

İÇİNDEKİLER

1. BÖLÜM		
Temel Kavramlar		1
2. BÖLÜM		
Sayma Sistemleri		19
3. BÖLÜM		
Bölünebilme, OBEB - OKEK		39
4. BÖLÜM		
Rasyonel Sayılar		57
5. BÖLÜM		
Sıralama, Basit Eşitsizlikler		77
6. BÖLÜM		
Mutlak Değer		95
7. BÖLÜM		
Üslü İfadeler		107
8. BÖLÜM		
Köklü İfadeler		121
9. BÖLÜM		
Çarpanlara Ayırma		141
10. BÖLÜM		
Oran - Orantı		159
11. BÖLÜM		
Denklem Çözme		183
12. BÖLÜM		
Sayı ve Kesir Problemleri		199

13. BÖLÜM	
Yaş Problemleri	:.....221
14. BÖLÜM	
İşçi - Havuz Problemleri	:.....231
15. BÖLÜM	
Hareket Problemleri	:.....251
16. BÖLÜM	
Yüzde, Faiz, Karışım Problemleri	:.....269
17. BÖLÜM	
Kümeler	:.....287
18. BÖLÜM	
Kartezyen Çarpım, Bağntı	:.....303
19. BÖLÜM	
Fonksiyonlar	:.....315
20. BÖLÜM	
İşlem	:.....361
21. BÖLÜM	
Modüler Aritmetik	:.....371
22. BÖLÜM	
Polinomlar	:.....383
23. BÖLÜM	
İkinci ve Üçüncü Dereceden Denklemler:	:.....399
24. BÖLÜM	
İkinci Dereceden Fonksiyonlar	:.....419
25. BÖLÜM	
Eşitsizlikler	:.....435
26. BÖLÜM	
Trigonometri	:.....455
27. BÖLÜM	
Karmaşık (Kompleks) Sayılar	:.....477
28. BÖLÜM	
Logaritma	:.....493
29. BÖLÜM	
Permütasyon, Kombinasyon, Binom Formülü	:.....509
30. BÖLÜM	
Olasılık (İhtimal)	:.....549

SUNUŞ

Sevgili Gençler,

FEM Dershaneleri, Türkiye’de **çağdaş eğitimin** ve **üstün başarının** simgesi haline gelmiştir. FEM’in hem kitlesel hem de bireysel alanda ulaştığı başarı düzeyi gurur vericidir. Öğrencilerimizin her yıl üniversite sınavlarında elde ettikleri birincilikler, “ilk 100” deki dereceler ve **Türkiye’nin en seçkin üniversitelerine** yerleşen on binlerce FEM öğrencisi, FEM Dershaneleri’nin, özel eğitim kurumları içinde ayrıcalıklı bir yere sahip olduğunun kanıtıdır. Kurumumuzun eğitim alanına yaptığı yatırım ve gençlerin eğitime verdiği önem, FEM’i öğrencilerin ve velilerin birinci tercihi durumuna getirmiştir.

FEM YAYINLARI, FEM’in “**üstün ve nitelikli eğitim**” anlayışının ürünüdür. Çok geniş bir öğretmen kadrosunun bilgi ve tecrübelerini içeren FEM kitapları, her branşta alanının en yetkin kaynakları olarak yıllarca ÖSS ve ÖYS’ye hazırlanan öğrencilerin en büyük güvencesi olmuştur. Sayısı 40’a yaklaşan FEM Yayınları, her yıl yüz binlerce öğrenciye ulaşmış ve onları üniversiteye taşımıştır.

Bugüne kadar yayımlanan üniversiteye hazırlık kitapları gibi, **Yeni Sınav Sistemi**’ne göre hazırlanan yayınlar da, hem **sorularının özgünlüğü** ve **ÖSS standartlarına** uygunluğu hem de görsel açıdan mükemmelliği ile FEM adına yaraşır niteliktedir. Sadece FEM öğrencileri değil, tüm üniversite adayları FEM Yayınlarıyla üniversiteye hazırlanmanın ayrıcalığını yaşayacaktır.

Öğrencilerimiz için yararlı olması dileğiyle...

Fırat Eğitim Merkezi (FEM) Dershaneleri

ÖNSÖZ

Sevgili Üniversite Adayları,

ÖSS de, Matematik tüm üniversite adayları için en önemli ders durumundadır. Sayısal, Eşit Ağırlık ve Sözel alanda üniversiteye hazırlanan tüm öğrenciler, yüksek puan almak için Matematik netlerini mümkün olduğu kadar artırmak zorundadır.

ÖSS Matematik, Fem Dershanelerinin deneyimli Matematik öğretmenleri tarafından hazırlanmıştır. Kitap 30 bölümden oluşmuştur. Her bölümde önce konu anlatımı yapılmış, sonra konunun özellikleri ve örnek soru çözümleri verilmiştir. Daha sonra çözümlü test ve ardından da cevaplı testler yer almaktadır. Konular mümkün olduğunca sade bir biçimde anlatılmıştır. Verilen özelliklerin kolay anlaşılması için çok sayıda çözümlü örnek soru konulmuştur.

Örnek çözümlerinde birden çok çözüm yolu gösterilmiştir. Çözümlü testlerle bölümün anlaşılıp anlaşılmadığı kontrol edilmelidir. Testin çözümlü soruları mutlaka incelenmeli ve orijinal çözüm yolları öğrenilmelidir.

Son olarak da “**Cevaplı Testler**” çözülerek konu pekiştirilmelidir. “**Çözümlü Test**” ve “**Cevaplı Test**”teki sorular ÖSS tipi sorulardır. Bu soruların çözüm mantıkları dikkatlice incelenmelidir.

Kitap; Sayısal, Eşit Ağırlık ve Sözel öğrencilerin tamamına yönelik olarak hazırlandığı için tüm öğrencilerimize yararlı olacağını ümit ediyoruz.

Başarılarınızın sürekli, mutluluklarınızın sınırsız olması dileğiyle...

Yayın Kurulu

1. BÖLÜM

A. RAKAM

Sayıları ifade etmeye yarayan sembollere **rakam** denir.

$A = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$ kümesinin elemanları onluk sayma sisteminin rakamlarıdır.

B. SAYI

Rakamların bir çokluk belirtecek şekilde bir araya getirilmesiyle oluşturulan ifadeye **sayı** denir.

12, 7, 0, -40, 3,2 , $\sqrt{3}$, $\frac{3}{5}$, 15^3 , ... birer sayıdır.

C. SAYILAR

1) Doğal Sayılar

$N = \{ 0, 1, 2, 3, \dots \}$ kümesinin her bir elemanına **doğal sayı** denir.

Örnek:

İki doğal sayının toplamı 10 ise çarpımlarının alabileceği en büyük değer ile en küçük değeri bulalım.

Çözüm:

Toplamları 10 olan iki doğal sayı a ile b olsun.
O halde, $a + b = 10$ dur.

$a = 0$ ve $b = 10$ için $a \cdot b = 0 \cdot 10 = 0$
değeri $a \cdot b$ nin alabileceği en küçük değerdir.

$a = 5$ ve $b = 5$ için $a \cdot b = 5 \cdot 5 = 25$
değeri $a \cdot b$ nin alabileceği en büyük değerdir.

Örnek:

İki doğal sayının çarpımı 16 ise toplamlarının alabileceği en büyük değer ile en küçük değeri bulalım.

Çözüm:

Çarpımları 16 olan iki doğal sayı x ile y olsun.
O halde, $x \cdot y = 16$ dır.

$x = 1$ ve $y = 16$ için $x + y = 1 + 16 = 17$ değeri
 $x + y$ toplamının alabileceği en büyük değerdir.

$x = 4$ ve $y = 4$ için $x + y = 4 + 4 = 8$ değeri $x + y$
toplamının alabileceği en küçük değerdir.

Örnek:

a, b, c, d doğal sayılardır.

$$a \cdot c = 24$$

$$b + d = 15$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamının alabileceği en büyük değeri bulalım.

Çözüm:

$a + b$ toplamının en büyük olması için a ve b, alabileceği değerlerin en büyüğünü almalıdır.

$a \cdot c = 24$ ifadesinde a en çok 24 olabilir.

$b + d = 15$ ifadesinde b en çok 15 olabilir.

O halde, $a + b$ en çok $24 + 15 = 39$ değerini alabilir.

2) Sayma Sayıları

$N^+ = \{ 1, 2, 3, \dots \}$ kümesinin her bir elemanına **sayma sayısı** denir.

3) Tamsayılar

$Z = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$ kümesinin her bir elemanına **tamsayı** denir.

$Z^+ = \{ 1, 2, 3, \dots \}$ kümesine **pozitif tamsayılar** kümesi denir.

$Z^- = \{ \dots, -3, -2, -1 \}$ kümesine **negatif tamsayılar** kümesi denir.

Uyarı:

Sıfır bir tamsayıdır. Fakat pozitif veya negatif değildir. Yani, işaretsizdir.

Örnek:

İki tamsayının çarpımı 28 ise toplamlarının alabileceği en küçük negatif değer ile en küçük pozitif değeri bulalım.

Çözüm:

Çarpımları 28 olan iki tamsayı a ile b olsun.

O halde $a \cdot b = 28$ dir.

$a = -1$ ve $b = -28$ için $a + b = (-1) + (-28) = -29$ değeri $a + b$ nin alabileceği en küçük negatif değerdir.

$a = 4$ ve $b = 7$ için $a + b = 4 + 7 = 11$ değeri $a + b$ nin alabileceği en küçük pozitif değerdir.

Sonuç:

Toplamları sabit olan iki sayı arasındaki farkın mutlak değeri arttıkça bu iki sayının çarpımının mutlak değeri azalır.

Çarpımları sabit olan iki sayı arasındaki farkın mutlak değeri arttıkça bu iki sayının toplamının mutlak değeri artar.

Örnek:

x doğal sayı ve y negatif tamsayıdır.

$$x \cdot (y + 2) = 25$$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ değerini bulalım.

Çözüm:

$x \cdot (y + 2) = 25$ ifadesinde,

x	$y + 2$	y
1	25	23
5	5	3
25	1	-1

değerlerinden sadece $x = 25$ ve $y = -1$ değeri için x doğal sayı ve y negatif tamsayıdır.

O halde, $\frac{x}{y} = \frac{25}{-1} = -25$ tir.

Örnek:

a, b, c birer tamsayı ve $b < 0$ dir.

$$a \cdot b = 8$$

$$b \cdot c = 13$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamını bulalım.

Çözüm:

$$a \cdot b = 8 \text{ ise } a = \frac{8}{b} \in \mathbb{Z} \text{ dir... (1)}$$

$$b \cdot c = 13 \text{ ise } c = \frac{13}{b} \in \mathbb{Z} \text{ dir... (2)}$$

$$b < 0 \text{ ise } a < 0 \text{ ve } c < 0 \text{ dir... (3)}$$

(1), (2) ve (3) ten $b = -1$ dir.

$b = -1$ ve $a \cdot b = 8$ ise $a = -8$ dir.

$b = -1$ ve $b \cdot c = 13$ ise $c = -13$ tür.

O halde, $a + b + c = (-8) + (-1) + (-13) = -22$ dir.

4) Rasyonel Sayılar

a ve b birer tamsayı ve $b \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$

şeklinde yazılabilen sayılara **rasyonel sayılar** denir.

Rasyonel sayılar kümesi,

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} : a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z} \text{ ve } b \neq 0 \right\}$$

şeklinde gösterilir.

$\frac{2}{7}, \frac{28}{9}, -\frac{2}{3}, -\frac{43}{41}, 5, 10, 0, -2, \dots$ sayıları birer

rasyonel sayıdır.

5) İrrasyonel Sayılar

Rasyonel olmayan reel sayılara **irrasyonel (rasyonel olmayan) sayılar** denir.

Diğer bir ifadeyle, virgülden sonrası kesin olarak bilinmeyen sayılara irrasyonel sayılar denir. İrrasyonel sayılar kümesi,

$$Q^i = \left\{ \frac{a}{b} \text{ şeklinde yazılamayan sayılar} : \right.$$

$$a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z} \text{ ve } b \neq 0 \}$$

şeklinde gösterilir.

$\sqrt{5}, \sqrt{3}, \sqrt[3]{2}, \pi, e, \dots$ sayıları birer irrasyonel sayıdır.

6) Reel (Gerçel) Sayılar

Rasyonel sayılar kümesi ile irrasyonel sayılar kümesinin birleşimi olan kümeye **reel sayılar** kümesi denir. Reel sayılar kümesi, $R = Q \cup Q'$ şeklinde ifade edilir.

$15, \frac{4}{9}, -27, -\frac{15}{7}, \sqrt[3]{2}, 2 + \sqrt{3}, \dots$ sayıları birer reel sayıdır.

Uyarı:

Bilimsel kaynaklarda doğal sayılar kümesi $\mathbb{N}$ sembolüyle, tamsayılar kümesi $\mathbb{Z}$ sembolüyle, rasyonel sayılar kümesi $\mathbb{Q}$ sembolüyle, reel sayılar kümesi $\mathbb{R}$ sembolüyle gösterilmektedir.

D. TAMSAYI ÇEŞİTLERİ

1) Tek Sayı, Çift Sayı

n bir tamsayı olmak şartıyla; $2n$ genel ifadesiyle belirtilen tamsayılara **çift sayı**, $(2n - 1)$ genel ifadesiyle belirtilen tamsayılara **tek sayı** denir. Diğer bir ifadeyle; 2 ile bölündüğünde kalanı 0 olan tamsayılara çift sayı, 2 ile bölündüğünde kalanı 1 olan tamsayılara ise tek sayı denir. Çift sayılar kümesi,

$\mathbb{C} = \{ \dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots \}$ şeklinde, tek sayılar kümesi

$\mathbb{T} = \{ \dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots \}$ şeklinde gösterilir.

$\mathbb{C}$ çift sayıyı ve $\mathbb{T}$ tek sayıyı göstermek üzere, bu sayılar arasında bazı işlemler aşağıdaki gibidir.

$\mathbb{T} \pm \mathbb{T} = \mathbb{C}$	$\mathbb{T} \cdot \mathbb{T} = \mathbb{T}$	$n \in \mathbb{Z}^+$
$\mathbb{T} \pm \mathbb{C} = \mathbb{T}$	$\mathbb{T} \cdot \mathbb{C} = \mathbb{C}$	$\mathbb{T}^n = \mathbb{T}$
$\mathbb{C} \pm \mathbb{C} = \mathbb{C}$	$\mathbb{C} \cdot \mathbb{C} = \mathbb{C}$	$\mathbb{C}^n = \mathbb{C}$

Örnek:

a bir çift sayı olmak üzere,

a) $a^2 - 3a + 1$

b) $5a - 2$

c) $a^2 - 1$

d) $a^3 + 2000.a - 2001$

sayılarının tek veya çift olduklarını bulalım.

Çözüm:

$a = 0$ için şıkları inceleyelim.

a) $a = 0$ ise $a^2 - 3a + 1 = 0^2 - 3 \cdot 0 + 1 = 1$ tek sayı

b) $a = 0$ ise $5a - 2 = 5 \cdot 0 - 2 = -2$ çift sayı

c) $a = 0$ ise $a^2 - 1 = 0^2 - 1 = -1$ tek sayı

d) $a = 0$ ise $a^3 + 2000.a - 2001 = 0^3 - 2000.0 - 2001 = -2001$

tek sayıdır.

Örnek:

a, b, c tamsayı olmak üzere,

$$\frac{4a-1}{b} = c-3$$

olduğuna göre, b ve c nin tek veya çift olma durumunu inceleyelim.

Çözüm:

$$\frac{4a-1}{b} = c-3 \text{ ise } 4a-1 = b(c-3) \text{ tür.}$$

a tamsayı olduğundan, $4a - 1$ daima tek sayıdır. O halde, $b \cdot (c - 3)$ de tek sayıdır. Buradan b ve $c - 3$ sayıları da tek sayı olur.

$c - 3$ tek sayı ise c çift sayıdır.

a sayısı tek veya çift sayı olabilir.

2) Pozitif Sayı, Negatif Sayı

Sıfırdan büyük sayılara **pozitif sayılar**, sıfırdan küçük sayılara **negatif sayılar** denir.

1) $a > 0$ ve $b > 0 \Rightarrow a + b > 0, a \cdot b > 0, \frac{a}{b} > 0$ dir.

2) $a < 0$ ve $b < 0 \Rightarrow a + b < 0, a \cdot b > 0, \frac{a}{b} > 0$ dir.

3) $a > 0$ ve $b < 0 \Rightarrow a \cdot b < 0, \frac{a}{b} < 0$ dir.

4) $a > 0$ ve $n \in \mathbb{N}^+ \Rightarrow a^n > 0$ dir.

5) $a < 0$ ve n tek sayı $\Rightarrow a^n < 0$ dir.

6) $a < 0$ ve n çift sayı $\Rightarrow a^n > 0$ dir.

Örnek:

a, b, c reel sayılar olmak üzere,

$$a^2 \cdot b < 0, \quad b \cdot c > 0, \quad a \cdot c < 0$$

olduğuna göre; a, b, c nin işaretlerini bulalım.

Çözüm:

$a^2 \cdot b < 0$ ve $a^2 > 0$ olduğundan $b < 0$ dir... (1)

$b \cdot c > 0$ ve $b < 0$ olduğundan $c < 0$ dir... (2)

$a \cdot c < 0$ ve $c < 0$ olduğundan $a > 0$ dir... (3)

(1), (2) ve (3) ten a, b, c nin işaretleri sırasıyla $+, -, -$ dir.

Örnek:

$a < b < 0 < c$ olmak üzere, aşağıdakilerden hangisinin kesinlikle negatif olduğunu bulalım.

- A) $a - b + c$ B) $a + b + c$ C) $a - b - c$
D) $2a - 4b - c$ E) $a^2 + b^2 - c^2$

Çözüm:

A) $a < b$ ise $a - b < 0$ dir.

Pozitif bir sayı ile negatif bir sayının toplamının sonucu negatif, pozitif veya sıfır olabilir.

$a - b < 0$ ve $c > 0$ olduğundan $a - b + c$ nin sonucu sıfır, negatif veya pozitif olabilir.

B) $a + b < 0$ ve $c > 0$ olduğundan $a + b + c$ nin sonucu sıfır, negatif veya pozitif olabilir.

C) $a - b < 0$, $c > 0$ ise $-c < 0$ dir.

O halde, $a - b - c < 0$ olduğundan daima negatiftir.

D) $2a < 0$, $-4b > 0$, $-c < 0$ olduğundan $2a - 4b - c$ nin sonucu sıfır, negatif veya pozitif olabilir.

E) $a^2 + b^2 > 0$ ve $-c^2 < 0$ dir.

O halde, $a^2 + b^2 - c^2$ nin sonucu sıfır, negatif veya pozitif olabilir.

E. ARDIŞIK SAYILAR ve SONLU TOPLAMLARI

1) Ardışık Sayılar

Belli bir kurala göre art arda gelen sayı dizilerine **ardışık sayılar** denir.

n bir tamsayı olmak üzere,

Ardışık tamsayılar: ..., n , $n + 1$, $n + 2$, ...

Ardışık çift sayılar: ..., $2n$, $2n + 2$, $2n + 4$, ...

Ardışık tek sayılar: ..., $2n - 1$, $2n + 1$, $2n + 3$, ...

7 nin katı olan ardışık sayılar: ..., $7n$, $7n + 7$, $7n + 14$, ... şeklinde gösterilir.

2) Ardışık Sayıların Sonlu Toplamları

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}, \quad (n \text{ terim sayısı})$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1), \quad (n \text{ terim sayısı})$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2, \quad (n \text{ terim sayısı})$$

Aşağıdaki formül aritmetik sayı dizilerinin ardışık terimlerinin farkı sabit olan sayı dizilerinin, toplamında kolaylık sağlar.

r : İlk terim

n : Son terim

x : Ardışık iki terimin farkı

$$r + (r+x) + (r+2x) + \dots + n = \frac{(n+r)(n-r+x)}{2x} \text{ tir.}$$

Örnek:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \frac{20 \cdot 21}{2} = 210 \quad (n = 20)$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 20 = 10 \cdot 11 = 110 \quad (2n = 20 \Rightarrow n = 10)$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + 15 = 8^2 = 64 \quad (15 = 2n - 1 \Rightarrow n = 8)$$

Örnek:

Ardışık üç tek sayının toplamı bu sayılardan en küçüğünün 4 katının 9 eksigine eşit olduğuna göre, bu ardışık sayıları bulalım.

Çözüm:

Ardışık üç tek sayı sırasıyla x , $x + 2$, $x + 4$ olsun. Verilenlere göre,

$$x + (x + 2) + (x + 4) = 4 \cdot x - 9$$

$$3x + 6 = 4 \cdot x - 9$$

$$x = 15 \text{ olur.}$$

O halde, bu sayılar 15, 17 ve 19 olur.

Örnek:

$$9 + 12 + 15 + 18 + \dots + 51$$

toplamını bulalım.

Çözüm:

$r = 9$, $n = 51$ ve $x = 3$ olduğu için,

$$\begin{aligned} 9 + 12 + 15 + \dots + 51 &= \frac{(51 + 9)(51 - 9 + 3)}{2 \cdot 3} \\ &= \frac{60 \cdot 45}{6} \\ &= 450 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek:

Ardışık iki pozitif çift sayının karelerinin farkı 124 olduğuna göre, bu sayılardan küçük olanını bulalım.

Çözüm:

Ardışık çift sayılardan küçük olanı x , büyük olanı $x + 2$ olsun. Verilenlere göre,

$$\begin{aligned} (x + 2)^2 - x^2 &= 124 \\ x^2 + 4x + 4 - x^2 &= 124 \\ 4x + 4 &= 124 \\ 4x &= 120 \\ x &= 30 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek:

Ardışık 7 çift sayının toplamı 70 olduğuna göre, bu sayılardan en büyüğünü bulalım.

Çözüm:

Ardışık 7 çift sayıdan en büyüğüne x denilirse diğerleri, büyükten küçüğe doğru sırasıyla: $x - 2$, $x - 4$, $x - 6$, $x - 8$, $x - 10$ ve $x - 12$ olur.

Verilenlere göre,

$$\begin{aligned} x + (x - 2) + (x - 4) + (x - 6) + (x - 8) + (x - 10) + (x - 12) &= 70 \\ 7x - 6 \cdot 7 &= 70 \\ 7x &= 70 + 42 \\ 7x &= 112 \\ x &= 16 \text{ olur.} \end{aligned}$$

F. FAKTÖRİYEL KAVRAMI

1 den n ye kadar olan sayma sayılarının çarpımına n faktöriyel denir ve $n!$ şeklinde gösterilir.

