra, kayığın dönüp şapkaya yetişme hızı, $(V + a) - a = V$ km/sa (her iki hız da aynı) olduğundan şapka ile kayak arasında 30 sn de açılan mesafe, hız değişmediği için yine 30 sn de kapatılabilir. O halde şapka, düştükten sonra $30 + 30 = 60$ sn akıntıyla süzülerek 300 metre yol almış olur.

Buna göre akıntının hızı,

$$300 = 60.a \Rightarrow a = 5 \text{ m/sn dir.}$$

Cevap: E

21. Problemden verilenlere uygun bir şekli çizelim.



İki hareketlinin C noktasında karşılaşma süresi t olsun. Buna göre,

$$|AC| = t.V_M = 12.V_B \dots (1)$$

$$|BC| = t.V_B = 3.V_M \dots (2)$$

(1) ve (2) eşitlikleri taraf tarafa bölünürse,

$$\frac{V_M}{V_B} = 4 \cdot \frac{V_B}{V_M} \Rightarrow (V_M)^2 = 4.(V_B)^2$$

$$\Rightarrow V_M = 2.V_B \text{ ve}$$

$$V_M - V_B = 30 \Rightarrow 2V_B - V_B = 30$$

$$\Rightarrow V_B = 30 \text{ km/sa}$$

$$V_M = 2.V_B \Rightarrow V_M = 60 \text{ km/sa olduğundan,}$$

$$|AB| = |AC| + |BC|$$

$$= 12.V_B + 3V_M$$

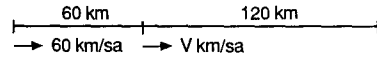
$$= 12.30 + 3.60 = 540 \text{ km dir.}$$

Cevap: A

$$\begin{aligned} 22. V_{\text{ort}} &= \frac{\text{toplam yol}}{\text{toplam zaman}} \\ &= \frac{2.120}{80 + 40} [\text{km/dak.}] \\ &= 2 \text{ km/dak} \\ &= 2.60 \\ &= 120 \text{ km/sa tir.} \end{aligned}$$

Cevap: E

23. Yolun üçte biri 60 km olsun. Buna göre,



$$V_{\text{ort}} = \frac{60 + 120}{t_1 + t_2} \Rightarrow 72 = \frac{180}{\frac{60}{60} + \frac{120}{V}}$$

$$\Rightarrow 72 + 72 \cdot \frac{120}{V} = 180$$

$$\Rightarrow 72 \cdot \frac{120}{V} = 108$$

$$\Rightarrow V = \frac{9.8.120}{9.12}$$

$$\Rightarrow V = 80 \text{ km/sa tir.}$$

Cevap: B

$$24. x = y \text{ için } V_{\text{ort}} = \frac{70 + 90}{2} = 80 \text{ km/sa olur.}$$

$y > x$ olduğundan araç saatte 90 km hızla daha uzun süre gitmiştir. O halde saatteki ortalama hızı 80 km den daha fazla olur.

Buna göre,

$$80 < V_{\text{ort}} < 90 \text{ dir.}$$

A seçeneği cevap olabilir.

Cevap: A

CEVAPLI TEST

1.

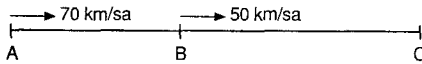


Şekildeki A ve B kentleri arasındaki uzaklık 280 km dir. A ve B den, hızları sırasıyla 80 km/sa ve 60 km/sa olan iki araç aynı anda birbirlerine doğru hareket ediyorlar.

**İki araç karşılaştıkları anda, hızlı olan araç ya-
vaş olan araçtan kaç km fazla yol almıştır?**

- A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

2.



A ve B den aynı anda ve aynı yönde hareket eden araçların hızları sırasıyla 70 km/sa ve 50 km/sa tir.

**İki araç aynı anda C ye vardıklarına göre, $\frac{|AC|}{|BC|}$
oranı kaçtır?**

- A) $\frac{7}{5}$ B) $\frac{12}{7}$ C) 2 D) $\frac{12}{5}$ E) 6

**3. A ve B arasındaki yolu saatte $\frac{V}{2}$ hızıyla 3t
sürede giden bir otomobil, saatte V hızıyla
 $\frac{t}{2}$ sürede, aynı yolun kaçta kaçını gitmiş
olur?**

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

4.



Şekildeki gibi iki araç birbirlerine doğru aynı anda hareket ettiklerinde 2 saat sonra karşılaşıyorlar.

**Aynı anda ve aynı yönde giderlerse A dan
kalkan diğerine kaç saat sonra yetişir?**

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

5. A ve B hareketlileri iki şehirden birbirine doğru aynı anda hareket ediyorlar. A hareketlisi 30 km gidince B ile karşılaşıyorlar.

A nın hızının B nin hızına oranı $\frac{5}{7}$ olduğu-

ğuna göre, bu iki şehir arasındaki uzaklık kaç km dir?

- A) 25 B) 30 C) 42 D) 60 E) 72

**6. A şehrinden B şehrine gitmek üzere aynı anda iki araç hareket ediyor. Hızlı giden aracın B ye ulaş-
masına 30 km kala diğeri ile arasındaki uzaklık 40 km dir.**

**Hızlı giden B şehrine vardığında diğerinin B ye
uzaklığı 50 km olduğuna göre, A ile B arası kaç
km dir?**

- A) 100 B) 120 C) 130 D) 140 E) 150

**7. Bir hareketli, gideceği yolun üçte birini 50 km/sa
hızla gidiyor.**

**Kalan yolu kaç km/sa hızla gitmelidir ki tüm
yol boyunca ortalama hızı 75 km/sa olsun?**

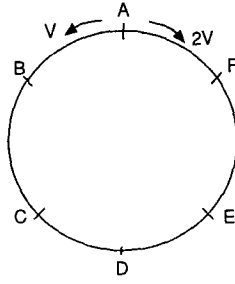
- A) 80 B) 90 C) 100 D) 120 E) 130

8. Bir araba gideceği yolun $\frac{2}{5}$ ini 6 saatte gidiyor.

**Hızını 3 katına çıkarırsa, geriye kalan yolu kaç
saatte tamamlar?**

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

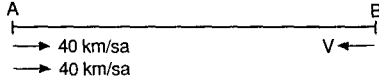
9. İki hareketli 6 eşit parçaya bölünmüş dairesel bir pist üzerinde A noktasından V ve 2V hızlarıyla zıt yönde hareket ediyorlar.



Hareketlerinden sonraki 6. karşılaşmaları hangi noktada olur?

- A) A B) B C) C D) D E) E

10.



A noktasında bulunan ve hızları 40 km/sa olan iki araçtan biri B ye doğru hareket ettikten 30 dakika sonra diğeri aynı yönde hareket ediyor. İkinci araçla aynı anda B den hareket eden üçüncü bir araç bu araçlarla 10 dakika arayla karşılaşıyorlar.

Buna göre, B den kalkan aracın hızı kaç km/sa dir?

- A) 40 B) 60 C) 80 D) 100 E) 110

11.



A noktasından D noktasına doğru hareket eden bir kızağa B ve C noktalarında 1 er kişi biniyor.

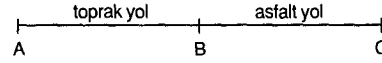
Binen her kişi kızağın hızını yarıya indirdiğine göre, kızağın ortalama hızının ilk hızına oranı kaçtır? ($|AB| = |BC| = |CD|$)

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{6}{7}$

12. Saatteki hızı 72 km olan bir tren 200 metre uzunluğundaki bir tüneli 20 saniyede geçtiğine göre, trenin boyu kaç metredir?

- A) 240 B) 220 C) 200 D) 180 E) 160

13.



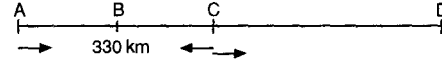
Bir araç A ile B arasını 30 km/sa, B ile C arasını 80 km/sa hızla toplam 11 saatte alıyor.

$$|AB| = |BC|$$

olduğuna göre, $|AC|$ kaç km dir?

- A) 320 B) 360 C) 400 D) 480 E) 560

14.



Şekildeki A ve C noktalarından, hızları sırasıyla 60 km/sa ve 50 km/sa olan iki araç, aynı anda birbirlerine doğru hareket ederlerse B de karşılaşırlarken, aynı anda aynı yönde hareket ederlerse de D den 80 km ileride yan yana geliyorlar.

$|AC| = 330$ km olduğuna göre, $|AD|$ kaç km dir?

- A) 1650 B) 1730 C) 1800 D) 1880 E) 1900

15. Hızları 40 m/dk ve v m/dk olan iki atlet dairesel bir pistte, aynı noktadan zıt yönde koşarlarsa 8 dakika sonra karşılaşırlarken, aynı yönde koşarlarsa 40 dakika sonra yan yana geliyorlar.

$v > 40$ olduğuna göre, v kaçtır?

- A) 66 B) 60 C) 54 D) 50 E) 42

16. Bir deniz motoru 180 km lik AB yolunu, akıntı ile aynı yönde giderse 3 saatte alırken, akıntı ile zıt yönde giderse 5 saatte alıyor.

Buna göre, deniz motorunun hızı kaç km/sa tir?

- A) 45 B) 48 C) 51 D) 54 E) 60

17. A ve B şehirleri arası 100 km dir.

A şehrinden hızları 20 km/sa ve 40 km/sa olan iki motosikletliden, hızı az olanın diğerinden kaç dakika önce yola çıkarsa ikisi aynı anda B şehrine varırlar?

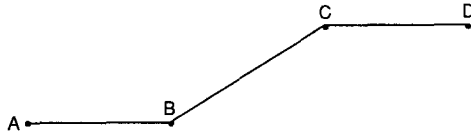
- A) 90 B) 105 C) 120 D) 135 E) 150

18. Bir araç belli bir yolu her saat hızını 10 km/sa artırarak 3 saatte gidiyor.

Bu araç aynı yolu her saat hızını 10 km/sa azaltarak 5 saatte gidebildiğine göre, bu yol kaç km dir?

- A) 195 B) 225 C) 245 D) 265 E) 285

- 19.

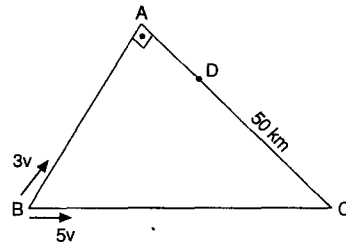


BC yokuş yolu 56 metre AB ve CD düzyolları eşit ve 30 ar metredir. Bir koşucunun düzyoldaki hızı yokuş yukarı hızından 2 m/sn daha fazladır.

Bu koşucu AD yolunu 13 saniyede tamamladığına göre, BC yokuşunu kaç saniyede çıkmıştır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

20. Şekildeki BAC dik üçgeninin B köşesinde bulunan iki hareketliden biri C ye doğru 5v km/sa, diğeri A ya doğru 3v km/sa sabit hızlarla aynı anda harekete başlıyorlar ve D noktasında karşılaşıyorlar.



$$4. |AB| = 3. |AC| \text{ ve } |CD| = 50 \text{ km}$$

olduğuna göre, $|AC|$ kaç km dir?

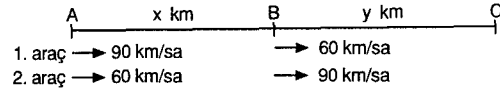
- A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 100

21. Bir araç bir yolun yarısını 50 km/sa hızla, kalan yolun yarısını 75 km/sa hızla ve kalan yolu da v km/sa hızla hareket ederek tamamlıyor.

Araçın yol boyunca ortalama hızı 60 km/sa olduğuna göre, v kaçtır?

- A) 72 B) 75 C) 78 D) 81 E) 84

- 22.

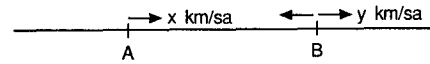


Şekildeki iki araçtan; 1. araç AB yolunu 90 km/sa, BC yolunu 60 km/sa hızla, 2. araç AB yolunu 60 km/sa BC yolunu 90 km/sa hızla gidiyor.

Araçlardan biri diğerinden 1 saat önce C ye vardığına göre, $|x - y|$ kaçtır?

- A) 120 B) 150 C) 180 D) 210 E) 240

- 23.

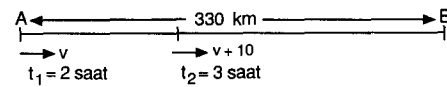


Hızı x km/sa olan bir araç A dan, hızı y km/sa olan başka bir araç B den aynı anda birbirlerine doğru hareket ederlerse 3 saat sonra karşılaşıyorlar.

$x > y$ olmak üzere, iki araç aynı koşullarla aynı anda, aynı yönde hareket etselerdi kaç saat sonra A dan hareket eden diğerine yetişecekti?

- A) $\frac{3(x-y)}{x+y}$ B) $\frac{x-y}{x+y}$ C) $\frac{x+y}{x-y}$
D) $\frac{x+y}{3(x-y)}$ E) $\frac{3(x+y)}{x-y}$

- 24.



Bir araç A dan B ye doğru, v km/sa hızla 2 saat ve $(v + 10)$ km/sa hızla 3 saat giderek AB yolunu tamamlamıştır.

Buna göre, araç AB yolunu $(v - 5)$ km/sa hızla kaç saatte alır?

- A) 5 B) 5,5 C) 6 D) 6,5 E) 7

CEVAP ANAHTARI

1-C	2-A	3-D	4-E	5-E	6-E	7-C	8-B	9-A	10-C	11-D	12-C
13-D	14-E	15-B	16-B	17-E	18-B	19-C	20-C	21-B	22-C	23-E	24-C

16. BÖLÜM

YÜZDE FAİZ KARIŞIM PROBLEMLERİ

A. YÜZDE KAVRAMI

Yüzde kavramını bir örnekle açıklayalım.

Örnek:

500 ton buğdaydan 360 ton un elde edilebilmektedir. Buna göre, buğdaydan ağırlığının yüzde kaç kadar un elde edilebildiğini bulalım.

Çözüm:

500 ton buğdaydan 360 ton un elde edilirse
100 ton buğdaydan x ton un elde edilir.

Doğru Orantı

$$500 \cdot x = 100 \cdot 360$$

$$\Rightarrow x = \frac{100 \cdot 360}{500}$$

$$\Rightarrow x = 72 \text{ olduğundan}$$

100 ton buğdaydan 72 ton un elde edilebiliyor yani buğdaydan ağırlığının yüzde 72 si kadar un elde ediliyor demektir. Burada bu işlemin sonucunu, elde edilen unun ağırlığını, tüm buğdayın ağırlığına oranlayarak bulacak olursak,

$$\frac{360}{500} = \frac{72}{100} \text{ olarak bulunur.}$$

Bu oran, yüzde 72 şeklinde okunur ve % 72 şeklinde yazılabilir. % 72 ifadesine, **yüzde oranı** denir.

Sonuç:

Rasyonel sayıların yüzde olarak ifade edilebilmesi için kesrin paydası 100 olacak şekilde denk bir sayıya genişletilmeli veya sadeleştirilmelidir. Ondalık sayılar ise yüzde olarak ifade edilirken, virgöl iki basamak sağa alınır ve yüzde olarak yazılır.

Bir sayının % a sını bulmak için bu sayı $\frac{a}{100}$ ile çarpılır.

Örnekler:

$$1) \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{25}{25} = \frac{75}{100} = \% 75,$$

$$2) \frac{175}{250} = \frac{175 : 5}{250 : 5} = \frac{35}{50} \\ = \frac{35}{50} \cdot \frac{2}{2} \\ = \frac{70}{100} = \% 70,$$

$$3) 0,45 = 0,01 \cdot 45 = \% 45 \text{ veya,}$$

$$= \frac{45}{100} = \% 45,$$

$$4) 350 \text{ nin } \% 20 \text{ si,}$$

$$350 \cdot \frac{20}{100} = 70 \text{ tir.}$$

Örnek:

300 ün yüzde kaçının 45 olduğunu bulalım.

Çözüm:

1. yol:

300 ün % x i 45 olsun. Buna göre,

$$300 \cdot \frac{x}{100} = 45 \Rightarrow x = 15 \text{ tir.}$$

2. yol:

$$\frac{45}{300} = \frac{15}{100} \text{ olduğundan, 300 ün } \% 15 \text{ i 45 tir.}$$

Örnek:

0,0075 in hangi sayının % 15 i olduğunu bulalım.

Çözüm:

1. yol:

% 15 i 0,0075 olan sayı x olsun. Buna göre,

$$x \cdot \frac{15}{100} = 0,0075 \Rightarrow x \cdot \frac{15}{100} = \frac{75}{10\,000}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{100}$$

$$= 0,05 \text{ tir.}$$

2. yol:

$$\frac{0,0075}{x} = \frac{15}{100} \Rightarrow x = \frac{0,75}{15}$$

$$= 0,05 \text{ olur.}$$

Örnek:

Binde 8 i 30 olan sayıyı bulalım.

Çözüm:

Binde 8 i 30 olan sayı x olsun. Buna göre,

$$\frac{30}{x} = \frac{8}{1000} \Rightarrow x = \frac{30 \cdot 1000}{8}$$

$$= 30 \cdot 125 = 3750 \text{ dir.}$$

Örnek:

Bir tüccar, bir malın % 50 sini % 50 ve % 30 unu % 30 kârla, % 20 sini de % 20 zararla sattığında bu malın tümünün satışından elde ettiği kâr oranını bulalım.

Çözüm:

Bu malın tümünün maliyeti 100 TL olsun. Buna göre, bu malın satışından elde edeceği kâr,

$$50 \cdot \frac{50}{100} + 30 \cdot \frac{30}{100} - 20 \cdot \frac{20}{100} = 25 + 9 - 4$$

$$= 30 \text{ TL}$$

olduğundan tüccarın elde ettiği kâr oranı % 30 dur.

Örnek:

Bir satıcı, elindeki malın önce % 10 unu, daha sonra da kalan malın % 15 ini satmıştır.

Buna göre, başlangıçta tüccarın elinde olan malın yüzde kaçının satılmadığını bulalım.

Çözüm:

Satıcının elindeki malların % 10 u satılırsa, geriye malların % 100 – % 10 = % 90 ı kalır.

Daha sonra kalan malların (% 90 ının) % 15 i satılırsa, geriye yine kalan malların % 100 – % 15 = % 85 i kalır. Buna göre, kalan malların % 85 i,

$$\frac{90}{100} \cdot \frac{85}{100} = \frac{765}{1000} \text{ dir. O halde başlangıçtaki}$$

malların binde 765 i yani % 76,5 i satılmamıştır.

Örnek:

% 20 si kız öğrenci olan bir sınıfa 10 kız öğrenci daha katıldığında, sınıftaki erkek öğrenci oranı % 64 olmuştur.

Buna göre, sınıftaki erkek öğrenci sayısını bulalım.

Çözüm:

$$\% 20 = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} \text{ olduğundan ilk durumda sınıftaki}$$

öğrenci sayısına 5x denilirse, kız öğrenci sayısı x, erkek öğrenci sayısı 4x olur.

Sınıfa 10 kız öğrenci daha katıldığında sınıftaki tüm öğrencilerin sayısı (5x + 10) olur. Bu durumda sınıftaki öğrencilerin % 64 ü erkek öğrenci olduğundan, erkek öğrenci sayısının sınıftaki tüm öğrencilerin sayısına oranı % 64 olur. O halde,

$$\frac{4x}{5x + 10} = \frac{64}{100} \Rightarrow \frac{x}{5x + 10} = \frac{4}{25}$$

$$\Rightarrow 25x = 20x + 40$$

$$\Rightarrow x = 8 \text{ ve}$$

sınıftaki erkek öğrenci sayısı 4x = 32 dir.

Örnek:

Bir ilde yapılan araştırma sonucunda ailelerin % 80 inde televizyon, % 30 unda bilgisayar bulunduğu tespit edilmiştir.

Buna göre, bu ilçedeki ailelerin en az yüzde kaçında hem televizyon hem de bilgisayar bulunduğunu bulalım.

Çözüm:

İlçede 100 aile olsun. Televizyon bulunan aileler ile bilgisayar bulunan ailelerin toplamı $80 + 30 = 110$ olur. İlçede 100 aile olduğundan, en az $110 - 100 = 10$ ailenin hem televizyon hem de bilgisayarı olmalıdır.

O halde, ilçedeki ailelerin en az $\frac{10}{100} = \% 10$ unda hem televizyon hem de bilgisayar bulunmaktadır.

1) Artırma (Zam):

Bir x sayısının değeri % a artırılırsa, son durumdaki değeri,

$$x + x \cdot \frac{a}{100} = x \cdot \frac{100 + a}{100} \text{ olur.}$$

Örneğin,

100 sayısı % 15 artırılırsa, yeni sayı

$$100 \cdot \frac{100 + 15}{100} = 115 \text{ olur.}$$

Örnek:

400 000 TL ye mal edilen bir kalem % 25 kârla satılırsa, satış fiyatının kaç TL olacağını bulalım.

Çözüm:

$$400\ 000 \cdot \frac{100 + 25}{100} = 500\ 000 \text{ TL olur.}$$

Örnek:

Bir lastik çekilip uzatıldığında boyu % 110 artıyor. Çekilip uzatılmış haldeki boyu 0,84 metre olan lastiğin çekilmeden önceki boyunun kaç cm olduğunu bulalım.

Çözüm:

Lastiğin çekilmeden önceki boyu x metre olsun.

$$x \cdot \frac{100 + 110}{100} = 0,84 \Rightarrow x \cdot 2,10 = 84$$

$$\Rightarrow x = \frac{84}{2,10}$$

$$= 0,4 \text{ metre}$$

$$= 40 \text{ cm dir.}$$

Örnek:

Yıllık enflasyon oranının (fiyatlardaki artış oranı) % 80 olduğu bir ülkede, yılın ilk yarısında % 20 oranında zam alan bir ücretlinin yıl sonunda zararlı olmaması için yılın ikinci yarısında alması gereken zam oranının en az yüzde kaç olacağını bulalım.

Çözüm:

Başlangıçta bir malın fiyatı 100 TL ve bir ücretlinin ücreti de 100 TL olsun. % 80 enflasyondan dolayı bu malın yıl sonundaki fiyatı 180 TL olur. Buna göre, ücretlinin yıl sonunda zarar etmemesi için yıl sonundaki ücreti de en az 180 TL olmalıdır. Yılın ilk yarısında % 20 zam alarak ücreti 100 TL den 120 TL ye çıkan ücretlinin yıl sonundaki ücretinin 180 TL olması için yılın ikinci yarısında, $180 - 120 = 60$ TL

$$\text{zam alması gerekir. } 60 \text{ TL, } 120 \text{ TL nin } \frac{60}{120} = \% 50$$

si olduğundan ücretlinin ikinci kez alması gereken zam oranı % 50 dir.

Örnek:

Bir ülkede, tüm malların fiyatlarında ortalama olarak yılın ilk altı ayında % 60, ikinci altı ayında ise % 25 oranında artış görülmüştür.

Bu ülkede, ücretli olarak çalışanların ücretleri yıl sonunda % 80 oranında artırılırsa, ücretlilerin yıllık ortalama kaybının yüzde kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

Başlangıçta bir malın fiyatı ve bir ücretlinin maaşı 100 er TL olsun. Bu durumda, bir ücretli bu malın tamamını satın alabilecek durumda olur.

Fiyatı 100 TL olan bir malın altı ay sonraki fiyatı, % 60 arttığından 160 TL ve ikinci altı ayda % 25 arttığından, bu malın yıl sonundaki fiyatı $160 \cdot \frac{125}{100} = 200$ TL,

bir ücretlinin yıl sonundaki maaşı da, % 80 artış olduğundan 180 TL olur. Bu durumda bir ücretli 200 TL

olan bir malın $\frac{180}{200}$ üne sahip olabilmekte,

$$\frac{200 - 180}{200} = \frac{20}{200} \text{ üne sahip olamamaktadır. Buna}$$

göre, bir ücretlinin kaybı 200 de 20, yani % 10 olur.

ÖSS MATEMATİK

2) Azaltma (İndirim-iskonto):

Bir x sayısının değeri % a azaltılırsa, son durumdaki değeri,

$$x - x \cdot \frac{a}{100} = x \cdot \frac{100 - a}{100} \text{ olur.}$$

Örneğin,

$$400 \text{ ün } \% 25 \text{ eksiği, } 400 \cdot \frac{100 - 25}{100} = 300 \text{ olur.}$$

Örnek:

Etiket fiyatından % 15 indirim yapılarak 680 bin liraya satılan bir kalemin indirim yapılmadan önceki fiyatını bulalım.

Çözüm:

Etiket fiyatından % 15 indirimle satılan kalem, etiket fiyatının % $100 - \% 15 = \% 85$ ine satılmıştır. Buna göre,

$$\begin{array}{ccc} \% 85 \text{ i} & \searrow & 680\,000 \text{ TL olursa} \\ \% 100 \text{ ü} & \nearrow & x \text{ TL olur} \end{array}$$

Doğru Orantı

$$85 \cdot x = 100 \cdot 680\,000$$

$$\Rightarrow x = \frac{100 \cdot 680\,000}{85} = 800\,000 \text{ TL dir.}$$

Örnek:

Maliyeti $(2x + 150\,000)$ TL olan bir mal % 20 zararla $(510\,000 - x)$ TL ye satıldığına göre, bu malın maliyet fiyatını bulalım.

Çözüm:

Maliyeti üzerinden % 20 zararla satılan malın satış fiyatı, maliyet fiyatının % $(100 - 20) = \% 80$ i dir. Buna göre,

$$510\,000 - x = (2x + 150\,000) \cdot \frac{80}{100}$$

$$\Rightarrow 5 \cdot (510\,000 - x) = (2x + 150\,000) \cdot 4$$

$$\Rightarrow 2\,550\,000 - 5x = 8x + 600\,000$$

$$\Rightarrow 1\,950\,000 = 13x \Rightarrow x = 150\,000 \text{ olur.}$$

O halde, bu malın maliyet fiyatı,

$$2x + 150\,000 = 450\,000 \text{ TL dir.}$$

Örnek:

Maliyeti üzerinden % 40 kârla satılan bir malın satış fiyatı üzerinden % 20 indirim yapılıyor.

Buna göre, bu malın indirimli satışından elde edilen kâr oranının maliyeti üzerinden yüzde kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

Bu malın maliyet fiyatı 100 TL olarak seçilirse,

$$\% 40 \text{ kârla, } 100 \cdot \frac{140}{100} = 140 \text{ TL ye satılır. } 140 \text{ TL ye}$$

$$\text{satılan mal ise } \% 20 \text{ indirimle, } 140 \cdot \frac{100 - 20}{100} = 112$$

TL ye satılır. Buna göre, bu malın indirimli satışından $112 - 100 = 12$ TL kâr edilir. O halde, bu malın indirimli satışından elde edilen kâr oranı, maliyetinin

$$\frac{12}{100} = \% 12 \text{ sidir.}$$

Uyarı:

Yüzde oranı sorulan soruların çözümünde, bilinmeyenler seçmek yerine, uygun sayı değerleri seçilerek soruların çözümü yapılabilir.

Örnek:

Bir dikdörtgenin uzun kenarları % 20 artırılıp, kısa kenarları % 20 azaltılırsa, dikdörtgenin alanındaki değişme oranını bulalım.

Çözüm:

Dikdörtgenin uzun kenarı 20 cm, kısa kenarı 10 cm seçilirse alanı, $20 \cdot 10 = 200 \text{ cm}^2$ olur.

Bu dikdörtgenin uzun kenarı % 20 artırılıp, kısa kenarı % 20 azaltılırsa elde edilen yeni dikdört-

$$\text{genin iki kenarı sırasıyla, } 20 \cdot \frac{120}{100} = 24 \text{ cm ve}$$

$$10 \cdot \frac{80}{100} = 8 \text{ cm ve bu dikdörtgenin alanı,}$$

$$24 \cdot 8 = 192 \text{ cm}^2 \text{ olur. Bu durumda dikdörtgenin alanı } 200 - 192 = 8 \text{ cm}^2 \text{ azaldığından, dikdörtgenin ala-}$$

$$\text{nındaki azalma oranı } \frac{8}{200} = \frac{4}{100} = \% 4 \text{ tür.}$$

Örnek:

Maliyeti üzerinden % 20 kârla satılan bir mal, satış fiyatından 200 bin TL indirim yapılarak satıldığında indirimli satışından, maliyeti üzerinden % 20 zarar ediliyor.

Buna göre, bu malın maliyet fiyatını bulalım.

Çözüm:

Maliyeti üzerinden % 20 kârla satılan malın satış fiyatı maliyetinin % 120'sidir. 200 bin TL indirim yapılarak satıldığında maliyeti üzerinden % 20 zarar edildiğine göre, indirimli satış fiyatı ise maliyetinin % 80'idir. O halde, bu malın % $(120 - 80) = \% 40$ ı 200 bin TL'dir. Buradan,

$$\begin{array}{l} \% 40 \text{ ı} \quad \quad \quad 200 \text{ bin TL ise} \\ \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\ \% 100 \text{ ü} \quad \quad \quad x \text{ TL olur.} \end{array}$$

Doğru Orantı

$$\begin{aligned} 40.x &= 100.200 \text{ bin} \\ \Rightarrow x &= 500 \text{ bin TL dir.} \end{aligned}$$

Buna göre, bu malın maliyeti 500 bin TL'dir.

Örnek:

x sayısının % 4'ü y sayısına eklendiğinde y'nin değeri $\frac{1}{12}$ oranında artıyor.

Buna göre, y sayısının değerinin, x'in değerinin yüzde kaç eksikliğine eşit olduğunu bulalım.

Çözüm:

y'nin değerindeki artış, x'in % 4'ünün eklenmesiyle

olduğundan y'nin $\frac{1}{12}$ si x'in % 4'üne eşittir.

Buna göre,

$$y \cdot \frac{1}{12} = x \cdot \frac{4}{100} \Rightarrow y = x \cdot \frac{48}{100} \text{ ve}$$

$100 - 48 = 52$ olduğundan y'nin değeri, x'in değerinin % 52 eksikliğine eşittir.

Örnek:

Bir fabrikada aynı malı üreten üç makine, bir günde x, y ve z miktarlarda mal üretebiliyor. x miktarda üretim yapan makinenin kapasitesi % 20 artırılıp, y ve z miktarda üretim yapan makinelerin kapasiteleri % 5'er azaltılırsa günlük üretim miktarı değişmiyor.

Buna göre; x, y ve z arasında nasıl bir bağıntı olduğunu bulalım.

Çözüm:

Problemde verilenlere göre,

$$x + y + z = x \cdot \frac{120}{100} + (y + z) \cdot \frac{95}{100}$$

$$\Rightarrow (y + z) \cdot \frac{5}{100} = x \cdot \frac{20}{100}$$

$$\Rightarrow 4x = y + z \text{ olarak bulunur.}$$

B. FAİZ PROBLEMLERİ

Faiz problemleri de artırma problemleri gibidir. Faiz problemlerinde belli bir zamanda artış söz konusudur.

A liranın (anapara - kapital) yıllık % n den 1 yılda ge-

tireceği faiz, $A \cdot \frac{n}{100}$, t yılda getireceği faiz (f)

ise,

$$f = \frac{A \cdot n \cdot t}{100} \text{ dür.}$$

Buna **basit faiz** denir.

Örneğin,

40 milyar liranın yıllık % 60 tan 3 yılda getireceği basit faiz,

$$40 \cdot \frac{60}{100} \cdot 3 = 72 \text{ milyar liradır.}$$

Örnek:

Bankaya yatırılan 800 milyon TL, 4 ay sonra getirdiği faizi ile birlikte 880 milyon TL olarak çekildiğine göre, uygulanan yıllık faiz oranını bulalım.

Çözüm:

Bankaya yatırılan 800 milyon TL, 880 milyon TL olarak çekildiğine göre, 800 milyon TL nin 4 ayda getirdiği faiz, $880 - 800 = 80$ milyon TL dir. Uygulanan yıllık faiz oranı % n ve 4 aylık faiz, bir yıllık

faizin $\frac{4}{12}$ si (1 yıl 12 ay) olduğundan,

$$80 = 800 \cdot \frac{n}{100} \cdot \frac{4}{12} \Rightarrow n = 30 \text{ dur.}$$

O halde, uygulanan yıllık faiz oranı % 30 dur.

Örnek:

900 milyon TL, bir kısmı yıllık % 40 tan, kalanı da yıllık % 60 tan bir yıllığına faize yatırılarak toplam 440 milyon TL faiz geliri elde ediliyor.

Buna göre, paranın kaç TL sinin yıllık % 60 tan faize yatırıldığını bulalım.

Çözüm:

1. yol:

900 milyon TL nin x milyon TL si yıllık % 60 tan faize yatırılıyor olsun. Bu durumda $(900 - x)$ milyon TL si de yıllık % 40 tan faize yatırılmış olur. Buna göre,

$$x \cdot \frac{60}{100} + (900 - x) \cdot \frac{40}{100} = 440$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{5} + (900 - x) \cdot \frac{2}{5} = 440$$

$$\Rightarrow 3x + (900 - x) \cdot 2 = 440 \cdot 5$$

$$\Rightarrow 3x + 1800 - 2x = 2200$$

$$\Rightarrow x = 400 \text{ milyon TL dir.}$$

2. yol:

Paranın tamamı yıllık % 40 tan faize yatırılsaydı,

$$900 \cdot \frac{40}{100} = 360 \text{ milyon TL faiz geliri olurdu. Buna}$$

göre, $440 - 360 = 80$ milyon TL fazladan elde edilen faiz geliri, paranın yıllık % 60 tan faize yatırılan kısmının, $\% (60 - 40) = \% 20$ sidir.

O halde, % 20 si 80 milyon TL olan bu para (x),

$$\frac{80}{x} = \frac{20}{100} \Rightarrow x = 400 \text{ milyon TL dir.}$$

3. yol:

$$\text{Elde edilen yıllık ortalama faiz oranı } \frac{440}{900} = \frac{22}{45}$$

olduğundan,

$$\begin{array}{l} \begin{array}{c} \% 60 \\ \swarrow \\ \text{22} \\ \text{45} \\ \nwarrow \\ \% 40 \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{22}{45} - \frac{40}{100} = \frac{4}{45} \quad (4k) \\ \frac{60}{100} - \frac{22}{45} = \frac{5}{45} \quad (5k) \end{array} \\ \hline \text{Doğru Orantı} \quad \quad \quad + \quad \quad \quad 9k = 900 \text{ milyon} \end{array}$$

9k = 900 milyon TL olursa, yıllık % 60 tan faize yatırılan kısım, 4k = 400 milyon TL dir.

C. KARIŞIM PROBLEMLERİ

A ve B maddelerinden sırasıyla a ve b birim karıştırılarak elde edilen (a + b) birim karışımındaki A maddesinin yüzde oranı,

$$\frac{a}{a + b} \text{ dir.}$$

Örneğin,

20 gram tuz, 70 gram un ve 10 gram şekerin karıştırılmasıyla elde edilen $20 + 70 + 10 = 100$ gram karışımındaki un, tuz ve şeker oranı sırasıyla, ağırlıkça % 70, % 20 ve % 10 dur.

Örneğin,

Ağırlıkça % 30 u alkol olan 150 litre alkol-su karışımındaki alkol miktarı x litre ise, x in değeri,

$$\frac{x}{150} = \frac{30}{100} \Rightarrow x = 150 \cdot \frac{30}{100} = 45 \text{ tir.}$$

Örnek:

Ağırlıkça % 25 i şeker olan 40 gram şekerli sudaki şeker oranının % 20 olması için karışıma kaç gram saf su ilâve edilmesi gerektiğini bulalım.

Çözüm:

Şeker oranı % 25 olan 40 gram karışımdaki şeker miktarı, $40 \cdot \frac{25}{100} = 10$ gramdır. Bu karışımdaki şeker oranının % 20 olması için karışıma x gram saf su ilâve ediliyor olsun. Bu durumda elde edilen $(40 + x)$ gram karışımın 10 gramı şeker olduğundan,

$$\frac{10}{40 + x} = \frac{20}{100} \Rightarrow 50 = 40 + x$$

$$\Rightarrow x = 10 \text{ gramdır.}$$

Örnek:

Ağırlıkça % 20 si alkol olan 180 gram alkol-su karışımı ile ağırlıkça % 70 i su olan 120 gram alkol-su karışımı karıştırılıyor.

Buna göre, elde edilen 300 gramlık yeni karışımın ağırlıkça yüzde kaçının alkol olduğunu bulalım.

Çözüm:**1. yol:**

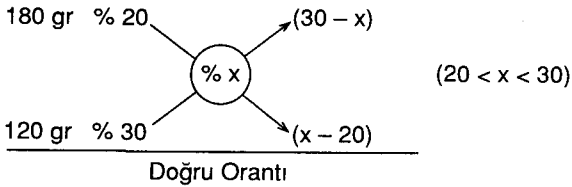
120 gram karışımın % 70 i su ise % 30 u alkoldür. Buna göre, karışımın alkol oranı,

$$\frac{\text{toplam alkol miktarı}}{\text{toplam karışım miktarı}}$$

oldüğundan,

$$\frac{180 \cdot \frac{20}{100} + 120 \cdot \frac{30}{100}}{180 + 120} = \frac{72}{300}$$

$$= \frac{24}{100} = \% 24 \text{ tür.}$$

2. yol:

$$\frac{180}{120} = \frac{30 - x}{x - 20} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{30 - x}{x - 20}$$

$$\Rightarrow 3x - 60 = 60 - 2x \Rightarrow 5x = 120$$

$$\Rightarrow x = 24$$

oldüğundan elde edilen 300 gram karışımdaki alkol oranı, ağırlıkça % 24 tür.

Örnek:

Ağırlıkça % 20 si şeker olan 400 gram şekerli su karışımının kaç gramı buharlaştırılırsa ağırlıkça % 25 i şeker olan bir karışım elde edilir?

Çözüm:

Şekerli su buharlaştırıldığında karışımdaki şeker miktarı değişmez, su miktarı azalır. Başlangıçtaki karışımın şeker oranı % 20 olduğundan şeker mikta-

$$r\ 400 \cdot \frac{20}{100} = 80 \text{ gramdır. Bu karışımın } x \text{ gramı}$$

buharlaştırıldığında karışımdaki şeker oranı % 25 olsun. Bu durumda karışım miktarı da x gram azalacağından,

$$\frac{80}{400 - x} = \frac{25}{100} \Rightarrow 320 = 400 - x$$

$$\Rightarrow x = 80 \text{ gramdır.}$$

Buna göre, şeker oranı % 20 olan 400 gram şekerli sudaki şeker oranının % 25 olması için 80 gram su buharlaştırılmalıdır.

ÇÖZÜMLÜ TEST

1. Hergün aynı miktarda harçlık alan Sinan, günlük harçlığının % 15 ini biriktirerek bir haftanın sonunda 2 100 000 TL biriktirmiştir.

Buna göre, Sinan'ın bir günlük harçlığı kaç TL dir?

- A) 4 000 000 B) 3 500 000 C) 3 000 000
D) 2 500 000 E) 2 000 000

2. a pozitif bir reel sayı olmak üzere, satış fiyatı

$\frac{8a}{5}$ olan bir malın indirimli satışlardaki fiyatı

$\frac{6a}{5}$ olduğuna göre, satış fiyatı üzerinden in-

dirim oranı yüzde kaçtır?

- A) 20 B) 24 C) 25 D) 28 E) 30

3. Aynı evi paylaşan bir grup öğrenci 120 milyon lira kira giderini eşit olarak bölüşüyorlar. Evi paylaşan öğrenci sayısı bir fazla olunca kişi başına düşen kira gideri % 25 azalıyor.

Buna göre, son durumda kişi başına düşen kira gideri kaç milyon liradır?

- A) 15 B) 20 C) 24 D) 30 E) 40

4. Bir tüccar metresini 800 000 TL ye aldığı bir miktar kumaşı yıkatıp kuruttuktan sonra metresini 1 200 000 TL den satmaktadır. Kumaş yıkatılıp kurutulunca % 20 oranında kısalmaktadır.

Tüccar aldığı kumaşın tümünü yıkatıp sattığında 3 200 000 TL kâr elde ettiğine göre, kaç metre kumaş almıştır?

- A) 20 B) 24 C) 30 D) 36 E) 40

5. Bir markette satılan malların maliyet fiyatı x ile satış fiyatı y arasında,

$$y = 3x - 660\,000 \quad [\text{TL}]$$

bağıntısı vardır.

Hiçbir malın satışından elde edilen kâr oranı, maliyetinin % 35 ini geçmediğine göre, satış fiyatı en pahalı olan malın satışından elde edilen kâr kaç TL dir?

- A) 120 000 B) 140 000 C) 150 000
D) 200 000 E) 250 000

6. Bir satıcı, birim maliyetleri sırasıyla a ve b olan iki maldan birincisinin satışından % 10 kâr, ikincisinin satışından ise % 25 zarar ediyor.

Satıcı bu mallardan eşit sayıda sattığı zaman kâr ettiğine göre, a ile b arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a > b$ B) $b > 2a$ C) $5a > 4b$
D) $3a > 4b$ E) $2a > 5b$

7. Etiket fiyatının % 10 eksigiine alınan bir mal, etiket fiyatının % 17 fazlasına satıldığına göre, kâr oranı yüzde kaçtır?

- A) 25 B) 27 C) 30 D) 32 E) 35

8. Maliyeti üzerinden % 30 zararla satılan bir ceketin fiyatı 3 milyon lira artırılırsa, maliyeti üzerinden % 20 kâr edilmektedir.

Buna göre, bu ceketin maliyeti kaç milyon liradır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

9. Bir firma, ürünlerini % 10 indirimle sattığında, satışlarında % 30 artış olmuştur.

Buna göre, bu firmanın son durumda günlük olarak elde ettiği toplam satış tutarı, ilk durumdakine göre, yüzde kaç artmıştır?

A) 20 B) 17 C) 15 D) 12 E) 10

10. Bir satıcı, elindeki malların % 40'ını % 20, kalan malların % 60'ını da % 100 kârla satıyor.

Bu satıcı, başlangıçtaki malların tümünü sattığında toplam % 50 oranında kâr ettiğine göre, en son elinde kalan malları nasıl satmıştır?

A) % 10 zararla B) % 20 zararla
C) % 25 zararla D) % 20 kârla
E) % 25 kârla

11. Bir market, elindeki yumurtaların 60 tanesini % 10, geriye kalanlarını da % 30 kârla satıyor.

Marketin, bu satış sonunda elde ettiği kâr % 25 olduğuna göre, yumurtaların kaç tanesini % 30 kârla satmıştır?

A) 180 B) 150 C) 120 D) 100 E) 80

12. Bir üçgenin bir kenarı % x uzatılıp, bu kenara ait yüksekliği % y kısaltıldığında üçgenin alanı değişmiyor.

Buna göre, y nin x türünden değeri, aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{100+x}{100.x}$ B) $\frac{100.x}{100+x}$ C) $\frac{1}{100+x}$
D) $\frac{1}{100.x}$ E) $\frac{x}{100+x}$

13. Bir mal, etiket fiyatı üzerinden % 15 KDV alınarak (etiket fiyatı + KDV) satılmaktadır. İndirimli satışlarda bu malın etiket fiyatı üzerinden % 20 indirim yapılıyor.

Bu mal indirimli satışlarda 9 200 000 TL ye satıldığına göre, indirim yapılmadan önceki etiket fiyatı kaç milyon TL dir?

A) 12 B) 11,5 C) 11 D) 10,5 E) 10

14. Bir sütçü, aldığı bir miktar süte, % 20 oranında su katıp sütün litresini, satın aldığı fiyattan satacaktır. Sütü satarken kullandığı ölçek, gösterdiğinin % 20 si kadar eksik tartmaktadır.

Sütçü suya para ödemediğine göre, elde ettiği kâr oranı yüzde kaç olur?

A) 40 B) 45 C) 48 D) 50 E) 54

15. Etiket fiyatı 31 200 000 TL olan bir ceket indirimli satışlarda 29 900 000 TL ye satılarak maliyet fiyatına göre % 5 daha az kâr elde edilmiştir.

Buna göre, ceketin indirimli satışından elde edilen kâr oranı maliyet fiyatı üzerinden yüzde kaçtır?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

16. Yıllık % 40 faiz veren bir bankaya yatırılan bir miktar para, 3 ay sonunda faiziyle beraber 22 milyon lira olarak çekiliyor.

Buna göre, bankaya yatırılan para kaç milyon liradır?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

17. Bir banka mark olarak yatırılan paraya % 5 mark, TL olarak yatırılan paraya % 80 TL, yıllık faiz veriyor. Markın 280 bin TL olduğu bir dönemde 1000 markı olan bir kişi, parasını bir yıl için mark olarak bu bankaya yatırıyor.

Bu kişi bir yıl sonra parasını faizi ile birlikte çektiğinde zararlı çıkmaması için markın bir yıl sonraki değeri en az kaç TL olmalıdır?

- A) 300 000 B) 360 000 C) 400 000
D) 450 000 E) 480 000

18. Bir adam parasının % 40'ını yıllık % 40 tan, geri kalanını ise yıllık % 60 tan 3 aylığına faize veriyor. Eğer tersini yapsaydı, yani parasının % 40'ını yıllık % 60 tan, geri kalanını ise yıllık % 40 tan 3 aylığına faize verseydi 4 milyon lira daha az faiz alacaktı.

Buna göre, adamın faize verdiği toplam para kaç milyon liradır?

- A) 400 B) 500 C) 600 D) 700 E) 800

19. Bir bankaya 2 aylığına yatırılan bir miktar para, 5 aylığına yatırılsaydı yatırılan miktarın $\frac{1}{8}$ i kadar daha fazla faiz geliri elde edilirdi.

Buna göre, bankanın uygulamış olduğu yıllık faiz oranı yüzde kaçtır?

- A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

20. 200 gram süttozu ile 50 gram kakaodan oluşan homojen bir karışımın 1 gramında kaç gram kakao bulunur?

- A) 0,5 B) 0,05 C) 0,2
D) 0,02 E) 0,005

21. Alkol oranı % 40 olan 50 litrelik bir karışıma 10 litre alkol ve 40 litre saf su ilâve edildiğinde elde edilen yeni karışımın alkol oranı yüzde kaç olur?

- A) 44 B) 40 C) 36 D) 30 E) 24

22. Bir sınıfta 30 erkek öğrenci vardır. Erkek öğrencilerin % 70 i, kız öğrencilerin ise % 60 ı Matematik dersinde başarılıdır.

Tüm sınıfın % 66 sı bu derste başarılı olduğuna göre, sınıftaki kız öğrenci sayısı kaçtır?

- A) 25 B) 20 C) 18 D) 15 E) 12

23. Tuz oranı % 20 olan 60 litre tuzlu-su ile 40 litre tuzlu-su karıştırıldığında tuz oranı % 32 olan tuzlu-su elde ediliyor.

Buna göre, 40 litrelik karışımın tuz oranı yüzde kaçtır?

- A) 20 B) 24 C) 30 D) 32 E) 50

24. Bir depoyu, şeker oranı % 5 olan meyve suyu akıtan bir musluk tek başına 8 dakikada, şeker oranı % 10 olan meyve suyu akıtan başka bir musluk da tek başına 12 dakikada dolduruyor.

Boş olan bu depo, muslukların ikisi birlikte açılarak doldurulduğunda, depodaki meyve suyunun şeker oranı yüzde kaç olur?

- A) 5,5 B) 6 C) 6,5 D) 7 E) 7,5

TESTİN ÇÖZÜMLERİ

1. Sinan'ın bir günlük harçlığına x denilirse,

$$x \cdot \frac{15}{100} \cdot 7 = 2\,100\,000$$

$$\Rightarrow x = \frac{2\,100\,000 \cdot 100}{7 \cdot 15}$$

$$x = 2\,000\,000 \text{ TL dir.}$$

Cevap: E

2. a nın değerini 5 seçelim. (veya herhangi bir pozitif reel sayı) Bu durumda, satış fiyatı 8, indirimli satış fiyatı 6 ve yapılan indirim $8 - 6 = 2$ olur.

Buna göre, satış fiyatı üzerinden $\frac{2}{8} = \% 25$ indirim yapılmıştır.