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 1 \cdot 2 = 2$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$$\begin{aligned} n! &= n \cdot (n - 1)! \text{ veya} \\ n! &= n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2)! \text{ şeklinde yazılabilir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\frac{8! - 7!}{9!}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{8! - 7!}{9!} &= \frac{8 \cdot 7! - 1 \cdot 7!}{9 \cdot 8 \cdot 7!} = \frac{7! \cdot (8 - 1)}{9 \cdot 8 \cdot 7!} \\ &= \frac{7}{72} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\frac{(n + 5)!}{(2n + 1)!} \cdot \frac{(2n)!}{(n + 4)!}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{(n + 5)!}{(2n + 1)!} \cdot \frac{(2n)!}{(n + 4)!} &= \frac{(n + 5) \cdot (n + 4)!}{(2n + 1) \cdot (2n)!} \cdot \frac{(2n)!}{(n + 4)!} \\ &= \frac{n + 5}{2n + 1} \text{ olur.} \end{aligned}$$

G. ASAL SAYILAR

1 den ve kendisinden başka pozitif tam bölüneni olmayan 1 den büyük doğal sayılara **asal sayı** denir.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, ... sayıları birer asal sayıdır.

Uyarı:

En küçük asal sayı 2 dir.
2 den başka çift asal sayı yoktur.

Örnek:

x asal sayı ve y tamsayıdır.

$$x \cdot y - 3 \cdot x = 7$$

olduğuna göre, y değerini bulalım.

Çözüm:

$$x \cdot y - 3 \cdot x = 7 \Rightarrow x \cdot (y - 3) = 7 \text{ dir.}$$

7 asal sayı olduğundan x = 7 olur. x = 1 olamaz, çünkü 1 asal sayı değildir.

$$x = 7 \text{ olduğundan } y - 3 = 1 \Rightarrow y = 4 \text{ olur.}$$

Aralarında Asal Olma

1 den başka pozitif ortak böleni olmayan pozitif tamsayılara **aralarında asal sayılar** denir.

1 ile bütün pozitif tamsayılar aralarında asaldır.

Örnek:

5 ile 18 aralarında asaldır.

16 ile 25 aralarında asaldır.

4 ile 9 aralarında asaldır.

4, 8, 15 aralarında asaldır.

10 ile 25 aralarında asal değildir.

4, 6, 14 aralarında asal değildir.

Örnek:

x + y ile y + 3 sayıları aralarında asaldır.

$$\frac{x+y}{y+3} = \frac{10}{7}$$

olduğuna göre, x değerini bulalım.

Çözüm:

x + y ile y + 3 sayıları ve 10 ile 7 aralarında asal ve

$$\frac{x+y}{y+3} = \frac{10}{7} \Rightarrow (x+y = 10 \text{ ve } y+3 = 7) \text{ dir.}$$

$$y+3 = 7 \Rightarrow y = 4 \text{ tür.}$$

$$x+y = 10 \text{ ve } y = 4 \text{ ise } x = 10 - 4 = 6 \text{ dir.}$$

Uyarı:

x ile y ve a ile b aralarında asal sayılar olmak üzere,

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b} \Rightarrow (x = a \text{ ve } y = b)$$

olur.

Örnek:

x - y ile 2x + y sayıları aralarında asaldır.

$$\frac{x-y}{2x+y} = \frac{3}{15}$$

olduğuna göre, x değerini bulalım.

Çözüm:

$$x - y \text{ ile } 2x + y \text{ sayıları aralarında asal ve } \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

olup 1 ile 5 sayıları da aralarında asaldır.

$$\frac{x-y}{2x+y} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} \Rightarrow (x-y = 1 \text{ ve } 2x+y = 5) \text{ tir.}$$

$$\begin{array}{r} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \\ + \\ \hline 3x = 6 \Rightarrow x = 2 \text{ dir.} \end{array}$$

Örnek:

Birden büyük x - y ile x + y sayıları aralarında asaldır.

$$x^2 - y^2 = 15$$

olduğuna göre, x değerini bulalım.

Çözüm:

$$x^2 - y^2 = 15 \Rightarrow (x-y) \cdot (x+y) = 15$$

olduğundan x - y = 3 ve x + y = 5 veya x - y = 5 ve x + y = 3 tür. Her iki durumda da taraf tarafa toplama işlemi yapılırsa x = 4 bulunur.

ÇÖZÜMLÜ TEST

1. a, b, c birer rakamdır.

$$3a + 2b + c = 42$$

olduğuna göre, b nin en küçük değeri kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

2. a, b, c birer pozitif tamsayıdır.

$$b \cdot c = 24$$

$$ab + ac = 33$$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 20 C) 24 D) 32 E) 36

3. x, y ve $\frac{x+y}{x-y}$ doğal sayılardır.

$$2 \leq x + y < 5$$

olduğuna göre, kaç farklı (x, y) ikilisi vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. a, b, c birer tamsayı olmak üzere,

$$2a - 3b = 0$$

$$a \cdot b \cdot c = 216$$

olduğuna göre, c nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. a ve b pozitif tamsayı ve m asal sayı olmak üzere,

$$a^2 - b^2 = m$$

$$2a - 4b = -10$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 7 B) 11 C) 13 D) 17 E) 19

- 6.

$$a < b < 0 < c$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle negatiftir?

A) $\frac{a-b}{a+b}$

B) $\frac{a \cdot b}{c}$

C) $\frac{a-c}{b-c}$

D) $\frac{c-b}{a+b}$

E) $\frac{c-b}{b-a}$

7. a, b, c birer tamsayıdır.

$$a \cdot b \cdot c = 32$$

olduğuna göre, a - b + c nin en küçük değeri kaçtır?

- A) -26 B) -28 C) -30 D) -34 E) -36

8. a, b ve c tamsayılarıdır.

$$\frac{3a - 7c}{4} = b$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) a tek ise c çifttir.

B) a çift ise c tektir.

C) a ve c tek ise b çifttir.

D) a çift ise c çifttir.

E) a, b, c çifttir.

9. a, b ve c tamsayıdır.

$$2a^2 + 3b^3 + 5c^5$$

toplamı tek sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle çifttir?

A) a + b + c

B) b.c + b + c

C) a . b . c + 1

D) 4a - b + 3c

E) b - c + 3

10. Ardışık iki çift doğal sayının karelerinin farkı 44 olduğuna göre, bu sayıların toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 18 C) 22 D) 26 E) 30

ÖSS MATEMATİK

11. $n + 2, 2n - 8, \frac{3n}{2}$

sırasıyla ardışık çift sayılar olduğuna göre, bu sayıların toplamı kaçtır?

- A) 24 B) 30 C) 36 D) 48 E) 60

12. Ardışık dört negatif tek sayının toplamı - 48 olduğuna göre, en büyük sayı kaçtır?

- A) -9 B) -11 C) -13 D) -15 E) -17

13. $\frac{7! + 8!}{120}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 369 B) 378 C) 423
D) 648 E) 738

14. $b \cdot c > 0$

$\frac{a}{c} < 0$

olduğuna göre; a, b ve c sayılarının işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -, -, - B) +, +, - C) +, -, -
D) -, -, + E) +, +, +

15. $T = 1.3 + 2.5 + 3.7 + \dots + 20.41$

toplamının her bir teriminin birinci çarpanı 2 azaltılırsa T kaç azalır?

- A) 980 B) 960 C) 920
D) 880 E) 800

16. a ile b aralarında asaldır.

$\frac{3a - 2b}{a + b} = \frac{3}{2}$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 7 C) 10 D) 12 E) 15

17. a ve b farklı pozitif tamsayılarıdır.

$(a + b + 2) \cdot (a - 2 + b) = 60$

olduğuna göre, a . b çarpımının alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 20 E) 24

18. a ve b pozitif tamsayılarıdır.

$3a + 4b = 120$

olduğuna göre, b nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

19. a, b, c, d pozitif tamsayılarıdır.

$a + b = 2c$

$b - d = 2c + 1$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) a tek sayı ise b tek sayıdır.
B) b çift sayı ise d tek sayıdır.
C) a tek sayı ise d çift sayıdır.
D) a çift sayı ise a + b + d toplamı tek sayıdır.
E) a + d toplamı çift sayıdır.

20. x, y, z asal sayılar olmak üzere,

$z = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

olduğuna göre, x + y + z toplamı kaçtır?

- A) 19 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

TESTİN ÇÖZÜMLERİ

1. $3a + 2b + c = 42$ ifadesinde b nin en küçük değerini alması için a ve c en büyük değeri almaktadır.

$$\begin{aligned} a = 9 \text{ ve } c = 9 \text{ için,} \\ 3a + 2b + c = 42 &\Rightarrow 3 \cdot 9 + 2b + 9 = 42 \\ &\Rightarrow 2b = 42 - 36 \\ &\Rightarrow 2b = 6 \\ &\Rightarrow b = 3 \text{ tür.} \end{aligned}$$

Cevap: B

2. $b \cdot c = 24 \Rightarrow b = \frac{24}{c}$ ve

$$ab + ac = 33 \Rightarrow a(b + c) = 33 \text{ tür.}$$

$$c = 1 \text{ için } b = \frac{24}{1} = 24 \text{ ve } b + c = 24 + 1 = 25$$

değeri 33 ü tam bölmez.

$$c = 2 \text{ için } b = \frac{24}{2} = 12 \text{ ve } b + c = 12 + 2 = 14$$

değeri 33 ü tam bölmez.

$$c = 3 \text{ için } b = \frac{24}{3} = 8 \text{ ve } b + c = 8 + 3 = 11$$

değeri 33 ü tam böler ve $a = 3$ bulunur.

O halde, $a + b + c = 3 + 11 = 14$ tür.

Cevap: A

3. x ve y doğal sayıları için $\frac{x+y}{x-y}$ ninde doğal sayı

olabilmesi için $x > y$ ve $(x-y)$ farkı $(x+y)$ nin tam böleni ve $(x+y)$ nin değeri ile $(x-y)$ nin değerinin toplamı çift sayı olmalıdır. Buna göre,

$$2 \leq x + y < 5 \text{ ve } \frac{x+y}{x-y} \text{ doğal sayı olduğundan}$$

$$x + y = 2 \text{ için } x - y = 2 \text{ olabilir ve } (x, y) = (2, 0) \text{ dir.}$$

$$x + y = 3 \text{ için } x - y = 1 \text{ veya } x - y = 3 \text{ olabilir.}$$

$$x - y = 1 \text{ ise } (x, y) = (2, 1) \text{ ve } x - y = 3 \text{ ise } (x, y) = (3, 0) \text{ dir.}$$

$$x + y = 4 \text{ için } x - y = 2 \text{ veya } x - y = 4 \text{ olabilir.}$$

$$x - y = 2 \text{ ise } (x, y) = (3, 1) \text{ ve } x - y = 4 \text{ ise } (x, y) = (4, 0) \text{ dir.}$$

O halde, farklı (x, y) ikililerinin sayısı 5 tir.

Cevap: B

4. $2a - 3b = 0 \Rightarrow a = \frac{3b}{2}$ ve b çift sayıdır.

$$a \cdot b \cdot c = 216 \Rightarrow \frac{3b}{2} \cdot b \cdot c = 216$$

$$\Rightarrow b^2 \cdot c = 144$$

$$\Rightarrow b^2 \cdot c = (12)^2$$

$$\Rightarrow c = \frac{(12)^2}{b^2}$$

$$\Rightarrow c = \left(\frac{12}{b}\right)^2 \text{ dir.}$$

$\frac{12}{b} \in \mathbb{N}$ ve b çift sayı olduğundan c nin alabileceği değerler: $6^2, 3^2, 2^2, 1^2$ dir.

Buna göre, c dört farklı değer alabilir.

Cevap: B

5. $a^2 - b^2 = m \Rightarrow (a-b)(a+b) = m$
 m asal sayı olduğundan $a-b=1$ ve $a+b=m$

$$\text{olur. Buradan } a = \frac{m+1}{2} \Rightarrow 2a = m+1 \text{ ve}$$

$$b = \frac{m-1}{2} \Rightarrow 4b = 2m-2 \text{ bulunur.}$$

$$2a - 4b = -10 \Rightarrow m+1 - (2m-2) = -10$$

$$\Rightarrow m+1 - 2m + 2 = -10$$

$$\Rightarrow -m = -10 - 3$$

$$\Rightarrow m = 13 \text{ tür.}$$

Cevap: C

6. $a < b < 0 < c$ için şıkları inceleyelim.

A) $a - b < 0$ ve $a + b < 0$ olduğundan $\frac{a-b}{a+b} > 0$ dir.

B) $a \cdot b > 0$ ve $c > 0$ olduğundan $\frac{a \cdot b}{c} > 0$ dir.

C) $a - c < 0$ ve $b - c < 0$ olduğundan $\frac{a-c}{b-c} > 0$ dir.

D) $c - b > 0$ ve $a + b < 0$ olduğundan $\frac{c-b}{a+b} < 0$ dir.

E) $c - b > 0$ ve $b - a > 0$ olduğundan $\frac{c-b}{b-a} > 0$ dir.

Cevap: D

ÖSS MATEMATİK

7. a, b, c birer tamsayı olmak üzere, $a \cdot b \cdot c = 32$ olduğuna göre, $a - b + c$ nin en küçük değerini alması için $b = 1$, $a = -32$ ve $c = -1$ olmalıdır. O halde, $a - b + c = -32 - 1 - 1 = -34$ tür.

Cevap: D

8. $\frac{3a - 7c}{4} = b \Rightarrow 3a - 7c = 4b$

olduğundan a tek ise c de tektir veya a çift ise c de çifttir. Çünkü $4b$ çift sayıdır.

Cevap: D

9. $2a^2 + 3b^3 + 5c^5$ sayısı tek sayı olduğundan b tek ise c çifttir veya b çift ise c tektir. a ise tek veya çift sayı olabilir.

O halde, $b - c$ kesinlikle tek sayı ve $b - c + 3$ kesinlikle çift sayıdır.

Cevap: E

10. Bu sayılardan küçük olanına x denilirse büyük olanı $x + 2$ olur. Buna göre,

$$\begin{aligned} (x + 2)^2 - x^2 &= 44 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 - x^2 = 44 \\ &\Rightarrow 4x + 4 = 44 \\ &\Rightarrow 4x = 40 \\ &\Rightarrow x = 10 \text{ dur.} \end{aligned}$$

Küçük sayı 10 ise büyük sayı 12 ve bu sayıların toplamı 22 dir.

Cevap: C

11. $n+2, 2n-8, \frac{3n}{2}$ ardışık çift sayılar olduğundan,

$$(n + 2) + \frac{3n}{2} = 2(2n - 8)$$

$$\frac{2n + 4 + 3n}{2} = 4n - 16$$

$$5n + 4 = 8n - 32$$

$$36 = 3n$$

$$n = 12 \text{ dir.}$$

$n = 12$ için,

$$n + 2 = 12 + 2 = 14,$$

$$2n - 8 = 2 \cdot 12 - 8 = 16$$

$$\text{ve } \frac{3n}{2} = \frac{3 \cdot 12}{2} = 18 \text{ dir.}$$

Bu sayıların toplamı: $14 + 16 + 18 = 48$ dir.

Cevap: D

12. Bu sayıların en büyüğü x olsun.

Diğer sayılar, büyükten küçüğe doğru sırasıyla:

$$x - 2, x - 4 \text{ ve } x - 6 \text{ olur.}$$

Verilenlere göre,

$$x + (x - 2) + (x - 4) + (x - 6) = -48$$

$$4x - 12 = -48$$

$$4x = -36$$

$$x = -9 \text{ dur.}$$

Cevap: A

13. $\frac{7! + 8!}{120} = \frac{7! (1 + 8)}{120}$

$$= \frac{9 \cdot 7!}{120}$$

$$= \frac{9 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{120}$$

$$= 9 \cdot 7 \cdot 6$$

$$= 378 \text{ dir.}$$

Cevap: B

14. $b, c > 0$ ise $b > 0, c > 0$ veya $b < 0, c < 0$ dir.

$$\frac{a}{c} < 0 \text{ ise } a < 0, c > 0 \text{ veya } a > 0, c < 0 \text{ dir.}$$

Buna göre, $b > 0, c > 0$ için $a < 0$ veya $b < 0, c < 0$ için $a > 0$ olur.

O halde; a, b, c nin işaretleri sırasıyla ya $- , + , +$ ya da $+, -, -$ dir.

Cevap: C

15. $T = 1.3 + 2.5 + 3.7 + \dots + 20.41$

toplamının her bir teriminin birinci çarpanı iki azaltıldığında elde edilen sayı A olsun.

$$A = (1-2).3 + (2-2).5 + (3-2).7 + \dots + (20-2).41$$

$$A = -1.3 + 0.5 + 1.7 + \dots + 18.41$$

T - A değerini bulalım.

$$T - A = (1 - (-1)).3 + (2 - 0).5 + (3 - 1).7 + \dots + (20 - 18).41$$

$$= 2(3 + 5 + 7 + \dots + 41)$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{(41 + 3) \cdot (41 - 3 + 2)}{2 \cdot 2} \right)$$

$$= \frac{44 \cdot 40}{2}$$

$$= 880 \text{ dir.}$$

Cevap: D

16. $\frac{3a - 2b}{a + b} = \frac{3}{2} \Rightarrow 6a - 4b = 3a + 3b$

$$\Rightarrow 6a - 3a = 4b + 3b$$

$$\Rightarrow 3a = 7b$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{7}{3} \text{ tür.}$$

a ile b ve 7 ile 3 aralarında asal ve $\frac{a}{b} = \frac{7}{3}$

olduğundan $a = 7$ ve $b = 3$ tür.

Buradan, $a + b = 7 + 3 = 10$ dur.

Cevap: C

17. $(a + b + 2) \cdot (a + b - 2) = 60$

olduğundan $a + b + 2$ sayısı $a + b - 2$ sayısından 4 fazladır.

O halde, $a + b + 2 = 10$ ve $a + b - 2 = 6$ dir.

$a + b + 2 = 10 \Rightarrow a + b = 8$ dir.

$a \neq b$ olduğundan $a = 5$ ve $b = 3$ için a . b nin en büyük değeri, $5 \cdot 3 = 15$ tir.

Cevap: B

18. $3a + 4b = 120 \Rightarrow 3a = 120 - 4b$

$$\Rightarrow a = 40 - \frac{4b}{3} \text{ tür.}$$

a ve b pozitif tamsayı olduğundan b nin alabileceği değerler, 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.8, 3.9 olmak üzere 9 tanedir.

Cevap: B

19. $2c$ çift ve $a + b = 2c$ olduğundan a tek ise b de tektir veya a çift ise b de çifttir. A şıkkı doğrudur.

$2c + 1$ tek ve $b - d = 2c + 1$ olduğundan b tek ise d çifttir veya b çift ise d tektir. B şıkkı doğrudur.

Yukarıdaki iki sonuçtan, a tek ise b tek, d çifttir. C şıkkı doğrudur.

a çift ise b çift, d tek olduğundan $a + b + d$ toplamı tektir. D şıkkı doğrudur.

a tek ise d çift veya a çift ise d tek olduğundan $a + d$ tektir. E şıkkı yanlıştır.

Cevap: E

20. $z = (x - y) \cdot (x^2 + xy + y^2)$

ifadesinde z nin asal sayı olması için $x - y = 1$ ve $x^2 + xy + y^2 = z$ olmak zorundadır. Aksi durumda z bir asal sayı olmaz. $x - y = 1$ olduğundan x ile y ardışık iki asal sayıdır ve bu sayılar $x = 3$ ve $y = 2$ dir.

$$z = (3 - 2) \cdot (3^2 + 3 \cdot 2 + 2^2) = 19 \text{ dur.}$$

O halde, $x + y + z = 3 + 2 + 19 = 24$ tür.

Cevap: D

CEVAPLI TEST – 1

1. a ve b doğal sayılardır.

$$a \cdot b = 14$$

olduğuna göre, $3a + b$ ifadesinin alabileceği en büyük değer ile en küçük değer toplamı kaçtır?

- A) 30 B) 40 C) 46 D) 50 E) 56

2. x ve y doğal sayılardır.

$$2x + 5y = 90$$

eşitliğini sağlayan kaç farklı (x, y) ikilisi vardır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

3. a, b ve c birbirlerinden farklı pozitif tamsayılarıdır.

$$\frac{2 \cdot a}{3} + b = c$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 7 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

4. x, y ve z birbirlerinden farklı pozitif tamsayılarıdır.

$$x + 2y + 3z = 100$$

olduğuna göre, $x + y + z$ toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 31 B) 32 C) 33 D) 34 E) 35

5. x, y ve z pozitif tamsayılarıdır.

$$\frac{x + 2y}{3} = z$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle yanlıştır?

- A) $x + z$ tek sayıdır.
 B) $x \cdot z$ çift sayıdır.
 C) $2x + z$ tek sayıdır.
 D) $3x + y$ çift sayıdır.
 E) x^2 tek sayıdır.

6. a, b ve c pozitif tamsayılarıdır.

$$(2a + b^2 - c)^2$$

ifadesi bir tek sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima çift sayıdır?

- A) $a + b + c$ B) $a^2 + b^2 + c^2$
 C) $a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c$ D) $b^2 + c^2 + 1$
 E) $b \cdot c + b + c$

7. n bir doğal sayıdır.

$$(-1)^{n^2 + 2n + 3} = 1$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima bir tek sayıdır?

- A) $3n + 1$ B) $5n^2 - 2$ C) $n^2 + n$
 D) $n^n + 1$ E) $n(n + 3)$

- 8.

$$x > y > 0 > z$$

olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi daima negatiftir?

- A) $\frac{y}{x + z}$ B) $\frac{y + z}{x - z}$ C) $\frac{x + y}{x + z}$
 D) $\frac{x - y}{x - z}$ E) $\frac{x}{z} - \frac{y}{x}$

9. a, b ve c reel sayılardır.

$$\frac{a \cdot b}{c} > 0, \quad \frac{a^2 \cdot b^{-3}}{c} < 0, \quad b^2 \cdot a \cdot c > 0$$

olduğuna göre; a, b ve c nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, -, + B) -, -, - C) -, +, -
 D) +, +, + E) +, +, -

10. x ve y negatif tamsayılarıdır.

$$\frac{5 \cdot x + y}{y} = 8$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı en çok kaçtır?

- A) -15 B) -12 C) -9 D) -6 E) -3

11. x ve y negatif tamsayıdır.

$$x \cdot y - 15 = 4 \cdot y$$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -8 B) -9 C) -10 D) -11 E) -12

12. a , b ve c tamsayıdır.

$$a \cdot b = -10$$

$$b \cdot c = 12$$

olduğuna göre, $a + b + c$ nin alabileceği farklı değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6

13. x ile y sayıları aralarında asaldır.

$$\frac{3 \cdot y - x}{5} = x - y$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) 11

14. $3x - 4$ ile $5x - 2$ sayıları ardışık iki çift sayıdır.

Buna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 4

15. $a > b > c$ olmak üzere; a , b ve c ardışık tek sayılardır.

$$\frac{a + b}{b + c + 4}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) 4 E) 6

16. Ardışık beş tek sayının toplamı x olduğuna göre, bu sayılardan en büyüğü ile en küçüğünün toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{x + 20}{5}$ B) $\frac{x + 10}{5}$ C) $\frac{2x}{5}$
D) $\frac{x - 10}{5}$ E) $\frac{x - 20}{5}$

17. 5 ile 75 arasındaki çift sayıların toplamı x ve 2 ile 76 arasındaki tek sayıların toplamı y dir.