Cevap: C

3. Evi paylaşan öğrenci sayısı bir arttığında kişi başına düşen kira gideri $\% 25$ azaldığına göre, kira gideri eşit olarak bölüşüldüğünden, bu bir kişi toplam kiranın $\% 25$ ini ödüyor demektir.

O halde, son durumda kişi başına düşen kira gideri,

$$120\,000\,000 \cdot \frac{25}{100} = 30 \text{ milyon liradır.}$$

Cevap: D

4. Tüccar $5x$ metre kumaş alıyor olsun. Yıkayıp kuruttuktan sonra $\% 20$ si kısaldığına göre, geriye

$$(\% 80 \text{ i}) \text{ kalan } 5x \cdot \frac{80}{100} = 4x \text{ metre kumaş sat-}$$

mıştır. O halde,

$$5x \cdot 800\,000 + 3\,200\,000 = 4x \cdot 1\,200\,000$$

$$\Rightarrow 40x + 32 = 48x$$

$$\Rightarrow x = \frac{32}{8} = 4$$

olduğundan tüccarın aldığı kumaş,
 $5x = 5 \cdot 4 = 20$ metredir.

Cevap: A

5. Tüm malların maliyeti aynı olduğundan satış fiyatı en pahalı olan malın satışından elde edilen kâr oranı en fazla, yani maliyetinin $\% 35$ i olacaktır. Buna göre,

$$y - x = x \cdot \frac{35}{100} \Rightarrow (3x - 660\,000) - x = \frac{7x}{20}$$

$$\Rightarrow 40x - 20.660\,000 = 7x$$

$$\Rightarrow x = \frac{20.66.10\,000}{33}$$

$$\Rightarrow x = 400\,000 \text{ TL ve}$$

elde edilen kâr, $y - x = 2x - 660\,000 = 140\,000 \text{ TL}$ dir.

Cevap: B

6. Her iki maldan da eşit sayıda satıldığından satılan malların sayısı a ve b arasındaki bağıntıyı değiştirmeyiz. Buna göre, her iki maldan da birer tane satıldığını düşünelim.

$$a \cdot \frac{10}{100} > b \cdot \frac{25}{100} \text{ olmalıdır ki kâr edebilsin.}$$

O halde, a ile b arasındaki bağıntı, $2a > 5b$ dir.

Cevap: E

7. Bu malın etiket fiyatı 100 TL olarak seçilirse, etiket fiyatının $\% 10$ eksikliğine (90 TL ye) alınıp, etiket fiyatının $\% 17$ fazlasına (117 TL ye) satılan maldan elde edilen kâr,

$$117 - 90 = 27 \text{ TL olduğundan } \frac{27}{90} = \frac{3}{10} = \% 30$$

oranında kâr edilmiş olur.

Cevap: C

8. Bu mal, maliyeti üzerinden % 30 zararla satıldığında maliyetinin % 70 ine, maliyeti üzerinden % 20 kârla satıldığında ise maliyetinin % 120 si ne satılmaktadır. % 120 si, % 70 inden 3 milyon lira fazla olduğuna göre, % $(120 - 70) = \% 50$ si 3 milyon lira, dolayısıyla maliyeti (% 100 ü) 6 milyon liradır.

Cevap: C

9. Firmanın başlangıçta günde 10 tane malı, 10 TL den sattığını düşünürsek bir günlük toplam satış tutarı 100 TL olur. Fiyatlarda % 10 indirim yaptığında satışlar % 30 arttığına göre, bu durumda günde 13 tane malı 9 TL den satmakta, dolayısıyla günlük toplam satış tutarı $13 \cdot 9 = 117$ TL olmaktadır. Buna göre, bu firmanın günlük toplam satış tutarı, $117 - 100 = 17$ olduğundan, % 17 artmıştır.

Cevap: B

10. Elindeki malların maliyeti 100 TL olsun. Son durumda elinde kalan mallardan % x oranında kâr (veya zarar) ediyor olsun. Buna göre,

$$40 \cdot \frac{20}{100} + \left(60 \cdot \frac{60}{100}\right) \frac{100}{100} + \left(60 \cdot \frac{40}{100}\right) \frac{x}{100} = 50$$

$$\Rightarrow 8 + 36 + \frac{24x}{100} = 50$$

$$\Rightarrow \frac{6x}{25} = 6 \Rightarrow x = 25 \text{ tir.}$$

x in değeri pozitif olduğundan en son elinde kalan malları % 25 kârla satmıştır. (x negatif olsaydı zarar ederek satmış olurdu)

Cevap: E

11. 1. yol:

Marketin % 30 kârla sattığı yumurta sayısı x olsun. Buna göre,

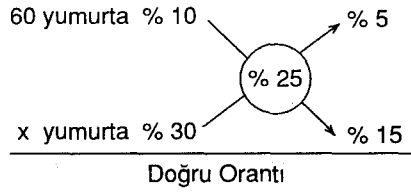
$$60 \cdot \frac{10}{100} + x \cdot \frac{30}{100} = (60 + x) \cdot \frac{25}{100}$$

$$\Rightarrow 60 \cdot 10 + 30x = 60 \cdot 25 + 25x$$

$$\Rightarrow 5x = 15 \cdot 60$$

$$\Rightarrow x = 180 \text{ dir.}$$

2. yol:



$$\frac{60}{x} = \frac{5}{15} \Rightarrow x = 180 \text{ dir.}$$

Cevap: A

12. Üçgenin % x uzatılan kenarının uzunluğu 100 cm ve bu kenara ait yüksekliği de 100 cm olsun. Buna göre,

$$\frac{100 \cdot 100}{2} = \frac{(100 + x) \cdot (100 - y)}{2}$$

$$\Rightarrow 10\,000 = 10\,000 - 100 \cdot y + 100 \cdot x - x \cdot y$$

$$\Rightarrow y \cdot (100 + x) = 100 \cdot x$$

$$\Rightarrow y = \frac{100 \cdot x}{100 + x} \text{ olur.}$$

Cevap: B

13. Bu malın indirim yapılmadan önceki etiket fiyatı $100 \cdot x$ olsun. Etiket fiyatı üzerinden % 20 indirim yapılırsa indirimli satışlardaki etiket fiyatı $80 \cdot x$ olur.

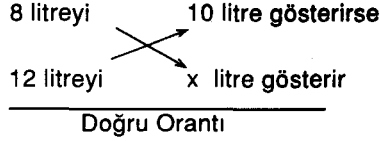
Satış fiyatı (etiket fiyatı + KDV) 9 200 000 TL olduğundan,

$$80 \cdot x \cdot \frac{115}{100} = 9\,200\,000$$

$\Rightarrow x = 100\,000$ ve indirim yapılmadan önceki etiket fiyatı, $100 \cdot x = 10$ milyon TL dir.

Cevap: E

14. Sütçü 10 TL den 10 litre süt almış olsun. Buna göre, 2 litre su katarak 12 litre sütün, litresini 10 liradan satacaktır. Kullandığı ölçek, gösterdiğinin % 20 si kadar eksik tarttığına göre, 10 litre olarak ölçtüğü süt gerçekte 8 litre olacaktır. Yani 8 litre sütü 10 litre diye ölçüp satmaktadır. Buna göre,



$$\Rightarrow x = \frac{10 \cdot 12}{8} = 15 \text{ litredir.}$$

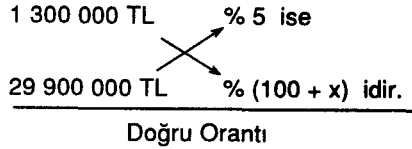
Buna göre, sütçü 10 TL den aldığı 10 litre sütü, (100 TL ye mal ettiği sütü) 10 TL den 15 litre olarak 10.15 = 150 TL ye satmaktadır. Buna göre, elde ettiği kâr % 50 dir.

Cevap: D

15. Problemde verilenlere göre,

31 200 000 – 29 900 000 = 1 300 000 TL ceketin maliyetinin % 5 idir.

İndirimli satışlarda bu ceketin satışından, maliyeti üzerinden elde edilen kâr oranına % x denilirse, indirimli satış fiyatı (29 900 000 TL) ceketin maliyet fiyatının % (100 + x) ine eşittir. Buna göre,



$$\frac{13}{299} = \frac{5}{100 + x} \Rightarrow \frac{1}{23} = \frac{5}{100 + x}$$

$$\Rightarrow 100 + x = 115$$

$$\Rightarrow x = 15 \text{ tir.}$$

O halde, bu ceketin indirimli satışından elde edilen kâr oranı maliyet fiyatı üzerinden % 15 tir.

Cevap: C

16. Bankaya yatırılan para x milyon lira olsun. Problemde verilenlere göre,

$$x + x \cdot \frac{40}{100} \cdot \frac{3}{12} = 22$$

$$\Rightarrow x + \frac{x}{10} = 22 \Rightarrow \frac{11x}{10} = 22$$

$$\Rightarrow x = 20 \text{ dir.}$$

Cevap: E

17. Markın bir yıl sonraki değeri en az x TL olsun. Buna göre,

$$(1000 \cdot 280 \ 000) \cdot \frac{180}{100} = \left(1000 \cdot \frac{105}{100}\right) \cdot x$$

$$\Rightarrow x = \frac{280 \ 000 \cdot 180}{105}$$

$$= \frac{(7.4) \cdot (6.3) \cdot 100 \ 000}{7.3.5}$$

$$= 480 \ 000 \text{ TL dir.}$$

Cevap: E

18. Adamın faize yatırdığı para x milyon TL olsun. Problemde verilenlere göre, 3 ayda 4 milyon lira fark olursa bir yılda (12 ayda) 16 milyon lira fark olur. Buna göre, adamın ilk durumda elde ettiği faiz,

$$\left(x \cdot \frac{40}{100}\right) \cdot \frac{40}{100} + \left(x \cdot \frac{60}{100}\right) \cdot \frac{60}{100} = x \cdot \frac{52}{100} \text{ ve}$$

ikinci durumda elde ettiği faiz,

$$\left(x \cdot \frac{40}{100}\right) \cdot \frac{60}{100} + \left(x \cdot \frac{60}{100}\right) \cdot \frac{40}{100} = x \cdot \frac{48}{100}$$

olduğundan,

$$x \cdot \left(\frac{52}{100} - \frac{48}{100}\right) = 16 \text{ milyon}$$

$$\Rightarrow x = 400 \text{ milyon TL dir.}$$

Cevap: A

19. Bankaya yatırılan para 800 milyon TL olsun. Problemden verilenlere göre, $5 - 2 = 3$ aylık faiz geliri $800 \cdot \frac{1}{8} = 100$ milyon TL olur. Buna göre, uygulanan yıllık faiz oranı (n)

$$100 = 800 \cdot \frac{n}{100} \cdot \frac{3}{12} \Rightarrow n = 50 \text{ dir.}$$

Cevap: C

20. $200 + 50 = 250$ gram homojen karışımın 1 gramındaki kakao miktarı x gram olsun.

250 gramda 50 gram olursa
1 gramda x gram olur

Doğru Orantı

$$\Rightarrow x = \frac{50}{250} = \frac{2}{10} = 0,2 \text{ gramdır.}$$

Cevap: C

21. Problemden verilenlere göre, elde edilen yeni karışımın alkol oranı,

$$\frac{50 \cdot \frac{40}{100} + 10}{50 + 10 + 40} = \frac{30}{100} = \% 30 \text{ dur.}$$

Cevap: D

22. 1. yol:

Sınıftaki kız öğrenci sayısına x denilirse;

$$30 \cdot \frac{70}{100} + x \cdot \frac{60}{100} = (30 + x) \cdot \frac{66}{100}$$

$$\Rightarrow 30 \cdot 70 + 60 \cdot x = 66 \cdot 30 + 66 \cdot x$$

$$\Rightarrow (70 - 66) \cdot 30 = 6x \Rightarrow x = 20 \text{ dir.}$$

2. yol:

30 erkek % 70
 x kız % 60

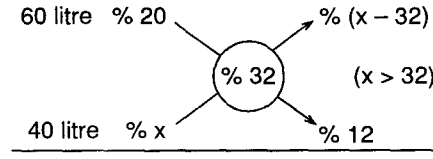
Doğru Orantı

$$\frac{30}{x} = \frac{6}{4} \Rightarrow x = 20 \text{ dir.}$$

Cevap: B

23. 1. yol:

40 litrelik karışımın tuz oranı $\% x$ olsun.



Doğru Orantı

$$\Rightarrow \frac{60}{40} = \frac{x - 32}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{18}{12} = \frac{x - 32}{12} \Rightarrow x = 50 \text{ olduğundan,}$$

40 litrelik karışımın tuz oranı $\% 50$ dir.

2. yol:

$$\frac{60 \cdot \frac{20}{100} + 40 \cdot \frac{x}{100}}{60 + 40} = \frac{32}{100}$$

$$\Rightarrow 12 + \frac{2x}{5} = 32 \Rightarrow x = 50 \text{ dir.}$$

Cevap: E

24. Bir musluğun depoyu tek başına doldurma süresi ile bu musluğun depoya akıttığı meyve suyu miktarı ters orantılı olduğundan, şeker oranı $\% 5$ olan meyve suyu akıtan musluktan, depoya akan meyve suyu miktarı 60 litre olarak seçilirse diğer musluktan depoya akan meyve suyu miktarı 40 litre olur. Buna göre, depoya dolan toplam 100 litre meyve suyunun şeker oranı,

$$\frac{60 \cdot \frac{5}{100} + 40 \cdot \frac{10}{100}}{60 + 40} = \frac{7}{100}$$

$$= \% 7 \text{ dir.}$$

Cevap: D

CEVAPLI TEST – 1

1. % 19 u ile % 13 ünün farkı 15 olan sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 150 B) 200 C) 250 D) 300 E) 350

2. Bir satıcının aldığı 64 yumurtanın, taşıma sırasında 14 tanesi kırılıyor.

Satıcı, bu alış-veriştten zarar etmemek için kalan yumurtaları maliyet üzerinden en az yüzde kaç kârla satmalıdır?

A) 25 B) 28 C) 30 D) 32 E) 35

3. Bir satıcı, 4 tanesini 35 000 liraya aldığı kalemlerin 5 tanesini 35 000 liraya satıyor.

Buna göre, satıcının bir kalemin satışından zararı yüzde kaçtır?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

4. Bir A sayısının % 20 fazlası, aynı sayının % 15 eksiginden 0,7 fazladır.

Buna göre, A kaçtır?

A) 0,2 B) 0,7 C) 2 D) 7 E) 20

5. Veli parasının % 40 ını Selami'ye verince paraları eşit oluyor.

Buna göre, Selami'nin başlangıçtaki parası yüzde kaç artırılmalıdır ki Veli'nin başlangıçtaki parasına eşit olsun?

A) 50 B) 100 C) 200 D) 250 E) 400

6. Maliyeti üzerinden % 30 kârla 260 000 liraya satılan bir malın satış fiyatı kaç lira artırılırsa bu malın satışından maliyeti üzerinden % 25 daha fazla kâr elde edilir?

A) 40 000 B) 50 000 C) 60 000
D) 70 000 E) 80 000

7. Bir tüccar, bir miktar kirli yün alıyor ve yıkıyor. Kirli yün yıkandığı zaman, ağırlığından % 20 fire vermektedir.

Buna göre, yünün maliyeti yüzde kaç artmıştır?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

8. Bir mağaza, fiyatlara % 20 indirim yapıyor. Satışları daha da artırmak için yeni satış fiyatı üzerinden % 30 indirim daha yapıyor.

Son durumda bir mal 14 milyon liraya satıldığına göre, bu malın her iki indirimden önceki fiyatı kaç milyon liradır?

A) 21 milyon B) 25 milyon C) 28 milyon
D) 40 milyon E) 56 milyon

9. Bir malın dörtte birini % 30 kârla, geriye kalanın yarısını % 20 zararla satan bir adam, geriye kalan malı yüzde kaç kârla satmalıdır ki, toplam kârı % 30 olsun?

A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

10. Bir askeri birlikte, denizci askerlerin % 40 ı kadar havacı asker vardır.

Denizci askerlerin sayısı % 20 azaldığında bu birlikteki asker sayısının değişmemesi için havacı askerlerin durumunda nasıl bir değişiklik olmalıdır?

A) % 20 artmalıdır. B) % 30 artmalıdır.
C) % 40 artmalıdır. D) % 50 artmalıdır.
E) % 60 artmalıdır.

11. Yıllık enflasyon oranının % 80 olduğu bir ülkede, bir yıl sonunda bir memurun maaşına % x zam yapılmıştır.

Memurun enflasyon karşısındaki reel kaybı % 10 olduğuna göre, x kaçtır?

A) 48 B) 52 C) 56 D) 62 E) 66

12. Yıllık % 80 faizle 1 yıllığına bankaya yatırılan bir miktar para, yıllık % 90 faizle 8 aylığına bankaya yatırılsaydı 25 000 000 lira daha az faiz geliri getirecekti.

Buna göre, başlangıçta bankaya yatırılan para kaç liradır?

A) 75 000 000 B) 100 000 000
C) 125 000 000 D) 150 000 000
E) 175 000 000

13. 125 milyon lirası ile dolar alan bir kişi 2 ay sonra aynı miktardaki doları 145 milyon liraya alabilmiştir.

Buna göre, 2 ay sonunda doların TL ye göre fiyat artışı yüzde kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 16 E) 20

14. 650 milyon lirasını yıllık % 30 faiz oranı ile bir bankaya yatıran bir kişi belli bir süre sonra parasını faizi ile birlikte 780 milyon lira olarak geri çekiyor.

Buna göre, para bankada kaç ay kalmıştır?

A) 5 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12

15. Bir miktar paranın % 20 si yıllık % 60 tan, % 30 u yıllık % 40 tan, kalanı da yıllık % x ten bir yıllığına bankaya yatırıldığında, toplam paranın yıllık faiz oranı % 50 i olmaktadır.

Buna göre, x kaçtır?

A) 50 B) 52 C) 54 D) 56 E) 60

16. Alkol oranı % 30 olan 60 litrelik alkol su karışımının üçte biri dökülüp yerine başlangıçtaki karışımın yarısı kadar alkol ekleniyor.

Oluşan yeni karışımın alkol oranı yüzde kaçtır?

A) 40 B) 50 C) 60 D) 65 E) 70

17. Bir kapta şeker oranı % 40 olan 40 kg şekerli-su karışımı vardır. Bu karışımın 8 kg ı buharlaştırılıyor.

Elde edilen karışıma şeker oranı % 25 olan 8 kg şekerli-su ilave edildiğinde elde edilen karışımın şeker oranı yüzde kaç olur?

A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 48

18. Tuz oranı % x olan 50 gr tuz-su karışımından, karışımındaki tuzun % 40 ı alınıyor.

Kalan karışımın tuz oranı % 50 olduğuna göre, x kaçtır?

A) 52,5 B) 60 C) 62,5 D) 65 E) 70

19. % 50 si şeker olan 250 litre şekerli su karışımının $\frac{2}{5}$ i ile % 30 u şeker olan 300 litre şekerli su karışımının $\frac{1}{3}$ ü alınarak birbirine karıştırılıyor.

Elde edilen yeni karışımın şeker oranı yüzde kaçtır?

A) 32 B) 35 C) 38 D) 40 E) 45

20. % 30 u tuz olan 80 lt tuzlu su karışımından kaç lt su buharlaştırılmalıdır ki yeni karışımın su oranı % 50 olsun?

A) 24 B) 28 C) 32 D) 36 E) 40

CEVAP ANAHTARI

1-C	2-B	3-C	4-C	5-E	6-B	7-C	8-B	9-D	10-D
11-D	12-C	13-D	14-C	15-B	16-C	17-D	18-C	19-D	20-C

CEVAPLI TEST – 2

1. Bir mal x liradan satılırsa % 40 kâr, y liradan satılırsa % 20 zarar edilmektedir.

Buna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{8}{5}$ E) $\frac{7}{4}$

2. Bir satıcı, elindeki malın önce % 10 unu, daha sonra da kalan malın % 10 unu satmıştır.

Buna göre, başlangıçtaki malın yüzde kaç satılmamıştır?

- A) 86 B) 85 C) 84 D) 82 E) 81

3. Bir malın etiket fiyatı üzerinden % 20 indirim yapıldığında indirimli satış fiyatından satıcının elde ettiği kâr, maliyeti üzerinden % 20 olmaktadır.

Buna göre, satıcı etiket fiyatını yüzde kaç kârla hesaplamıştır?

- A) 25 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

4. Bir manav etiket fiyatının % 20 eksikliğine aldığı bir miktar meyveyi etiket fiyatının % 4 eksikliğine satmıştır.

Buna göre, manavın bu satıştan elde ettiği kâr yüzde kaçtır?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

5. Bir malın alış fiyatının satış fiyatına oranı $\frac{4}{5}$ tir.

Buna göre, bu satıştan elde edilen kâr oranı yüzde kaçtır?

- A) 10 B) 20 C) 25 D) 40 E) 50

6. Bir satıcı maliyeti üzerinden % 60 kârla sattığı bir mala satış fiyatı üzerinden % 10 indirim yapıyor.

Satıcının bu maldan maliyeti üzerinden % 8 kâr elde edebilmesi için indirimli fiyat üzerinden yüzde kaç indirim daha yapılmalıdır?

- A) 10 B) 20 C) 25 D) 30 E) 36

7. x ve y birer pozitif tamsayıdır. x in % 30 u, y nin % 70 ine eşittir.

Buna göre, $x + y$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 50 B) 35 C) 15 D) 10 E) 7

8. Bir işçinin maaşına her altı ayda bir zam yapılıyor.

Birinci altı ayda % 30, ikinci altı ayda % 40 ve üçüncü altı ayda % 50 zam yapıldığında bu işçi 546 milyon maaş alacağına göre, başlangıçtaki maaşı kaç milyondur?

- A) 200 B) 210 C) 220 D) 230 E) 240

9. Bir manavın aldığı meyvelerin % 10 u çürüyor.

Sağlam kalan meyvelerin $\frac{1}{3}$ ünü % 20 kârla, geriye kalanını % 10 zararla satıyor.

Sonuçta manavın kâr veya zarar durumu ne olur?

- A) % 10 zarar B) % 5 kâr C) % 10 kâr
D) % 5 zarar E) Ne kâr, ne zarar

10. Bir tüccar, 1000 kg yaş kaysıyı kilosu 945 000 TL den alıyor ve kurutuyor.

Kuruyan kaysı ağırlığının % 30 unu kaybettiğine göre, bu tüccarın zarar etmemesi için 1 kg kaysıyı en az kaç TL ye satması gerekir?

- A) 955 000 B) 1 105 000 C) 1 225 000
D) 1 350 000 E) 1 425 000

11. Bir sınıfta bulunan bayanların % 30 u, erkeklerin % 40 ı alınarak yeni bir sınıf oluşturuluyor.

Buna göre, oluşturulan yeni sınıf en az kaç kişiliktir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

12. Bir mal etiket fiyatı üzerinden % 15 indirim yapılarak 17 milyon liraya satılmıştır.

Bu malın etiket fiyatı kaç milyon liradır?

A) 18 B) 20 C) 24 D) 25 E) 30

13. Bir mağazada bir top kumaşın metresi, maliyeti üzerinden % 20 kârla satılmaktadır. Daha sonra kumaş topunun tamamının üçte birinde baskı hatası olduğu görülüyor ve hatalı kumaş normal satış fiyatının % 30 eksiğine satılıyor.

Satıcının bu kumaşın bir topunda elde ettiği kâr yüzde kaçtır?

A) 4 B) 8 C) 10 D) 12 E) 18

14. Bankaya yıllık % x faizle 1 yıllığına yatırılan para yıl sonunda 100 milyon lira oluyor. Aynı para yıllık % 2x faizle 1 yıllığına yatırılmış olsaydı öncekinden 20 milyon lira daha fazla faiz geliri olacaktı.

Buna göre, bankaya yatırılan para kaç milyon liradır?

A) 50 B) 60 C) 65 D) 75 E) 80

15. Bir benzin istasyonunda benzinin satış fiyatı, alış fiyatı üzerinden % 4 kârla belirlenmiştir. Ancak pompalardan geçen 20 litre benzin göstergelerde 25 litre olarak görülmektedir.

Bu hileli satışa göre, benzinden elde edilen kâr, alış fiyatı üzerinden yüzde kaçtır?