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 74 + 75$$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x + y + 3$ B) $x + y + 4$ C) $x + y + 5$
D) $x + y + 6$ E) $x + y + 7$

18. $x > y$ olmak üzere, x ve y ardışık tamsayıdır.

$$\left(2 - \frac{2}{x}\right) \cdot \left(2 + \frac{2}{y}\right)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

$$19. \frac{n}{(n-1)!} - \frac{13}{n!} = \frac{n-1}{n!}$$

eşitliğini sağlayan n değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

20. x , y ve z ardışık çift sayılardır.

$$x! + y! + z!$$

ifadesi bir tek sayı olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı kaçtır?

- A) 24 B) 18 C) 12 D) 6 E) 4

CEVAP ANAHTARI

1-E	2-D	3-B	4-E	5-A	6-D	7-B	8-E	9-C	10-B
11-E	12-C	13-C	14-A	15-B	16-C	17-E	18-B	19-C	20-D

CEVAPLI TEST – 2

1. a, b, c tamsayılar olmak üzere,

$$a \cdot b = 20$$

$$b \cdot c = -30$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 16 B) 14 C) 9 D) 6 E) 4

2. x ve y tamsayı olmak üzere,

$$x = \frac{2n+4}{n+11} \quad \text{ve} \quad y = \frac{n+11}{2n+4}$$

olduğuna göre, n nin alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

- A) -55 B) -50 C) -45 D) -40 E) -35

3. K pozitif tamsayı olmak üzere, birbirinden farklı iki doğal sayının toplamı 2K olduğuna göre, bu sayıların çarpımı en çok kaç olabilir?

- A) K-1 B) K C) K+1 D) K
- ²
- 1 E) K
- ²

4. x ve y sıfırdan farklı birer tamsayı olmak üzere,

$$\frac{5}{7} \cdot x = \frac{15}{2} \cdot y^2$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 42 B) 40 C) 0 D) -42 E) -44

5. x, y, z sıfırdan farklı gerçel (reel) sayılardır.

$$x \cdot y \cdot z = A$$

çarpımında x, y, z çarpanlarının herbirinin 3'er katı çarpıldığında elde edilen çarpım B'dir.

Buna göre, A + B aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x \cdot y \cdot z$ B) $10 \cdot x \cdot y \cdot z$ C) $27 \cdot x \cdot y \cdot z$
D) $28 \cdot x \cdot y \cdot z$ E) $81 \cdot x \cdot y \cdot z$

6. a, b, c, d ve n pozitif tamsayılardır.

$$2^{3n+1} \cdot a = \frac{b^{2n+1} \cdot c^{2n} - 1}{d}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) a çift sayıdır. B) a ve b tek sayıdır.
C) a ve c çift sayıdır. D) b ve c çift sayıdır.
E) b ve c tek sayıdır.

7. a, b, c reel sayılar olmak üzere,

$$a + b + c = 0, \quad \frac{a \cdot b}{c} > 0, \quad b \cdot c > 0$$

olduğuna göre; a, b, c sayılarının işareti sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, -, - B) +, +, - C) +, -, +
D) -, +, + E) -, -, +

8. 3'ün katı olan ardışık beş çift sayının en küçüğü x, en büyüğü ise y'dir.

$$2y = 3(y - x)$$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) 12 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36

9. n doğal sayı olmak üzere,

$$n(n+1) + n(n+2) + n(n+3) + \dots + n(n+10) = 525$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

10. x, y, z doğal sayılar olmak üzere, y ile z aralarında asal ve
- $y < z$
- dir.

$$\frac{212121}{2121} = x + \frac{y}{z}$$

olduğuna göre, $x - y + z$ değeri kaçtır?

- A) 199 B) 200 C) 201 D) 202 E) 204

11. 1 den 100 e kadar olan doğal sayılar yazılırken kaç tane 2 rakamı kullanılır?

A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

12. y ve n pozitif tamsayılar olmak üzere,

$$1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 26! = y \cdot 13^n$$

olduğuna göre, n en çok kaç olabilir?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

13. İki tamsayının çarpımı 16 dır.

Bu tamsayıların toplamının alabileceği en büyük değer, en küçük değerden kaç fazladır?

A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 34

14. $\frac{x! + (y+1)!}{x!}$

ifadesi bir tamsayı olduğuna göre, $x + y$ toplamı en az kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

15. x ve y rakam olmak üzere,

$$\frac{7x-3}{6} = 3y$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) x tek, y çift sayıdır.
B) x çift sayıdır.
C) x çift, y tek sayıdır.
D) x ve y tek sayıdır.
E) x ve y çift sayıdır.

16. x bir tamsayı olmak üzere, 1 den x e kadar olan tamsayıların toplamı n ve 1 den $(x-4)$ e kadar olan tamsayıların toplamı m dir.

$n - m = 30$ olduğuna göre, x kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

17. x ve y tamsayılarıdır.

$$x^2 - y^2 = 12$$

olduğuna göre, kaç farklı (x, y) ikilisi vardır?

A) 8 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

18. a ile b asal sayılardır.

$$a^2 - b^2 = 16$$

olduğuna göre, $a^2 + b^2$ toplamı kaçtır?

A) 32 B) 33 C) 34 D) 35 E) 36

19. a pozitif tamsayıdır.

$$\frac{(a-5)! + (a-4)!}{(a-3)! + (5-a)!}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 3 E) 6

20. n pozitif tamsayıdır.

$$x^{2n} \cdot y^n < 0$$

$$x^n \cdot y^{n+2} \cdot z^{n+4} > 0$$

olduğuna göre, x, y, z sayılarının işareti sırasıyla aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) -, -, - B) +, +, + C) -, +, -
D) +, -, - E) -, +, +

© Fem Yayınları

CEVAP ANAHTARI

1-C	2-E	3-D	4-B	5-D	6-E	7-A	8-E	9-B	10-B
11-C	12-E	13-E	14-A	15-D	16-C	17-C	18-C	19-B	20-D

CEVAPLI TEST – 3

1. a, b ve c pozitif tamsayıdır.

$$a > b > c$$

$$\frac{a + 2b}{c} = b$$

olduğuna göre, a'nın alabileceği en küçük değeri kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

2. x ve y pozitif tamsayıdır.

$$\frac{x \cdot y}{3} = x + 3$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) y tek. B) x çift.
C) x ve y çift. D) x ve y tek.
E) x tek.

3. a, b ve c birer rakamdır.

$$a - \frac{15}{b} = c$$

olduğuna göre, a + b + c toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 21 E) 25

- 4.
- $3n + 3$
- ve
- $4n + 8$
- sayıları, 3'ün katı olan iki ardışık çift sayıdır.

Buna göre, n'nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -11 B) -10 C) 1 D) 10 E) 11

5. a ve b doğal sayıdır.

$$a = 200 - b$$

olduğuna göre, kaç farklı (a, b) ikilisi yazılabilir?

- A) 198 B) 200 C) 201 D) 400 E) 402

6. a, b ve c pozitif tamsayıdır.

$$(a + b) \cdot c^3 = 270$$

olduğuna göre, a . b . c çarpımının en küçük değeri kaçtır?

- A) 27 B) 48 C) 75 D) 124 E) 264

7. a, b, ve c reel sayıdır.

$$a \cdot b \cdot c^4 > 0$$

$$a \cdot c > 0$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $a + b + c > 0$ B) $a + b + c < 0$
C) $a^2 \cdot b \cdot c > 0$ D) $a \cdot b \cdot c > 0$
E) $a^2 + a \cdot b \cdot c > 0$

8. a, b ve c sayıları 1 den büyük tamsayıdır.

$$a \cdot b = 85$$

$$b \cdot c = 102$$

olduğuna göre, a - b - c değeri kaçtır?

- A) -20 B) -18 C) -16 D) -14 E) -12

- 9.
- $(x - \sqrt{y})$
- ile
- $(x + \sqrt{y})$
- sayıları aralarında asaldır.

$$x^2 - y = 21$$

olduğuna göre, x + y nin en büyük değeri kaçtır?

- A) 9 B) 17 C) 29 D) 80 E) 111

10. İki basamaklı en büyük asal sayı, en küçük asal sayıdan kaç fazladır?

- A) 93 B) 94 C) 95 D) 96 E) 97

11. a, b ve c doğal sayılardır.

$$a + 2 \cdot b = 9$$

$$b + 3 \cdot c = 13$$

olduğuna göre, a . b . c çarpımının en büyük değeri kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 28

12. $100! \cdot n!$

çarpımının sonunda 26 tane sıfır olduğuna göre, n nin alabileceği en küçük değer ile en büyük değer toplamı kaçtır?

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

13. 1 den n ye kadar olan n tane doğal sayının faktöriyelleri toplamı,

$$T = 1! + 2! + 3! + \dots + n! \text{ dir.}$$

Bu n tane sayıdan her biri 1 azaltılırsa T nin değeri 719 azalıyor.

Buna göre, n kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

14. $A = 3x - 10$
 $B = -3x + 26$

olduğuna göre, A . B çarpımının en büyük değeri kaçtır?

- A) 225 B) 156 C) 64 D) 49 E) 36

15. a ve b reel sayılardır.

$$\frac{a^3}{b^2} < 0$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi negatiftir?

- A) $-a^{-5}$ B) $-a^{-4}$ C) a^{-2}
D) $(-a)^{-4}$ E) $(-a)^{-3}$

16. 11 tane ardışık tek sayının toplamı 275 tir.

Buna göre, bu sayıların en büyüğü ile en küçüğünün toplamı kaçtır?

- A) 56 B) 50 C) 48 D) 40 E) 38

17. Ardışık üç tek sayıdan en küçüğü, en büyüğünün 3 katından 10 fazladır.

Buna göre, bu sayılardan en küçüğü kaçtır?

- A) -17 B) -15 C) -13 D) -11 E) -9

18. x, y ve z reel sayılardır.

$$x^2 + x \cdot y < 0$$

$$x^2 + y^2 + z < 0$$

$$x + z > 0$$

olduğuna göre; x, y ve z sayılarının işareti sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, +, - B) +, +, + C) +, -, -
D) -, +, - E) -, +, +

19. $x = 0,02 + 0,03 + \dots + 0,12$

$$y = 0,3 + 0,4 + \dots + 1,2$$

olduğuna göre, y nin x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 0,2$ B) $x - 0,02$ C) $10x - 0,2$
D) $10x - 0,02$ E) $5x - 2$

20. x, y ve z reel sayılar olmak üzere, x + y nin en büyük değeri 25, y - z nin en küçük değeri 12 dir.

Buna göre, x + z en çok kaç olabilir?

- A) 13 B) 14 C) 18 D) 31 E) 37

CEVAP ANAHTARI

1-D	2-E	3-C	4-B	5-C	6-A	7-C	8-B	9-E	10-C
11-E	12-C	13-B	14-C	15-B	16-B	17-D	18-C	19-C	20-A

2. BÖLÜM

SAYMA SİSTEMLERİ

Saymanın esası, sayılacak varlıkları ikiye, beşerli, onarlı, ... v.b. denk gruplara ayırıp, bu grupları toplamaya dayanmaktadır. Bunların içinde onluk sistem sağladığı kolaylık sebebiyle yaygınlık kazanmıştır. İkilik sistem ise günümüzde özellikle bilgisayar kullanımında yer almıştır.

A. BASAMAK VE TABAN

Bir doğal sayının rakamlarının her birinin bulunduğu yere basamak, rakamların bulundukları basamaklara göre aldıkları değerlere **basamak değeri**, rakamların her birinin kaç **birlik**ten meydana geldiğini gösteren değere ise **sayı değeri** denir. Sayının tanımlandığı sayma sistemine (düzenine) de **taban** adı verilir. Varlıklar onarlı gruplandırılarak sayılıyorsa taban 10, 7 şerli gruplandırılarak sayılıyorsa taban 7, ikiyeşerli gruplandırılarak sayılıyorsa taban 2 dir.

Basamaklar sağdan sola büyür ve her basamak, sağındakinin taban ile çarpımına (veya solundakinin taban ile bölümüne) eşittir.

Örnek:

Onluk sistemde 384217 sayısının rakamlarının basamak ve sayı değerlerini bulalım.

3 8 4 2 1 7	Basamak değeri	Sayı değeri
7	$7 \times 1 = 7$	$7 \times 1 = 7$
1	$1 \times 10 = 10$	$1 \times 1 = 1$
2	$2 \times 100 = 200$	$2 \times 1 = 2$
4	$4 \times 1000 = 4000$	$4 \times 1 = 4$
8	$8 \times 10\,000 = 80\,000$	$8 \times 1 = 8$
3	$3 \times 100\,000 = 300\,000$	$3 \times 1 = 3$

B. ÇÖZÜMLEME

Bir sayının, rakamlarının basamak değerlerinin toplamı şeklinde yazılmasına bu sayının **çözümlemesi** denir. Onluk sistemde her basamak, sağındakinin 10 katına, beşlik sistemde ise her basamak sağındakinin 5 katına eşittir.

x tabanındaki dört basamaklı $(abcd)_x$ sayısının çözümlenmiş şekli,

$$(abcd)_x = a.x^3 + b.x^2 + c.x^1 + d.x^0 \text{ dir.}$$

↓ ↓ ↓ ↓
3 2 1 0

Örnek:

10 tabanındaki $(1985)_{10}$ sayısının basamaklarını bulalım ve çözümleyelim.

Çözüm:

$$(1\,9\,8\,5)_{10} = 1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

↓ ↓ ↓ ↓
3 2 1 0

10⁰ lar (birler) basamağı
10¹ ler (onlar) basamağı
10² ler (yüzler) basamağı
10³ ler (binler) basamağı

Örnek:

10 tabanındaki $(2,72)_{10}$ sayısının basamaklarını bulalım ve çözümleyelim.

Çözüm:

$$(2,72)_{10} = 2 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2}$$

↓ ↓ ↓
0 -1 -2

$2 \cdot 10^0 + 7 \cdot \frac{1}{10} + 2 \cdot \frac{1}{100}$
10⁻² ler (yüzde birler) basamağı
10⁻¹ ler (onda birler) basamağı
10⁰ lar (birler) basamağı

ÖSS MATEMATİK

Uyarı:

- 1) Onluk sayma sisteminde kullanılan rakamların kümesi,
(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)
- 2) 10 tabanındaki (10 luk sayma sistemindeki) sayılar, taban belirtilmeden de yazılabilir. Örneğin (2000)₁₀ sayısı, 2000 şeklinde yazılır.
- 3) ab ve abc, 10 luk sayma sisteminde sırasıyla iki basamaklı ve üç basamaklı doğal sayılar olmak üzere,
 $ab = 10 \cdot a + b$
 $aa = 11 \cdot a$ (a = b ise)
 $abc = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c$
 $aaa = 111 \cdot a$ (a = b = c ise)
- 4) ab ve ba iki basamaklı sayılar olmak üzere,
 $ab + ba = 11 \cdot (a + b)$
 $ab - ba = 9 \cdot (a - b)$ dir.

Örnek:

Rakamları farklı, üç basamaklı, birbirinden farklı dört tane doğal sayının toplamı 764 olduğuna göre, bu sayıların en büyüğünün en çok kaç olabileceğini bulalım.

Çözüm:

Bu sayılardan birinin en büyük değerini alması için diğerleri olabilecek en küçük sayılar seçilmelidir. Buna göre, diğer üç sayıyı 102, 103 ve 104 seçip işlem yapalım.

$102 + 103 + 104 = 309$ ve dördüncü sayı olarak $764 - 309 = 455$ elde edilir. Ancak bu sayının rakamları farklı olmadığından dördüncü sayı, 455 ten büyük olmayan, rakamları farklı en büyük sayı 453 tür.

Örnek:

9, 8, 7, 6, 5, 0 rakamlarının tümü birer defa kullanılarak yazılabilecek üç basamaklı iki doğal sayının toplamının en az kaç olabileceğini bulalım.

Çözüm:

Sayısal değeri küçük olan rakamlar büyük basamaklara getirilmek suretiyle değeri küçük sayılar elde edilir. Buna göre, istenen iki sayı abc ve xyz olsun. 5 ve 6 rakamlarından birisi a, diğeri x yerine, 0 ve 7 rakamlarından birisi b, diğeri y yerine, 8 ve 9 rakamlarından birisi c, diğeri z yerine yazıldığında toplamı her seferinde aynı sonucu verir. O halde bu şartlara uyan sekiz durumdan birisi, 508 ve 679 dur. Bu iki sayının toplamı 1187 dir.

Örnek:

İki basamaklı ab, ba, aa, bb doğal sayılarının toplamı,

$$aa + bb + ab + ba = 132$$

olduğuna göre, ab sayısının alabileceği en küçük değeri bulalım.

Çözüm:

$$aa + bb + ab + ba = 132$$

$$11 \cdot a + 11 \cdot b + 10 \cdot a + b + 10 \cdot b + a = 132$$

$$22 \cdot (a+b) = 132 \Rightarrow a + b = 6 \text{ olmak üzere,}$$

iki basamaklı ab sayısının en küçük değeri,

a = 1 ve b = 5 için 15 tir.

Örnek:

a ≠ b olmak üzere, iki basamaklı ab ve ba doğal sayıları ile dört basamaklı aabb ve bbaa doğal sayıları veriliyor.

Buna göre, $\frac{aabb - bbaa}{ab - ba}$ ifadesinin değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{aabb - bbaa}{ab - ba} &= \frac{1000 \cdot a + 100 \cdot a + 11 \cdot b - (1100 \cdot b + 11 \cdot a)}{10 \cdot a + b - (10 \cdot b + a)} \\ &= \frac{1089 \cdot (a - b)}{9 \cdot (a - b)} = 121 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

Rakamları sıfırdan farklı iki basamaklı bir doğal sayının rakamlarının yerleri değiştirildiğinde sayının değerinin en çok kaç artacağını bulalım.

Çözüm:

İki basamaklı sayı ab olsun. Rakamlarının yerleri değiştirildiğinde ba sayısı elde edilir. Buna göre, bu iki sayının farkı,

$$ab - ba = 9 \cdot (a - b)$$

ve bu farkın en büyük değeri, a = 9, b = 1 için (rakamların sıfırdan farklı olduğuna dikkat edilmelidir)

$$= 9 \cdot 8 = 72 \text{ dir.}$$

Sonuç:

En az iki basamaklı bir doğal sayının birler basamağındaki rakam ile onlar basamağındaki rakam yer değiştirildiğinde sayının değeri, rakamlarının sayı değerleri farkının 9 katı kadar artar veya azalır.

Örnek:

abc ve acb üç basamaklı doğal sayılar olmak üzere,
 $acb = abc + 36$
 olduğuna göre, $b - c$ farkını bulalım.

Çözüm:

$$acb = abc + 36$$

olduğuna göre abc sayısının birler basamağındaki rakam ile onlar basamağındaki rakamın yerleri değiştirildiğinde sayının değeri 36 artıyor. Buna göre, $c > b$ ve $9 \cdot (c - b) = 36$ olur.
 O halde, $b - c = -4$ tür.
 (Bu sonuç çözümlene yapılarak da bulunabilir.)

Örnek:

İki basamaklı ab ve ba doğal sayılarının toplamı 143 olduğuna göre, ab doğal sayısının en küçük değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} ab + ba = 143 &\Rightarrow 10 \cdot a + b + 10 \cdot b + a = 143 \\ 11 \cdot (a + b) &= 143 \\ a + b &= 13 \end{aligned}$$

olduğundan ab sayısının en küçük olması için birler basamağındaki rakamın sayı değeri en büyük, onlar basamağındaki rakamın sayı değeri en küçük olmalıdır. Buna göre, $b = 9$, $a = 4$ için ab sayısının en küçük değeri 49 olur.

Sonuç:

İki basamaklı bir doğal sayı ile bu sayının rakamlarının yerlerinin değiştirilmesiyle elde edilen sayının toplamı, bu sayının rakamlarının sayı değerlerinin toplamının 11 katına eşittir.

Örnek:

İki basamaklı ab doğal sayısının değeri, rakamlarının sayı değerlerinin toplamının 5 katına eşit olduğuna göre, iki basamaklı ba sayısının $a + b$ toplamının kaç katına eşit olduğunu bulalım.

Çözüm:**1. yol:**

ab sayısı ile ba sayısının toplamı, $(a + b)$ nin 11 katına eşit olduğundan ba sayısı $(a + b)$ nin $11 - 5 = 6$ katına eşittir.

2. yol:

ba sayısı $(a + b)$ toplamının x katına eşit olsun. Buna göre,

$$\begin{aligned} ab &= 5 \cdot (a + b) \\ ba &= x \cdot (a + b) \\ + & \\ 11 \cdot (a + b) &= (5 + x) \cdot (a + b) \\ \Rightarrow x &= 6 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek:

(ab) ve $(ab7)$ sırasıyla iki ve üç basamaklı doğal sayılardır.

$$(ab7) - (ab) = 358$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamını bulalım.

Çözüm:**1. yol:**

$$\begin{aligned} ab7 &= ab0 + 7 = 10 \cdot (ab) + 7 \text{ olduğundan} \\ (ab7) - (ab) &= 358 \Rightarrow 10 \cdot (ab) + 7 - (ab) = 358 \\ \Rightarrow ab &= \frac{358 - 7}{9} \\ \Rightarrow ab &= 39 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Buna göre, $a + b = 3 + 9 = 12$ dir.

2. yol:

Rakamları tahmin ederek ikinci bir yoldan sonucu bulalım.

$$\begin{array}{r} ab7 \\ - ab \\ \hline 358 \end{array}$$

$7 - b = 8 \Rightarrow b = -1$ rakam olmadığından soldaki basamaktan 1 alınır,

$17 - b = 8 \Rightarrow b = 9$ olur. Onlar basamağındaki rakamdan 1 alındığı için onlar basamağındaki rakamın sayı değeri $b - 1$ dir.

Buna göre, $9 - 1 - a = 5 \Rightarrow a = 3$ bulunur.

O halde, $a + b = 3 + 9 = 12$ dir.

(Burada çözümlene yapılarak üçüncü bir yoldan da sonuç bulunabilir.)

ÖSS MATEMATİK

Örnek:

Her bir nokta ve a, b, c birer rakamın yerini tutmak üzere,

$$\begin{array}{r} \text{a b} \quad (\text{I. çarpan}) \\ \times \text{c 3} \quad (\text{II. çarpan}) \\ \hline \dots \\ + 450 \\ \hline 4725 \quad (\text{sonuç}) \end{array}$$

olduğuna göre, a + b + c toplamını bulalım.

Çözüm:

x, y, z birer rakam olmak üzere, yandaki çarpma işleminde xyz sayısını bulmak için,

$$\begin{array}{r} \text{x y z} \\ + 4500 \\ \hline 4725 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{a b} \\ \times \text{c 3} \\ \hline \text{x y z} \\ + 450 \\ \hline 4725 \end{array}$$

şeklinde düşünülürse,

$$\begin{aligned} xyz &= 4725 - 4500 \\ &= 225 \text{ olarak bulunur.} \end{aligned}$$

Buradan,

$$\begin{aligned} (ab).3 &= 225 \Rightarrow ab = \frac{225}{3} \\ &\Rightarrow ab = 75 \text{ ve } a = 7, b = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ab).c &= 450 \Rightarrow c = \frac{450}{75} \\ &\Rightarrow c = 6 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Buna göre, a + b + c = 7 + 5 + 6 = 18 dir.