A) 20 B) 24 C) 28 D) 30 E) 32

16. Şeker oranı % 20 olan 100 gr şekerli su karışımına içindeki şeker miktarının % 50 si kadar şeker ilâve edilip, 10 gr su buharlaştırılırsa oluşan yeni karışımın su oranı yüzde kaç olur?

A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

17. Bir bankanın dolara verdiği yıllık faiz dolar olarak % 20, TL ye verdiği yıllık faiz ise TL olarak % 80 dir.

Dolar 600 bin TL iken 10 000 dolarını bankaya yatıran birinin bir yıl sonunda parasını faizi ile birlikte çektiğinde zarar etmemesi için doların yıl sonundaki değeri en az kaç bin TL olmalıdır?

A) 700 B) 800 C) 900 D) 960 E) 980

18. A kabında 10 gr şeker ve 30 gr sudan oluşan homojen bir şekerli su karışımı, B kabında ise şeker oranı % 18 olan x gr şekerli su karışımı vardır.

A kabındaki karışımın yarısı B ye aktarıldığında B kabında oluşan karışımın şeker oranı % 20 olduğuna göre, x kaçtır?

A) 10 B) 25 C) 30 D) 45 E) 50

19. Alkol oranları sırasıyla % 25 ve % 40 olan iki çeşit alkol-su karışımı karıştırılarak 1500 gr alkollü su elde ediliyor.

Karışımın 450 gramı alkol olduğuna göre, % 40 lık karışımdan kaç gr konulmuştur?

A) 300 B) 400 C) 500 D) 600 E) 750

20. Bir havuz % 25 i tuz olan tuz-su karışımı ile yarısına kadar doludur. Havuzu tek başına 12 saatte doldurabilen bir musluktan 3 saat boyunca % 10 luk tuz-su karışımı bu havuza akıtılıyor.

Buna göre, havuzda oluşan yeni karışımın tuz oranı yüzde kaçtır?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 21

CEVAP ANAHTARI

1-E	2-E	3-D	4-C	5-C	6-C	7-D	8-A	9-A	10-D
11-C	12-B	13-B	14-E	15-D	16-E	17-C	18-E	19-C	20-D

17. BÖLÜM

KÜMELER

Küme, nesnelerin iyi tanımlanmış bir listesidir. Kümeyi oluşturan nesnelere **kümenin elemanları** denir. Kümeler; A, B, C, ... gibi büyük harflerle gösterilir. " x , A'nın elemanıdır" ifadesi $x \in A$ şeklinde, " x , A'nın elemanı değildir" ifadesi $x \notin A$ şeklinde gösterilir. Kümede bir eleman birden fazla yazılmaz. Elemanların, kümenin içerisinde yer değiştirmesi kümeyi değiştirmez. A kümesinin eleman sayısı $s(A)$ ile gösterilir.

A. KÜMENİN GÖSTERİLİŞİ

10 tabanında, elemanları 5 ten büyük rakamlardan oluşan kümeyi üç ayrı yöntemle gösterelim.

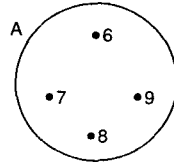
1) Liste Yöntemi

$A = \{ 6, 7, 8, 9 \}$

2) Genelleme (Ortak Özellik) Yöntemi

$A = \{ x \mid x, 10 \text{ tabanındaki beşten büyük rakamdır} \}$ veya $A = \{ x \mid x > 5 \text{ ve } x \text{ 10 tabanındaki rakamlar} \}$ (Bu küme, "A kümesi x lerden oluşur, öyleki x, 5 ten büyük ve 10 tabanındaki rakamlardır" şeklinde okunur.)

3) Venn Şeması



$6 \in A, 7 \in A, 8 \in A, 9 \in A, 5 \notin A$,
A kümesinin eleman sayısı 4 tür ve $s(A) = 4$ şeklinde gösterilir.

Örnek:

$A = \{ a, 1, 2, \{1\} \}$ kümesi 4 elemanlıdır. $s(A) = 4$ tür.
 $a \in A, 1 \in A, \{1\} \in A, \{1, 2\} \notin A$ dir.

B. EŞİT KÜME

Aynı elemanlardan oluşan iki kümeye **eşit kümeler** denir.

Örnek:

$A = \{ 1, 2, 5, 10 \}$

$B = \{ x \mid x, 10 \text{ sayısının pozitif tam bölenleri} \}$

kümelerinin eşit olduğunu gösterelim.

Çözüm:

10 sayısının pozitif tamsayı bölenleri 1, 2, 5, 10 dur.

O halde, $B = \{ 1, 2, 5, 10 \}$ dur.

A ile B kümeleri eşittir ve $A = B$ şeklinde gösterilir.

C. BOŞ KÜME

Hiçbir elemanı olmayan kümeye **boş küme** denir. Boş küme $\{ \}$ ya da $\emptyset$ sembolüyle gösterilir. Boş kümenin eleman sayısı sıfırdır. $s(\emptyset) = 0$ dir.

Uyarı:

$\{ \emptyset \}$ ve $\{ 0 \}$ kümeleri boş küme değildir. Bu kümelerin birer elemanı vardır.

Örnek:

$A = \{ x \mid x^2 < 3 \text{ ve } x \text{ asal sayı} \}$

kümesi boş kümedir. Çünkü hiçbir asal sayının karesi 3 ten küçük değildir.

D. ALT KÜME

Bir A kümesinin bütün elemanları B kümesinin de elemanı ise A kümesine B kümesinin **alt kümesi** denir ve $A \subset B$ şeklinde gösterilir. Eğer A, B nin alt kümesi değil ise bu $A \not\subset B$ şeklinde gösterilir. $A \subset B$, A kümesi B kümesinin alt kümesidir. $B \supset A$, B kümesi A kümesini kapsar.

A kümesinin tüm alt kümelerinin sayısı $2^{s(A)}$ dir.

Örnek:

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{1, 2, 3\}$$

kümeleri için $A \subset B$ dir.

$s(A) = 2$ ve $s(B) = 3$ olduğundan, A kümesinin alt kümelerinin sayısı 2^2 ve B kümesinin alt kümelerinin sayısı 2^3 tür.

B kümesinin tüm alt kümeleri

$\{\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$ tür.

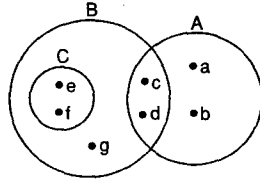
Örnek:

$$A = \{a, b, c, d\}$$

$$B = \{c, d, e, f, g\}$$

$$C = \{e, f\}$$
 kümeleri için,

$C \subset B$ dir.
 $A \not\subset B$ dir.
 $C \not\subset A$ dir.



Örnek:

A kümesinin tüm alt kümelerinin sayısı 32 olduğuna göre, A kümesinin eleman sayısını bulalım.

Çözüm:

$s(A) = n$ olsun.

$$O \text{ halde, } 2^n = 32 \Rightarrow 2^n = 2^5$$

$$\Rightarrow n = 5 \text{ tir.}$$

A kümesinin eleman sayısı 5 tir.

E. ÖZ ALT KÜME

Bir kümenin kendisinden başka bütün alt kümelerine bu kümenin **öz alt kümeleri** denir. n elemanlı bir kümenin öz alt kümelerinin sayısı $2^n - 1$ dir.

$A = \{x, y\}$ kümesinin öz alt kümeleri $\{\}, \{x\}, \{y\}$ dir.

Örnek:

A ile C kümesinin öz alt kümelerinin sayısı sırasıyla 63 ile 15 tir.

Buna göre, $s(A) - s(C)$ yi bulalım.

Çözüm:

$s(A) = a$ ve $s(C) = c$ olsun.

Verilenlere göre,

$$2^a - 1 = 63 \quad \text{ve} \quad 2^c - 1 = 15$$

$$2^a = 64 \quad 2^c = 16$$

$$2^a = 2^6 \quad 2^c = 2^4$$

$$a = 6 \text{ dir.} \quad c = 4 \text{ tür.}$$

O halde, $s(A) - s(C) = 6 - 4 = 2$ dir.

Örnek:

$$A = \{x : 3 \leq x \leq 7, x \text{ tamsayı}\}$$

kümesinin öz alt küme sayısını bulalım.

Çözüm:

$$A = \{3, 4, 5, 6, 7\} \text{ ve } s(A) = 5 \text{ tir.}$$

A kümesinin öz alt küme sayısı, $2^5 - 1 = 31$ dir.

Örnek:

A kümesinin alt küme sayısı, B kümesinin alt küme sayısının 8 katıdır.

Buna göre, $s(A) - s(B)$ değerini bulalım.

Çözüm:

Verilenlere göre,

$$2^{s(A)} = 8 \cdot 2^{s(B)} \Rightarrow 2^{s(A)} = 2^3 \cdot 2^{s(B)}$$

$$\Rightarrow 2^{s(A)} = 2^{3 + s(B)}$$

$$\Rightarrow s(A) = 3 + s(B)$$

$$\Rightarrow s(A) - s(B) = 3 \text{ tür.}$$

F. ALT KÜMEYE AİT ÖZELLİKLER

- 1) $A \subset A$, (Her küme kendisinin alt kümesidir.)
- 2) $\emptyset \subset A$, (Boş küme her kümenin alt kümesidir.)
- 3) $(A \subset B \text{ ve } B \subset A) \Leftrightarrow A = B$ dir.
- 4) $(A \subset B \text{ ve } B \subset C) \Rightarrow A \subset C$ dir.
- 5) $n \geq r$ olmak üzere, n elemanlı bir kümenin r elemanlı alt kümelerinin sayısı,

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!} \text{ dir.}$$

$$6) \binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} \text{ dir.}$$

$$7) 2^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} \text{ dir.}$$

Örnek:

7 elemanlı bir kümenin, 2 elemanlı alt kümelerinin sayısını bulalım.

Çözüm:

7 elemanlı bir kümenin, 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı,

$$\binom{7}{2} = \frac{7!}{(7-2)! \cdot 2!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 2!} = \frac{42}{2} = 21 \text{ dir.}$$

Örnek:

6 elemanlı bir kümenin en az 2 elemanlı alt kümelerinin sayısını bulalım.

Çözüm:**1. yol:**

İstenen, 2 elemanlı, 3 elemanlı, 4 elemanlı, 5 elemanlı ve 6 elemanlı alt kümelerinin toplam sayısıdır. Bu da,

$$\binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} = 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 57 \text{ dir.}$$

2. yol:

6 elemanlı bir kümenin tüm alt kümelerinin sayısı 2^6 dir. 6 elemanlı bir kümenin 0 elemanlı alt kümesi ile 1 elemanlı alt kümelerinin toplam sayısı;

$$\binom{6}{0} + \binom{6}{1} = 1 + 6 = 7 \text{ dir.}$$

$$\begin{aligned} \text{İstenen durum} &= \text{Tüm durum} - \text{İstenmeyen durum} \\ &= 2^6 - 7 \\ &= 64 - 7 = 57 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

kümesinin alt kümelerinin kaçında

- a) 1 elemanı bulunur.
- b) 2 elemanı bulunur ve 3 elemanı bulunmaz.
- c) 4 elemanı veya 5 elemanı bulunur.

Çözüm:

a) 1 elemanı hariç A kümesinin 4 tane elemanı var. Bu 4 elemanla farklı $2^4 = 16$ tane alt küme yazılabilir ve bu alt kümelerinin herbirine 1 elemanı eklenirse içinde 1 in bulunduğu 16 farklı alt küme elde edilir. Dikkat edilirse tüm alt kümelerin yarısında 1 elemanı bulunur diğer yarısında 1 elemanı bulunmaz.

b) 2 ve 3 hariç A kümesinin üç elemanı vardır. Bu üç elemanla farklı $2^3 = 8$ tane alt küme yazılabilir ve bu alt kümelerin herbirine 2 eleman olarak eklenir, 3 eleman olarak eklenmez ise içinde 2 nin bulunup 3 ün bulunmadığı 8 tane alt küme elde edilir.

c) 1. yol:

İstenen durumu; 4 ün bulunduğu durum sayısı ile 5 in bulunduğu durum sayısını toplayıp, hem 4 ün hem de 5 in bulunduğu durum sayısını çıkararak elde edebiliriz.

4 ün bulunduğu durum sayısı $= 2^4$ tür.

5 in bulunduğu durum sayısı $= 2^4$ tür.

4 ve 5 in bulunduğu durum sayısı $= 2^3$ tür.

O halde istenen durum;

$$2^4 + 2^4 - 2^3 = 16 + 16 - 8 = 24 \text{ tür.}$$

2. yol:

İstenen durum; 4 ün bulunup 5 in bulunmadığı durum sayısı (2^3 tanedir), 5 in bulunup 4 ün bulunmadığı durum sayısı (2^3 tanedir), hem 4 ün hem de 5 in bulunduğu durum sayısının (2^3 tanedir) toplamına ($8 + 8 + 8 = 24$ tanedir) eşittir.

G. EVRENSEL KÜME, TÜMLEME

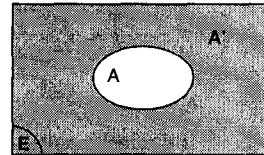
Üzerinde işlem yapılan tüm kümeleri kapsayan kümeye, **evrensel küme** denir. Evrensel küme genellikle **E** harfiyle gösterilir.

Evrensel kümenin, A kümesinin dışındaki elemanlarının kümesine A kümesinin tümleyeni denir.

A kümesinin **tümleyeni** A' (veya $\overline{A}$) şeklinde gösterilir.

$A' = \{x : x \notin A \text{ ve } x \in E\}$ şeklinde gösterilir.

A, A' ve E kümelerini Venn şemasıyla gösterelim.

**H. TÜMLEMENİN ÖZELLİKLERİ**

- 1) $(A')' = A$ 2) $(\emptyset)' = E$ 3) $(E)' = \emptyset$
- 4) $s(A) + s(A') = s(E)$ 5) $A \subset B \Leftrightarrow B' \subset A'$

Örnek:

R ve A kümeleri E evrensel kümesinin alt kümeleridir.

$$s(A) = 7, \quad s(A') = 8, \quad s(R) = 10$$

olduğuna göre, R' kümesinin alt kümelerinin sayısını bulalım.

Çözüm:

$$s(A) + s(A') = s(E) \Rightarrow 7 + 8 = s(E) \\ \Rightarrow s(E) = 15 \text{ tir.}$$

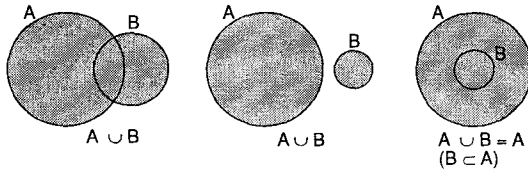
$$s(R) + s(R') = s(E) \Rightarrow 10 + s(R') = 15 \\ \Rightarrow s(R') = 5 \text{ tir.}$$

O halde 5 elemanlı bir kümenin tüm alt kümelerinin sayısı $2^5 = 32$ dir.

K. KÜMELERİN BİRLEŞİMİ

A ile B kümesinin birleşimi $A \cup B$ şeklinde gösterilir.

$A \cup B = \{x : x \in A \text{ veya } x \in B\}$ dir.



Örnek:

$A = \{a, b, c, d, e\}$

$B = \{c, d, e, f, g\}$

$C = \{e, f, g\}$ kümeleri için

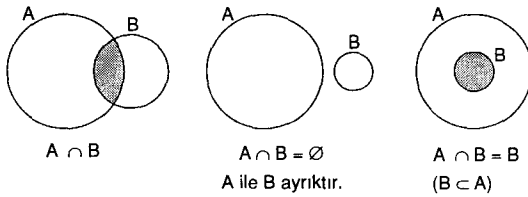
$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g\}$

$B \cup C = \{c, d, e, f, g\} = B$ dir.

L. KÜMELERİN KESİŞİMİ

A ve B kümelerinin kesişimi $A \cap B$ şeklinde gösterilir.

$A \cap B = \{x : x \in A \text{ ve } x \in B\}$ dir.



Örnek:

$A = \{x, y, z, 1, 2\}$

$B = \{a, y, 3, 4, 2\}$

$C = \{x, y, 2, 3, 5\}$ kümeleri için,

$A \cap B = \{y, 2\}$

$B \cap C = \{y, 2, 3\}$

$A \cap B \cap C = \{2, y\}$ dir.

Örnek:

$A = \{x : 1 < x \leq 8, x \in \mathbb{R}\}$

$B = \{y : 0 \leq y < 6, y \in \mathbb{Z}\}$

kümeleri için,

$A = (1, 8]$ ve $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

olduğundan $A \cap B = \{2, 3, 4, 5\}$ tir.

$A \cap B = \emptyset$ ise A ile B ayrık kümelerdir.

M. BİRLEŞİM VE KESİŞİM İLE İLGİLİ ÖZELLİKLER

1) $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$

2) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

3) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

4) $A \cup A = A, A \cap A = A$

5) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

$(A \cap B)' = A' \cup B'$

6) $A \cup \emptyset = A, A \cup E = E$

$A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap E = A$

7) $A \cup A' = E, A \cap A' = \emptyset$

8) $s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$

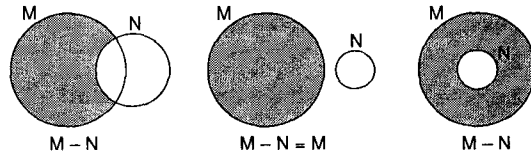
9) $s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B) - s(B \cap C) - s(A \cap C) + s(A \cap B \cap C)$

© Fem Yayınları

N. İKİ KÜMENİN FARKI

M ile N, aynı evrensel kümeye ait iki küme olmak üzere, M ye ait olup da N ye ait olmayan elemanlardan oluşan kümeye **M fark N kümesi** denir ve **M - N** ya da **$M \setminus N = M \cap N'$** şeklinde gösterilir.

$M - N = \{x : x \in M \text{ ve } x \notin N\}$ dir.



Örnek:

$A = \{a, b, 10, 15\}$

$B = \{b, 10, 18, k\}$

olduğuna göre, $(A - B) \cup (B - A)$ kümesini bulalım.

Çözüm:

$A - B = \{a, 15\}$ ve $B - A = \{18, k\}$

olduğundan $(A - B) \cup (B - A) = \{a, 15, 18, k\}$ dir.

Örnek:

$$R = \{ r, e, s, i, m \}$$

$$M = \{ r, a, s, i, m \}$$

$N = \{ k, e, s, i, m \}$ kümeleri için,

$$R - M = \{ e \}$$

$$M - N = \{ r, a \}$$

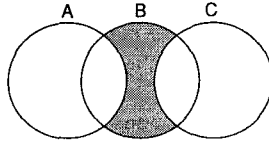
$$R \cap N = \{ e, s, i, m \}$$

$$R \cap M = \{ r, s, i, m \}$$

$$(R \cap N) - M = \{ e \} \text{ dir.}$$

Örnek:

Şekildeki taralı bölgeyi ifade eden kümeyi bulalım.

**Çözüm:**

Taralı bölge $B - (A \cup C)$ dir.

O. FARKLA İLGİLİ ÖZELLİKLER

$$1) A - B = A \cap B'$$

$$2) E - B = B'$$

$$3) s(A \cup B) = s(A - B) + s(B - A) + s(A \cap B)$$

$$4) (A - B) \cup (B - A) = A \Delta B \text{ (simetrik fark)}$$

Örnek:

A ve B kümeleri, E evrensel kümesinin alt kümeleridir.

$$s(A' \cap B') = 8 \quad s(A' \cup B') = 12 \quad s(A) + s(B) = 14$$

olduğuna göre, $s(E)$ değerini bulalım.

Çözüm:

$$s(A' \cap B') = s[(A \cup B)'] = 8 \text{ ise}$$

$$d = 8 \text{ dir.}$$

$$s(A' \cup B') = s[(A \cap B)'] = 12 \text{ ise}$$

$$a + c + d = 12 \text{ dir.}$$

$$a + c + d = 12 \text{ ve } d = 8$$

$$\text{olduğundan } a + c = 4 \text{ tür.}$$

$$s(A) + s(B) = 14 \text{ olduğundan}$$

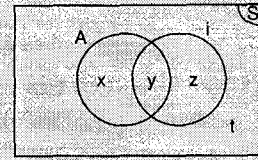
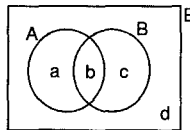
$$(a + b) + (b + c) = 14 \Rightarrow a + c + 2b = 14$$

$$\Rightarrow 4 + 2b = 14 \Rightarrow b = 5 \text{ tir.}$$

$$s(E) = a + b + c + d = (a + c) + b + d$$

$$= 4 + 5 + 8$$

$$= 17 \text{ dir.}$$



$x + y + z + t$ tane öğrencinin bulunduğu bir sınıfta,

A : Almanca bilenlerin kümesi

I : İngilizce bilenlerin kümesi

S : Sınıfı göstermek üzere,

$$s(I - A) = z$$

$$s(A - I) = x$$

$$s(A \cap I) = y$$

$s((A \cup I)') = t$ olsun. Buna göre,

Almanca bilenlerin sayısı : $x + y$

Almanca bilmeyenlerin sayısı : $z + t$

Sadece Almanca bilenlerin sayısı : x

Almanca ve İngilizce bilenlerin sayısı : y

Almanca veya İngilizce bilenlerin sayısı : $x + y + z$

Bu dillerden sadece birini bilenlerin sayısı : $x + z$

Bu dillerden en az birini bilenlerin sayısı : $x + y + z$

Bu dillerden en çok birini bilenlerin sayısı :

$$x + z + t \text{ dir.}$$

Bu iki dili de bilmeyenlerin sayısı : t dir.

Örnek:

27 kişilik bir sınıfta Özbekçe bilenlerin sayısı Almanca bilenlerin sayısının 2 katıdır.

Bu sınıfta Özbekçe ve Almanca bilenler 3, bu iki dili de bilmeyenler 9 kişi olduğuna göre, Özbekçe bilenlerin sayısını bulalım.

Çözüm:

Verilenlere göre,

$$x + y = 15$$

$$x + 3 = 2(y + 3)$$

$$x + 3 = 2y + 6$$

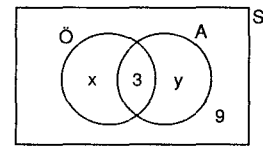
$$x = 2y + 3 \text{ ve } x + y = 15 \Rightarrow 2y + 3 + y = 15$$

$$3y = 12$$

$$y = 4 \text{ tür.}$$

$$y = 4 \text{ ve } x + y = 15 \Rightarrow x = 11 \text{ dir.}$$

O halde, Özbekçe bilenlerin sayısı, $3 + 11 = 14$ tür.



Örnek:

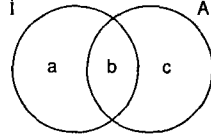
Bir sınıftaki öğrenciler İngilizce veya Almanca dillerinden en az birini bilenlerden oluşmaktadır. İngilizce bilen öğrencilerin sayısı Almanca bilen öğrencilerin sayısının 3 katıdır. Bu iki dilden yalnız birini bilen öğrencilerin sayısı 24 ve her iki dili de bilen öğrencilerin sayısı 6 dır.

Buna göre, sadece İngilizce bilen kaç öğrenci olduğunu bulalım.

Çözüm:

Sınıf mevcudu $a + b + c$ olsun.

Verilenlere göre,



$$a + b = 3(b + c), \quad a + c = 24 \quad \text{ve} \quad b = 6 \quad \text{dir.}$$

$$a + 6 = 3(6 + c) \Rightarrow a + 6 = 18 + 3c \\ \Rightarrow a - 3c = 12 \quad \text{dir.}$$

$$\begin{array}{rcl} a - 3c = 12 & \Rightarrow & a - 3c = 12 \\ 3 / \quad a + c = 24 & \Rightarrow & + \quad 3a + 3c = 72 \\ \hline & & 4a = 84 \\ & & a = 21 \quad \text{dir.} \end{array}$$

O halde, sadece İngilizce bilen öğrencilerin sayısı 21 dir.

Örnek:

38 kişilik bir turist kafilesindekiler İngilizce, Almanca ve Türkçe dillerinden en az birini bilmektedir. 21 kişi İngilizce, 20 kişi Almanca, 19 kişi Türkçe, 8 kişi hem İngilizce hem de Almanca, 10 kişi hem İngilizce hem de Türkçe, 3 kişi de bu üç dili birden bilmektedir.