Örnek:

abc, bca, cab üç basamaklı, xyz8 dört basamaklı doğal sayılardır.

$$abc + bca + cab = xyz8$$

olduğuna göre, x + y + z toplamını bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} \text{a b c} \\ \text{b c a} \\ + \text{c a b} \\ \hline \dots 8 \end{array}$$

olduğuna göre, a + b + c toplamının değeri, a, b ve

c birer rakam olduğundan 8 veya 18 olabilir. xyz8 dört basamaklı olduğu için a + b + c = 18 dir, 8 olmaz. O halde,

$$\begin{array}{r} \text{a b c} \\ \text{b c a} \\ + \text{c a b} \\ \hline 1998 \end{array} \text{ olur.}$$

Buna göre, x = 1, y = 9, z = 9 ve x + y + z = 19 dur.

Uyarı:

Bir sayının rakamları ile ilgili işlemlerde, rakamların basamak değerleri göz önüne alınmalıdır. Örneğin; bir sayının onlar basamağındaki 7 den küçük bir rakamın sayı değeri 3 artırılırsa sayının değeri $3 \cdot 10 = 30$ artar, yüzler basamağındaki 6 dan büyük bir rakamın sayı değeri 7 azaltılırsa sayının değeri $7 \cdot 100 = 700$ azalır.

© Femi Yayınları

Örnek:

Her biri en az üç basamaklı, on tane doğal sayının her birinin birler ve yüzler basamaklarındaki rakamların sayı değerleri sırasıyla 2 ve 5 artırılır, onlar basamaklarındaki rakamların sayı değerleri 5 azaltılırsa bu on tane sayının toplamının nasıl değişeceğini bulalım. (Bu sayıların birler ve onlar basamağındaki rakamların sayı değerleri 5 ten küçük, onlar basamağındaki rakamların sayı değerleri 4 ten büyüktür.)

Çözüm:

Sayıların her birinde aynı şekilde değişiklik yapıldığından önce bir sayının değerindeki değişmeyi bulalım.

Birler ve yüzler basamağındaki rakamların sayı değeri sırasıyla 2 ve 5 artırıldığından sayının değeri $2 \cdot 1 + 5 \cdot 100 = 502$ artar, onlar basamağındaki rakamın sayı değeri 5 azaltıldığından sayının değeri $5 \cdot 10 = 50$ azalır. Buna göre, bir sayının değeri $502 - 50 = 452$ artar. O halde bu on tane sayının toplamı, $10 \cdot 452 = 4520$ artar.

Örnek:

Rakamları farklı, üç basamaklı, birbirinden farklı dört tane tek doğal sayının toplamı 3232 olduğuna göre, bu sayıların en küçüğünün en az kaç olabileceğini bulalım.

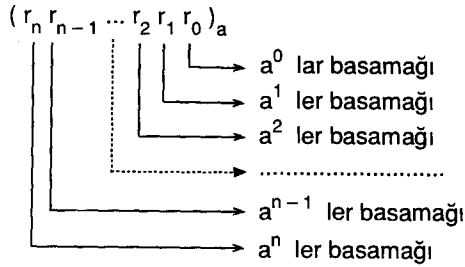
Çözüm:

Bu sayıların birisinin değerinin en az olabilmesi için diğerlerinin değeri en büyük olmalıdır. Buna göre, istenen şartlara uygun sayılar 987, 985 ve 983 olarak seçilir ve işlem yapılırsa,
 $987 + 985 + 983 = 2955$ ve dördüncü sayı olarak $3232 - 2955 = 277$ elde edilir. Ancak bu sayının rakamları farklı olmadığından istenen dördüncü sayı, 277 den küçük olmayan, rakamları farklı en küçük tek doğal sayı 279 dur. (Bu durumda diğer üç sayı 987, 985 ve 981 olur.)

C. HERHANGİ BİR TABANDAKİ SAYININ 10 TABANINDA YAZILMASI

Herhangi bir tabandaki sayı çözümlenmek suretiyle 10 tabanındaki eşiti bulunur.

$r_0, r_1, r_2, r_3, \dots, r_{n-1}, r_n$ birer rakam ve a sayı tabanını göstermek üzere, a tabanındaki (a lık sayma sistemindeki) $n + 1$ basamaklı, $(r_n r_{n-1} \dots r_2 r_1 r_0)_a$ sayısının basamakları:



olmak üzere, bu sayının çözümlenmiş şekli,

$$r_n \cdot a^n + r_{n-1} \cdot a^{n-1} + \dots + r_2 \cdot a^2 + r_1 \cdot a^1 + r_0 \cdot a^0$$

dir.

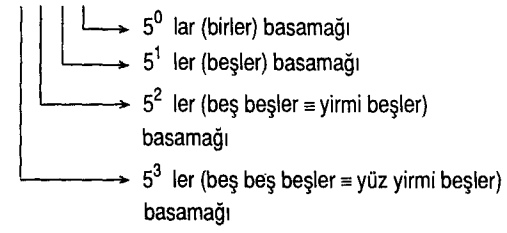
Örnek:

5 tabanındaki $(4013)_5$ sayısının basamaklarını bulalım ve çözümleyelim.

Çözüm:

$$(4013)_5 = 4 \cdot 5^3 + 0 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0$$

$$\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow = 4 \cdot 5^3 + 1 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0$$

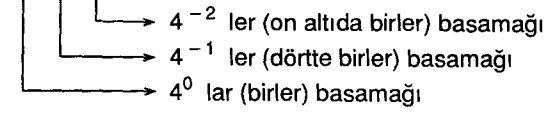
**Örnek:**

4 tabanındaki $(3, 01)_4$ sayısının basamaklarını bulalım ve çözümleyelim.

Çözüm:

$$(3, 01)_4 = 3 \cdot 4^0 + 0 \cdot 4^{-1} + 1 \cdot 4^{-2}$$

$$\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow = 3 \cdot 4^0 + 1 \cdot \frac{1}{16}$$

**Örnek:**

x sayı tabanını göstermek üzere,

$$(204)_x = 102$$

eşitliğini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm:

$$(204)_x = 2 \cdot x^2 + 0 \cdot x^1 + 4 \cdot x^0$$

$$\downarrow \downarrow \downarrow = 2x^2 + 4 \text{ olduğundan,}$$

$$2x^2 + 4 = 102 \Rightarrow 2x^2 = 98$$

$$\Rightarrow x^2 = 49$$

$$\Rightarrow x = -7 \text{ veya } x = 7 \text{ dir.}$$

x sayı tabanı olduğundan $x = 7$ dir.

Örnek:

5 ve 8 sayı tabanını göstermek üzere,

$$(x32)_5 = (1x4)_8$$

eşitliğini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{ccc} (x \ 3 \ 2)_5 & = & (1 \ x \ 4)_8 \\ \downarrow \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow \downarrow \\ 2 \ 1 \ 0 & & 2 \ 1 \ 0 \end{array}$$

$$x \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 = 1 \cdot 8^2 + x \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0$$

$$25x + 17 = 68 + 8x$$

$$17x = 51 \Rightarrow x = 3 \text{ tür.}$$

Uyarı:

a sayı tabanını ve *x, y, z*; *a* tabanındaki rakamları göstermek üzere,

1) $(xyz)_a$ ifadesi *a* tabanında (*a* lık sayma sisteminde) üç basamaklı bir sayıyı gösterir ve *a* tabanı 1 den ve *x, y, z* rakamlarından büyüktür.

2) *a* tabanında kullanılan rakamlar *a* tanedir ve en küçük rakam 0, en büyük rakam ise *a* - 1 dir.

Örnek:

İkilik sayma sisteminde kullanılan rakamların kümesi,

$$\{0, 1\}$$

Beşlik sayma sisteminde kullanılan rakamların kümesi,

$$\{0, 1, 2, 3, 4\}$$

x in sayı değeri 10, *y* nin sayı değeri 11 olmak üzere, on ikilik sayma sisteminde kullanılan rakamların kümesi,

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, x, y\} \text{ dir.}$$

Örnek:

Rakamları birbirinden farklı 4 tabanındaki en büyük doğal sayının rakamlarının basamak değerlerinin toplamını bulalım.

Çözüm:

Basamak değeri, sağdan sola doğru büyüdüğüne göre, 4 tabanında kullanılabilecek bütün rakamları soldan sağa doğru sırasıyla büyükten küçüğe doğru sıralayarak en büyük doğal sayıyı elde edebiliriz. Buna göre, istenen sayı $(3210)_4$ ve bu sayının rakamlarının basamak değerlerinin toplamı,

$$\begin{array}{ccc} (3 \ 2 \ 1 \ 0)_4 & = & 3 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^2 + 1 \cdot 4^1 + 0 \cdot 4^0 \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow & & \\ 3 \ 2 \ 1 \ 0 & = & 3 \cdot 64 + 2 \cdot 16 + 1 \cdot 4 + 0 \\ & = & 228 \text{ dir.} \end{array}$$

Örnek:

6 tabanındaki iki basamaklı $(3x)_6$ sayısı ile *x* tabanındaki üç basamaklı $(1y3)_x$ sayısının toplamının en büyük değerinin 10 tabanındaki eşitini bulalım.

Çözüm:

Verilen iki ifadenin birer sayı belirtmesi için

$0 \leq x < 6$ ve $x > 3$ ve $0 \leq y < x$ olmalıdır. Bu iki sayının toplamının en büyük değerini alması için *x* ve *y* mümkün olan en büyük değerini almalıdır. Buna göre, $x = 5$ ve $y = 4$ için,

$(3x)_6 + (1y3)_x$ toplamının en büyük değerinin 10 tabanındaki eşiti,

$$\begin{array}{ccc} (3 \ 5)_6 + (1 \ 4 \ 3)_5 & = & 3 \cdot 6^1 + 5 \cdot 6^0 + 1 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0 \\ \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow \downarrow \\ 1 \ 0 & & 2 \ 1 \ 0 \end{array}$$

$$= 23 + 48$$

$$= 71 \text{ dir.}$$

Uyarı:

Herhangi bir tabandaki bir sayı çözümlenerek tek veya çift olduğu tespit edilebilir. Buradan, aşağıdaki iki sonuç çıkarılır:

1) Tabanı çift sayı olan bir sayının birler basamağındaki rakam tek ise bu sayı da tek, birler basamağındaki rakam çift ise bu sayı da çift sayıdır.

2) Tabanı tek sayı olan bir sayının rakamlarının sayı değerleri toplamı tek ise bu sayı da tek, bu toplam çift ise bu sayı da çift sayıdır.

Örnek:

$(10001)_2$, $(1023)_4$, 217 sayıları tek,
 $(10010)_2$, $(3012)_4$, 118 sayıları çift,

$1 + 3 + 3 + 4 = 11$ (tek sayı) olduğundan,

$(1334)_5$ sayısı tek,

$3 + 0 + 2 + 1 = 6$ (çift sayı) olduğundan,

$(3021)_5$ sayısı çift sayıdır.

D. 10 TABANINDAKİ BİR SAYININ HERHANGİ BİR TABANDA YAZILMASI

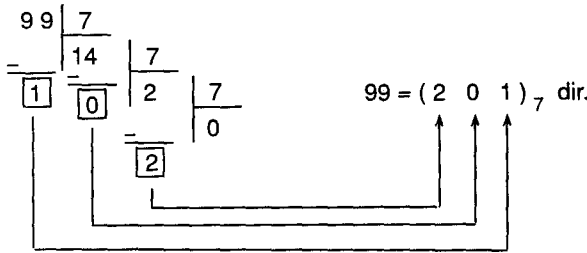
10 tabanında verilen bir sayı başka bir tabana çevrilirken, verilen sayı istenen tabana bölünür. Elde edilen bölüm 0 oluncaya kadar aynı şekilde bölme işlemine devam edilir. En son elde edilen kalan istenen sayının en sonundaki (birler basamağındaki) rakam olmak üzere, sondan başa doğru elde edilen tüm kalanlar sırasıyla istenen sayının rakamlarını meydana getirirler.

Örnek:

99 sayısının 7 tabanındaki eşitini bulalım.

Çözüm:

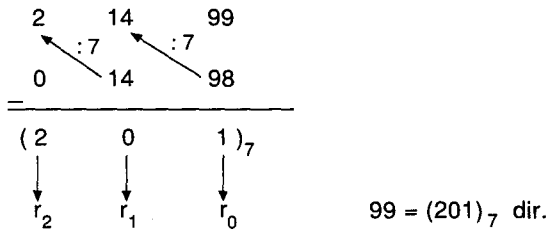
1. yol:



2. yol:

$99 = (r_2\ r_1\ r_0)_7$ olsun.

99 dan büyük olmayan 7 ile bölünebilen en büyük sayı (98), 99 dan çıkarılarak r_0 rakamı bulunur. Daha sonra çıkarılan sayı 7 ile bölünür. Bundan sonra elde edilen sayı için yukarıdaki işlem tekrarlanır. Bu işlem 7 den küçük bir sayı (veya alt satırda 0 [sıfır]) elde edilinceye kadar tekrarlanır. Bu işlemleri tek bir tabloda gösterelim.

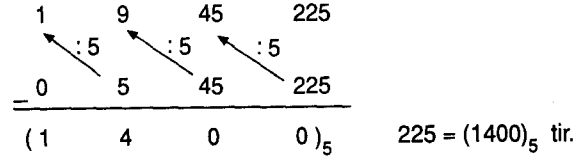


Örnek:

225 in 5 tabanındaki eşitini bulalım.

Çözüm:

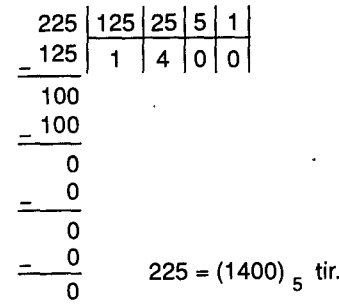
1. yol:



2. yol:

Başka bir yoldan da şu şekilde sonucu bulalım. 225 sayısı, 5 lik sayma sisteminde bölünebileceği en büyük basamağa (125 e) bölünür. Daha sonra elde edilen kalan (100) bir sonraki basamağa (25 e) bölünür. Böylece işleme birler basamağına kadar devam edilerek her basamaktaki sayı (bölüm) bulunur ve sıra ile yan yana yazılır.

Şöyleki:



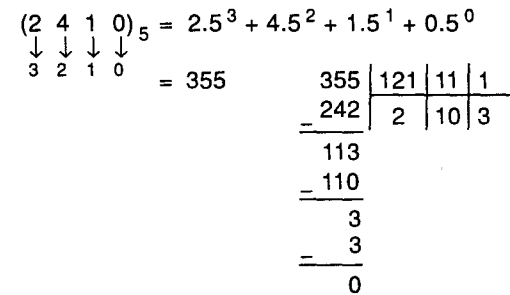
E. HERHANGİ BİR TABANDAKİ SAYININ BAŞKA BİR TABANDA YAZILMASI

Herhangi bir tabanda verilen sayı çözümlenerek 10 tabanındaki eşiti bulunduktan sonra istenen tabana çevrilir.

Örnek:

5 tabanındaki $(2410)_5$ sayısının 11 tabanındaki eşitini bulalım.

Çözüm:



Örnek:

4 tabanındaki rakamları birbirinden farklı en büyük tek sayının 5 tabanındaki eşitini bulalım.

Çözüm:

4 tabanındaki rakamları birbirinden farklı en büyük tek sayı $(3201)_4$ tür. Buna göre,

$$(3201)_4 = 3 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^2 + 0 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0 \\ = 225 \text{ tir.}$$

225 in 5 tabanındaki eşiti ise $(1400)_5$ tir.

a Tabanındaki Bir Sayının a^n Tabanında Yazılması

a tabanında verilen bir sayı a^n tabanında yazılırken:

- 1) Verilen sayının basamakları sağdan sola doğru n li gruplara ayrılır.
- 2) En soldaki gruptan başlayarak her bir grup sırasıyla çözümlenmek suretiyle a^n tabanında yazılacak sayının rakamları aynı sırada elde edilmiş olur.

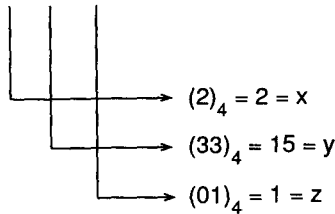
Örnek:

4 tabanındaki $(23301)_4$ sayısının 16 tabanındaki eşitini bulalım.

Çözüm:

$16 = 4^2$ olduğundan verilen sayının basamaklarını sağdan sola doğru 2 şerli gruplara ayırarak her grubu soldan sağa doğru sırasıyla çözümlayelim.

$$(2 \ 33 \ 01)_4 = (xyz)_{16} \text{ olsun}$$



F rakamının sayı değeri 15 olmak üzere,
 $(23301)_4 = (2F1)_{16}$ dir.

F. HERHANGİ BİR TABANDA İŞLEMLER

Herhangi bir tabanda toplama ve çarpma işlemi yapılırken işlem süresince ortaya çıkan sayı değerlerinde, tabanın sayı değerinin katları **elde** olarak bir sonraki basamaktaki işleme eklenir. Çıkarma işlemi yapılırken bir soldaki basamaktan 1 (bir) almak gerektiğinde, bu 1 in aktarıldığı basamağa katkısı **tabanın sayı değeri** kadardır.

Örnek:

Birler basamağındaki 3 ile 1 in toplamı 4 , 5 ten küçük olduğu için olduğu gibi birler basamağına yazılır. Beşler basamağındaki 4 ile 3 ün toplamı 7 ve 7 nin içinde 1 tane 5 olduğundan bu 1 tane 5 elde olarak saklanırsa 7 den geriye kalan $7 - 5 = 2$, beşler basamağına yazılır. Eldeki 1 ile beş beşler (yirmi beşler) basamağındaki 2 ve 3 ün toplamı 6 ve 6 nın içinde 1 tane 5 olduğundan bu 1 tane 5 elde olarak saklanırsa 6 dan geriye kalan $6 - 5 = 1$, yirmi beşler basamağına yazılır. Beş beş beşler (yüz yirmi beşler) basamağında başka rakam olmadığı için eldeki 1 buraya yazılır.

Örnek:

$2.3 = 6$ ve 6 nın içinde 1 tane 4 olduğundan bu 1 tane 4 elde olarak saklanırsa 6 dan geriye kalan $6 - 4 = 2$, birler basamağına yazılır. Dörtler basamağındaki 0 ile 2 nin çarpımına $(0 \cdot 2 = 0)$ a) eldeki 1 eklenip elde edilen 1 dörtler basamağına yazılır. On altılar basamağındaki 2 ile 2 nin çarpımı 4 ve 4 teki 1 tane 4 elde olarak saklanırsa 4 ten geriye kalan 0 , on altılar basamağına ve başka basamak olmadığı için eldeki 1, altmış dörtler basamağına yazılır. Benzer işlemler yapılarak $(203)_4 \cdot (3)_4$ işleminin sonucu $(1221)_4$ bulunur ve bu sonuç sağdan bir basamak sola kaydırılarak birinci çarpımın altına yazılır. Toplama işlemi yapılarak $(13222)_4$ sonucu bulunur.

$$\begin{array}{r}
 (203)_4 \\
 \times (3)_4 \\
 \hline
 (1012)_4 \\
 + (1221)_4 \\
 \hline
 (13222)_4
 \end{array}$$

Örnek:

Birler basamağında, $5 - 3 = 2$ $(2\ 1\ 3\ 5)_7$, sonucu yazılır. Yediler basamağında 3 ten 4 çıkarılamayacağından $(2\ 4\ 3)_7$ solundaki basamaktan (kırkdokuzlar basamağından) 1 alınıp bu basamağa 7 olarak eklenirse $3 + 7 = 10$ elde edilir. $10 - 4 = 6$ sonucu yediler basamağına yazılır. Kırk dokuzlar (7^2 ler) basamağındaki 1, yediler basamağına aktarıldığı için burada 0 kalır. Bu durumda soldaki basamaktan (7^3 ler basamağından) 1 alınarak bu basamağa 7 olarak eklenirse $0 + 7 = 7$ elde edilir. $7 - 2 = 5$ sonucu kırk dokuzlar basamağına yazılır. İşlem yapılacak başka basamak olmadığı için en solda geriye kalan 1 de en sola yazılır.

Örnek:

3 tabanındaki rakamları farklı en büyük tek sayının 3 katının 1 eksiğinin 3 tabanında kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

3 tabanında, rakamları farklı en büyük tek sayı $(210)_3$ ve bu sayının 3 katının 1 eksiği; $3 = (10)_3$ olduğundan $(210)_3 \cdot (10)_3 = (2100)_3$ olduğundan

$$\begin{array}{r} (2\ 1\ 0\ 0)_3 \\ - 1 \\ \hline (2\ 0\ 2\ 2)_3 \end{array} \quad \text{olarak bulunur.}$$

Örnek:

$$\frac{(1101100)_2}{(11)_2 \cdot (1001)_2}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$(11)_2 \cdot (1001)_2 = (11011)_2$ olduğundan

$$\frac{(1101100)_2}{(11)_2 \cdot (1001)_2} = \frac{(11011)_2 \cdot (100)_2}{(11011)_2} = (100)_2 \text{ olur.}$$

Uyarı:

Herhangi bir tabanda bölme işlemi yapmak yerine, sayıları 10 tabanında yazdıktan sonra bölme işlemini yapıp, tekrar istenen tabana çevirmek daha kolaydır.

Örnek:

$(1331)_5 : (102)_5$ işleminin sonucunu 5 tabanında bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} (1\ 3\ 3\ 1)_5 = 1 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0 \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ 3\ 2\ 1\ 0 = 125 + 75 + 15 + 1 = 216, \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (1\ 0\ 2)_5 = 1 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 \\ \downarrow \downarrow \downarrow \\ 2\ 1\ 0 = 25 + 0 + 2 = 27 \text{ ve} \end{array}$$

$$216 : 27 = 8 \text{ bulunur.}$$

8 in 5 tabanındaki eşiti

$$\begin{array}{r} 8 \mid 5 \mid 1 \\ - 5 \mid 1 \mid 3 \\ \hline 3 \\ - 3 \\ \hline 0 \end{array} \quad \text{olduğundan,} \quad 8 = (13)_5 \text{ tir.}$$

O halde,

$$(1331)_5 : (102)_5 = (8)_{10} = (13)_5 \text{ tir.}$$

ÇÖZÜMLÜ TEST

1. Rakamları birbirinden farklı üç basamaklı bir tek sayı ile rakamları birbirinden farklı üç basamaklı bir çift sayının farkı en çok kaç olabilir?

A) 1997 B) 1973 C) 899
D) 895 E) 785

2. Üç basamaklı, birbirinden farklı dört doğal sayının toplamı 790'dır.

Buna göre, bu sayıların en büyüğü en çok kaç olabilir?

A) 485 B) 486 C) 487
D) 489 E) 491

3. Rakamları farklı, birbirlerinden farklı üç doğal sayının toplamı 261'dir.

Buna göre, bu sayıların en küçüğü en çok kaç olabilir?

A) 89 B) 87 C) 86 D) 85 E) 84

4. a ve b sıfırdan farklı birer rakam olmak üzere,

$$3.a + 4.b = 27$$

şartını sağlayan iki basamaklı ab doğal sayılarının tümünün toplamı kaçtır?

A) 45 B) 53 C) 69 D) 71 E) 85

5. Dört basamaklı ve rakamları farklı KLMN doğal sayısı, rakamları birbirinden farklı asal sayılar olan dört basamaklı en küçük doğal sayıdan 1212 fazladır.

Buna göre, $M^2 - L^2$ farkı kaçtır?

A) 5 B) 9 C) 11 D) 15 E) 19

6. $A + B = 2.C = D + E$ olmak üzere, 1, 2, 3, 4, 5 rakamları kullanılarak yazılabilecek, beş basamaklı en küçük ABCDE doğal sayısının binler basamağındaki rakamın sayı değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. ab iki basamaklı bir doğal sayıdır.

$$ab = 3.(a + b)$$

olduğuna göre, a.b kaçtır?

A) 14 B) 18 C) 20 D) 24 E) 27

8. Ayşe, üç basamaklı a7b doğal sayısının 45 ile çarpımını 14 040 olarak buluyor. Fakat yaptığı işlemi kontrol ederken a7b sayısının onlar basamağındaki rakamı, yanlışlıkla, 1 olarak hesaba kattığını fark ediyor.

Buna göre, bu çarpma işleminin doğru sonucu kaçtır?

A) 16 740 B) 16 440 C) 16 260
D) 13 560 E) 11 340

9. İki basamaklı bir doğal sayı ile bu sayının rakamlarının yerleri değiştirilerek elde edilen sayı toplanırsa 132, çıkarılırsa 36 oluyor.

Buna göre, bu sayının rakamlarının sayı değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) 21 B) 32 C) 36 D) 63 E) 72

10. Sıfırdan ve birbirinden farklı, a veya b rakamları ile yazılabilecek tüm iki basamaklı sayıların toplamı 286 olduğuna göre, a.b çarpımı en çok kaç olabilir?

A) 72 B) 56 C) 45 D) 42 E) 36

11. Dört basamaklı 9abc doğal sayısı, üç basamaklı abc doğal sayısının 25 katına eşit olduğuna göre, $a + b + c$ kaçtır?

A) 15 B) 12 C) 10 D) 9 E) 7

12. ab iki basamaklı bir doğal sayıdır.

$$x = ab$$

olduğuna göre, dört basamaklı 1ab5 sayısının x cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x + 15$ B) $10.x + 15$ C) $100.x + 1005$
D) $10.x + 1005$ E) $100.x + 105$

13. Üç basamaklı 3AB doğal sayısı, iki basamaklı BA doğal sayısının 4 katına eşittir.

Buna göre, BA sayısı kaçtır?

- A) 69 B) 73 C) 75 D) 80 E) 82

14. ab ve cd iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r} ab \\ 12 \\ \times \\ cd \\ ab \\ + \\ 102 \end{array}$$

Yukarıdaki hatalı bir şekilde yapılan çarpma işleminin doğru sonucu kaçtır?

- A) 408 B) 306 C) 291 D) 288 E) 192

15. ab ve ba iki bamaçlı, 2ab ise üç basamaklı doğal sayılardır.

$$(ab)^2 - 2ab - (ba)^2 = 76$$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

16. Rakamları 8 den küçük, iki basamaklı, yirmi iki sayının toplamı x, bu sayıların herbirinin rakamlarının sayı değerlerinin 2 şer artırılmasıyla elde edilen sayıların toplamı 804 tür.

Buna göre, x kaçtır?

- A) 280 B) 320 C) 400 D) 420 E) 480

17. 3 sayı tabanı olmak üzere,

$$[(21)_3]^2 - [(12)_3]^2$$

işleminin sonucu, 10 tabanında kaçtır?

- A) 24 B) 26 C) 28 D) 34 E) 36

18. x sayı tabanı olmak üzere,

$$(120)_x = 24$$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

19. a ve b sayı tabanını göstermek üzere,

$$(32)_a = (24)_b$$

eşitliğini sağlayan a ve b değerleri için a + b toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

20. 6, x ve 8 sayı tabanı göstermektedir.

$$\frac{(23x)_6 + (3z4)_x}{(y63)_8} \text{ kesri en küçük değerini al-}$$

duğunda x + y + z toplamı kaç olur?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

21. n sayı tabanını göstermek üzere,

$$(1023)_n \cdot (3)_n = (3113)_n$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

22. $(bb)_a$ ve $(11)_b$, sırasıyla a ve b tabanında iki basamaklı doğal sayılardır.

$$a = (11)_b \text{ ve } c = (bb)_a$$

olduğuna göre, c aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

23. 3 tabanındaki rakamları farklı en büyük doğal sayının 3 katı, 9 tabanında kaçtır?

- A) 210 B) 630 C) 63
D) 23 E) 70

24. $7.5^3 + 15$ sayısının 5 tabanındaki eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 123 B) 1230 C) 230
D) 12030 E) 1203

TESTİN ÇÖZÜMLERİ

1. a ve b birer sayı olmak üzere, a en büyük b ise en küçük değerini aldığı anda a - b farkı en çok olur. Buna göre, rakamları birbirinden farklı, üç basamaklı en büyük tek sayı 987; rakamları birbirinden farklı, üç basamaklı en küçük çift sayı ise - 986 olduğundan bu iki sayının farkı en çok $987 - (-986) = 1973$ tür.

Cevap: B

2. Bu dört sayıdan üçü en küçük değerini aldığı anda dördüncüsü en büyük olur. Buna göre, istenen şartlara uygun üç sayı, 100, 101 ve 102 olacağından dördüncüsü (en büyük olanı) $790 - (100 + 101 + 102) = 487$ dir.

Cevap: C

3. Bu üç sayıdan en küçüğünün değerinin en çok olabilmesi için diğerleri bu sayıdan büyük, en küçük sayılar olmalıdır. O halde bu üç sayının birbirine en yakın olma durumunu (birbirine eşit) düşünersek, birisi $261 : 3 = 87$ olur. Buna göre, bu sayıların en küçüğü 87 den küçük, en büyüğü 87 den büyük olmalıdır. Bu durumda bu üç sayı 86, 87 ve 88 olur. Ancak 88 in rakamları farklı olmadığından değerini 1 artırıp, 86 nın değerini 1 azaltırsak, en büyük sayı en az 89, en küçük sayı ise en çok 85 olur.

Cevap: D

4. İstenen şartlara uygun a ve b rakamları bulup ab sayılarını yazalım.

$$\begin{array}{r} 3.a + 4.b = 27 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 5 \quad 3 \\ 1 \quad 6 \\ \hline 69 \end{array}$$

Cevap: C

5. Rakamları birbirinden farklı asal sayılar olan dört basamaklı en küçük doğal sayı 2357 dir.

Buna göre, problemde verilenlere göre,

$$\begin{aligned} KLMN &= 2357 + 1212 \\ &= 3569 \end{aligned}$$

olduğundan M = 6, L = 5 ve $M^2 - L^2 = 11$ dir.

Cevap: C

6. 2.C çift sayı olduğundan A ve B den ikisi de çift veya ikisi de tek olmalıdır.

$$A + B = 2.C = D + E$$

şartına uygun en küçük ABCDE sayısı 15324 olduğundan bu sayının binler basamağındaki rakam 5 tir.

Cevap: E

7. $ab = 3.(a + b) \Rightarrow 10.a + b = 3.a + 3.b$
 $\Rightarrow 7.a = 2.b$

olduğundan a = 2, b = 7 ve
a.b = 14 tür.

Cevap: A

8. 1. yol:

Ayşe'nin hesaba kattığı hatalı sayı,

$$\frac{14\ 040}{45} = 312 \text{ dir}$$

Buna göre bu sayının doğrusu 372 ve çarpma işleminin doğru sonucu

$$372 \cdot 45 = 16\ 740 \text{ tir.}$$

2. yol:

Ayşe, 7 yi 1 olarak hesaba kattığına göre, $a7b$ sayısının değerini $(7 - 1) \cdot 10 = 60$ daha küçük olarak hesaba katmıştır. Buna göre, hatalı sonuç, doğru sonuçtan $60 \cdot 45 = 2700$ daha küçüktür. O halde doğru sonuç,

$$14\ 040 + 2700 = 16\ 740 \text{ tir.}$$

Cevap: A**9. Bu sayının rakamları a ve b olsun. Problemde verilenlere göre,**

$$a + b = \frac{132}{11} = 12 \text{ ve}$$

$$a - b = \frac{36}{9} = 4 \text{ olduğundan}$$

$$a = 8, b = 4 \text{ ve } a \cdot b = 32 \text{ dir.}$$

Cevap: B**10. a veya b rakamları ile yazılabilecek iki basamaklı tüm doğal sayılar aa, ab, ba, bb olduğundan**

$$aa + ab + ba + bb = 286$$

$$\Rightarrow 22 \cdot (a + b) = 286$$

$$\Rightarrow a + b = 13 \text{ tür.}$$

Buna göre, $a \cdot b$ nin en büyük değeri

$$a = 6 \text{ ve } b = 7 \text{ (veya } a = 7 \text{ ve } b = 6) \text{ için}$$

$$a \cdot b = 42 \text{ dir.}$$

Cevap: D**11. Problemde verilenlere göre,**

$$\begin{aligned} 9abc &= 25 \cdot (abc) \Rightarrow 9000 + abc = 25 \cdot (abc) \\ &\Rightarrow 9000 = 24 \cdot (abc) \\ &\Rightarrow abc = 375 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{olduğundan } a + b + c &= 3 + 7 + 5 \\ &= 15 \text{ tir.} \end{aligned}$$

Cevap: A**12. $x = ab$ olduğuna göre,**

$$\begin{aligned} 1ab5 &= 1005 + ab0 \\ &= 1005 + 10 \cdot (ab) \\ &= 1005 + 10 \cdot x \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap: D**13. $4 \cdot (BA) = 3AB$**

$$\Rightarrow 4 \cdot (10 \cdot B + A) = 300 + 10 \cdot A + B$$

$$\Rightarrow 40 \cdot B + 4 \cdot A = 300 + 10 \cdot A + B$$

$$\Rightarrow 39 \cdot B = 300 + 6 \cdot A$$

$$\Rightarrow 13 \cdot B = 100 + 2 \cdot A \text{ olur.}$$

A ve B birer rakam olduğundan

$$100 < 13 \cdot B < 130 \text{ ve } 100 + 2 \cdot A$$

çift sayı olduğundan B de çift sayı olmalıdır.

Buna göre,

$$13 \cdot B = 104 \Rightarrow B = 8$$

$$104 = 100 + 2 \cdot A \Rightarrow A = 2,$$

$$\text{dolayısıyla } BA = 82 \text{ dir.}$$

Cevap: E**14. Problemde verilen hatalı çarpma işlemine göre,**

$$cd = 2 \cdot (ab) \text{ ve}$$

$$cd + ab = 102 \Rightarrow 3 \cdot (ab) = 102$$

$$\Rightarrow ab = 34$$

olduğundan çarpma işleminin doğru sonucu,

$$34 \cdot 12 = 408 \text{ dir.}$$

Cevap: A

15. $(ab)^2 - 2ab - (ba)^2 = 76$

$\Rightarrow (ab)^2 - (ba)^2 = 2ab + 76$

$\Rightarrow (ab - ba)(ab + ba) = 200 + ab + 76$

$\Rightarrow 99.(a^2 - b^2) = 276 + ab$

olduğuna göre, 99'un 276'dan büyük katları;
297, 396, ... 297 için $ab = 297 - 276 = 21$
396 için $ab = 396 - 276 = 120$ ve 120 iki basamaklı bir sayı olmadığından $ab = 21$ dir.
O halde, $a + b = 3$ tür.

Cevap: A

16. İki basamaklı bir sayının rakamlarının sayı değerleri 2 şer arttırıldığında, $2 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^1 = 22$ olduğundan her bir sayının değeri 22 artmaktadır. Buna göre, yirmi iki sayının toplamı, $22 \cdot 22 = 484$ artar. O halde,
 $x = 804 - 484 = 320$ dir.

Cevap: B

17. İşlemin sonucu 10 tabanında istendiğine göre, verilen sayıların 10 tabanındaki eşitlerini bulup işlem yapalım.

$(21)_3 = 2 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = 7,$

$(12)_3 = 1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 = 5$ ve

$[(21)_3]^2 - [(12)_3]^2 = 7^2 - 5^2$
 $= 24$ tür.

Cevap: A

18. $(1\ 2\ 0)_x = x^2 + 2x$ olduğundan,

$\downarrow \downarrow \downarrow$
2 1 0

$(1\ 2\ 0)_x = 24 \Rightarrow x^2 + 2x = 24$

$\Rightarrow x^2 + 2x - 24 = 0$

$\swarrow \searrow$
- 4 . 6

$\Rightarrow (x - 4) \cdot (x + 6) = 0$

$\Rightarrow x = 4$ veya $x = -6$

x verilen sayının tabanı olduğundan, $x \geq 3$ tür.
Buna göre, $x = 4$ olur.

Cevap: B

19. $(32)_a = (24)_b$

$\Rightarrow 3 \cdot a + 2 = 2 \cdot b + 4$

$\Rightarrow 3 \cdot a = 2 \cdot b + 2 \Rightarrow 3 \cdot a = 2 \cdot (b + 1)$ ve

$a \geq 4$ ve $b \geq 5$ olduğundan

$a = 4$ ve $b = 5$ değerleri elde edilen eşitliği sağlar.

O halde, $a + b$ nin en küçük değeri $4 + 5 = 9$ dur.

Cevap: A

20. $\frac{(23x)_6 + (3z4)_x}{(y63)_8}$ kesrinin payı en küçük, paydası

ise en büyük değerini aldığında bu kesrin değeri en küçük olur. Buna göre,

$0 \leq z < x < 6$ ve $x > 4$ ve $0 \leq y < 8$

olduğundan x ve z en küçük, y de en büyük seçilirse,

$x = 5, z = 0, y = 7$ dir.

O halde, $x + y + z = 12$ dir.

Cevap: B

21. 1. yol:

$$\begin{aligned}
(1023)_n \cdot (3)_n &= (3113)_n \\
\Rightarrow (1 \cdot n^3 + 2 \cdot n + 3) \cdot 3 &= 3 \cdot n^3 + 1 \cdot n^2 + 1 \cdot n + 3 \\
\Rightarrow n^2 - 5n - 6 &= 0 \\
\Rightarrow (n - 6)(n + 1) &= 0 \\
\Rightarrow n = 6 \text{ veya } n = -1 \text{ ve } n \geq 4 \\
\text{olduğundan } n &= 6 \text{ olur.}
\end{aligned}$$

2. yol:

Verilen çarpma işleminde,
 $3 \cdot 3 = 9$ olduğundan seçeneklerden 9 u böldüğünde 3 kalanını veren (sonucun birler basamağı 3 olduğundan) sadece 6 dir.

Cevap: C**23. 1. yol:**

3 tabanındaki rakamları farklı en büyük doğal sayı $(210)_3$ ve bu sayının 3 katı;
 $3 = (10)_3$ olduğundan,
 $(210)_3 \cdot (10)_3 = (2100)_3$ ve
 $9 = 3^2$ olduğundan

$$(2100)_3 = (xy)_9$$

$$(21)_3 = 7 = x$$

$$(00)_3 = 0 = y$$

O halde, $(210)_3 = (70)_9$ dur.

2. yol:

$$\begin{array}{r}
(210)_3 = 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 = 21 \text{ ve} \\
\downarrow \downarrow \downarrow \\
2 \quad 1 \quad 0
\end{array}$$

$21 \cdot 3 = 63$ olduğundan

$$\begin{array}{r|rr}
63 & 9 & 1 \\
63 & 7 & 0 \\
\hline
0 & & \\
- & & \\
0 & & \\
\hline
0 & &
\end{array}$$

olduğundan $(63)_{10} = (70)_9$ dur.

Cevap: E

$$22. a = (11)_b \Rightarrow a = b + 1 \dots (1)$$

$$c = (bb)_a \Rightarrow c = b \cdot (a + 1) \dots (2)$$

(1) eşitliğinden $b = a - 1$ değeri,

(2) eşitliğinde yerine yazılırsa

$$\begin{aligned}
\Rightarrow c &= (a - 1)(a + 1) \\
&= a^2 - 1
\end{aligned}$$

olduğundan c nin değeri bir doğal sayının karesinin 1 eksiği olmalıdır. Seçeneklerde bir doğal sayının karesinin 1 eksiği olan 8 dir.

Cevap: D

$$24. 7 \cdot 5^3 + 15 = (5 + 2) \cdot 5^3 + 3 \cdot 5$$

$$= 1 \cdot 5^4 + 2 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^1 \text{ olduğundan,}$$

$$7 \cdot 5^3 + 15 = (12030)_5 \text{ tir.}$$

Cevap: D

CEVAPLI TEST – 1

1. 4 ve 5 sayı tabanını göstermektedir.

$$(324)_5 = (ab2c)_4$$

olduğuna göre, $(a + b + c)$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. a ve 7 sayı tabanı ve a bir rakam olmak üzere,

$$(43)_a + (a3)_7 = 72$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

3. $(xy)_z$, z tabanında iki basamaklı bir sayıdır.

$$(xy)_z = 5.x + y$$

olduğuna göre, $(xy)_z$ sayısının alabileceği en büyük değer 10 tabanında kaçtır?

- A) 24 B) 23 C) 22 D) 21 E) 20

4. x, y ve z birbirinden farklı rakamlar ve 166m dört basamaklı bir doğal sayı olmak üzere,

$$\begin{array}{r} x y z \\ y z x \\ z x y \\ + \\ \hline 166m \end{array}$$

toplama işlemini sağlayan üç basamaklı en küçük xyz doğal sayısı kaçtır?

- A) 249 B) 179 C) 173 D) 169 E) 159

5. aaa, bbb ve ccc üç basamaklı aa ve ac iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\begin{aligned} aaa + bbb + ccc &= 888 \\ aa - b &= ac \end{aligned}$$

olduğuna göre, $b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $a \neq c$ ve a,bc ile c,ba ondalık sayılardır.

$$\frac{(a,bc) - (c,ba)}{a - c}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 99 B) 10,1 C) 1,01 D) 9,9 E) 0,99

7. Üç basamaklı abc doğal sayısının yüzler ve birler basamağındaki rakamlarının yerleri değiştirildiğinde sayının değeri 297 büyüdüğüne göre, en küçük c değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. abc, cba ve $xy2$ üç basamaklı doğal sayılardır.

$$abc - cba = xy2$$

olduğuna göre, $\frac{x+y}{a-c}$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. Üç basamaklı abc doğal sayısı, iki basamaklı ab doğal sayısından 481 fazla olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 17 D) 19 E) 20

10. $(234)_7 + (665)_7 + (563)_7 - (456)_7$

işleminin sonucunun 7 tabanındaki değeri kaçtır?

- A) 1253 B) 1436 C) 1336
D) 1523 E) 1364

11. 6 sayı tabanı ve $b \neq 0$ dir.

$$(ab)_6 - (ba)_6 = 20$$

olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ değeri kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

12. a ve b rakam, c ve 4 sayı tabanı olmak üzere,

$$(ab)_c + (ba)_c = (301)_4$$

$$a + b = 7$$

olduğuna göre, c kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

13. 7 tabanında yazılabilecek üç basamaklı en büyük sayının $(12)_{10}$ fazlası, 7 tabanında kaçtır?

- A) 101 B) 114 C) 1002
D) 1014 E) 104

14. $(321)_4 + (5a)_7 = (342)_5$

eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

15. x sayı tabanı ve $x > 5$ tir.

$$(abcd)_x = 2x^3 + x + 5$$

olduğuna göre, a + b + c + d toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

16. c ve d sayı tabanı ve a, b, c birer rakam olmak üzere,

$$(ab)_c > (bc)_d$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a > b > c > d$ B) $d > a > b > c$
C) $d > a > c > b$ D) $d > c > a > b$
E) $d > c > b > a$

17. Yandaki çıkarma işleminde $x < 5$ olduğuna göre, $b - a$ farkı kaçtır?

$$\begin{array}{r} 6bx \\ - 527 \\ \hline 1xa \end{array}$$

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

18. $a > b > c$ olmak üzere; aa, bb ve cc iki basamaklı doğal sayılardır.

$$aa + bb + cc = 154$$

olduğuna göre, a - b farkı en çok kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

19. abc ve bac üç basamaklı, ac ve ca iki basamaklı doğal sayılardır.

$$abc - bac = 270$$

$$ac + ca = 77$$

olduğuna göre, b + c toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

20. abc üç basamaklı bir doğal sayı ve x reel sayıdır.

$$x \cdot a = 0,2 \quad x \cdot b = 0,6 \quad x \cdot c = 0$$

olduğuna göre, $x \cdot (abc)$ kaçtır?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 26 E) 27

CEVAP ANAHTARI

1-B	2-C	3-A	4-E	5-D	6-E	7-D	8-B	9-A	10-C
11-B	12-C	13-D	14-B	15-C	16-D	17-E	18-B	19-C	20-D

CEVAPLI TEST – 2

1. İki basamaklı en büyük negatif tek sayı ile iki basamaklı en küçük pozitif çift sayı arasındaki fark kaçtır?

A) -21 B) -22 C) -23 D) -25 E) 0

$$\begin{array}{r} \text{a b c} \\ + \text{x y z} \\ \hline 1524 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{a b c} \\ - \text{x y z} \\ \hline 154 \end{array}$$

işlemleri veriliyor.

Buna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

A) 20 B) 18 C) 16 D) 15 E) 12

3. 6 ve 8 sayı tabanıdır.

$$(aba)_6 = (17a)_8$$

olduğuna göre, b değeri kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

4. a, b, c, d birer rakam olmak üzere,

$$a + b = b + c = c + d$$

şartını sağlayan 3550 den küçük $abcd$ biçimindeki dört basamaklı en büyük doğal sayının rakamları toplamı kaçtır?

A) 22 B) 20 C) 18 D) 16 E) 14

5. 5 ve y sayı tabanı, x bir rakamdır.

$$(xxx)_5 = (xx)_y$$

olduğuna göre, y kaçtır?

A) 10 B) 15 C) 18 D) 30 E) 38

6. 5 ve 8 sayı tabanını göstermek üzere,

$$(334)_5 - (37)_8$$

farkının 6 tabanındaki eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 341 B) 143 C) 321 D) 333 E) 123

7. (ab) ve (cd) iki basamaklı doğal sayılar olmak üzere, $(ab) \cdot (cd)$ çarpımında a rakamı 3 artırılıp, c rakamı 3 azaltıldığında çarpımın değeri 360 azaldığına göre, (ab) sayısı (cd) sayısından kaç eksiktir?

A) 18 B) 38 C) 42 D) 60 E) 90

8. 5 tabanındaki $(41m)_5$ sayısı, 4 tabanındaki $(21)_4$ sayısına tam bölünebildiğine göre, m kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

9. 3 ve 4 sayı tabanını göstermek üzere,

$$(23)_4 = (1ab)_3$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. A, B ve C birbirlerinden farklı rakamlardır.

$$\begin{array}{r} A \\ AB \\ ABC \\ + \\ \hline BCB \end{array}$$

Yandaki toplama işlemine göre,

$A^2 + B^2 + C^2$ kaçtır?