Almanca ve Türkçe bilip de İngilizce bilmeyen kaç turist olduğunu bulalım.

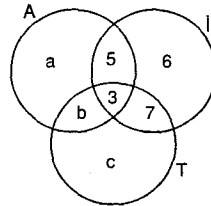
Çözüm:

1. yol:

Verilen şemada yerine yazıldığına,

$$a + b + 5 + 3 = 20 \Rightarrow a + b = 12$$

$$b + c + 3 + 7 = 19 \Rightarrow b + c = 9$$



$$a + b + c + 21 = 38 \Rightarrow a + b + c = 17 \quad \text{dir.}$$

$$a + b = 12$$

$$b + c = 9$$

$$+ \\ a + b + c + b = 21$$

$$17 + b = 21 \Rightarrow b = 4 \quad \text{tür.}$$

Almanca ve Türkçe bilip de İngilizce bilmeyen 4 kişidir.

2. yol:

$$s(I \cup A \cup T) = s(I) + s(A) + s(T) - s(I \cap A) - s(I \cap T) \\ - s(A \cap T) + s(I \cap A \cap T) \\ \Rightarrow 38 = 21 + 20 + 19 - 8 - 10 - s(A \cap T) + 3 \\ \Rightarrow s(A \cap T) = 7 \quad \text{dir.}$$

O halde, Almanca ve Türkçe bilen 7 kişiden 3 ü İngilizce'de bildiği için bu 3 kişi dışında kalan $7 - 3 = 4$ kişi Almanca ve Türkçe bilip de İngilizce bilmemektedir.

Örnek:

$$A \cap B \neq \emptyset$$

$$s(A) = 3x - 3$$

$$s(B) = x - 7$$

$$s(A \cup B) = 3x + 7$$

olduğuna göre, x in en küçük değerini bulalım.

Çözüm:

$t \neq 0$ olmak üzere, $s(A \cap B) = t$ olsun.

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$$3x + 7 = 3x - 3 + x - 7 - t$$

$$t = x - 17$$

olduğundan, x in en küçük değeri 18 dir.

Örnek:

Bir topluluktaki insanların 20 si gözlüklü, 28 i ise gözlüksüzdür.

Bu toplulukta gözlüklü veya bayan olanların sayısı 36 olduğuna göre, gözlüksüz erkeklerin sayısını bulalım.

Çözüm:

Verilenlere göre,

$$a + b = 20$$

$$c + d = 28$$

$$+ \\ a + b + c + d = 48 \quad (1)$$

$$a + b + d = 36 \quad (2) \quad \text{veriliyor.}$$

	Gözlüklü	Gözlüksüz	Toplam
Erkek	a	c	
Bayan	b	d	
Toplam	20	28	48

(1) ve (2) denklemlerinin ortak çözümünden, göz-lüksüz erkeklerin sayısı, $c = 12$ olur.

Örnek:

A ve B kümeleri için,

$$s(A \cap B) = 5$$

$$s(B - A) = 10$$

$$s(A \cup B) = 20$$

olduğuna göre, $s(A)$ değerini bulalım.

Çözüm:**1. yol:**

$$s(A \cup B) = s(A - B) + s(A \cap B) + s(B - A)$$

$$20 = s(A - B) + 5 + 10$$

$$5 = s(A - B) \text{ dir.}$$

$$s(A) = (A - B) + s(A \cap B)$$

$$= 5 + 5$$

$$= 10 \text{ dur.}$$

2. yol:

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B - A)$$

$$20 = s(A) + 10$$

$$s(A) = 10 \text{ dur.}$$

Örnek:

4 e veya 5 e tam bölünebilen 301 den küçük kaç tane pozitif tamsayı olduğunu bulalım.

Çözüm:

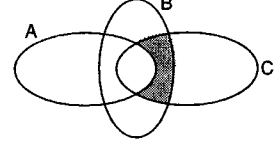
301 den küçük, 4 e bölünebilen (4 ün katı olan) sayıların kümesi A ve 5 e bölünebilen (5 in katı olan) sayıların kümesi B ise hem 4 e hem de 5 e bölünebilen (20 nin katı olan) sayıların kümesi $A \cap B$ ve 4 e veya 5 e bölünebilen sayıların kümesi $A \cup B$ dir. 301 dahil olmadığından,

$$\begin{array}{r|l} 300 & 4 \\ \hline 28 & (75) \\ \hline 20 & \\ -20 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 300 & 5 \\ \hline 30 & (60) \\ \hline 000 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 300 & 20 \\ \hline 20 & (15) \\ \hline 100 & \\ -100 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} s(A \cup B) &= s(A) + s(B) - s(A \cap B) \\ &= 75 + 60 - 15 \\ &= 120 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

Yandaki şekilde verilen taralı bölgeyi ifade eden kümeyi bulalım.

**Çözüm:**

Taralı bölge $(B \cap C) - A$ dir.

Örnek:

Bir sınıftaki öğrencilerin % 70 i Türkçe dersinden, % 55 i de Matematik dersinden başarılı olduğuna göre, bu sınıftaki öğrencilerin en az yüzde kaçının her iki dersten de başarılı olduğunu bulalım.

Çözüm:

Türkçe'den başarılı olanlar ile Matematik'ten başarılı olanların toplamı, sınıfın % 70 + % 55 = % 125 i olur.

Bu toplamın % 100 den (sınıfın tamamından) fazla olmaması için, sınıftakilerin en az % 125 - % 100 = % 25 i her iki dersten de başarılıdır.

ÇÖZÜMLÜ TEST

1. $A = \{ 1, \{ a, b \}, 2, \{ c, d, e \}, (3, 4) \}$
olduğuna göre, aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

I. $2 \in A$ II. $s(A) = 9$ III. $(3, 4) \in A$
IV. $\{ a, b \} \subset A$ V. $\{ \{ a, b \}, 2 \} \subset A$
VI. $\{ 1 \} \in A$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $s(A) = 3x + 1$
 $s(B) = 2x - 3$
olmak üzere, A kümesinin alt küme sayısı, B kümesinin alt küme sayısının 64 katı olduğuna göre, $s(A) + s(B)$ değeri kaçtır?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

3. $A = \{ 1, 2, 3, 4, a, b, c \}$
kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde 4 eleman olarak bulunurken c eleman olarak bulunmaz?

A) 16 B) 32 C) 64 D) 128 E) 256

4. $R = \{ 1, 2, 3, \{ 1, 2 \}, \{ 1, 2, 3 \}, 4 \}$
kümesinin en az üç elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

A) 35 B) 42 C) 48 D) 54 E) 57

5. En çok 3 elemanlı alt kümelerinin sayısı ile en az 4 elemanlı alt kümelerinin sayısı eşit ve 64 olan bir kümenin eleman sayısı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. A kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin sayısı ile 5 elemanlı alt kümelerinin sayısı eşit olduğuna göre, A kümesinin 4 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

A) 42 B) 56 C) 62 D) 70 E) 84

7. A, B ve C kümeleri, E evrensel kümesinin alt kümeleridir.

$$s(A) + s(B') = 17$$

$$s(B) + s(A') = 43$$

ve C kümesinin dışında 10 tane eleman olduğuna göre, $s(C)$ kaçtır?

A) 20 B) 18 C) 16 D) 15 E) 12

8. $A \cap B \neq \emptyset$ olmak üzere,

$$s(A - B) - s(B - A) = 2$$

$$s(A) = 8$$

olduğuna göre, B kümesinin eleman sayısı kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

9. A ve B farklı kümelerdir.

$$A \cap B \neq \emptyset$$

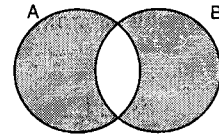
$$s(A) = 2.s(B)$$

$$s(A \setminus B) = 3.s(B \setminus A)$$

olduğuna göre, A kümesi en az kaç elemanlıdır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. Yandaki şekilde verilen taralı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?



A) $A - B$

B) $A \cup (B - A)$

C) $A \cup B$

D) $(A - B) \cup (B - A)$

E) $(A \cup B) \cap (A \cap B)$

11. $A = \{ a, b, c, \{ d, e \} \}$
 $B = \{ a, \{ d, e \}, f, h \}$

olduğuna göre, $A - B$ kümesinin tüm alt kümelerinin sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

12. Bir sınıfta İngilizce bilenlerin hepsi Almanca bilmektedir. Almanca bilenlerin sayısının iki katı ile İngilizce bilenlerin sayısının toplamı 10 dur. İngilizce bilen en az 1 kişi vardır.

Buna göre, Almanca bilenlerin sayısının İngilizce bilenlerin sayısına oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 4

13. A ve B kümeleri, E evrensel kümesinin alt kümeleridir.

$$(A' \cup B)' \cup (B \cap (B - A)')$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $A - B$ B) $(B - A)'$ C) B
D) A E) $A \cap B$

14. A kümesinin alt kümelerinin sayısı 64, B kümesinin öz alt kümelerinin sayısı 127 dir.

$B - A$ kümesinin alt küme sayısı 8 olduğuna göre, $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

15. $s(A - B) = s(A \cap B)$
 $s(B - A) = s(A)$
 $s(A \cup B) = 24$

olduğuna göre, $s(B)$ kaçtır?

- A) 9 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

16. 40 kişilik bir sınıfta Almanca bilenlerin sayısı, İngilizce bilenlerin sayısının 3 katıdır.

Bu iki dili bilenlerin sayısı, bu iki dili bilmeyenlerin sayısına eşit ve 7 olduğuna göre, Almanca bilenler kaç kişidir?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

17. İngilizce, Almanca ve Fransızca dillerinden en az birini bilenlerin bulunduğu 40 kişilik bir sınıfta, Almanca bilenlerin sayısı 20, İngilizce bilenlerin sayısı 22, Fransızca bilenlerin sayısı 18 dir.

Bu sınıfta, sadece iki dil bilenlerin sayısı 16 olduğuna göre, her üç dili de bilenlerin sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

18. Bir kümede tavuk, tavşan, hindi bulunmaktadır. Bu kümede, tavukların dışında 17, tavşanların dışında 22, hindilerin dışında 13 hayvan vardır.

Bu kümedeki tavşanların sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 13

19. A kümesinin iki elemanlı alt kümelerinin sayısı dört elemanlı alt kümelerinin sayısına eşittir.

Buna göre, A kümesinin üç elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 35

20. 50 kişilik bir sınıftaki kız öğrencilerin sayısı 22 dir. Bu sınıfta Matematik dersinden başarılı olan erkek öğrencilerin sayısı, bu dersten başarısız olan kız öğrencilerin sayısının 2 katına eşittir.

Sınıftaki 32 öğrenci Matematik dersinden başarılı olduğuna göre, bu dersten başarılı olan erkek öğrencilerin sayısı kaçtır?

- A) 20 B) 18 C) 16 D) 14 E) 12

TESTİN ÇÖZÜMLERİ

1. I. $2 \in A$ dir. Doğru.
 II. $s(A) = 9$ değildir. $s(A) = 5$ tir. Yanlış.
 III. $(3, 4) \in A$ dir. Doğru.
 IV. $\{a, b\} \subset A$ değildir. $\{a, b\} \in A$ dir. Yanlış.
 V. $\{\{a, b\}, 2\} \subset A$ dir. Doğru.
 VI. $\{1\} \in A$ değildir. $\{1\} \subset A$ dir. Yanlış.
 O halde 3 tanesi doğrudur.

Cevap: C

2. A kümesinin alt küme sayısı $(2^{s(A)})$ B kümesinin alt küme sayısının $(2^{s(B)})$ 64 katı olduğundan,

$$2^{s(A)} = 64 \cdot 2^{s(B)} \Rightarrow 2^{s(A)} = 2^6 \cdot 2^{s(B)} \\ \Rightarrow s(A) = s(B) + 6 \text{ dir.}$$

$$s(A) = s(B) + 6 \Rightarrow 3x + 1 = 2x - 3 + 6 \\ \Rightarrow x = 2 \text{ dir.}$$

$$\text{O halde, } s(A) + s(B) = 3x + 1 + 2x - 3 \\ = 3 \cdot 2 + 1 + 2 \cdot 2 - 3 \\ = 8 \text{ dir.}$$

Cevap: D

3. $s(A) = 7$ dir. c elemanı alt kümelerde bulunmayacağı için kümeden atalım. 4 elemanını da şimdilik bir kenara koyalım. A kümesinin geriye kalan $(1, 2, 3, a, b)$ 5 tane elemanı ile $2^5 = 32$ tane farklı alt küme elde edilir ve bu 32 alt kümenin hepsine 4 elemanı ilave edilirse bu 32 alt kümenin hepsinde 4 elemanı bulunurken c elemanı kesinlikle bulunmaz.

Cevap: B

4. $s(R) = 6$ dir. R kümesinin en az üç elemanlı alt kümelerinin sayısı,

$$\binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} = 20 + 15 + 6 + 1 \\ = 42 \text{ dir.}$$

Cevap: B

5. Bu kümenin eleman sayısı n olsun. Verilenlere göre,

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} = 64 \\ + \binom{n}{n} + \dots + \binom{n}{5} + \binom{n}{4} = 64 \\ \hline 2^n = 128 = 2^7 \\ n = 7 \text{ dir.}$$

Cevap: D

6. $s(A) = n$ olsun. $\binom{n}{3} = \binom{n}{5}$ olduğundan
 $n = 3 + 5 = 8$ dir.

$$\text{O halde, } \binom{8}{4} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 70 \text{ tir.}$$

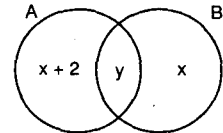
Cevap: D

7. $s(A) + s(B') = 17$
 $s(B) + s(A') = 43$
 $\hline 2 \cdot s(E) = 60$
 $s(E) = 30$ dur.

$$s(C) + s(C') = s(E) \Rightarrow s(C) + 10 = 30 \\ \Rightarrow s(C) = 20 \text{ dir.}$$

Cevap: A

8. $s(A \cap B) = y$ olsun.
 $s(B - A) = x$ olursa
 $s(A - B) = x + 2$ olur.



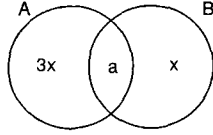
$$s(A) = 8 \Rightarrow x + 2 + y = 8 \Rightarrow x + y = 6 \\ \Rightarrow s(B) = 6 \text{ dir.}$$

Cevap: A

9. $s(B - A) = x$ olsun.

$s(A - B) = 3x$ olsun.

$s(A \cap B) = a$ olsun.



$$s(A) = 2 \cdot s(B) \Rightarrow 3x + a = 2(a + x)$$

$$\Rightarrow 3x + a = 2a + 2x$$

$$\Rightarrow x = a \text{ dir.}$$

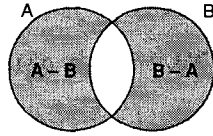
$$a = 1 \text{ için } s(A) = 3x + a = 3 \cdot 1 + 1 = 4 \text{ tür.}$$

Cevap: D

10. Yandaki taralı bölge,

$(A - B) \cup (B - A)$ ile

ifade edilebilir.



Cevap: D

11. $A - B = \{ b, c \}$ olduğuna göre, $s(A - B) = 2$ dir. $A - B$ kümesinin tüm alt kümelerinin sayısı $2^2 = 4$ tür.

Cevap: C

12. İngilizce bilenlerin kümesi I, Almanca bilenlerin kümesi A olsun.

$s(I) = x$, $s(A - I) = y$ olsun.

Verilenlere göre,

$$2 \cdot s(A) + s(I) = 10$$

$$2 \cdot (x + y) + x = 10$$

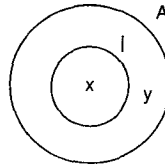
$$3x + 2y = 10$$

ve x ile y pozitif tamsayılar olduğundan

$x = 2$ ve $y = 2$ olur.

$$\text{O halde, } \frac{s(A)}{s(B)} = \frac{2 + 2}{2} = 2 \text{ dir.}$$

Cevap: D



13. $(A' \cup B')' \cup (B \cap (B - A)')$

$$= (A \cap B') \cup (B \cap (B \cap A')')$$

$$= (A \cap B') \cup (B \cap (B' \cup A))$$

$$= (A \cap B') \cup ((B \cap B') \cup (B \cap A))$$

$$= (A \cap B') \cup (\emptyset \cup (A \cap B))$$

$$= (A \cap B') \cup (A \cap B)$$

$$= A \cap (B' \cup B) = A \cap E = A \text{ dir.}$$

Cevap: D

14. Verilenlere göre,

$$2^{s(A)} = 64 = 2^6 \Rightarrow s(A) = 6,$$

$$2^{s(B)} - 1 = 127 \Rightarrow 2^{s(B)} = 128 = 2^7$$

$$\Rightarrow s(B) = 7,$$

$$2^{s(B-A)} = 8 = 2^3 \Rightarrow s(B - A) = 3 \text{ tür.}$$

$$s(B) = s(A \cap B) + s(B - A)$$

$$7 = s(A \cap B) + 3$$

$$4 = s(A \cap B) \text{ dir.}$$

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$$= 6 + 7 - 4$$

$$= 9 \text{ dur.}$$

Cevap: A

15. $s(A - B) = s(A \cap B) = x$

olsun.

$$s(B - A) = s(A) = 2x$$

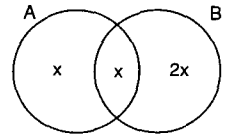
olur.

$$s(A \cup B) = 24 \Rightarrow x + x + 2x = 24$$

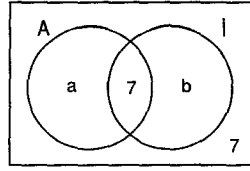
$$\Rightarrow x = 6 \text{ dir.}$$

$$s(B) = 3x = 3 \cdot 6 = 18 \text{ dir.}$$

Cevap: E



16. Verilenleri şemaya yerleştirelim.
Sınıf 40 kişilik olduğundan,



$$a + 7 + b + 7 = 40 \Rightarrow a + b = 26 \text{ dir. ... (1)}$$

Almanca bilenlerin sayısı İngilizce bilenlerin sayısının 3 katı olduğundan,

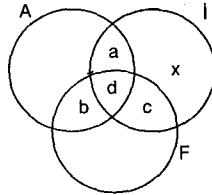
$$a + 7 = 3(b + 7) \Rightarrow a = 3b + 14 \text{ tür. ... (2)}$$

(1) ve (2) den $a = 23$ ve

$$s(A) = a + 7 = 23 + 7 = 30 \text{ olur.}$$

Cevap: E

17.



Verilenlere göre, $a + b + c = 16$,

$$s(A \cup I \cup F) = s(A) + s(I) + s(F) - s(A \cap I) - s(A \cap F) - s(I \cap F) + s(A \cap I \cap F)$$

$$40 = 20 + 22 + 18 - (a + d) - (b + d) - (c + d) + d$$

$$40 = 60 - a - b - c - 2d$$

$$2d = 60 - 40 - (a + b + c)$$

$$2d = 20 - 16$$

$$d = 2 \text{ dir.}$$

O halde, her üç dili de bilenlerin sayısı 2 dir.

Cevap: B

18. Bu kümesteki tavşanların sayısı x, tavukların sayısı y ve hindilerin sayısı z olsun.

Verilenlere göre,

$$x + z = 17$$

$$y + z = 22$$

$$+ \quad x + y = 13$$

$$2(x + y + z) = 52$$

$$x + y + z = 26 \text{ dir.}$$

$x + y + z = 26$ ve $y + z = 22$ olduğundan

$$x + 22 = 26 \Rightarrow x = 4 \text{ tür.}$$

Cevap: A

19. $s(A) = n$ olsun. Verilenlere göre,

$$\binom{n}{2} = \binom{n}{4} \Rightarrow n = 2 + 4 = 6 \text{ dir.}$$

$$\text{O halde, } \binom{6}{3} = \frac{6!}{(6-3)!3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

dir.

Cevap: C

20. 50 öğrenciden 22 si kız olduğuna göre, 28 i erkektir. 32 öğrenci matematik dersinden başarılı olduğundan,

	Başarılı	Başarısız	
K	$22 - x$	x	22
E	$2x$	$28 - 2x$	28
	32	18	50

başarılı olduğundan,

18 öğrenci matematik dersinden başarısızdır.

Tabloda verilenlere göre,

$$(22 - x) + 2x = 32$$

$$22 + x = 32$$

$$x = 10 \text{ dur.}$$

Matematik dersinden başarılı olan erkek öğrenci sayısı, $2x = 2 \cdot 10 = 20$ dir.

Cevap: A

CEVAPLI TEST – 1

1. $A = \{ a, b, c, d, \{ e \} \}$
 $B = \{ b, c, d, e, f \}$
 olduğuna göre, $s(A \cap B)$ kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $A = \{ 1, 2, 3, 4, \{ 5, 6 \}, 7 \}$
 olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi A kümesinin bir alt kümesidir?
 A) 1 B) $\{ 5 \}$ C) $\{ 1, 2, 5, 6 \}$
 D) $\{ \{ 5, 6 \} \}$ E) $\{ \emptyset \}$

3. Alt küme sayıları birbirine eşit ve 128 olan iki kümenin elemanlarından sadece biri ortaktır.
 Bu iki kümenin birleşim kümesi kaç elemanlıdır?
 A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

4. Bir kümenin eleman sayısı 4 artınca alt küme sayısı 120 artıyor.
 Bu kümenin ilk durumdaki eleman sayısı kaçtır?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. A kümesinin alt kümelerinin sayısı 32 ve B kümesinin öz alt kümelerinin sayısı 127 dir.
 Buna göre, $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı en çok kaç olabilir?
 A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

6. A ile B, E evrensel kümesinin iki alt kümesi ve $A \not\subset B$ olmak üzere,
 $s(B \setminus A) = s(A') = 3$
 $s(B) = 5$

olduğuna göre, $s(E)$ en az kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

7. $(A - B)$ ve $(B - A)$ kümeleri boş kümeden farklı kümeler olmak üzere,

$$\begin{aligned} s(A \cap B) &= 6 \\ s(A) &= 4x - 2 \\ s(B) &= 10 - x \end{aligned}$$

olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

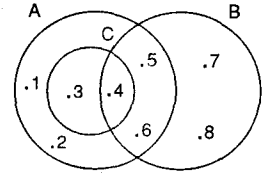
- A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

8. Şekildeki A, B ve C kümeleri için,

$$[(A \cap B) \setminus C] \cup [A \setminus (C \cup B)]$$

kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



9. A ve B, E evrensel kümesine ait iki kümedir.

$$\begin{aligned} s(E) &= 12 \\ s(A \cup (B \setminus A)) &= 7 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $s((A \cup B)')$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

10. E evrensel kümesinin boş kümeden farklı iki alt kümesi A ve B olmak üzere,

$$\begin{aligned} s(A') &= s(B') \\ s(A - B) &= s[(A \cup B)'] = s(A \cap B) = 3 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

11. $A = \{ \text{Üniversitedeki tıplı öğrenciler} \}$
 $B = \{ \text{Üniversitedeki erkek öğrenciler} \}$
 $C = \{ \text{Üniversitedeki esmer öğrenciler} \}$
 $D = \{ \text{Üniversitedeki bayan öğrenciler} \}$
- olduğuna göre, $(A \cap B) - (C \cup D)$ kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $\{ \text{Üniversitedeki tıplı olmayan bayan öğrenciler} \}$
 B) $\{ \text{Üniversitedeki tıplı erkek öğrenciler} \}$
 C) $\{ \text{Üniversitedeki esmer olmayan tıplı erkek öğrenciler} \}$
 D) $\{ \text{Üniversitedeki bayan olmayan esmer öğrenciler} \}$
 E) $\{ \text{Üniversitedeki esmer öğrenciler} \}$

12. 50 kişilik bir sınıftaki öğrencilerin 29 u Fransızca bilmemektedir.

Bu sınıfta hem İngilizce hem de Fransızca bilen 10 kişi olduğuna göre, sadece Fransızca bilen kaç kişidir?

- A) 7 B) 11 C) 17 D) 22 E) 33

13. $A = \{ x : 23 < x < 500, x = 6k \text{ ve } k \in \mathbb{Z} \}$
 $B = \{ y : 17 < y < 400, y = 8t \text{ ve } t \in \mathbb{Z} \}$

olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

- A) 111 B) 112 C) 127 D) 132 E) 140

14. $A = \{ x, y, z, a, b, c, 1, 2, 3 \}$
 $A - B = \{ x, z, b, 2, 3 \}$
 $B - A \neq \emptyset$

olduğuna göre, $s(A \cup B)$ en az kaç olabilir?