A) 101 B) 99 C) 97 D) 95 E) 92

11. Rakamları birbirinden farklı, dört basamaklı pozitif bir tamsayının rakamlarının sayı değerlerinin çarpımı 72 dir.

Bu koşula uyan en büyük dört basamaklı tamsayının yüzler basamağındaki rakam kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 1

12. 2 tabanındaki $(1110111001)_2$ sayısının 8 tabanındaki değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1761 B) 1657 C) 1671
D) 2672 E) 1072

13. 8 tabanındaki $(105)_8$ sayısının 2 tabanındaki eşiti kaç basamaklı bir sayıdır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

14. 5 sayı tabanını göstermektedir.

$$\frac{(110)_5 \cdot (10)_5}{(11)_5}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $(100)_5$ B) $(101)_5$ C) $(102)_5$
D) $(121)_5$ E) $(144)_5$

15. x ve y farklı rakamlar ve (xy) iki basamaklı bir doğal sayıdır.

$x^2 - y^2 = 5$ olduğuna göre, $(xy)^2 - (yx)^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 9 B) 11 C) 66 D) 99 E) 495

16. n sayı tabanı olmak üzere,

$$(214)_n + (343)_n = (1001)_n$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

17. a sayı tabanını göstermektedir.

$$(134)_a \cdot (4)_a = (1201)_a$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

18. $a > 4$ olmak üzere,

$$A = 3a^5 + 2a^3 + 4a + 2$$

olduğuna göre, A sayısının a tabanındaki eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(320042)_a$ B) $(302024)_a$ C) $(312134)_a$
D) $(302042)_a$ E) $(320420)_a$

19. x iki basamaklı bir doğal sayı ve x in rakamları yer değiştirildiğinde elde edilen doğal sayı y dir.

$x > y$ olmak üzere, $x + y = 77$ eşitliğini sağlayan kaç farklı x sayısı vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

20. $x > y > z$ olmak üzere; x, y, z ardışık rakamlar ve xy, xz ve yz iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\frac{xy + yz + zx}{33}$$

kesrinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 2$ B) $x - 1$ C) $x + 1$
D) x E) $x + 2$

CEVAP ANAHTARI

1-A	2-A	3-D	4-D	5-D	6-B	7-A	8-D	9-B	10-A
11-C	12-C	13-B	14-A	15-E	16-B	17-A	18-D	19-B	20-B

3. BÖLÜM

BÖLÜNEBİLME, ÖBEB-ÖKEK

A. BÖLME

A, B, C, K doğal sayı ve $A > B$ olsun.

A: Bölünen

B: Bölün

C: Bölüm

K: Kalan

$$\begin{array}{r} A \quad B \\ : \quad C \\ \hline K \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre,

- 1) $A = B \cdot C + K$
- 2) $K < B$
- 3) $K = 0$ ise A sayısı B sayısına tam bölünür.

Sonuç:

A, B, x, m, n, c pozitif tamsayılar olmak üzere, A'nın x'e bölümünden kalan m, B'nin x'e bölümünden kalan n olsun.

- 1) A.B'nin x'e bölümünden kalan m.n dir.
- 2) $A \pm B$ nin x'e bölümünden kalan $m \pm n$ dir.
- 3) $c.A$ nın x'e bölümünden kalan c.m dir.
- 4) A^c nin x'e bölümünden kalan m^c dir.

Burada; m.n, $m \pm n$, c.m ve m^c sayıları x'ten küçük değilse bu değerler x'e tekrar bölünerek kalan belirlenir.

Örnek:

$A + 3$ sayısının 9 ile bölümünde, bölüm 10 ve kalan 4 tür.

Buna göre, A'yı bulalım.

Çözüm:

$$A + 3 = 9 \cdot 10 + 4$$

$$A + 3 = 94$$

$$A = 91 \text{ olur.}$$

$$\begin{array}{r} A + 3 \quad 9 \\ : \quad 10 \\ \hline 4 \end{array}$$

Örnek:

M ve n pozitif tamsayıdır.

$$\begin{array}{r} M \quad 30 \\ : \quad n \\ \hline n^2 \end{array}$$

olduğuna göre, M'nin alabileceği en büyük değeri bulalım.

Çözüm:

Yandaki bölme işleminde $n^2 < 30$ olmalıdır.

O halde, n'nin en büyük tam-sayı değeri 5 olur.

$$\begin{array}{r} M \quad 30 \\ : \quad n \\ \hline n^2 \end{array}$$

Buradan, $n = 5$ için $M = 30 \cdot n + n^2$
 $= 30 \cdot 5 + 5^2$
 $= 150 + 25$
 $= 175 \text{ olur.}$

Örnek:

Toplamları 130 olan pozitif iki tamsayıdan büyüğü küçüğüne bölündüğünde bölüm 2, kalan 10 dur. Buna göre, küçük sayıyı bulalım.

Çözüm:

Büyük sayı b, küçük sayı k olsun.

Bu iki sayının toplamı 130 olduğuna göre,

$$b + k = 130 \dots (1) \text{ dir.}$$

Büyük sayı küçük sayıya bölündüğünde bölüm 2, kalan 10 olduğuna göre,

$$\begin{array}{r} b \quad k \\ : \quad 2 \\ \hline 10 \end{array} \Rightarrow b = 2k + 10 \dots (2) \text{ dir.}$$

(1) eşitliğinden elde edilen $b = 130 - k$ değerinin (2) eşitliğinde yerine yazılmasıyla k bulunur.

$$b = 2k + 10 \Rightarrow 130 - k = 2k + 10$$

$$130 - 10 = 2k + k$$

$$3k = 120$$

$$k = 40 \text{ tır.}$$

Örnek:

x, y, z pozitif tamsayılarıdır.

$$\begin{array}{r|l} x & y \\ \vdots & 2 \\ \hline 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} y & z \\ \vdots & 3 \\ \hline 2 & \end{array}$$

olduğuna göre, x in 6 ile bölümünden kalanı bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r|l} x & y \\ \vdots & 2 \\ \hline 1 & \end{array} \Rightarrow x = 2 \cdot y + 1 \dots (1) \text{ dir.}$$

$$\begin{array}{r|l} y & z \\ \vdots & 3 \\ \hline 2 & \end{array} \Rightarrow y = 3 \cdot z + 2 \dots (2) \text{ dir.}$$

y nin (2) eşitliğindeki değeri (1) de yerine yazılırsa,

$$x = 2 (3 \cdot z + 2) + 1 = 6z + 5$$

elde edilir. x = 6z + 5 eşitliğinden de x in 6 ile bölümünden elde edilen kalanın 5 olduğu görülür.

B. TAM BÖLÜNEBİLME KURALLARI

Bu bölümde 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 ve 11 ile bölünebilme kurallarını ele alacağız.

1) 2 ile Bölünebilme

Çift sayılar 2 ile tam bölünür. Çift sayıların 2 ile bölümünden kalan sıfır, tek sayıların 2 ile bölümünden kalan ise 1 dir.

Örnek:

20, 86, 142, 0, 2000, ... sayıları çift olduğu için 2 ile tam bölünür.

41, 883, 2001, 1453, ... sayıları tek olduğu için 2 ile bölümünden kalan 1 dir.

2) 3 ile Bölünebilme

Rakamlarının sayı değerlerinin toplamı 3 ün katı olan sayılar 3 ile tam bölünür.

Bir sayının 3 e bölümünden kalan, rakamlarının sayı değerleri toplamının 3 e bölümünden kalana eşittir.

Örnek:

17760 sayısı 3 ile tam bölünür. Çünkü, $1 + 7 + 7 + 6 + 0 = 21$ ve 21 de 3 ün katıdır.

Örnek:

43210 sayısının 3 ile bölümünden kalanı bulalım.

Çözüm:

$$43210 \rightarrow 4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 10 = 3 \cdot 3 + 1$$

43210 sayısının rakamlarının sayı değerlerinin toplamının 3 e bölümünden kalan 1 olduğu için 43210 sayısının 3 e bölümünden kalan 1 dir.

3) 4 ile Bölünebilme

Son iki (birler ile onlar) basamağı (iki basamaklı sayı gibi düşünülerek) 4 ün katı olan sayılar 4 ile tam bölünür, kalan ise bu sayı 4 ile bölünerek bulunur.

Örnek:

1) 1348 sayısı 4 e tam bölünür.

Çünkü $48 = 4 \cdot 12$ olup 4 ün 12 katıdır.

2) 78300 sayısı 4 e tam bölünür. Çünkü 00 sayısı $4 \cdot 0$ olup 4 ün 0 katıdır. (0, sıfırdan başka her sayıya tam bölünür.)

3) 19108 sayısı 4 e tam bölünür.

Çünkü $08 = 4 \cdot 2$ olup 4 ün 2 katıdır.

Örnek:

1234 sayısının 4 e bölümünden kalanı bulalım.

Çözüm:

1234 sayısının 4 e bölümünden kalan 34 sayısının 4 e bölümünden kalana eşittir.

$34 = 4 \cdot 8 + 2$ olduğundan 34 sayısının 4 e bölümünden kalan 2 dir.

4) 5 ile Bölünebilme

Birler basamağı 0 veya 5 olan sayılar 5 e tam bölünür.

Bir sayının 5 e bölümünden kalan, bu sayının birler basamağındaki rakamın 5 e bölümünden kalandır.

15, 25, 30, 55, 195, 1240, 1300 sayıları 5 ile tam bölünür.

Örnek:

- 1) 713 sayısının 5 e bölümünden kalan 3 tür.
Çünkü 3 ün 5 e bölümünden kalan 3 tür.
- 2) 6217 sayısının 5 e bölümünden kalan 2 dir.
Çünkü 7 nin 5 e bölümünden kalan 2 dir.

5) 6 ile Bölünebilme

Hem 2 ile hem de 3 ile tam bölünebilen sayılar (3 ile tam bölünebilen çift sayılar) 6 ile tam bölünür.

Uyarı:

a ve b pozitif tamsayılarına bölünebilen bir sayı, bu iki sayının en küçük ortak katına da tam bölünür. Aralarında asal iki sayının her birine tam bölünebilen bir sayı, bu iki sayının çarpımına da tam bölünür.

4 e ve 6 ya bölünebilen sayılar, 4 ve 6 nın en küçük ortak katına tam bölünür, ancak $6 \cdot 4 = 24$ e her zaman tam bölünmeyebilir.

- 2 ye ve 3 e bölünen sayılar 6 ya,
3 e ve 5 e bölünen sayılar 15 e,
4 e ve 5 e bölünen sayılar 20 ye
5 e ve 6 ya bölünen sayılar 30 a tam bölünür.
6 ya ve 15 e bölünen her sayı 90 a bölünmeyebilir.
Çünkü 6 ile 15 aralarında asal değildir.

Örnek:

- 1) 324 sayısı 2 ye ve 3 e tam bölündüğünden 6 ya da tam bölünür.
- 2) 111102 çift sayısı 3 e tam bölündüğünden 6 ya da tam bölünür.
- 3) 615 sayısı 3 e ve 5 e tam bölündüğünden 15 e de tam bölünür.

6) 8 ile Bölünebilme

(... abcde) sayısında son üç rakamın oluşturduğu (cde) sayısı 8 ile tam bölünebiliyor ise (... abcde) sayısı da 8 ile tam bölünür.
(... abcde) sayısının 8 e bölümünden kalan (cde) sayısının 8 e bölümünden kalana eşittir.

Uyarı:

(cde) sayısında c çift sayı iken (de) 8 in katı olduğunda, c tek sayı iken (de) 8 e tam bölünmeyip 4 e tam bölündüğünde, (... abcde) sayısı 8 e tam bölünür.

Örnek:

- 1) 97120 sayısı 8 e tam bölünür.
Çünkü 120 sayısı 8 e tam bölünür.
($120 = 8 \cdot 15$ veya 1 tek sayı ve 20 4 ün katı ve 8 e bölünmüyor.)

- 2) 176000 sayısı 8 e tam bölünür.

Çünkü 000 sayısı 8 e tam bölünür.
($000 = 8 \cdot 0$)

- 3) 111020 sayısının 8 e bölümünden kalan 4 tür.
Çünkü, 20 sayısının 8 e bölümünden kalan 4 tür. ($20 = 8 \cdot 2 + 4$)

7) 9 ile Bölünebilme

Rakamlarının sayı değerlerinin toplamı 9 un katı olan sayılar 9 ile tam bölünür. Bir sayının 9 a bölümünden kalan ise bu sayının rakamlarının sayı değerleri toplamının 9 a bölümünden kalana eşittir.

Örnek:

201726 sayısı 9 a tam bölünür. Çünkü, bu sayının rakamlarının sayı değerlerinin toplamı:
 $201726 \rightarrow 2 + 0 + 1 + 7 + 2 + 6 = 18$ dir.
 $18 = 2 \cdot 9$ olup 9 un 2 katıdır.

Örnek:

535353 sayısının 9 a bölümünden kalanı bulalım.

Çözüm:

$535353 \rightarrow 5 + 3 + 5 + 3 + 5 + 3 = 24 = 2 \cdot 9 + 6$
olduğundan 535353 sayısının 9 a bölümünden kalan 6 dir.

Örnek:

10001 sayısının 9 a bölümünden kalanı bulalım.

Çözüm:

$10001 \rightarrow 1 + 0 + 0 + 0 + 1 = 2$
olduğundan 10001 sayısının 9 a bölümünden kalan 2 dir.

8) 10 ile Bölünebilme

Birler basamağı sıfır olan sayılar 10 ile tam bölünür. Bir sayının birler basamağındaki rakam bu sayının 10 a bölümünden kalandır.

Örnek:

- 1) 41090 sayısı 10 ile tam bölünür.
Çünkü, birler basamağındaki rakam sıfırdır.
- 2) 172, 741, 78 ve 43 sayılarının 10 ile bölümünden kalanlar sırasıyla 2, 1, 8 ve 3 tür.

9) 11 ile Bölünebilme

abcdef altı basamaklı bir sayı olsun.
 $abc \quad def \rightarrow (b + d + f) - (a + c + e) = 11 \cdot k, k \in \mathbb{Z}$
ise abcdef sayısı 11 ile tam bölünür.

Örnek:

- 1) 491821 sayısı 11'e tam bölünür. Çünkü,

$$\begin{array}{r} 491821 \\ - + - + - + \\ \hline \end{array} \rightarrow (9 + 8 + 1) - (4 + 1 + 2) = 11 \text{ dir.}$$
- 2) 917081 sayısı 11'e tam bölünür. Çünkü,

$$\begin{array}{r} 917081 \\ - + - + - + \\ \hline \end{array} \rightarrow (1 + 0 + 1) - (9 + 7 + 8) = -22 = -2.11 \text{ dir.}$$

Örnek:

9 ile tam bölünebilen dört basamaklı $3a2b$ sayısı 10 ile bölündüğünde 8 kalanını vermektedir. Buna göre, a yı bulalım.

Çözüm:

$3a2b$ sayısı 10 ile bölündüğünde kalan 8 ise $b = 8$ dir. $3a28$ sayısı 9 ile tam bölündüğünden $3a28$ sayısının rakamlarının sayı değerleri toplamı 9'un katıdır. O halde, $3 + a + 2 + 8 = 13 + a = 9.k$ ifadesinde $k = 2$ için,
 $13 + a = 9.2 \Rightarrow 13 + a = 18 \Rightarrow a = 5$ tir.

Örnek:

Beş basamaklı $3a61b$ sayısı 30 ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre, a nın alabileceği en büyük değeri bulalım.

Çözüm:

3 ve 10, 30'un çarpanları olduğundan 30 ile bölünebilen sayılar 3 ve 10 ile tam bölünür. O halde, $3a61b$ sayısı 10 ile tam bölündüğünden $b = 0$ dir. $3a610$ sayısı 3 ile tam bölündüğünden rakamlarının sayı değerleri toplamı 3'ün katı olmalıdır.
 $3a610 \Rightarrow 3 + a + 6 + 1 + 0 = 3k \Rightarrow 10 + a = 3k$ ifadesinde $k = 6$ için a nın alabileceği en büyük değer 8 olur.
 $10 + a = 3.6 \Rightarrow 10 + a = 18 \Rightarrow a = 8$ dir.

Örnek:

Birler basamağı 6 olan üç basamaklı sayılardan, 9 ile bölünebilen en büyük sayının 6 ile bölünebilen en küçük pozitif sayıdan kaç fazla olduğunu bulalım.

Çözüm:

Birler basamağı 6 olan üç basamaklı sayılardan 9 ile bölünebilen en büyük sayı 936, 6 ile bölünebilen en küçük pozitif sayı 126'dır. İstenilen sonuç, $936 - 126 = 810$ dur.

Örnek:

Beş basamaklı $4x53y$ sayısı 12 ile tam bölünebildiğine göre, $x + y$ toplamının alabileceği en büyük değeri bulalım.

Çözüm:

12 ile bölünebilme kuralı yerine 3 ve 4 ile bölünebilme kuralına bakmak yeterlidir. $4x53y$ sayısı 4 ile tam bölünebildiğine göre, y nin alabileceği değerler 2 veya 6 olduğundan, y nin alabileceği en büyük değer 6'dır.
 $4x536$ sayısı 3 ile tam bölünebildiğine göre, x in alabileceği değerler 0, 3, 6, 9 olduğundan, x in alabileceği en büyük değer 9'dur.
 O halde, $x + y = 9 + 6 = 15$ tir.

Örnek:

Beş basamaklı $7a32b$ sayısı 44 ile tam bölünebildiğine göre, $a + b$ nin alabileceği en büyük değeri bulalım.

Çözüm:

44 ile bölünebilme yerine 4 ve 11 ile bölünebilme kuralına bakmak yeterlidir. $7a32b$ sayısı 4 ile tam bölünebildiğine göre, b nin alabileceği değerler 0, 4, 8 olduğundan, $b = 8$ dir.
 $7a328$ sayısı 11 ile tam bölünebildiğine göre,

$$\begin{array}{r} 7a328 \\ + - + - + \\ \hline \end{array} \rightarrow (7 + 3 + 8) - (a + 2) = 11.k$$

$$k = 1 \text{ için } 18 - (a + 2) = 11.1$$

$$18 - a - 2 = 11$$

$$16 - a = 11$$

$$a = 5 \text{ tir.}$$

O halde, $a + b = 5 + 8 = 13$ tür.

Örnek:

x sayısının 15 ile bölümünden kalan 8 olduğuna göre, 5 ile bölümünden kalanı bulalım.

Çözüm:

Verilenlere göre,
 $x = 15.k + 8 = 15.k + 5 + 3 = 5(3k + 1) + 3$ olduğundan x in 5 ile bölümünden kalan 3 tür.

C. BİR SAYININ ASAL ÇARPANLARINA AYRILMASI

120 sayısını asal çarpanlarına ayıralım.

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

2, 3, 5 sayıları

120 nin asal çarpanlarıdır.

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

Örnek:

450 sayısının asal sayı çarpanlarının toplamını bulalım.

Çözüm:

$$450 = 45 \cdot 10 = 5 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 5 = 3^2 \cdot 2 \cdot 5^2$$

450 sayısının asal sayı çarpanları 2, 3 ve 5 tir.

Asal sayı çarpanlarının toplamı, $2 + 3 + 5 = 10$ dur.

D. BİR DOĞAL SAYININ TAM BÖLENLERİ

A sayısının asal çarpanlarına ayrılmış şekli,

$$A = x^m \cdot y^n \cdot z^r \text{ olsun.}$$

(1) A'nın $(m+1) \cdot (n+1) \cdot (r+1)$ tane pozitif tam bölene vardır.

(2) A'nın pozitif bölenerinin sayısı kadar da negatif böleneri olduğundan, $2 \cdot (m+1) \cdot (n+1) \cdot (r+1)$ tane tam bölene vardır.

(3) A'nın pozitif tamsayı bölenerinin toplamı,

$$\frac{1-x^{m+1}}{1-x} \cdot \frac{1-y^{n+1}}{1-y} \cdot \frac{1-z^{r+1}}{1-z} \text{ dir.}$$

(4) A'nın tam bölenerinin toplamı sıfırdır.

(5) A'nın asal bölenerinin sayısı 3 tür.

Bunlar x, y, z dir.

(6) A'nın pozitif bölenerinin çarpımı,

$$A \cdot \frac{(m+1)(n+1)(r+1)}{2} \text{ dir.}$$

Örnek:

90 sayısını inceleyelim.

$$90 = 9 \cdot 10 = 3^2 \cdot 2 \cdot 5 \text{ tir.}$$

1) 90 sayısının pozitif tam bölenerinin sayısı,
 $(2+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) = 12$ dir.

Bu on iki tane sayı 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90 dir.

2) Pozitif tam bölenerinin sayısı kadar da (12) negatif tam bölene olduğundan 90 sayısının, $2 \cdot 12 = 24$ tane tam bölene vardır.

3) 90 sayısının pozitif tam bölenerinin toplamı,

$$\frac{1-3^3}{1-3} \cdot \frac{1-2^2}{1-2} \cdot \frac{1-5^2}{1-5} = \frac{1-27}{-2} \cdot \frac{1-4}{-1} \cdot \frac{1-25}{-4}$$

$$= \frac{26}{2} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{24}{4}$$

$$= 13 \cdot 3 \cdot 6$$

$$= 234 \text{ tür.}$$

4) 90 sayısının tam bölenerinin toplamı sıfırdır.

5) 90 sayısının pozitif tam bölenerinin çarpımı,

$$\frac{(2+1)(1+1)(1+1)}{2} = 90^6 \text{ dir.}$$

Örnek:

56 sayısının asal olmayan pozitif tam bölenerinin sayısını bulalım.

Çözüm:

$$56 = 7 \cdot 8 = 7 \cdot 2^3 \text{ tür. } 56 \text{ sayısının}$$

$(1+1) \cdot (3+1) = 2 \cdot 4 = 8$ tane pozitif tam bölene vardır. Bu 8 tane sayıdan iki tanesi (2 ve 7) asal sayı diğer altı tanesi asal olmayan pozitif tam bölenedir.

Örnek:

90 sayısını hangi en küçük pozitif tamsayı ile çarpılırsa, çarpımın bir doğal sayının karesi olduğunu bulalım.

Çözüm:

$$x \in \mathbb{Z}^+, y \in \mathbb{N}, 90 \cdot x = y^2$$

ise x değerini bulalım.

$$2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot x = y^2 \text{ ifadesinde,}$$

$$x = 2 \cdot 5 = 10 \text{ için } y^2 = 10^2 \cdot 3^2$$

$$\text{ise, } y = 10 \cdot 3 = 30 \text{ olur.}$$

En küçük x pozitif tamsayısının 10 olduğu görülür.

Örnek:

n bir doğal sayıdır.

$$A = 6^n \cdot 4$$

sayısının 24 tane pozitif tam böleni olduğuna göre, n değerini bulalım.

Çözüm:

$A = 6^n \cdot 4 = 2^n \cdot 3^n \cdot 2^2 = 2^{n+2} \cdot 3^n$ olduğuna göre,
A sayısının pozitif tam bölenlerinin sayısı,
 $(n + 2 + 1) \cdot (n + 1) = 24$ tür.

$$\begin{aligned} (n + 3) \cdot (n + 1) &= 24 \Rightarrow n^2 + 4n + 3 = 24 \\ &\Rightarrow n^2 + 4n - 21 = 0 \\ &\Rightarrow (n + 7)(n - 3) = 0 \\ &\Rightarrow n = 3 \text{ veya } n = -7 \text{ dir.} \end{aligned}$$

n doğal sayı olduğundan, $n = 3$ tür.