- A) 10 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

15. $A = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9 \}$

kümesinin 4 elemanlı alt kümelerinden kaç tanesinin en az bir elemanı çift sayıdır?

- A) 35 B) 45 C) 55 D) 65 E) 70

16. Bir kümenin alt kümelerinin sayısının 3 katı ile öz alt kümelerinin sayısının yarısının çarpımı 360 olduğuna göre, bu kümenin eleman sayısı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

17. $A = \{ x : |x - 1| < 4, x \in \mathbb{Z} \}$
 $B = \{ y : |y - 9| < 9, y \in \mathbb{Z} \}$

olduğuna göre, $A \cap B$ kümesinin en çok iki elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 9 C) 11 D) 12 E) 15

18. Almanca ve Fransızca dillerinden en az birini bilenlerden oluşan 40 kişilik bir sınıfta sadece Almanca bilenler, Almanca ve Fransızca bilenlerin iki katı, bu iki dilden sadece birini bilenlerin ise yarısı kadardır.

Buna göre, sınıfta bu iki dili bilen kaç kişi vardır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 16 E) 20

19. Bir sınıftaki öğrencilerin % 65 i Türkçe dersinden, % 45 i Matematik dersinden başarılı olmuştur.

Buna göre, bu sınıftaki öğrencilerin en az yüzde kaç her iki dersten de başarılı olmuştur?

- A) 45 B) 30 C) 20 D) 10 E) 5

20. İngilizce, Almanca ve Fransızca dillerini bilenlerin bulunduğu 42 kişilik bir sınıfta en çok bir dil bilenlerin sayısı 16 dır.

Bu dillerden herhangi ikisini bilenlerin sayısı birbirine eşit olduğuna göre, bu sınıfta her üç dili de bilen en az kaç öğrenci vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

CEVAP ANAHTARI

1-C	2-D	3-D	4-A	5-C	6-D	7-D	8-C	9-C	10-E
11-C	12-B	13-A	14-A	15-D	16-B	17-C	18-A	19-D	20-C

CEVAPLI TEST – 2

1. $A = \{ a, b, c, 1, \{ 2 \}, \{ 3, 4 \}, \{ 4 \}, 4, 7 \}$

olduğuna göre, A kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

2. $K = \{ 1, 2, \{ 3, 4 \}, 5, \{ 6, 7, 8 \}, 9 \}$
 $L = \{ 1, \{ 2, 3 \}, 4, 5, \{ 6, 7 \}, 8, \{ 9 \} \}$

olduğuna göre, K – L kümesinin üç elemanlı alt kümeleri kaç tanedir?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 6 E) 12

3. $A = \{ 1, 2 \}$

$B = \{ x \mid x, \text{ bir rakam} \}$

olduğuna göre, B kümesinin dört elemanlı alt kümelerinin kaç tanesi A kümesini kapsar?

- A) 10 B) 15 C) 21 D) 28 E) 36

4. Bir sınıfta İngilizce bilen herkes Almanca bilmektedir. İngilizce bilenler sadece Almanca bilenlerin 3 katıdır. Bu iki dili de bilmeyenler bu iki dili de bilenlerin 4 katıdır.

Buna göre, sınıfın mevcudu en az kaçtır?

- A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

5. Bir sınıftaki öğrencilerin % 60 ı Matematik ve Fizik dersinden, % 80 i Matematik dersinden, % 70 i Fizik dersinden geçmiştir.

Sınıfta bu iki dersten de kalan 4 öğrenci olduğuna göre, yalnızca Matematik dersinden geçen kaç öğrenci vardır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

6. $A = \{ a, b, c, d, e, f \}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde a ve b den sadece bir tanesi eleman olarak bulunur?

- A) 8 B) 16 C) 24 D) 32 E) 64

7. A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere,

$$s(A) = 5.s(B)$$

$$s(A \cup B) + s(A \cap B) = 30$$

olduğuna göre, A kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

8. A ve B kümeleri için,

$$\frac{s(A \cup B)}{21} = \frac{s(A \cap B)}{7} = \frac{s(B)}{11}$$

$$57 < s(A \cup B) < 83$$

olduğuna göre, s(A) kaçtır?

- A) 41 B) 47 C) 51 D) 58 E) 63

9. A kümesinin alt kümelerinin sayısı, B kümesinin alt kümelerinin sayısının 8 katıdır.

A ile B kümesinin eleman sayıları toplamı 11 olduğuna göre, B kümesinin öz alt kümelerinin sayısı kaçtır?

- A) 3 B) 7 C) 15 D) 31 E) 63

10. A, B ve C kümeleri için $B \subset A$ ve $B \cap C = \emptyset$ dir.

$$s(C - A) = 10$$

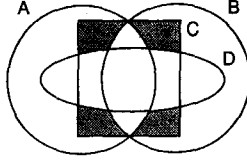
$$s(A) = 16$$

$$s[(A \cup C) - B] = 23$$

olduğuna göre, s(B) kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

11. Şekildeki taralı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?



- A) $(B \cap C) \setminus (A \cap D)$ B) $[C \setminus (A \cap B)] \setminus D$
C) $[D \setminus (A \cap C)] \setminus B$ D) $(A \cup B \cup C) \setminus D$
E) $[C \setminus (A \cup B)] \setminus D$

12. $A \neq \emptyset$ ve $A \subset B$ olmak üzere,

$$2s(B) + s(A) = 10$$

olduğuna göre, $3s(A) + 2s(B)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

13. 51 kişilik bir sınıfta Almanca bilen herkes İngilizce, İngilizce bilen herkes Fransızca bilmektedir. Bu dillerden sadece ikisini bilenler, bir dil bilenlerin 3 katı, üç dil bilenlerin ise 2 katıdır.

Bu sınıfta üç dili de bilmeyenler 7 kişi olduğuna göre, üç dili de bilen kaç kişi vardır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12

14. A ve B, aynı evrensel kümenin farklı iki alt kümesidir.

$$((A - B')' \cap A) \cup (A' \cap B')$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) A' B) B' C) $A \cap B$
D) $(B - A)'$ E) A

15. Futbol, Voleybol ve Basketbol oyunlarından en az birini oynayanlardan oluşan 100 kişilik bir toplulukta, üç oyunu da oynayanlar 10 kişidir. En az iki oyunu oynayanların sayısı, sadece bir oyunu oynayanların sayısına eşittir.

Buna göre, sadece iki oyunu oynayanların sayısının, sadece bir oyunu oynayanların sayısına oranı kaçtır?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

16. Bir sınıftaki sarışın kızların sayısı, sarışın erkeklerin sayısının 4 katına, sarışın olmayan erkeklerin sayısının ise 3 katına eşittir.

Sarışın olmayan kız öğrencilerin sayısı 17 ve sınıf mevcudu 80 den az olduğuna göre, bu sınıftaki sarışın öğrenciler en çok kaç kişidir?

- A) 65 B) 60 C) 50 D) 45 E) 30

17. A ve B boş kümeden farklı kümelerdir.

$$s(A - B) = \frac{1}{3} s(A \cap B)$$

$$s(B - A) = s(A)$$

$$s(A \cup B) = 24$$

olduğuna göre, $s(A - B) + s(B - A)$ kaçtır?

- A) 9 B) 12 C) 14 D) 15 E) 19

18. $A = \{x \mid 30 < x \leq 420, x = 3n, n \in \mathbb{N}\}$

$$B = \{y \mid 70 < y < 500, y = 4k, k \in \mathbb{N}\}$$

olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

- A) 207 B) 217 C) 227 D) 237 E) 247

19. $A = \{1, 2, 3, \{1\}, \{1, 2\}, \emptyset\}$

kümesi verildiğine göre, aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

I. $s(A) = 7$ II. $\{1, 2\} \in A$ III. $\{1\} \subset A$

IV. $\{\emptyset\} \in A$ V. $\{1, 2\} \subset A$ VI. $s(A) = 6$

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

20. 200 kişilik bir topluluğun % 17 si A kitabını, % 40 ı B kitabını okumaktadır.

Bu kitaplardan hiçbirini okumayanlar en çok olduğunda, sadece bir kitap okuyanlar kaç kişidir?

- A) 40 B) 44 C) 46 D) 48 E) 52

CEVAP ANAHTARI

1-D	2-C	3-D	4-A	5-C	6-D	7-E	8-C	9-C	10-A
11-B	12-C	13-E	14-B	15-B	16-D	17-D	18-A	19-C	20-C

18. BÖLÜM

A. SIRALI İKİLİ

Herhangi iki nesne, belli bir öncelik sırasına göre bir eleman gibi düşünülürse, bu elemana **sıralı ikili** ya da **ikili** denir.

İkilinin birinci sıradaki elemanına **birinci bileşen**, ikinci sıradaki elemanına da **ikinci bileşen** denir.

(a, b) sıralı ikili, a ikilinin birinci bileşeni, b ikilinin ikinci bileşenidir.

Uyarı:

İkilide sıra önemli olduğu için, $a \neq b$ ise $(a, b) \neq (b, a)$ dir.

Kural:

$$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow (a = c \text{ ve } b = d) \text{ dir.}$$

Örnek:

$$(x + 1, 9) = (5, 3^y)$$

olduğuna göre, $x + y$ değerini bulalım.

Çözüm:

$$(x + 1, 9) = (5, 3^y) \Leftrightarrow (x + 1 = 5, 9 = 3^y)$$

$$x + 1 = 5 \Rightarrow x = 4 \text{ tür.}$$

$$3^y = 9 \Rightarrow 3^y = 3^2 \Rightarrow y = 2 \text{ dir.}$$

O halde, $x + y = 4 + 2 = 6$ dir.

B. KARTEZYEN ÇARPIM

A ve B boş olmayan herhangi iki küme olmak şartıyla birinci bileşeni A kümesinden ikinci bileşeni B kümesinden alınarak elde edilen tüm sıralı ikililerin kümesine, **A ile B nin Kartezyen Çarpımı** denir ve **$A \times B$** şeklinde gösterilir.

$$A \times B = \{ (x, y) : x \in A \text{ ve } y \in B \}$$

Örnek:

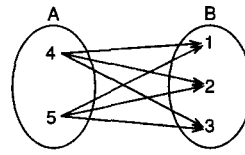
$$A = \{ 4, 5 \} \text{ ve } B = \{ 1, 2, 3 \}$$

kümeleri için $A \times B$ ve $B \times A$ yı yazalım.

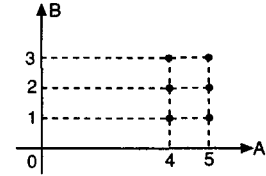
Çözüm:

Liste Yöntemiyle,

$$A \times B = \{ (4, 1), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3) \}$$



$A \times B$ nin şeması



$A \times B$ nin grafiği

$$B \times A = \{ (1, 4), (1, 5), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5) \} \text{ tir.}$$

Uyarı:

$$(a, b) \neq (b, a) \text{ olduğu için } A \times B \neq B \times A \text{ dir.}$$

Kural:

$$\begin{aligned} s(A) = m \text{ ve } s(B) = n \text{ ise} \\ s(A \times B) = s(A) \cdot s(B) = m \cdot n \\ s(B \times A) = s(B) \cdot s(A) = n \cdot m \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$A = \{ x : x < 7, x \text{ rakam} \}$$

$$B = \{ y : -2 < y < 4, y \in \mathbb{Z} \}$$

olduğuna göre, $s(A \times B)$ değerini bulalım.

Çözüm:

$$A = \{ x : x < 7, x \text{ rakam} \}$$

$$A = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

$$s(A) = 7 \text{ dir.}$$

$$B = \{ y : -2 < y < 4, y \in \mathbb{Z} \}$$

$$B = \{ -1, 0, 1, 2, 3 \}$$

$$s(B) = 5 \text{ tir.}$$

$$s(A \times B) = s(A) \cdot s(B) = 7 \cdot 5 = 35 \text{ tir.}$$

C. KARTEZYEN ÇARPIMIN ÖZELLİKLERİ

- 1) $A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$
- 2) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
- 3) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
- 4) $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$
- 5) $A \times A = A^2$, $A \times A \times A = A^3$

Örnek:

$$s(M) = 4 \text{ ve } s(R \cup T) = 9$$

olduğuna göre, $s((M \times R) \cup (M \times T))$ değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} s((M \times R) \cup (M \times T)) &= s(M \times (R \cup T)) \\ &= s(M) \cdot s(R \cup T) \\ &= 4 \cdot 9 \\ &= 36 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$$

olduğuna göre, $A \cup B$ kümesini bulalım.

Çözüm:

$A \times B$ kümesinin birinci bileşenleri A kümesinin, ikinci bileşenleri B kümesinin elemanlarıdır.

$A = \{a, b\}$ ve $B = \{1, 2, 3\}$ olduğundan, $A \cup B = \{a, b, 1, 2, 3\}$ olarak bulunur.

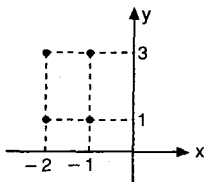
Örnek:

$$A = \{-2, -1\}$$

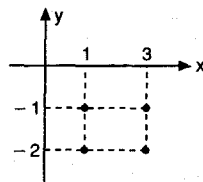
$$B = \{1, 3\}$$

kümeleri için, $A \times B$ nin ve $B \times A$ nin grafiğini analitik düzlemde gösterelim.

Çözüm:



$A \times B$ nin grafiği



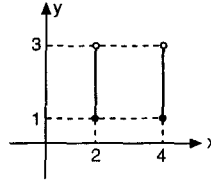
$B \times A$ nin grafiği

Örnek:

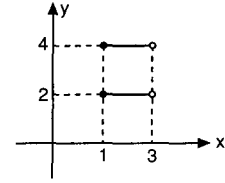
$$A = \{2, 4\} \text{ ve } B = \{x : 1 \leq x < 3 \text{ ve } x \in \mathbb{R}\}$$

kümeleri için, $A \times B$ nin ve $B \times A$ nin grafiğini analitik düzlemde gösterelim.

Çözüm:



$A \times B$ nin grafiği



$B \times A$ nin grafiği

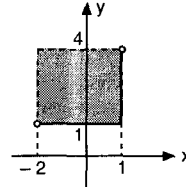
Örnek:

$$B = \{x : -2 < x \leq 1, x \in \mathbb{R}\}$$

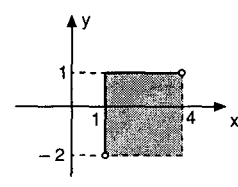
$$A = \{x : 1 \leq x < 4, x \in \mathbb{R}\}$$

kümeleri için, $B \times A$ nin ve $A \times B$ nin grafiğini düzlemde gösterelim.

Çözüm:



$B \times A$ nin grafiği dikdörtgensel bölgedir.



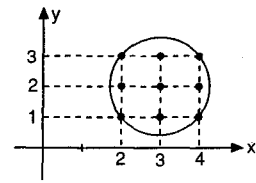
$A \times B$ nin grafiği dikdörtgensel bölgedir.

Örnek:

$A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ kümeleri için $A \times B$ (kartezyen çarpımı) kümesinin noktalarını dışarıda bırakmayan en küçük çemberin yarıçapını bulalım.

Çözüm:

$A \times B$ nin grafiği yanda görülen 9 noktadan oluşmaktadır. Bu 9 noktayı dışarıda bırakmayan en küçük çemberin yarıçapı $\sqrt{2}$ birimdir. Çünkü, $(2, 1), (2, 3), (4, 1), (4, 3)$ noktalarının birleştirilmesiyle oluşan karenin köşegeni (çemberin çapı) $2\sqrt{2}$ birimdir.



$A \times B$ nin grafiği

Örnek:

$$A \times B = \{ (1,1), (2,1), (3,1), (4,1) \}$$

$$B \times C = \{ (1,a), (1,b), (1,c) \}$$

olduğuna göre, $s(A \times C)$ değerini bulalım.

Çözüm:

$A \times B = \{ (1,1), (2,1), (3,1), (4,1) \}$ olduğundan
 $A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$ ve $s(A) = 4$,
 $B = \{ 1 \}$ ve $s(B) = 1$ dir.

$B \times C = \{ (1,a), (1,b), (1,c) \}$ olduğundan
 $C = \{ a, b, c \}$ ve $s(C) = 3$ tür.
 $s(A \times C) = s(A).s(C) = 4.3 = 12$ dir.

Örnek:

$$A = \{ x : |x| \leq 5, x \in \mathbb{R} \}$$

$$B = \{ x : |x+1| < 3, x \in \mathbb{R} \}$$

olduğuna göre, $A \times B$ kümesinin belirttiği bölgenin alanının kaç birimkare olduğunu bulalım.

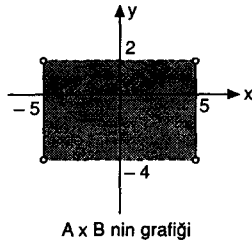
Çözüm:

$$A = \{ x : |x| \leq 5, x \in \mathbb{R} \} = \{ x : -5 \leq x \leq 5, x \in \mathbb{R} \}$$

$$B = \{ x : -3 < x+1 < 3, x \in \mathbb{R} \} = \{ x : -4 < x < 2, x \in \mathbb{R} \}$$

1. yol:

Yanda $A \times B$ nin grafiği olan dikdörtgensel bölgenin alanı, $10.6 = 60$ birimkaredir.

**2. yol:**

A kümesinde -5 ile 5 arasındaki uzunluk 10 birimdir.
 B kümesinde 2 ile -4 arasındaki uzunluk 6 birimdir.
 $A \times B$ kümesinin belirttiği bölgenin alanı $10.6 = 60$ birimkaredir.

Örnek:

$$s(A \times B) = 10$$

$$s(B \cup C) = 8$$

$$s(A \times B \cup A \times C) = 40$$

olduğuna göre, $s(B)$ değerini bulalım.

Çözüm:

$$s(A \times B \cup A \times C) = s(A \times (B \cup C))$$

$$40 = s(A).s(B \cup C)$$

$$40 = s(A).8$$

$$s(A) = 5 \text{ tir.}$$

$$s(A \times B) = s(A).s(B)$$

$$10 = 5.s(B)$$

$$s(B) = 2 \text{ dir.}$$

D. BAĞINTI

A ve B boş olmayan herhangi iki küme olmak üzere, $A \times B$ nin β gibi herhangi bir alt kümesine, A dan B ye bir **bağntı** denir.

Örnek:

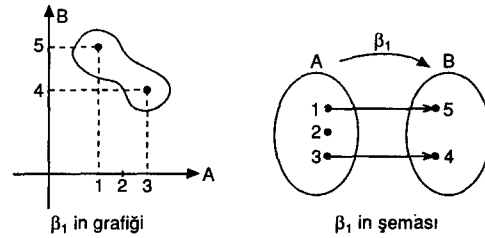
$A = \{ 1, 2, 3 \}$ ve $B = \{ 4, 5 \}$ kümeleri için,
 $A \times B = \{ (1,4), (1,5), (2,4), (2,5), (3,4), (3,5) \}$
kartezyen çarpım kümesinin her bir alt kümesi A dan B ye bir bağntıdır. $A \times B$ nin eleman sayısı 6 (ve 6 elemanlı bir kümenin alt küme sayısı $2^6 = 64$) olduğu için, A dan B ye tanımlı $2^6 = 64$ tane bağntı vardır. Bu bağntılardan bazılarını yazalım.

$$\beta_1 = \{ (1,5), (3,4) \}$$

$$\beta_2 = \{ (1,4), (2,4), (3,4) \}$$

$$\beta_3 = \{ (3,5) \}$$

β_1 bağntısının grafiğini ve şemasını gösterelim.

**Not:**

$s(A) = m$ ve $s(B) = n$ için A dan B ye tanımlı bağntı sayısı $2^{m.n}$ dir.

$A \times A$ nın herhangi bir alt kümesine, A dan A ya bağntı ya da **A da bağntı** denir.

Örnek:

$A = \{x : x \text{ bir rakam}\}$ kümesinde tanımlı,
 $\beta_1 = \{(x, y) : 3 \mid (x - y)\}$ denklik bağıntısı,
 $\beta_2 = \{(x, y) : x \leq y\}$ sıralama bağıntısıdır.

Örnek:

$$A = \{x : 4 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{x : |x| \leq 2, x \in \mathbb{Z}\}$$

olduğuna göre, B den A ya tanımlanan bağıntı sayısını bulalım.

Çözüm:

$$A = \{x : 4 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{Z}\}$$

$$A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\} \text{ ve } s(A) = 6 \text{ dir.}$$

$$B = \{x : |x| \leq 2, x \in \mathbb{Z}\} \text{ olduğundan,}$$

$$B = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \text{ ve } s(B) = 5 \text{ tir.}$$

O halde, B den A ya tanımlanan bağıntı sayısı,
 $2^{6 \cdot 5} = 2^{30}$ dur.

Örnek:

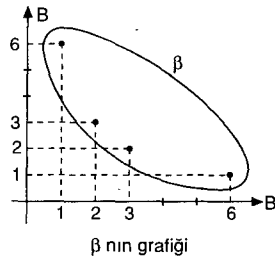
$$B = \{1, 2, 3, 6\} \text{ de tanımlı,}$$

$$\beta = \{(a, b) : a \cdot b = 6\}$$

bağıntısını liste yöntemiyle ve analitik düzlemde gösterelim.

Çözüm:

β bağıntısı $B \times B$ kartezyen çarpım kümesindeki, birinci bileşeni ile ikinci bileşenin çarpımı 6 olan ikililerden oluşmaktadır. Buna göre,
 $\beta = \{(1, 6), (6, 1), (2, 3), (3, 2)\}$ dir.



Örnek:

$$A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 2, 3\}$$

olduğuna göre, $\beta = \{(x, y) \mid x^y = 4, x \in A \text{ ve } y \in B\}$ bağıntısının elemanlarını bulalım.

Çözüm:

β bağıntısı (x, y) gibi ikililerden oluşmaktadır. β bağıntısı, ikinci bileşeni birinci bileşenin üssü olduğunda 4 eden ikililerden oluşmaktadır. Buna göre,

$$\beta = \{(-2, 2), (2, 2), (4, 1)\} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \text{ ve } B = \{a, b, c\} \text{ olsun.}$$

$$\beta_1 = \{(1, a), (2, c), (3, a)\}$$

$$\beta_2 = \{(3, a), (3, b), (4, 1)\}$$

$$\beta_3 = \{(a, 4), (b, 4), (c, 4)\}$$

bağıntılarının A dan B ye bir bağıntı olup-olmadığını inceleyelim.

Çözüm:

$\beta_1 = \{(1, a), (2, c), (3, a)\}$ bağıntısının elemanları $(1, a) \in A \times B$, $(2, c) \in A \times B$ ve $(3, a) \in A \times B$ olduğundan β_1 bağıntısı A dan B ye bir bağıntıdır.

$\beta_2 = \{(3, a), (3, b), (4, 1)\}$ bağıntısında $(4, 1) \notin A \times B$ olduğundan β_2 bağıntısı A dan B ye bir bağıntı değildir.

$\beta_3 = \{(a, 4), (b, 4), (c, 4)\}$ bağıntısının elemanları $B \times A$ nın elemanları olduğundan B den A ya bir bağıntıdır. Fakat A dan B ye bir bağıntı değildir.

E. BİR BAĞINTININ TERSİ

$\beta = \{(x, y) : x \in A \text{ ve } y \in B\}$ bağıntısının tersi,

$$\beta^{-1} = \{(y, x) : (x, y) \in \beta\} \text{ dir.}$$

Örnek:

$\beta = \{(1, a), (2, b), (3, c)\}$ bağıntısının tersi,

$$\beta^{-1} = \{(a, 1), (b, 2), (c, 3)\} \text{ tür.}$$

Örnek:

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ da tanımlı,

$\beta = \{(x, y) : x + 2y = 10\}$ bağıntısını ve β^{-1} bağıntısını liste yöntemiyle yazalım.