E. OBEB - OKEK

İki veya daha fazla doğal sayıyı birlikte bölebilen en büyük doğal sayıya bu sayıların ortak bölenlerinin en büyüğü denir ve OBEB şeklinde gösterilir.

İki veya daha fazla sayının hepsinin birden katı olan en küçük doğal sayıya bu sayıların ortak katlarının en küçüğü denir ve OKEK şeklinde gösterilir.

Sonuç:

- 1) a, b doğal sayı ve $a < b$ ise,
OBEB $(a, b) \leq a < b \leq$ OKEK (a, b) dir.
- 2) a ve b doğal sayı ise,
 $a \cdot b =$ OKEK $(a, b) \cdot$ OBEB (a, b) dir.
- 3) a ile b aralarında asal ise,
OBEB $(a, b) = 1$ dir.
- 4) a ile b aralarında asal ise,
OKEK $(a, b) = a \cdot b$ dir.

Uyarı:

(2) ve (4) sonucu, sadece iki sayı için geçerlidir.

Örnek:

60 ile 96'nın OKEK ve OBEB ini bulalım.

60	96	2 ☆
30	48	2 ☆
15	24	2
15	12	2
15	6	2
15	3	3 ☆
5	1	5
1		

Çözüm:

İki sayının ortak bölenlerinin ya-
nına ☆ işareti konulmuştur. 60
ile 96 sayısının OBEB i ya-
nında ☆ işareti bulunan sayıla-
rın çarpımı $(2 \cdot 2 \cdot 3 = 12)$ dir.
60 ile 96 sayısının OKEK i ise
bütün bölenlerin çarpımı $(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 480)$ dir.

Örnek:

123, 172, 269 sayıları en büyük pozitif bir x sayı-
sına bölünce sırasıyla 3, 4, 5 kalanları elde
ediliyor.

Buna göre, x değerini bulalım.

Çözüm:

123, 172, 269 sayıları x ile bölündüğünde sıra-
sıyla 3, 4, 5 kalanını verdiğine göre;
 $123 - 3 = 120$, $172 - 4 = 168$, $269 - 5 = 264$ sa-
yıları x ile tam bölünür. x sayısı 120, 168 ve 264
sayılarını bölen en büyük sayıdır.

120	168	264	2 ☆
60	84	132	2 ☆
30	42	66	2 ☆
15	21	33	3 ☆
5	7	11	5
1	7	11	7
	1	11	11
		1	

120, 168, 264 sayılarının ortak bölenlerinin en bü-
yüğü olan x değeri, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$ tür.

Örnek:

x sayısı ile 48 sayısının OBEB i 12 ve OKEK i
144 olduğuna göre, x değerini bulalım.

Çözüm:

x ile 48 sayısının çarpımı, OKEK i ile OBEB inin
çarpımına eşittir. O halde,
 $x \cdot 48 = 12 \cdot 144 \Rightarrow x = 36$ dir.

Örnek:

Kenar uzunlukları 21 m ve 70 m olan dikdörtgen şeklindeki bir tarlanın etrafına ve köşelerine eşit aralıklarla fidan dikilecektir.

Bu iş için en az kaç fidana ihtiyaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

Fidan sayısının en az olması fidanlar arasındaki uzunluğun en büyük seçilmesine bağlıdır. Buna göre, komşu iki fidan arasındaki uzaklık 21 ile 70 i bölen en büyük sayı olmalıdır.

OBEK (21, 70) = 7 dir.

21	70	2
21	35	3
7	35	5
7	7	7 ☆
1	1	

$$\begin{aligned} \text{Fidan Sayısı} &= \frac{\text{Tarlanın çevresi}}{\text{İki fidan arasındaki uzaklık}} \\ &= \frac{2(21 + 70)}{7} \\ &= \frac{2 \cdot 91}{7} = 2 \cdot 13 = 26 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

20 ile bölündüğünde 15 ve 25 ile bölündüğünde 20 kalanını veren en küçük doğal sayıyı bulalım.

Çözüm:

İstenen sayı x olsun. x in 20 ile bölümünden kalan 15 ve 25 ile bölümünden kalan 20 olduğuna göre, $x + 5$ sayısı hem 20 ile hem de 25 ile tam bölünür. $x + 5$ in en küçük değeri 20 ile 25 in OKEK idir.

OKEK (20, 25) = 100 dür.

$x + 5 = 100 \Rightarrow x = 95$ tir.

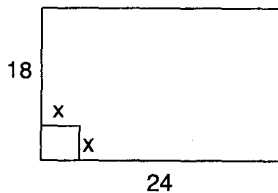
Örnek:

Eni 18 m ve boyu 24 m olan dikdörtgen şeklindeki bir yüzey kare şeklindeki fayanslarla kaplanacaktır.

Buna göre, en az kaç fayansa ihtiyaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

Fayansın bir kenarının uzunluğu x m olsun. x , hem 18 i hem de 24 ü bölebilen bir sayı olmalıdır.



En az sayıda fayans kullanılması için x en büyük değerini almalıdır.

O halde, $x = \text{OBEK} (18, 24) = 6$ dir.

$$\begin{aligned} \text{Fayans Sayısı} &= \frac{\text{Dikdörtgenin alanı}}{\text{Bir fayansın alanı}} \\ &= \frac{18 \cdot 24}{6 \cdot 6} = 12 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek:

Bir artist mektuplarını 5 er, 6 şar ve 8 er saydığında daima 2 mektubu artıyor.

Bu artistin en az kaç mektubu olabileceğini bulalım.

Çözüm:

Bu artistin x tane mektubu olsun. Eğer 2 tane mektubu olmasaydı, kalan mektuplarının sayısı hem 5 in hem 6 nın hem de 8 in tamsayı katı olurdu. O halde, $x - 2$ sayısı 5, 6 ve 8 in katı olmalıdır.

$x - 2$ nin en küçük değeri için, $x - 2 = \text{OKEK} (5, 6, 8)$ olmalıdır.

OKEK (5, 6, 8,) = 120 dir.

O halde, $x - 2 = 120 \Rightarrow x = 122$ dir.

Örnek:

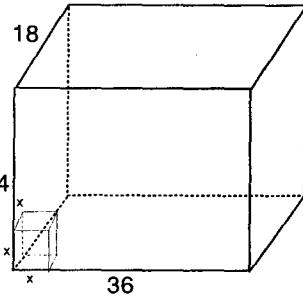
Boyutları 18 m, 24 m ve 36 m olan dikdörtgenler prizması biçimindeki bir depoya en büyük hacimde ve küp biçiminde, en çok kaç sandık yerleştirilebileceğini bulalım.

Çözüm:

Küp biçimindeki sandığın bir kenarı x m olsun. Sandığın bir kenarının uzunluğu (x), 18, 24 ve 36 nın bir bölünebilir olmalıdır. Sandığın hacminin en büyük olması için x in yeterince büyük seçilmesi gereklidir.

O halde, $x = \text{OBEK} (18, 24, 36) = 6$ metredir.

$$\begin{aligned} \text{Sandık Sayısı} &= \frac{\text{Deponun hacmi}}{\text{Bir sandığın hacmi}} \\ &= \frac{18 \cdot 24 \cdot 36}{6 \cdot 6 \cdot 6} = 72 \text{ dir.} \end{aligned}$$



ÇÖZÜMLÜ TEST

1. Toplamları 205 olan iki doğal sayıdan büyüğü küçüğüne bölündüğünde bölüm 8 ve kalan 7 dir.

Buna göre, büyük sayı kaçtır?

- A) 177 B) 180 C) 183 D) 185 E) 188

2. A, B, C doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r} A \mid B \\ \vdots \quad 4 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} B \mid C \\ \vdots \quad 5 \\ \hline 3 \end{array}$$

olduğuna göre, A'nın 10 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 4 D) 3 E) 1

3. M sayısının 36 ya bölümünden kalan 17 ve N sayısının 24 e bölümünden kalan 13 tür.

Buna göre, $M + N + M.N$ sayısının 12 ye bölümünden kalan kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 7 D) 9 E) 11

4. M ve n pozitif tamsayıdır.

$$\begin{array}{r} M \mid 17 \\ \vdots \quad n+2 \\ \hline 5n+1 \end{array}$$

olduğuna göre, M en çok kaçtır?

- A) 101 B) 105 C) 111 D) 116 E) 122

5. m pozitif tamsayıdır.

$$6m^2 + 4m + 26$$

sayısının $2m + 3$ ile bölümünde bölüm 3m ve kalan 1 olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. Altı tane ardışık doğal sayının toplamı aşağıdakilerden hangisine daima tam bölünür?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

- 7.

$$\begin{array}{r} 3a + 2b \mid b + 1 \\ \vdots \quad a - 2 \\ \hline 6 - b \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, a'nın b cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{5b+4}{b+2}$ B) $\frac{4b+5}{b+1}$ C) $\frac{3b+4}{b-1}$
D) $\frac{4b-5}{b-1}$ E) $\frac{5b-4}{b-2}$

8. a, b, c pozitif tamsayılarıdır.

$$4a + 5b + c$$

ifadesi 3 e daima tam bölünebildiğine göre, aşağıdakilerden hangisi daima 3 ile tam bölünebilir?

- A) $2a + 4b - 2c$ B) $a + b + 2c$ C) $a + b - c$
D) $2a + b + c$ E) $2a + b + 5c$

9. 12 basamaklı ABABABABABAB sayısının 9 a bölümünden kalan 3 olduğuna göre, A + B toplamı en çok kaçtır?

- A) 11 B) 13 C) 14 D) 16 E) 17

10. Üç basamaklı K8L sayısının 8 e bölündüğünde 3 kalanını verdiği göre, K + L toplamı en çok kaçtır?

- 16 B) 14 C) 13 D) 12 E) 11

11. $y > x$ olmak üzere, dört basamaklı xyx^2 sayısının 44 e tam bölünebildiğine göre, y'nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

12. Dört basamaklı 54MN sayısı 6 ile tam bölünebildiğine göre, M + N toplamının alabileceği değer en çok kaçtır?

A) 18 B) 17 C) 16 D) 15 E) 14

13. x bir rakam ve y bir tamsayıdır.

$$x.y = x^2 + 40$$

olduğuna göre, x in alabileceği farklı değerlerin toplamı kaçtır?

A) 12 B) 20 C) 24 D) 36 E) 40

14. a ve b pozitif tamsayılarıdır.

$$12.a = b^3$$

olduğuna göre, a + b toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) 12 B) 18 C) 20 D) 24 E) 28

15. x ve y pozitif tamsayılarıdır.

$$A = 4^x \cdot 6^y$$

olmak üzere, A sayısının 21 tane pozitif tam böleni olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

16. x tamsayısının asal olmayan tüm bölenlerinin toplamı - 10 olduğuna göre, asal bölenlerinin çarpımı en az kaçtır?

A) 15 B) 21 C) 30 D) 35 E) 55

17. Ortak katlarının en küçüğü 75 olan farklı iki doğal sayının toplamı en çok kaç olabilir?

A) 150 B) 125 C) 100 D) 75 E) 20

18. Ardışık iki çift sayının ortak bölenlerinin en büyüğü ile ortak katlarının en küçüğünün toplamı 422 olduğuna göre, bu iki sayının toplamı kaçtır?

A) 52 B) 56 C) 58 D) 62 E) 66

19. 127, 151 ve 247 sayılarını böldüğünde 7 kalanını veren en büyük doğal sayı kaçtır?

A) 24 B) 28 C) 32 D) 36 E) 42

20. 18 e bölündüğünde 13, 24 e bölündüğünde 19 ve 45 e bölündüğünde 40 kalanını veren en küçük doğal sayı kaçtır?

A) 115 B) 175 C) 235 D) 295 E) 355

21. 8 e ve 6 ya bölünebilen doğal sayılardan kaç tanesi 240 tan küçüktür?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

22. 48, 72 ve 108 litrelik 3 bidon, 3 farklı sıvı ile tamamen doludur.

Bu üç bidondaki sıvıların, birbirine karıştırılmadan ve hiç artmayacak şekilde, en büyük ölçekli şişelere doldurulabilmesi için kaç şişe gereklidir?

A) 22 B) 21 C) 20 D) 19 E) 18

TESTİN ÇÖZÜMLERİ

1. Toplamları 205 olan iki doğal sayıdan büyük olanı b ve küçük olanı k olsun. Verilenlere göre,

$$\begin{array}{r} b + k = 205 \text{ ve } \begin{array}{r} b \\ \vdots \\ 8 \end{array} \begin{array}{r} k \\ \vdots \\ 7 \end{array} \Rightarrow b = 8k + 7 \text{ dir.} \end{array}$$

$$\begin{aligned} b + k = 205 &\Rightarrow 8k + 7 + k = 205 \\ 9k &= 198 \\ k &= 22 \text{ dir.} \\ (k = 22 \text{ ve } b + k = 205) &\Rightarrow b + 22 = 205 \\ &\Rightarrow b = 183 \text{ tür.} \end{aligned}$$

Cevap: C

2. Verilenlere göre,

$$\begin{aligned} A &= 4B + 1 \text{ ve } B = 5C + 3 \text{ tür.} \\ A &= 4B + 1 = 4(5C + 3) + 1 = 20C + 13 \text{ tür.} \\ A &= 20C + 13 = 10(2C + 1) + 3 \text{ olduğundan,} \\ A \text{ nın } 10 \text{ ile bölümünde bölüm } 2C + 1 \text{ ve} \\ \text{kalan } 3 \text{ tür.} \end{aligned}$$

Cevap: D

3. M sayısının 36 ya bölümünden kalan 17 ise $M = 36.k + 17$ ($k \in \mathbb{Z}^+$) dir... (1)
 N sayısı 24 e bölündüğünde kalan 13 ise $N = 24.t + 13$ ($t \in \mathbb{Z}^+$) tür... (2)
 (1) den, $M = 36.k + 17 = 12(3k + 1) + 5$ olduğundan M nin 12 ile bölümünden kalan 5 tir... (3)
 (2) den $N = 24.t + 13 = 12(2t + 1) + 1$ olduğundan, N nin 12 ile bölümünden kalan 1 dir... (4)
 (3) ve (4) ten, $M + N$ nin 12 ile bölümünden kalan, $5 + 1 = 6$ dir... (5)
 (3) ve (4) ten $M.N$ nin 12 ile bölümünden kalan, $5.1 = 5$ tir... (6)
 (5) ve (6) dan, $(M + N) + (M.N)$ nin 12 ile bölümünden kalan, $6 + 5 = 11$ dir.

Cevap: E

- 4.

$$\begin{array}{r} M \mid 17 \\ \vdots \\ n + 2 \\ \hline 5n + 1 \end{array} \Rightarrow 5n + 1 < 17 \text{ ise } n \text{ en çok } 3 \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} M &= 17.(n + 2) + 5n + 1 \text{ ve } n = 3 \text{ için} \\ M &= 17.(3 + 2) + 5.3 + 1 \\ M &= 17.5 + 16 = 101 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap: A

5. Verilenlere göre,

$$\begin{aligned} 6m^2 + 4m + 26 &= (2m + 3) . 3m + 1 \\ 6m^2 + 4m + 26 &= 6m^2 + 9m + 1 \\ 26 - 1 &= 9m - 4m \\ 25 &= 5m \\ m &= 5 \text{ tir.} \end{aligned}$$

Cevap: B

6. Ardışık altı doğal sayı,

$$\begin{aligned} n, n + 1, n + 2, n + 3, n + 4, n + 5 \text{ olsun.} \\ \text{Bu sayıların toplamı,} \\ n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) + (n + 5) \\ = 6n + 15 \text{ tir.} \\ 6n + 15 = 3(2n + 5) \text{ olduğundan bu altı sayı-} \\ \text{nin toplamı daima } 3 \text{ ile tam bölünür.} \end{aligned}$$

Cevap: E

7. Verilenlere göre,

$$\begin{aligned} 3a + 2b &= (b + 1)(a - 2) + 6 - b \\ 3a + 2b &= ab - 2b + a - 2 + 6 - b \\ 3a + 2b &= ab + a - 3b + 4 \\ 3a - ab - a &= -2b - 3b + 4 \\ 2a - ab &= -5b + 4 \\ a(2 - b) &= -5b + 4 \\ \Rightarrow a &= \frac{-5b + 4}{2 - b} = \frac{5b - 4}{b - 2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap: E

8. $4a + 5b + c$ sayısı 3 ile tam bölündüğünden 3 ün tamsayı katıdır. E seçeneğinde verilen $2a + b + 5c$ sayısı ile $4a + 5b + c$ yi toplayalım.
 $(4a + 5b + c) + (2a + b + 5c) = 6a + 6b + 6c$
 $= 6(a + b + c)$ dir.
 $6(a + b + c)$ sayısı 3 ile tam bölünür.
 $4a + 5b + c$ ve $6(a + b + c)$ sayısı 3 ile tam bölündüğünden, $2a + b + 5c$ sayısı da daima 3 ile tam bölünür.

Cevap: E

9. 12 basamaklı ABABABABABAB sayısının rakamlarının sayı değerleri toplamı $6(A+B)$ dir. $6(A+B)$ nin 9 ile bölümünden kalan 3 ise $A + B$ sayısı 2, 5, 8, 11, 14, 17 dir. O halde, $A + B$ toplamı en çok 17 dir.

Cevap: E

10. Üç basamaklı K8L sayısı 8 ile bölündüğünde 3 kalanını veren en büyük sayı olmalıdır. $K = 9$ olsun. O halde, 98L sayısının 8 e bölümünden kalan 3 ise $L = 7$ dir. Buna göre, $K + L$ toplamı en çok $9 + 7 = 16$ dir.

Cevap: A

11. 44 ile bölünebilme yerine 4 ve 11 ile bölünebilme kuralına bakmak yeterlidir. $xyx2$ sayısı 4 ile tam bölünebiliyor ise x in alabileceği değerler 1, 3, 5, 7, 9 dur. $x = 1$ için $1y12$ sayısı 11 ile tam bölünmelidir. O halde,
 $1y12 \Rightarrow (y + 2) - (1 + 1) = 11.k$ ise $y = 0$ dir.
 $y = 0$ ve $x = 1$ için $y > x$ doğru değildir.
 $y = 0$ olamaz.
 $x = 3$ için $3y32$ sayısının 11 ile tam bölünebilmesi için $y = 4$ olmalıdır.
 $x = 5$ için $5y52$ sayısının 11 ile tam bölünebilmesi için $y = 8$ olmalıdır.
 $x = 7$ için $7y72$ sayısının 11 ile tam bölünebilmesi için $y = 1$ olmalıdır.
1, 7 den büyük olmadığından $y = 1$ olamaz.
 $x = 9$ için 9 dan büyük rakam olmadığından y değeri bulunamaz. O halde, y nin alabileceği değerlerin toplamı, $4 + 8 = 12$ dir.

Cevap: A

12. Dört basamaklı 54MN sayısının 6 ile tam bölünebilmesi için bu sayı çift ve 3 ile tam bölünebilen bir sayı olmalıdır. $M = 9$ ve $N = 6$ (veya $M = 7$, $N = 8$) için $M + N = 9 + 6 = 15$ en büyük değerini alır.

Cevap: D

13. $x \cdot y = x^2 + 40$ eşitliğinin iki tarafını x ile bölelim;

$$\frac{x \cdot y}{x} = \frac{x^2 + 40}{x} \Rightarrow y = x + \frac{40}{x}$$

x rakamı 40 ı bölmelidir.

O halde, x değerleri 1, 2, 4, 5, 8 dir. x in alabileceği değerlerin toplamı, 20 dir.

Cevap: B

14. $12.a = b^3 \Rightarrow 2^2 \cdot 3.a = b^3$ tür.

$b^3 = 2^3 \cdot 3^3$ olması için $a = 3^2 \cdot 2$ olmalıdır.

O halde, $a = 18$ ve $b = 2 \cdot 3 = 6$ dir.

$a + b$ toplamının en küçük değeri $18 + 6 = 24$ tür.

Cevap: D

15. $4^x \cdot 6^y = (2^2)^x \cdot 2^y \cdot 3^y = 2^{2x+y} \cdot 3^y$
sayısının pozitif tamsayı böleni 21 ise
 $(2x + y + 1)(y + 1) = 21 \Rightarrow y + 1 = 3$
ve $2x + y + 1 = 7$ dir.
 $(2x + y + 1) + (y + 1) = 7 + 3$
 $2(x + y) + 2 = 10$
 $2(x + y) = 8$
 $x + y = 4$ tür.

Cevap: C

16. x tamsayısının asal olmayan tam bölenlerinin toplamı -10 olduğuna göre, asal bölenlerinin toplamının ters işaretlisi -10 dur. O halde, asal bölenlerinin toplamı 10 dur. x in asal çarpanları $2, 3, 5, 7$ sayılarından ya $2, 3$ ve 5 tir ya da 3 ile 7 dir. Çarpımları, en az $3 \cdot 7 = 21$ dir.

Cevap: B

17. İstenen iki sayı a ve b olsun.
 $a < b \leq \text{OKEK}(a, b)$ olduğundan, $b = 75$ ve a sayısı 75 i bölen en büyük sayı (75 ten farklı)
 $a = 25$ seçilirse toplamı en çok, $25 + 75 = 100$ olur.

Cevap: C

18. Ardışık iki çift sayının en büyük ortak böleni 2 dir. O halde, bu iki sayının en küçük ortak katı,
 $422 - 2 = 420$ olur.
 Bu iki sayı x ve $y = x + 2$ seçilirse,
 $x \cdot y = \text{OBEB}(x, y) \cdot \text{OKEK}(x, y)$
 $x(x + 2) = 2 \cdot 420 = 28 \cdot 30$
 $\Rightarrow x = 28, y = 30$ ve $x + y = 58$ olarak bulunur.

Cevap: C

19. $127, 151$ ve 247 sayıları en büyük pozitif bir x sayısına bölündüğünde 7 kalanını versin.
 O halde, $127 - 7 = 120, 151 - 7 = 144$
 ve $247 - 7 = 240$ sayıları x ile tam bölünür ve
 $x = \text{OBEB}(120, 144, 240) = 24$ olur.

Cevap: A

20. Verilenlere göre istenen en küçük doğal sayı A olsun. $A + 5$ sayısı $18, 24$ ve 45 ile tam bölünür. $A + 5$ in en küçük değeri $18, 24, 45$ sayılarının ortak katlarının en küçüğü olur.

$$\text{OKEK}(18, 24, 45) = 360 \text{ tir.}$$

$$A + 5 = 360 \Rightarrow A = 355 \text{ tir.}$$

Cevap: E

21. 8 ve 6 nın en küçük ortak katı 24 olduğundan 24 e bölünebilen sayılar 8 e ve 6 ya da bölünür. Buna göre, 8 ve 6 ya bölünebilen 240 tan küçük doğal sayıların kümesi,
 $\{0, 24, 48, 72, 96, \dots, 192, 216\}$ dir.
 O halde, bu sayılar:

$$\frac{216 - 0}{24} + 1 = 10 \text{ tanedir.}$$

Cevap: B

22. Sıvıların hiç artmayacak şekilde en büyük ölçekli şişelere ve birbirine karıştırılmadan doldurulabilmesi için bir şişenin hacmi $48, 72$ ve 108 in en büyük ortak böleni olmalıdır.