Çözüm:

$x = 2$ ve $y = 4$ için $x + 2y = 2 + 2 \cdot 4 = 10$,
 $x = 4$ ve $y = 3$ için $x + 2y = 4 + 2 \cdot 3 = 10$,
 $x = 6$ ve $y = 2$ için $x + 2y = 6 + 2 \cdot 2 = 10$,
 $x = 8$ ve $y = 1$ için $x + 2y = 8 + 2 \cdot 1 = 10$

olduğundan,

$$\beta = \{ (2, 4), (4, 3), (6, 2), (8, 1) \}$$

$$\beta^{-1} = \{ (4, 2), (3, 4), (2, 6), (1, 8) \} \text{ dir.}$$

F. BAĞINTININ ÖZELLİKLERİ

β , A da tanımlı bir bağntı olsun.

1) Yansıma Özelliği

$\forall x \in A$ için $(x, x) \in \beta$ ise β **yansıma özelliğine sahiptir** ya da **yansıyandır** denir.

2) Simetri Özelliği

$\forall (x, y) \in \beta$ için $(y, x) \in \beta$ ise β **simetri özelliğine sahiptir** ya da **simetrik** denir.

3) Ters Simetri Özelliği

$x \neq y$ ve $(x, y) \in \beta$ olduğunda $(y, x) \notin \beta$ ise β **ters simetri özelliğine sahiptir** ya da **ters simetrik** denir.

Ters simetri özelliğine sahip olan bir bağntıda birinci bileşeni ikinci bileşenine eşit olan ikililer bulunabilir.

4) Geçişme Özelliği

$\forall [(x, y) \in \beta \text{ ve } (y, z) \in \beta]$ iken $(x, z) \in \beta$ oluyorsa β **geçişme özelliğine sahiptir** ya da **geçişmelidir** denir.

$(x, y) \in \beta$ iken β bağntısında (y, z) biçiminde ikililer yoksa, geçişme özelliği bozulmaz.

Örnek:

$A = \{ a, b, c \}$ da tanımlı,

$$\beta_1 = \{ (a, a), (b, c) \}$$

$$\beta_2 = \{ (a, a), (b, b), (c, c), (a, c) \}$$

$$\beta_3 = \{ (a, a), (b, b), (c, c) \}$$

bağntılarını inceleyelim.

Çözüm:

β_1 : Yansıyan değildir. Çünkü, (b, b) ve (c, c) , β_1 in elemanı değildir. Simetrik değildir. Çünkü, $(b, c) \in \beta$ iken $(c, b) \notin \beta$ dir.

Ters simetrik. Çünkü, $(b, c) \in \beta$ iken $(c, b) \notin \beta$ dir. Geçişmelidir.

β_2 : Yansıyandır.

Ters simetrik.

Geçişmelidir.

Simetrik değildir.

Çünkü, $(a, c) \in \beta$ iken $(c, a) \notin \beta$ dir.

β_3 : Dört özelliğe de sahiptir.

Yansıma, simetri, geçişme özelliklerini sağlayan bir bağntıya **denklik bağntısı**; yansıma, ters simetri, geçişme özelliklerini sağlayan bir bağntıya **sıralama bağntısı** denir.

Örnek:

$$\beta = \{ (x, y) : x + y = 4, x \in \mathbb{N} \text{ ve } y \in \mathbb{N} \}$$

bağntısının elemanlarını ve β^{-1} i (β nin tersini) bulalım.

Çözüm:

Toplamları 4 olan doğal sayı ikilileri,

$$\beta = \{ (0, 4), (4, 0), (1, 3), (3, 1), (2, 2) \} \text{ dir.}$$

$$\beta^{-1} = \{ (4, 0), (0, 4), (3, 1), (1, 3), (2, 2) \} \text{ dir.}$$

$\beta^{-1} = \beta$ olduğuna dikkat ediniz.

ÇÖZÜMLÜ TEST

1. $(4^{x-3}, 9) = (8, \sqrt{y})$

olduğuna göre, $\frac{y}{2x}$ kaçtır?

- A) 27 B) 24 C) 18 D) 12 E) 9

2. $A = \{m, n, p\}$
 $B = \{1, 2\}$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi $B \times A$ kümesinin elemanı değildir?

- A) (1, m) B) (2, m) C) (p, 1)
D) (1, n) E) (2, p)

3. $s(A) + s(B) = 12$
 $s(A \times A) + s(B \times A) = 36$

olduğuna göre, B kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 7 D) 8 E) 9

4. $s(A) = \frac{s(B)}{2} = \frac{s(C)}{3}$

$s(A \times A \times B \times C) = 96$

olduğuna göre, $s(A)$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. $A \times B = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c)\}$
 $B \times C = \{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3), (c, 2), (c, 3)\}$

olduğuna göre, $s(A \cup B \cup C)$ kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

6. $A = \{x : |x - 2| < 2, x \in \mathbb{Z}\}$
 $B = \{x : |x| \leq 3, x \in \mathbb{Z}\}$

olduğuna göre, $s(A \times B)$ kaçtır?

- A) 35 B) 32 C) 28 D) 21 E) 18

7. $A = \{\Delta, 0, \square, 1, \{1, 2\}\}$
 $B = \{\Delta, \{1\}, 2, \square\}$

olduğuna göre, $s((A - B) \times A)$ kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 30

8. $A = \{x : \sqrt[3]{8x^3} < 8, x \in \mathbb{Z}\}$

olduğuna göre, A^2 nin $(A \times A)$ nin elemanlarını dışarıda bırakmayan en küçük karenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 9 B) 16 C) 25 D) 36 E) 49

9. A ve B eşit iki kümedir.

$s((A \times C) \cap (B \times C)) = 48$

$s(A) = 3.s(C)$

olduğuna göre, $s(A \times B \times C)$ kaçtır?

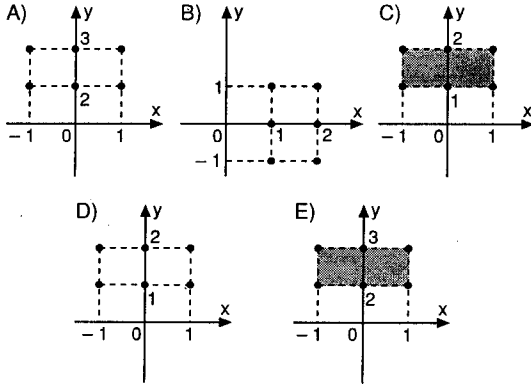
- A) 600 B) 576 C) 288 D) 144 E) 96

10. A kümesinde 16 tane bağıntı tanımlanabildiğine göre, $s(A \times A \times A)$ kaçtır?

- A) 8 B) 27 C) 32 D) 64 E) 125

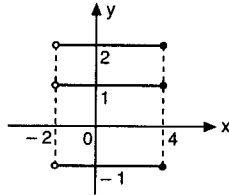
11. $A = \{x : |x| < 2, x \in \mathbb{Z}\}$
 $B = \{x : |x-1| < 2, x \in \mathbb{Z}^+\}$

olduğuna göre, $A \times B$ nin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



12. Yandaki grafik $A \times B$ kümesine aittir.

Buna göre, A ve B kümeleri aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $A = \{-2, 4\}$
 $B = \{-1, 0, 1, 2\}$
- B) $A = \{-2, 4\}$
 $B = \{-1, 0, 1, 2\}$
- C) $A = \{-1, 1, 2\}$
 $B = \{-2, 4\}$
- D) $A = \{-1, 0, 1, 2\}$
 $B = \{-2, 4\}$
- E) $A = \{-2, 4\}$
 $B = \{-1, 1, 2\}$

13. $A = \{1, 2, 3\}$
 $B = \{a, b\}$

olduğuna göre, A dan B ye tanımlı üç elemanlı bağntıların sayısı kaçtır?

- A) 35 B) 20 C) 15 D) 10 E) 8

14. Reel sayılarda tanımlı,

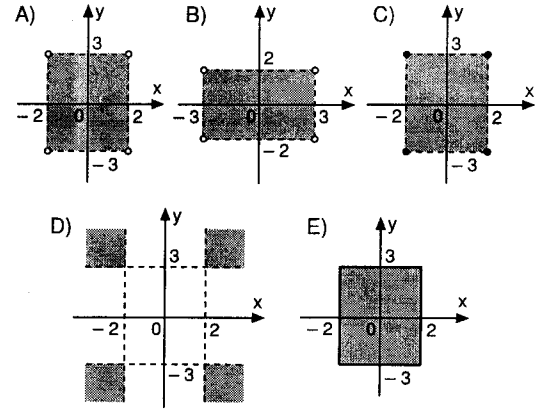
$$\beta = \{(x, y) \mid y = (2m - 3) \cdot x \text{ ve } x, y \in \mathbb{R}\}$$

bağntısının tersi kendisine eşit olduğuna göre, m kaç olabilir?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) 5

15. $\beta = \{(x, y) : |x| < 2, |y| < 3, x, y \in \mathbb{R}\}$

bağntısının grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



16. Tamsayılar kümesinde tanımlı,

$$\beta = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 13, x, y \in \mathbb{Z}\}$$

bağntısının eleman sayısı kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 4 E) 5

17. $A = \{0, 1, 2, 3\}$ kümesinde tanımlı,

$$\beta = \{(x, y) : (x - y)(x + y - 3) = 0\}$$

bağntısının eleman sayısı kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 6 E) 4

18. $A = \{0, 1, 2\}$ kümesinde tanımlı,

$$\beta = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (1, 2), (2, 0)\}$$

bağntısının sıralama bağntısı olması için bu bağntıya aşağıdakilerden hangisi eklenmelidir?

- A) (0, 1) B) (1, 0) C) (2, 1)
D) (1, 0), (3, 1) E) (0, 1), (2, 1)

19. $A = \{1, 3, 5, 7\}$ kümesinde tanımlı,

$$\beta = \{(x, y) : y = 2x + 1, x \in A \text{ ve } y \in A\}$$

olduğuna göre, $s(\beta \cup \beta^{-1})$ kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

TESTİN ÇÖZÜMLERİ

1. $(4^{x-3}, 9) = (8, \sqrt{y}) \Rightarrow (4^{x-3} = 8 \text{ ve } 9 = \sqrt{y})$

$$4^{x-3} = 8 \Rightarrow 2^{2(x-3)} = 2^3 \Rightarrow 2x - 6 = 3$$

$$\Rightarrow x = \frac{9}{2} \text{ dir.}$$

$$9 = \sqrt{y} \Rightarrow 81 = y \text{ dir.}$$

$$\text{O halde, } \frac{y}{2x} = \frac{81}{2 \cdot \frac{9}{2}} = \frac{81}{9} = 9 \text{ dur.}$$

Cevap: E

2. $(p, 1) \notin B \times A$ dir.

Çünkü, $p \notin B$ ve $1 \notin A$ dir.

Cevap: C

3. $s(A) + s(B) = 12$ ve

$$s(A \times A) + s(B \times A) = 36$$

$$\Rightarrow s(A).s(A) + s(B).s(A) = 36$$

$$\Rightarrow s(A)(s(B) + s(A)) = 36$$

$$\Rightarrow s(A).12 = 36$$

$$\Rightarrow s(A) = 3 \text{ tür.}$$

$$s(A) = 3 \Rightarrow s(A) + s(B) = 12$$

$$3 + s(B) = 12$$

$$s(B) = 9 \text{ dur.}$$

Cevap: E

4. $s(A) = \frac{s(B)}{2} = \frac{s(C)}{3}$

$$s(A \times A \times B \times C) = 96 \Rightarrow s(A).s(A).s(B).s(C) = 96$$

$$\Rightarrow s(A).s(A).2.s(A).3.s(A) = 96$$

$$\Rightarrow 6.(s(A))^4 = 96$$

$$\Rightarrow (s(A))^4 = 16$$

$$\Rightarrow s(A) = 2 \text{ dir.}$$

Cevap: A

5. $A \times B = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c)\}$

$$B \times C = \{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3), (c, 2), (c, 3)\}$$

olduğundan, $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b, c\}$ ve $C = \{2, 3\}$ tür. O halde,

$$A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, a, b, c\} \text{ ve}$$

$$s(A \cup B \cup C) = 6 \text{ dir.}$$

Cevap: C

6. $|x - 2| < 2 \Rightarrow -2 < x - 2 < 2$

$$\Rightarrow 0 < x < 4$$

ise x in tamsayı değerleri 1, 2, 3 tür. O halde,

$$A = \{1, 2, 3\} \text{ ve } s(A) = 3 \text{ tür.}$$

$$|x| \leq 3 \text{ ise } -3 \leq x \leq 3$$

ise x in tamsayı değerleri $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ tür. O halde,

$$B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} \text{ ve } s(B) = 7 \text{ dir.}$$

$$s(A \times B) = s(A).s(B) = 3.7 = 21 \text{ dir.}$$

Cevap: D

7. $s(A) = 5$ tir.

$$A - B = \{0, 1, \{1, 2\}\}$$

$$s(A - B) = 3 \text{ tür.}$$

$$s((A - B) \times A) = s(A - B).s(A)$$

$$= 3.5$$

$$= 15 \text{ tir.}$$

Cevap: B

8. $|\sqrt[3]{8x^3}| < 8 \Rightarrow |\sqrt[3]{(2x)^3}| < 8$

$$\Rightarrow |2x| < 8$$

$$\Rightarrow -8 < 2x < 8$$

$$\Rightarrow -4 < x < 4$$

ise x in tamsayı değerleri için,

$$A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} \text{ ve } s(A) = 7 \text{ dir.}$$

O halde, $A^2 = A \times A$ nın elemanlarını dışarıda bırakmayan karenin alanı (-3 ile 3 arasında 6 birim olduğundan) $6.6 = 36$ birimkaredir.

Cevap: D

9. $s((A \times C) \cap (B \times C)) = 48$

$s((A \cap B) \times C) = 48$

A ve B kümeleri eşit olduğundan

$s(A \times C) = 48$

$s(A).s(C) = 48$ dir.

$3.s(C).s(C) = 48$

$3.(s(C))^2 = 3.4^2$

$s(C) = 4$ tür.

$s(C) = 4 \Rightarrow s(A) = 3.s(C)$

$s(A) = 3.4 = 12$ dir.

O halde, $s(A \times B \times C) = s(A).s(B).s(C)$

$= 12.12.4$

$= 576$ dir.

Cevap: B

10. A kümesinde 16 tane bağntı tanımlı ise,

$2^{s(A \times A)} = 16 \Rightarrow 2^{s(A).s(A)} = 2^4$

$\Rightarrow (s(A))^2 = 4$

$\Rightarrow s(A) = 2$ dir.

O halde, $s(A \times A \times A) = s(A).s(A).s(A)$

$= 2.2.2$

$= 8$ dir.

Cevap: A

11. $|x| < 2$ ise $-2 < x < 2$ ve x tamsayı ise

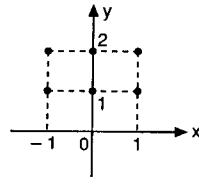
$A = \{-1, 0, 1\}$ dir.

$|x-1| < 2 \Rightarrow -2 < x-1 < 2$

$\Rightarrow -1 < x < 3$

ve x pozitif tamsayı ise $B = \{1, 2\}$ dir.

O halde, $A \times B$ nin grafiği aşağıdadır.



Cevap: D

12. Grafiğe göre,

$A = (-2, 4]$ ve $B = \{-1, 1, 2\}$ dir.

Cevap: E

13. A dan B ye tanımlı üç elemanlı bağntı sayısı demek, $A \times B$ kümesinin üç elemanlı alt kümelerinin sayısı demektir.

$s(A \times B) = s(A).s(B) = 3.2 = 6$ dir.

O halde, $\binom{6}{3} = \frac{6!}{(6-3)!.3!} = 20$ dir.

Cevap: B

14. $\beta = \{(x, y) \mid y = (2m-3).x \text{ ve } x, y \in \mathbb{R}\}$

bağntısının tersi kendisine eşit ise $y = (2m-3)x$ ifadesi $y = x$ ifadesine eşit olmalıdır.

O halde, $2m-3 = 1 \Rightarrow m = 2$ dir.

Cevap: B

15. $|x| < 2 \Rightarrow -2 < x < 2$

$|y| < 3 \Rightarrow -3 < y < 3$

olduğundan β nin grafiği $(-2, 2) \times (-3, 3)$ ün kartezyen çarpımına eşittir.

Cevap: A

16. $x^2 + y^2 = 13$ eşitliğini sağlayan (x, y) ikilileri için,

$$\beta = \{ (2, 3), (3, 2), (-2, 3), (3, -2), (-3, 2), (2, -3), (-2, -3), (-3, -2) \} \text{ olduğundan}$$

$$s(\beta) = 8 \text{ dir.}$$

Cevap: A

17. $\beta = \{ (x, y) : (x - y)(x + y - 3) = 0 \}$

bağıntısında, $x - y = 0$ veya $x + y - 3 = 0$ dir.

$x - y = 0 \Rightarrow x = y$ dir. Buradan $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 2)$ ve $(3, 3)$ ikilileri β bağıntısının elemanlarıdır.

$x + y - 3 = 0 \Rightarrow x + y = 3$ tür. Buradan $(0, 3)$, $(3, 0)$, $(1, 2)$ ve $(2, 1)$ ikilileri β bağıntısının elemanlarıdır.

O halde, $s(\beta) = 8$ dir.

Cevap: C

18. $\beta = \{ (0, 0), (1, 1), (2, 2), (1, 2), (2, 0) \}$

bağıntısı yansıyan ve ters simetriktir.

$(1, 2) \in \beta$ ve $(2, 0) \in \beta$ olduğu halde $(1, 0)$ ikilisi β nın elemanı olmadığından β geçişken değildir.

O halde, $(1, 0)$ ikilisi β nın elemanı olursa β bağıntısı sıralama bağıntısı olur.

Cevap: B

19. $x = 1$ için $y = 2x + 1 \Rightarrow y = 2.1 + 1 = 3$ tür.
 $(1, 3) \in \beta$ dir.

$x = 3$ için $y = 2x + 1 \Rightarrow y = 2.3 + 1 = 7$ dir.
 $(3, 7) \in \beta$ dir.

$x = 5$ için $y = 2x + 1 \Rightarrow y = 2.5 + 1 = 11$ dir.
 $(5, 11) \notin \beta$ dir.

$x = 7$ için $y = 2x + 1 \Rightarrow y = 2.7 + 1 = 15$ tir.
 $(7, 15) \notin \beta$ dir.

O halde, $\beta = \{ (1, 3), (3, 7) \}$ ve

$\beta^{-1} = \{ (3, 1), (7, 3) \}$ tür.

$\beta \cup \beta^{-1} = \{ (1, 3), (3, 7), (3, 1), (7, 3) \}$ tür.

$s(\beta \cup \beta^{-1}) = 4$ tür.

Cevap: D

CEVAPLI TEST

1. $(x^2 - y^2, 2) = (16, x - y)$

olduğuna göre, $x + y$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

2. $A = \{2, 3\}$

$B = \{t, y, z\}$

$C = \{0, 1\}$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi $A \times C \times B$ nin elemanı değildir?

- A) (2, 0, t) B) (3, 1, y) C) (2, t, 1)
D) (3, 1, t) E) (2, 0, y)

3. A ve B kümeleri için,

$s(A - B) = 8$

$s(A \cap B) = 4$

$s(B \times (B - A)) = 32$

olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

4. $A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2)\}$

$B \times C = \{(1, t), (2, t), (1, y), (2, y), (1, z), (2, z)\}$

olduğuna göre, $s(A \times C)$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

5. $A = \{x : x = 2k, k \in \mathbb{Z}^+\}$

$B = \{x : x < 10, x \in \mathbb{N}\}$

$s[(A \times C) \cap (B \times C)] = 48$

olduğuna göre, $s(C)$ kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 24

6. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B \cup C = \{1, 2, 3\}$

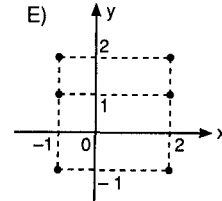
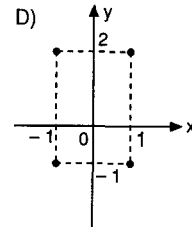
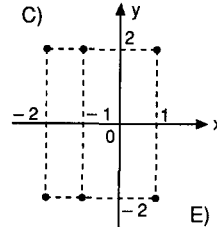
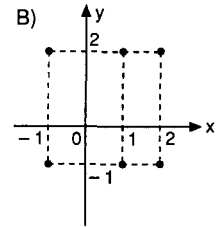
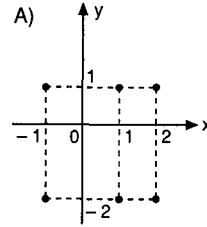
olduğuna göre, $s[(A \times B) \cup (A \times C)]$ en çok kaç olabilir?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

7. $A = \{-1, 1, 2\}$

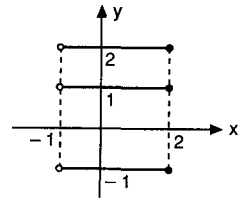
$B = \{-1, 2\}$

olduğuna göre, $A \times B$ nin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



8. Yandaki şekilde $A \times B$ nin grafiği verilmiştir.

Buna göre, A ve B kümeleri aşağıdakilerden hangisidir?



A) $A = \{-1, 2\}$
 $B = \{-1, 2\}$

B) $A = \{-1, 2\}$
 $B = \{0, 1\}$

C) $A = \{-1, 2\}$
 $B = \{-1, 1, 2\}$

D) $A = \{-1, 2\}$
 $B = \{-1, 0, 2\}$

E) $A = \{-1, 2\}$
 $B = \{-1, 1, 2\}$

9. $A = \left\{ x : \left| \frac{x}{2} - 1 \right| \leq \frac{3}{2}, x \in \mathbb{Z}^+ \right\}$

olduğuna göre, $s(A \times A)$ kaçtır?

- A) 9 B) 16 C) 25 D) 36 E) 49

10. $A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$ kümesinde tanımlı,

$$\beta = \{ (x, y) : x \text{ böler } y \text{ ve } x, y \in A \}$$

bağıntısının eleman sayısı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 14

11. $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$ kümesinde tanımlı,

$$\beta = \{ (x, y) \mid y = 2x - 1 \text{ ve } x, y \in A \}$$

bağıntısı için $s(\beta^{-1})$ kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

12. $\beta = \{ (x, y) : 2x + (3 - a).y = 0 \}$

bağıntısı, doğal sayılarda tanımlı yansıyan bir bağıntı olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -5 B) -1 C) 0 D) 1 E) 5

13. $\beta = \{ (a, b) : 2a - b.x = 1 \}$

bağıntısı $\mathbb{R}$ de tanımlıdır.

$\beta = \beta^{-1}$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

14. $A = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5 \}$ kümesinde tanımlı,

$$\beta = \left\{ (x, y) : \frac{x+y-1}{2} = 2 \text{ ve } x, y \in A \right\}$$

bağıntısının eleman sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

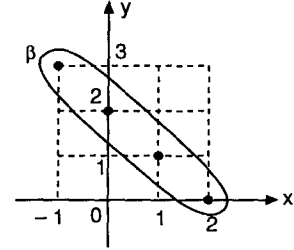
15. $A = \{ 1, 2, a, \Delta, \star \}$

olduğuna göre, A dan A ya tanımlanabilecek bağıntıların kaç tanesinde $(1, 2)$ elemanı bulunur?

- A) 2^{12} B) 2^{18} C) 2^{20} D) 2^{22} E) 2^{24}

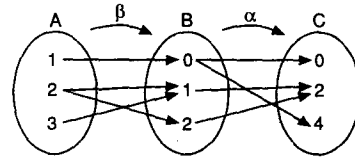
16. Grafikte, β bağıntısı verilmiştir.

Buna göre, β aşağıdakilerden hangisinin bir alt kümesidir?



- A) $\{ (x, y) \mid x - y = 4; x, y \in \mathbb{Z} \}$
 B) $\{ (x, y) \mid y = 2x; x, y \in \mathbb{R} \}$
 C) $\{ (x, y) \mid x + y = 3; x, y \in \mathbb{N} \}$
 D) $\{ (x, y) \mid x = y - 1; x, y \in \mathbb{R} \}$
 E) $\{ (x, y) \mid x + y = 2; x, y \in \mathbb{Z} \}$

17.



$\beta \subset (A \times B)$ ve $\alpha \subset (B \times C)$ olmak üzere, α ve β bağıntıları yukarıdaki şema ile veriliyor.

Buna göre, $\beta \cap \alpha^{-1}$ kümesi kaç elemanlıdır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

18.

$$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$$

A kümesinde tanımlanan bir β bağıntısı yansıyan ve simetriktir.

β bağıntısı ters simetrik olmadığına göre, eleman sayısı en az kaç olabilir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

CEVAP ANAHTARI

- 1-D 2-C 3-C 4-C 5-C 6-D 7-B 8-C 9-C
 10-A 11-D 12-E 13-A 14-B 15-E 16-E 17-C 18-

19. BÖLÜM

FONKSİYONLAR

A. TANIM

A ve B boş kümeden farklı iki küme olmak üzere, $A \times B$ nin alt kümesine "A dan B ye bir bağıntı" denildiğini biliyoruz.

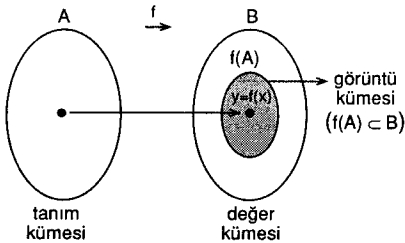
A dan B ye bir f bağıntısı, A nın her elemanını B nin yalnız bir elemanına eşliyor ise f bağıntısına A dan B ye bir **fonksiyon** denir ve $f: A \rightarrow B$ veya $A \xrightarrow{f} B$ biçiminde gösterilir.

Burada, A ya f fonksiyonunun **tanım kümesi**, B ye de f fonksiyonunun **değer kümesi** denir.

Tanım kümesinin bir x elemanı, değer kümesinin bir y elemanına f ile bağlı ise bunu, bağıntıda kullanılan $(x, y) \in f$ şeklindeki gösteriliş yerine $f: x \rightarrow y$ veya genellikle $y = f(x)$ biçiminde gösteriyoruz.

Burada, x elemanına **bağımsız (serbest) değişken**, y elemanına **bağımlı değişken** denir.

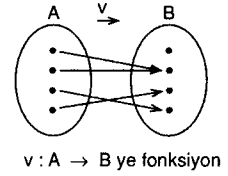
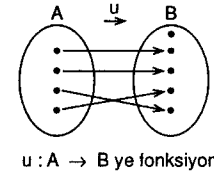
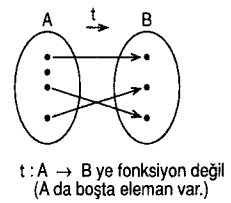
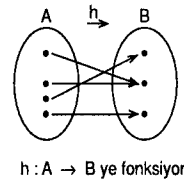
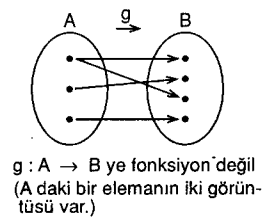
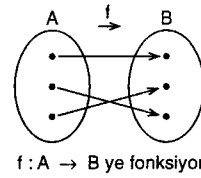
A kümesinin bütün elemanlarının f ile B de eşleştiği tüm değerlerin oluşturduğu kümeye de A nın f **altındaki görüntüsü** denir ve $f(A)$ ile gösterilir.



Yukarıdaki tanıma göre, A dan B ye bir f bağıntısının fonksiyon olabilmesi için,

- 1) $\forall x \in A$ için $(x, y) \in f$ olacak biçimde en az bir $y \in B$ olmalıdır. Yani A da boşta eleman olmamalıdır. B de ise boşta eleman olabilir.
- 2) $\forall x \in A$ için $(x, y) \in f$ ve $(x, z) \in f$ iken $y = z$ olmalıdır. Yani A daki her bir elemanın B de (birden fazla eş olmamalıdır) eşlendiği sadece bir eleman olmalıdır.

Aşağıdaki örnekleri inceleyelim.



Örnek:

Bir f fonksiyonu, "Her bir reel sayıyı kendisinin bir fazlasına götürür." şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, bu fonksiyonun kuralını yazalım.

Çözüm:

Verilenlere göre, f fonksiyonu, tanım kümesinin her x elemanını, kendisinin $(x$ in) 1 fazlasına eşlemektedir. Buna göre,

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f: x \rightarrow x + 1 \text{ veya}$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x + 1 \text{ şeklinde yazılır.}$$

Örnek:

Bir f fonksiyonu, "Her bir pozitif reel sayıyı, çarpma işlemine göre tersi ile toplama işlemine göre tersinin toplamına götürür" şeklinde tanımlandığına göre, bu fonksiyonun kuralını yazalım ve 1 in f altındaki görüntüsü olan $f(1)$ değerini bulalım.

Çözüm:

Bir x reel sayısının toplama işlemine göre tersi $-x$, çarpma işlemine göre tersi (0'ın çarpma işlemine göre tersi yoktur.) $\frac{1}{x}$ tir.

Buna göre, problemde verilen f fonksiyonu,

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, \quad f: x \rightarrow \frac{1}{x} - x \quad \text{veya}$$

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1}{x} - x = \frac{1 - x^2}{x} \quad \text{ve}$$

1'in f altındaki görüntüsü,

$$f(1) = \frac{1 - 1^2}{1} \Rightarrow f(1) = 0 \quad \text{dır.}$$

Sonuç:

$f: A \rightarrow B$ ye f fonksiyonunun kuralı $y = f(x)$ belli iken, $a \in A$ nın f altındaki görüntüsü $f(a)$ nın değeri, $y = f(x)$ te x yerine a yazılarak ($x = a$ için) bulunan y değeridir.

Örnek:

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ olduğuna göre, $f(x + 1)$ in değerini bulalım.

Çözüm:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 \\ \Rightarrow f(x) = (x - 1)^3 + 1$$

olduğundan $f(x)$ te x yerine $x + 1$ yazılırsa,

$$x = x + 1 \quad \text{için,} \quad f(x + 1) = (x + 1 - 1)^3 + 1$$

$$\Rightarrow f(x + 1) = x^3 + 1 \quad \text{dir.}$$

Örnek:

$f(2x + 3) = 3x + 2$ olduğuna göre, $f(2) + f(3)$ toplamını bulalım.

Çözüm:

$f(x)$ bulunduktan sonra x yerine 2 ve 3 yazılarak sonuç bulunabilir. Ancak $f(x)$ i bulmadan da $f(2)$ ve $f(3)$ değerlerini bulabiliriz.

$$f(2x + 3) = 3x + 2 \quad \text{eşitliğinde,}$$

$2x + 3$ ün 2 olması için x yerine yazılacak değeri bulursak,

$$2x + 3 = 2 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \quad \text{olduğundan,}$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad \text{için} \quad f\left(2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 3\right) = 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 2$$

$$\Rightarrow f(-1 + 3) = -\frac{3}{2} + 2$$

$$\Rightarrow f(2) = \frac{1}{2} \quad \text{ve}$$

Benzer şekilde, $f(3)$ ü bulmak için,

$$2x + 3 = 3 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{olduğundan,}$$

$$x = 0 \quad \text{için} \quad f(2 \cdot 0 + 3) = 3 \cdot 0 + 2$$

$$\Rightarrow f(3) = 2 \quad \text{dir.}$$

$$\text{Buna göre,} \quad f(2) + f(3) = \frac{1}{2} + 2$$

$$= \frac{5}{2} \quad \text{olur.}$$

Örnek:

$f(x) = 3^{x-2}$ olduğuna göre, $f(2x + 1)$ in $f(x)$ türünden değerini bulalım.

Çözüm:

$f(x) = 3^{x-2}$ veriliyor. $f(2x + 1)$ i bulmak için x yerine $2x + 1$ yazarsak, $x = 2x + 1$ için,

$$f(2x + 1) = 3^{2x+1-2} \Rightarrow f(2x + 1) = 3^{2x} \cdot 3^{-1}$$

$$\Rightarrow f(2x + 1) = \frac{3^{2x}}{3} \quad \text{ve}$$

$$f(x) = 3^{x-2} \Rightarrow f(x) = \frac{3^x}{3^2} \Rightarrow 3^x = 9f(x) \quad \text{olduğundan,}$$

3^x yerine $9f(x)$ yazılırsa $f(2x + 1)$ in $f(x)$ türünden değeri,

$$f(2x + 1) = \frac{[9f(x)]^2}{3}$$

$$\Rightarrow f(2x + 1) = \frac{3^4 \cdot [f(x)]^2}{3}$$

$$\Rightarrow f(2x + 1) = 27 f^2(x)$$

olarak bulunur.

Örnek:

$f(x) = \frac{x-1}{x}$ olduğuna göre, $f(x)$ in $f(x+1)$ türünden değerini bulalım.

Çözüm:

$$f(x) = \frac{x-1}{x} \Rightarrow f(x+1) = \frac{x+1-1}{x+1}$$

$$\Rightarrow f(x+1) = \frac{x}{x+1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f(x+1)} = \frac{x+1}{x} = 1 + \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{f(x+1)} - 1 \text{ değeri,}$$

$$f(x) = \frac{x-1}{x} = 1 - \frac{1}{x} \text{ eşitliğinde yerine yazılırsa}$$

$f(x)$ in $f(x+1)$ türünden değeri,

$$f(x) = 1 - \left(\frac{1}{f(x+1)} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow f(x) = 2 - \frac{1}{f(x+1)}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2f(x+1) - 1}{f(x+1)}$$

olarak bulunur.

Örnek:

$A = \{-1, 0, 1, 2\}$ ve $B = \{-4, -3, -1, 1, 3, 4\}$ olmak üzere, $f = \{(x, y) \mid y = 2x - 1, x \in A \text{ ve } y \in B\}$ şeklinde A dan B ye tanımlı f fonksiyonunu liste biçiminde yazıp şema ile gösterelim ve görüntü kümesini bulalım.

Çözüm:

$f(x) = 2x - 1$ olduğundan,

$x = -1$ için $f(-1) = 2 \cdot (-1) - 1 = -3$,

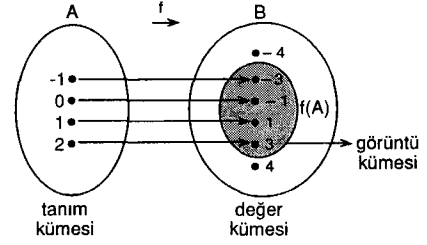
$x = 0$ için $f(0) = 2 \cdot 0 - 1 = -1$,

$x = 1$ için $f(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$,

$x = 2$ için $f(2) = 2 \cdot 2 - 1 = 3$,

olduğundan, $f = \{(-1, -3), (0, -1), (1, 1), (2, 3)\}$ olur.

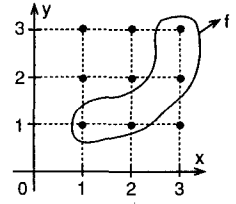
O halde,



$f(A) = \{-3, -1, 1, 3\}$ olarak bulunur.

Örnek:

$A = \{1, 2, 3\}$ kümesinde tanımlı, yandaki şekilde grafiği verilen $f: x \rightarrow y$ bağıntısının fonksiyon olup olmadığını bulalım.

**Çözüm:**

Şekilde verilen grafikten f bağıntısını liste biçiminde yazalım.

$f: x \rightarrow y$ olduğundan,

$$f = \{(1, 1), (2, 1), (3, 2), (3, 3)\}$$

bağıntısından görüldüğü gibi tanım kümesinin (ikililerin birinci bileşenleri) bir elemanı (3) birden fazla elemanla eşlenmiştir. Dolayısıyla A da tanımlı f bağıntısı fonksiyon değildir.

Örnek:

Aşağıda verilen bağıntıların fonksiyon olup olmadığını bulalım.

1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye, $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-4}$

2) $f = \{(x, y) : |y| = 1 + x^2, x \in \mathbb{R} \text{ ve } y \in \mathbb{R}\}$

3) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye, $f(x) = \frac{3}{1+x^2}$

4) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}^+$ ya, $f(x) = \frac{2x+1}{3}$

Çözüm:

1) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-4}$ bağıntısında $x = \pm 2$ için payda

0 (sıfır) olacağından $\frac{2x+1}{x^2-4}$ ifadesi tanımsız olur.

O halde, tanım kümesindeki -2 ve 2 elemanları

boşta kaldığından $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-4}$ bağıntısı $\mathbb{R}$ den

$\mathbb{R}$ ye fonksiyon değildir.

2) $f: x \rightarrow |y| = 1 + x^2$, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye tanımlı f bağıntısının tanım kümesindeki her elemanın farklı iki görüntüsü vardır. Örneğin, $x = 0$ için $|y| = 1$ ise $y = \pm 1$ gibi...

Dolayısıyla $f: x \rightarrow |y| = 1 + x^2$ bağıntısı $\mathbb{R}$ den $\mathbb{R}$ ye fonksiyon değildir.

3) $f(x) = \frac{3}{1+x^2}$ bağıntısının tanım kümesinin her

elemanı ($\forall x \in \mathbb{R}$) yalnızca bir $y \in \mathbb{R}$ ile eşleneceğinden

$f(x) = \frac{3}{1+x^2}$ bağıntısı $\mathbb{R}$ den $\mathbb{R}$ ye fonksiyondur.

4) $f(x) = \frac{2x+1}{3}$ bağıntısının tanım kümesinde boş-

ta elemanlar vardır. Örneğin,

$x = 0$ için $f(0) = y = \frac{1}{3} \notin \mathbb{N}^+$ gibi...

Dolayısıyla $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}^+$ ya, $f(x) = \frac{2x+1}{3}$ bağıntısı

$\mathbb{N}$ den $\mathbb{N}^+$ ya fonksiyon değildir.

Örnek:

$f: A \rightarrow B$ ye $f(x) = 2x - 3$ fonksiyonunun görüntü kümesi $f(A) = \{-3, 4, 7\}$ olduğuna göre, f fonksiyonunun tanım kümesini (A yı) ve değer kümesini (B yi) bulalım.

Çözüm:

$f: A \rightarrow B$ ye $f(x) = 2x - 3$ fonksiyonunun tanım kümesi elemanlarının (x in) görüntüleri verildiğinden $f(x) = 2x - 3$ ifadesini bu görüntülere eşitleyerek tanım kümesinin elemanlarını (x leri) bulalım.

$$2x - 3 = -3 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0,$$

$$2x - 3 = 4 \Rightarrow 2x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{2},$$

$$2x - 3 = 7 \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5$$

olduğundan f fonksiyonunun tanım kümesi,

$$A = \left\{ 0, \frac{7}{2}, 5 \right\} \text{ tir.}$$

$f(A) \subset B$ olduğundan, $f(A) = \{-3, 4, 7\}$ kümesini kapsayan her küme f fonksiyonunun değer kümesi (B) olabilir.

Örnek:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 1$ fonksiyonu veriliyor.

$$f(-2) + f(x+1) = f(1) + f(x-1)$$

eşitliğini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm:

$$f(x) = x^2 + 1 \text{ ise,}$$

$$f(-2) = (-2)^2 + 1 = 5,$$

$$f(x+1) = (x+1)^2 + 1 = x^2 + 2x + 2,$$

$$f(1) = 1^2 + 1 = 2,$$

$$f(x-1) = (x-1)^2 + 1 = x^2 - 2x + 2$$

değerleri verilen eşitlikte yerine yazılırsa,

$$f(-2) + f(x+1) = f(1) + f(x-1)$$

$$\Rightarrow 5 + x^2 + 2x + 2 = 2 + x^2 - 2x + 2$$

$$\Rightarrow 2x + 5 = 2 - 2x$$

$$\Rightarrow 4x = -3$$

$$\Rightarrow x = -\frac{3}{4} \text{ tür.}$$

B. FONKSİYON SAYISI

A ve B kümeleri için $s(A) = m$ ve $s(B) = n$ ise A dan B ye tanımlanabilecek fonksiyon sayısı:

$$[s(B)]^{s(A)} = n^m \text{ dir.}$$

Örnek:

$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ve $B = \{x \mid -2 < x \leq 2 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}^+\}$ olmak üzere, A dan B ye tanımlanabilecek fonksiyon sayısının B den A ya tanımlanabilecek fonksiyon sayısından kaç fazla olduğunu bulalım.

Çözüm:

$s(A) = 5$ tir. $B = \{1, 2\}$ olduğundan, $s(B) = 2$ dir. Buna göre,

$$[s(B)]^{s(A)} - [s(A)]^{s(B)} = 2^5 - 5^2 = 7 \text{ dir.}$$

Örnek:

$A = \{a, b, c, d\}$ ve $B = \{1, 2\}$ olmak üzere, A dan B ye tanımlanabilecek fonksiyon olmayan bağıntı sayısını bulalım.

Çözüm:

A dan B ye tanımlanabilecek bütün bağıntıların sayısı,

$$2^{s(A \times B)} = 2^{(4 \cdot 2)} = 256 \text{ ve}$$

bu bağıntılardan fonksiyon olanlarının sayısı,

$$[s(B)]^{s(A)} = 2^4 = 16 \text{ olduğundan,}$$

A dan B ye tanımlanabilecek bağıntılardan $256 - 16 = 240$ tanesi fonksiyon değildir. O halde, A dan B ye tanımlanabilecek fonksiyon olmayan bağıntı sayısı 240 tir.

C. FONKSİYON GRAFİĞİ

$f: A \rightarrow B$, $x \rightarrow y = f(x)$ fonksiyonu için, $f = \{(x, y) \mid y = f(x), x \in A \text{ ve } y \in B\}$ kümesinin elemanlarına analitik düzlemde (koordinat düzleminde) karşılık gelen noktalar kümesine f fonksiyonunun grafiği denir.

Örnek:

$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ve $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ olmak üzere, $f: A \rightarrow B$, $x \rightarrow f(x) = 1 - x$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f fonksiyonunun grafiğini çizelim.

Çözüm:

f fonksiyonunun elemanı olan ikilileri $((x, y) \in f)$ bulup, analitik düzlemde gösterelim.

$f(x) = 1 - x$ olduğundan,

$$f(-2) = 1 - (-2) = 3; \quad (-2, 3)$$

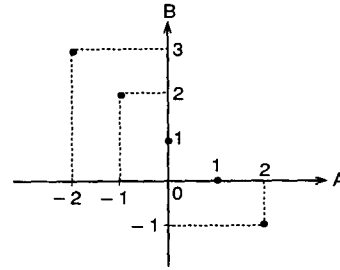
$$f(-1) = 1 - (-1) = 2; \quad (-1, 2)$$

$$f(0) = 1 - 0 = 1; \quad (0, 1)$$

$$f(1) = 1 - 1 = 0; \quad (1, 0)$$

$$f(2) = 1 - 2 = -1; \quad (2, -1) \text{ dir.}$$

O halde, f fonksiyonunun grafiği,



şeklinde çizilir.

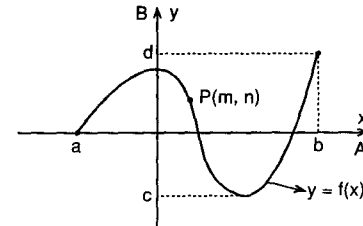
Başka bir ifadeyle, bir f fonksiyonunun elemanları olan ikililerin analitik düzlemde gösterilmesiyle oluşturulan noktalar kümesi bu fonksiyonun grafiğidir.

Örnek:

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonu için

$f = \{(x, y) \mid y = f(x), x \in A \text{ ve } y \in B\}$ dir.

A ve B kümeleri için şekildeki grafiği inceleyelim.

**Çözüm:**

$f: A \rightarrow B$ tanımlı ise $A \subset \mathbb{R}$ ve $B \subset \mathbb{R}$ dir.

A : f fonksiyonunun tanım kümesi,

B : f fonksiyonunun değer kümesi,

$[a, b]$: f fonksiyonunun tanım aralığı (kümesi),

$[c, d]$: f fonksiyonunun görüntü kümesi olur.

Burada, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği üzerindeki herhangi bir $P(x, y) = P(m, n)$ noktasını inceleyelim. Grafik üzerindeki bütün noktalar, grafiğe ait denklemleri sağlar (gerçekler).

ÖSS MATEMATİK

Buna göre,

$P(x, y) \equiv P(m, n)$ için $x = m$, $y = n$ ve $P(m, n) \in f$ olduğundan, x ve y değerleri $y = f(x)$ denklemini sağlar.

$x = m$ için, $y = f(m) = n$ dir.

Grafik üzerindeki noktaların koordinatlarından birisi belli, diğeri bilinmiyorsa, bilinmeyen koordinat grafiğe ait fonksiyondan bulunabilir.

Uyarı:

Grafiği verilen bir f bağıntısının fonksiyon olup olmadığını bulmak için, f bağıntısının tanım kümesi elemanlarının bulunduğu eksen den ($y = f(x)$ için x ekseninden, $x = f(y)$ için y ekseninden) tanım aralığı boyunca dikmeler çizilir;

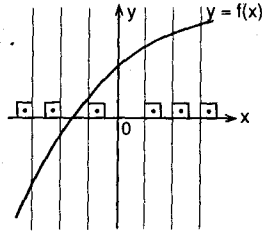
1) Bütün dikmeler grafiği kesiyorsa (grafiği kesmeyen hiçbir dikme kalmıyorsa)

2) Dikmelerin her biri grafiği sadece birer noktada kesiyorsa

grafiği verilen bu f bağıntısı fonksiyondur.

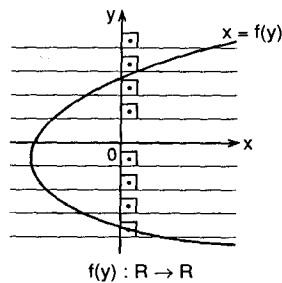
Örnek:

x eksenini boyunca çizilen her dikme grafiği kesiyor ve birden fazla noktada grafiği kesen dikme de olmadığından $y = f(x)$ fonksiyondur.



$$f(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

Tanım kümesi elemanları y eksenini üzerinde olduğundan, y eksenine çizilen her dikme grafiği kesiyor ve grafiği birden fazla noktada kesen dikme de olmadığından $x = f(y)$ bir fonksiyondur.

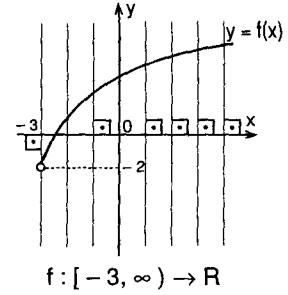


$$f(y) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$-3 \in [-3, \infty)$ fakat

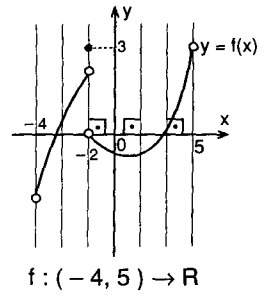
$x = -3$ ten x eksenine çizilen dikme $f(x)$ eğrisini kesmez. (tanım kümesinde boşta eleman var)

Bu sebeple $f(x)$ bağıntısı fonksiyon değildir.



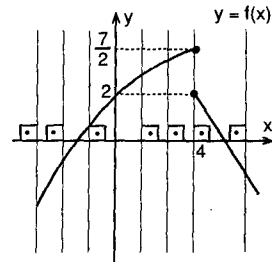
$$f : [-3, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$$

$x = -4$ ve $x = 5$ tanım kümesinin elemanı değil. Bu sebeple $x = -4$ ve $x = 5$ ten x eksenine dikme çizmeye gerek yok. $x = -2$ den çizilen dikme grafiği $(-2, 3)$ noktasında keser. O halde, $f(x)$ bağıntısı fonksiyondur.



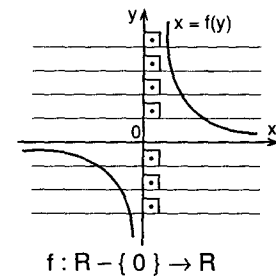
$$f : (-4, 5) \rightarrow \mathbb{R}$$

$x = 4$ ten x eksenine çizilen dikme grafiği iki noktada keser. (tanım kümesindeki bir elemanın ($x = 4$ ün) birden fazla görüntüsü var. Bu sebeple $f(x)$ fonksiyon değildir.



$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

y eksenine çizilecek dikmelerden sadece $y = 0$ (x eksenini) grafiği kesmez. Ancak $y = 0$ tanım kümesinin elemanı değil. Bu sebeple tanım kümesinde boşta eleman yoktur. Grafiği birden fazla noktada kesen dikme de olmadığından $x = f(y)$ bağıntısı fonksiyondur.



$$f : \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$$