$\text{OBEB}(48, 72, 108) = 12$ olduğundan her bir şişeye 12 litre sıvı doldurulmalıdır.

O halde, gerekli olan şişe sayısı,

$$\frac{48}{12} + \frac{72}{12} + \frac{108}{12} = 19 \text{ dur.}$$

Cevap: D

CEVAPLI TEST – 1

1. A doğal sayısının 6 ya bölünmesinde bölüm B ve kalan 5 tir. B doğal sayısının 5 ile bölümünden kalan 3 tür.

Buna göre, A'nın 15 e bölümünden kalan kaçtır?

- A) 5 B) 8 C) 10 D) 13 E) 14

2. A ve B sayılarının 12 ile bölümünden kalanlar sırasıyla 5 ve 7 dir.

Buna göre, $A^2 + A.B + B^2$ ifadesinin 12 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 6 D) 8 E) 11

3. m bir tamsayı ve $m > 3$ tür.

$$4m^2 + 12m + 17$$

sayısının $2m + 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 5 D) 4 E) 1

4. B ve b pozitif tamsayıdır.

$$\begin{array}{r} B \quad | \quad 28 \\ \vdots \quad | \quad b+1 \\ \hline b^3 \end{array}$$

olduğuna göre, B en çok kaçtır?

- A) 92 B) 120 C) 139 D) 175 E) 204

5. ABA üç basamaklı, BA iki basamaklı bir doğal sayıdır.

$$\begin{array}{r} ABA \quad | \quad BA \\ \vdots \quad | \quad 2 \\ \hline B \end{array}$$

olduğuna göre, A + B toplamı kaçtır?

- A) 16 B) 13 C) 12 D) 10 E) 9

6. A, x ve K pozitif tamsayılardır.

$$\begin{array}{r} A \quad | \quad 15 \\ \vdots \quad | \quad 9 \\ \hline 13 \end{array} \quad \begin{array}{r} A \quad | \quad 9 \\ \vdots \quad | \quad x \\ \hline K \end{array}$$

olduğuna göre, $\frac{x}{K}$ kaçtır?

- A) $\frac{15}{13}$ B) $\frac{13}{9}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 2 E) 4

7. x bir tamsayı ve $x > 3$ tür.

$$\begin{array}{r} x^2 + 4x \quad | \quad x+2 \\ \vdots \quad | \quad x+1 \\ \hline 5 \end{array}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

8. a, b, c birbirinden farklı pozitif tamsayılardır.

$$a + b = 3 \cdot c$$

olduğuna göre, a + b + c toplamı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 84 B) 92 C) 96 D) 102 E) 108

- 9.

$$4! + 5! + 6!$$

toplamı aşağıdakilerden hangisine tam bölünemez?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 18

10. 11 basamaklı 77777777777 sayısının 9 a bölümünden kalan kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 8

11. Herbiri en az iki basamaklı dört farklı ardışık tek sayının toplamı aşağıdakilerden hangisine daima tam bölünür?

- A) 8 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

12. Dört basamaklı 45AB sayısı 45 e bölündüğünde 1 kalanını veren bir çift sayıdır.

Buna göre, A + B toplamı kaçtır?

- A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 10

13. $a < b$ olmak üzere, üç basamaklı abc doğal sayısı 20 ye tam bölünebildiğine göre, a + b toplamı en çok kaç olabilir?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

14. Beş basamaklı 7x3yz doğal sayısı 11 e tam bölünebildiğine göre, $x + y - z$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A) 2 B) 7 C) 10 D) 14 E) 19

15. $1! + 3! + 5! + \dots + 23!$

toplamının 5 e bölümünden kalan kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

16. $54 \cdot x$

çarpımı bir tamsayının karesine eşit olduğuna göre, x in alabileceği en küçük pozitif tamsayı değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

17. OBEB (x, 96) = 16 ve $x < 96$ olduğuna göre, x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 48 B) 80 C) 96 D) 108 E) 116

18. m ve n pozitif tamsayılarıdır.

$$a = 4^m \cdot (10)^n$$

olmak üzere, a sayısının tam bölenlerinin sayısı 110 olduğuna göre, m . n çarpımı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 12 E) 15

19. 2001 sayısından en az kaç çıkarılmalıdır ki elde edilen sayı 9, 12, 15 sayıları ile tam bölünebilsin?

- A) 15 B) 16 C) 20 D) 21 E) 30

20. 270, 150, 210 sayıları, x pozitif tamsayısına tam bölündüğüne göre, bölümler toplamı en az kaç olabilir?

- A) 21 B) 25 C) 28 D) 30 E) 35

21. $\frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{9}{16}$

sayılarına bölündüğünde bir tamsayıya eşit olan en küçük doğal sayı kaçtır?

- A) 24 B) 30 C) 35 D) 36 E) 40

22. Boyutları 4 cm, 5 cm, 6 cm olan dikdörtgenler prizması şeklindeki tuğlalardan bir küp oluşturulacaktır.

Elde edilen küpün en küçük hacimli olması için kaç tuğla gerekir?

- A) 1200 B) 1400 C) 1500
D) 1600 E) 1800

CEVAP ANAHTARI

1-B	2-A	3-A	4-C	5-D	6-E	7-B	8-D	9-C	10-C	11-A
12-E	13-E	14-C	15-C	16-C	17-C	18-D	19-D	20-A	21-D	22-E

CEVAPLI TEST – 2

1. Aralarındaki fark 194 olan iki doğal sayıdan büyüğü küçüğüne bölündüğünde bölüm 13 ve kalan 2 dir.

Buna göre, küçük sayı kaçtır?

- A) 21 B) 20 C) 18 D) 16 E) 15

2. ab iki basamaklı bir doğal sayıdır.

$$\begin{array}{r} ab \quad 5 \\ : \\ \hline a+1 \\ : \\ 3 \end{array}$$

olduğuna göre, $a.b$ çarpımı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

- 3.

$$\begin{array}{r} 53538 \quad 53 \\ : \\ \hline B \\ : \\ K \end{array}$$

olduğuna göre, $B + K$ toplamı kaçtır?

- A) 18 B) 104 C) 108 D) 1013 E) 1018

4. K, L, M pozitif tamsayıdır.

$$\begin{array}{r} K \quad L \\ : \\ \hline 12 \\ : \\ 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} M \quad L \\ : \\ \hline 18 \\ : \\ 13 \end{array}$$

olduğuna göre, $K + M$ toplamının 6 ya bölümünden kalan kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

5. Rakamları farklı üç basamaklı en büyük doğal sayı ile, rakamları farklı üç basamaklı en büyük negatif tamsayının toplamı aşağıdakilerden hangisine tam bölünür?

- A) 18 B) 16 C) 15 D) 12 E) 11

6. Üç basamaklı $a4b$ sayısı 9 a tam bölünebildiğine göre, beş basamaklı $7a5b3$ sayısının 9 a bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 5 D) 7 E) 8

7. $a > b$ olmak üzere, üç basamaklı $5ab$ doğal sayısı 4 e tam bölünebildiğine göre, kaç farklı $5ab$ sayısı yazılabilir?

- A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

8. Üç basamaklı $3ab$ doğal sayısı 4 e ve 5 e bölündüğünde 1 kalanını vermektedir.

Buna göre, a nın alabileceği farklı değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 20 B) 16 C) 15 D) 14 E) 13

9. $(22)^2 + (33)^2 + (44)^2$

toplamının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

10. Dört basamaklı $5a4b$ sayısının 5 e bölümünden kalan 3 tür.

Bu sayı 6 ile tam bölünebildiğine göre, a yerine yazılabilecek farklı değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

11. Yedi basamaklı $5a8a7a3$ sayısı 11 ile tam bölünebilmektedir.

Bu sayının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

12. x ve y pozitif tamsayıdır.

$$450 \cdot x = y^3$$

eşitliğini sağlayan en küçük y değeri kaçtır?

- A) 30 B) 24 C) 12 D) 6 E) 2

13. a ve b pozitif tamsayıdır.

$$a \cdot b - a = b + 20$$

olduğuna göre, a nın alabileceği farklı değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 36 B) 32 C) 28 D) 14 E) 11

14. $6^x \cdot 10$

çarpımının pozitif tam bölenlerinin sayısı 40 olduğuna göre, $(15)^x$ sayısının kaç tane pozitif tam böleni vardır?

- A) 12 B) 16 C) 20 D) 25 E) 36

15. İki doğal sayının OBEB i 12, OKEK i 72 olduğuna göre, bu sayıların toplamı en az kaç olabilir?

- A) 36 B) 48 C) 60 D) 72 E) 80

- 16.

$$A = 5! + 4!$$

$$B = (12)^2 + (24)^2$$

olduğuna göre, OBEB(A, B) kaçtır?

- A) 68 B) 92 C) 109 D) 120 E) 144

17. a ve b pozitif tamsayıdır.

$$2^a \cdot b = 8!$$

olduğuna göre, a nın alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

18. 3 ile bölündüğünde 1, 5 ile bölündüğünde 3 kalanını veren 240 ile 550 arasında kaç tane sayı vardır?

- A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

19. x, y, z birer pozitif tamsayı olmak üzere,

$$7 \cdot x + 2 = 9 \cdot y + 13 = 11 \cdot z + 6$$

eşitliğini sağlayan en küçük y değeri kaçtır?

- A) 64 B) 72 C) 74 D) 75 E) 76

20. Eni 72 metre, boyu 96 metre olan bir çiftliğin etrafına, mümkün olan en büyük ve eşit aralıklarla, köşelere de bir ağaç gelecek şekilde en az kaç ağaç dikilir?

- A) 20 B) 18 C) 16 D) 14 E) 12

CEVAP ANAHTARI

1-D	2-B	3-E	4-D	5-C	6-B	7-C	8-A	9-E	10-C
11-E	12-A	13-A	14-B	15-C	16-E	17-D	18-B	19-D	20-D

CEVAPLI TEST – 3

1. a bir tamsayı ve $a > 4$ tür.

$$\begin{array}{r|l} a^2 + 2.a + 3 & 2.a - 5 \\ \vdots & 7 \\ \hline & 2 \end{array}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

2. 6'nın katı olan üç basamaklı en küçük doğal sayı ile 4'ün katı olan iki basamaklı en büyük doğal sayının toplamı aşağıdakilerden hangisine tam bölünür?

- A) 5 B) 8 C) 9 D) 12 E) 14

3. a ve b pozitif tamsayıdır.

$$\begin{array}{r|l} 3.a & b - 1 \\ \vdots & 2 \\ \hline & a - 2 \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, $a + b$ toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

4. $x > 3$ olmak üzere,

$$\begin{array}{r|l} x^2 + 4x - 2 & x + 5 \\ \vdots & y \\ \hline & 3 \end{array}$$

olduğuna göre, y nin x cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 2$ B) $x - 1$ C) $x + 1$
D) $x + 2$ E) $x + 4$

5. $82a$ üç basamaklı, $2b$ iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\begin{array}{r|l} 82a & 2b \\ \vdots & 3... \end{array}$$

olduğuna göre, b kaç farklı değer alabilir?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

6. a doğal sayısının 12 ile bölümünden kalan 5, b doğal sayısının 18 ile bölümünden kalan 4 tür.

Buna göre, $a^3.b + a.b^3$ toplamının 6 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

7. 16'dan küçük ve 16 ile aralarında asal olan sayıların toplamının 9'a bölümünden kalan kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 5 D) 3 E) 1

8. a ve b pozitif tamsayılardır.

$$\begin{array}{r|l} a + 2.b & a - 2.b \\ \vdots & 3 \\ \hline & 4 \end{array}$$

olduğuna göre, a nın en küçük değeri kaçtır?

- A) 7 B) 9 C) 10 D) 14 E) 16

9. $a < b$ olmak üzere, a ve b çift sayıdır.

Altı basamaklı $3ab120$ doğal sayısının 6 ile bölümünden kalan 2'dir.

Bu şartları sağlayan (a,b) ikililerinin sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÖSS MATEMATİK

10. Üç basamaklı abc doğal sayısı 20 ile bölündüğünde 7 kalanını, 9 ile bölündüğünde 1 kalanını veren en küçük sayıdır.

Buna göre, b + c toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

11. Dört basamaklı 3a4b doğal sayısının 45 ile bölümünden kalan 16 olduğuna göre, a'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

12. Dört basamaklı 7a5b doğal sayısı 12 ile tam bölünebildiğine göre, a'nın alabileceği farklı değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 35 B) 30 C) 27 D) 24 E) 20

13. x ve y pozitif tamsayılardır.

$$12 \cdot x^2 = y^3$$

olduğuna göre, y'nin alabileceği en küçük değer için x kaçtır?

- A) 144 B) 72 C) 36 D) 24 E) 12

14.
$$\underbrace{1200 \dots 0}_{n \text{ tane sıfır}}$$

sayısının tam bölenlerinin sayısı 252 olduğuna göre, bu sayı kaç basamaklıdır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

15.
$$\frac{72!}{(18)^n}$$

ifadesinin bir tamsayı olabilmesi için n sayısının alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 15 B) 17 C) 30 D) 34 E) 36

16. A, B, C, D, E, F, K, L, M harfleri birer doğal sayıyı göstermektedir.

A	B	C	2
D	E	F	2
K	E	L	3
K	K	M	5
K	K	1	7
1	1		

olduğuna göre, A + B + C toplamı kaçtır?

- A) 130 B) 126 C) 120 D) 114 E) 110

17. Üç basamaklı 318 doğal sayısının x ile bölümünden kalan 8 dir.

Bu şartı sağlayan kaç tane x pozitif tamsayısı vardır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

18. 58, 68, 78 sayılarını böldüğünde, sırasıyla 4, 5, 6 kalanlarını veren en büyük doğal sayı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

19. Kadir kalemelerini 7 şer 7 şer saydığında 5, 8 er 8 er saydığında 6, 9 ar 9 ar saydığında 7 kalemi artıyor.

Kadir'in kalemlerinin sayısı en az kaç olabilir?

- A) 628 B) 530 C) 502 D) 444 E) 376

20. Eni 56 metre, boyu 72 metre olan dikdörtgen şeklindeki bir tarla, kare şeklinde parsellere bölünecektir.

Buna göre, bu tarladan en az kaç parsel elde edilir?

- A) 72 B) 63 C) 48 D) 21 E) 16

CEVAP ANAHTARI

1-A	2-C	3-A	4-B	5-A	6-E	7-E	8-D	9-C	10-B
11-D	12-B	13-E	14-C	15-B	16-A	17-C	18-D	19-C	20-B

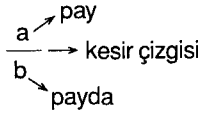
4. BÖLÜM

BASİT ONEL SAYILAR

A. KESİR

a ve b tamsayı ve $b \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$ ifadesine

kesir, a ya kesrin payı, b ye de kesrin paydası denir.



$$\frac{2}{3}, \frac{7}{5}, -\frac{5}{12}, -\frac{6}{13}, \frac{9}{-5}, 3, 0, -2, \dots$$

gibi sayıların her biri birer kesirdir.

Uyarı:

- 1) $a \neq 0$ olmak üzere, $\frac{0}{a} = 0$
- 2) $\frac{a}{0}$ tanımsızdır.

Örnek:

$$\frac{x-1}{4-x^2}$$

kesrini tanımsız yapan x değerlerini bulalım.

Çözüm:

Paydayı 0 (sıfır) yapan değerler kesri tanımsız yaptığından

$$4 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \\ \Rightarrow x = -2 \text{ veya } x = 2$$

değerleri verilen kesri tanımsız yapar.

B. KESİR ÇEŞİTLERİ

1) Basit Kesir

İşaretlerine bakılmaksızın payı paydasından küçük olan kesirlere **basit kesir** denir.

Yani -1 ile $+1$ arasındaki kesirler basit kesirdir.

$$\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, -\frac{3}{7}, 0, \dots \text{ sayıları basit kesirdir.}$$

2) Bileşik Kesir

İşaretlerine bakılmaksızın payı paydasından büyük veya payı paydasına eşit olan kesirlere **bileşik kesir** denir. Yani -1 ile $+1$ arasında olmayan kesirler bileşik kesirdir.

$$-\frac{7}{5}, -2, -1, 1, \frac{5}{4}, 3, \dots \text{ sayıları birer bileşik kesirdir.}$$

3) Tamsayılı Kesir

0 (sıfır) hariç bir tamsayı ve bir basit kesirle birlikte yazılan kesirlere **tamsayılı kesir** denir.

$$1\frac{1}{3}, 3\frac{5}{7}, -2\frac{1}{4}, \dots \text{ sayıları birer tamsayılı kesirdir.}$$

a) Tamsayılı Kesri Bileşik Kesre Çevirme

$$\frac{a \frac{b}{c}}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$3\frac{1}{5} \text{ ve } -3\frac{1}{5} \text{ tamsayılı kesirleri,}$$

$$3\frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 1}{5} = \frac{16}{5} \text{ ve}$$

$$-3\frac{1}{5} = -\frac{3 \cdot 5 + 1}{5} = -\frac{16}{5} \text{ şeklinde bileşik kesre}$$

çevrilir.

Uyarı:

$$-3\frac{1}{5} \neq \frac{-3 \cdot 5 + 1}{5} \text{ olduğuna dikkat edilmelidir.}$$

b) Bileşik Kesrin Tamsayı Kesre Çevrilmesi

Bir bileşik kesri tamsayı kesre çevirmek için kesrin payı paydasına bölünür. Elde edilen bölüm, kalan ve kesrin paydası, sırasıyla tamsayı kesrin tam kısmı, basit kesrin payı ve basit kesrin paydası olur.

Örnek:

$\frac{9}{4}$ ve $-\frac{9}{4}$ bileşik kesirlerinin tamsayı kesre

çevrilmiş şekli,

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 4} \\ \underline{2} \\ 2 \\ \underline{1} \\ 1 \end{array} \quad \frac{9}{4} = 2 \frac{1}{4}$$

$$\frac{9}{4} = 2 \frac{1}{4} \quad \text{ve} \quad -\frac{9}{4} = -2 \frac{1}{4} \text{ tür.}$$

C. DENK KESİRLER

Bir bütünün aynı büyüklükteki parçalarını gösteren kesirlere **denk kesirler** denir.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \dots$$

Denk kesirler aynı büyüklüğü gösterdiği için $=$ yerine $\equiv$ işareti kullanılabilir.

Kesirlerin Genişletilmesi veya Sadeleştirilmesi

Herhangi bir kesrin pay ve paydası sıfırdan farklı aynı bir sayı ile çarpıldığında kesrin değeri (temsil ettiği büyüklük) değişmez.

k sıfırdan farklı bir reel (gerçek) sayı olmak üzere,

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k} = \frac{a : k}{b : k} \text{ dir.}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10}, \quad \frac{3 \cdot (-3)}{5 \cdot (-3)} = \frac{9}{15},$$

$$\frac{9}{15} = \frac{9 : 3}{15 : 3} = \frac{3}{5} \text{ tir.}$$

Herhangi bir kesrin pay ve paydasının; sıfırdan farklı bir tamsayı ile çarpılmasına bu kesrin **genişletilmesi**, bölünmesine ise bu kesrin **sadeleştirilmesi** denir.

Uyarı:

Pay ve paydası aralarında asal olan bir kesir, kendisine denk olan kesirlerin en sade şekilde olanıdır.

Örneğin, a ve b aralarında asal ve $\frac{a}{b} = \frac{18}{24}$

İse $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ ve $a=3$, $b=4$ tür.

Örnek:

$(x+5)$ ve $(y+2)$ aralarında asal sayılar olmak üzere,

$$\frac{x+5}{y+2} = \frac{24}{15} \text{ olduğuna göre, } \frac{y-2}{x+2} \text{ kesrinin}$$

değerini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{x+5}{y+2} = \frac{24}{15} \Rightarrow \frac{x+5}{y+2} = \frac{8}{5}$$

$$\Rightarrow x+5=8 \text{ ve } y+2=5$$

$$\Rightarrow x=3 \text{ ve } y=3 \text{ tür.}$$

Buna göre, $\frac{y-2}{x+2}$ kesrinin değeri $\frac{3-2}{3+2} = \frac{1}{5}$ tir.

Örnek:

Değeri $\frac{3}{4}$ olan bir kesrin payına 4 eklenip, paydasından 4 çıkarıldığında kesrin değeri $\frac{4}{3}$ oluyor.

Buna göre, başlangıçtaki kesrin paydasının payından kaç fazla olduğunu bulalım.

Çözüm:

Başlangıçtaki kesir $\frac{3x}{4x}$ olsun. Bu kesrin payına 4 ek-

lenip, paydasından 4 çıkarıldığında değeri $\frac{4}{3}$ oldu-

ğuna göre,

$$\frac{3x+4}{4x-4} = \frac{4}{3} \Rightarrow 16x-16 = 9x+12$$

$$\Rightarrow 7x = 28$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ olduğundan,}$$

başlangıçtaki kesrin paydası, payından $4x - 3x = x = 4$ fazladır.

D. RASYONEL SAYI

Bir kesre denk olan kesirlerin meydana getirdiği küme bir tane sayı belirtir. Böyle bir sayıya **rasyonel sayı** denir. Bir rasyonel sayı, bu sayıyı belirten kümenin herhangi bir elemanı ile gösterilebilir. Rasyonel sayılar kümesi Q ile gösterilir ve

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} : a \text{ ve } b \text{ tamsayı ve } b \neq 0 \right\} \text{ dir.}$$

$-\frac{2}{7}, -\frac{9}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{5}, -1, 0, 4, \dots$ sayılarının

her biri (dolayısı ile her kesir) bir rasyonel sayıyı gösterir.

E. RASYONEL SAYILARDA İŞLEMLER

1) Toplama - Çıkarma

Paydaları eşit olan kesirler toplanırken (veya çıkarılırken) ortak paydada kesirlerin payları toplanır. (veya çıkarılır.)

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$$

Örnek:

$$\frac{2}{5} + \frac{6}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2+6-1}{5} = \frac{7}{5} \text{ tir.}$$

Uyarı:

Paydaları farklı kesirler toplanırken (veya çıkarılırken) önce bütün kesirlerin paydalarının en küçük ortak katında kesirlerin paydaları eşitlenir.

Örnek:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} - \frac{5}{6} + \frac{1}{8} &= \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{6} - \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{4} + \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{3} \\ &= \frac{18-20+3}{24} = \frac{1}{24} \text{ tür.} \end{aligned}$$

Sonuç:

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} &= \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{b \cdot d} \\ \frac{a}{c} &= \frac{a \cdot c + b}{c} \\ -\frac{a}{c} &= -\frac{a \cdot c + b}{c} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} - 3 + 2\frac{3}{4} &= \frac{3-3 \cdot 2}{2} + \frac{2 \cdot 4 + 3}{4} \\ &= \frac{-3}{2} + \frac{11}{4} = \frac{-3 \cdot 2 + 2 \cdot 11}{2 \cdot 4} \\ &= \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \text{ tür.} \end{aligned}$$

2) Çarpma

Rasyonel sayılar çarpılırken, kesirlerin paylarının çarpımı paya, paydalarının çarpımı da paydaya yazılır.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Örneğin, $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 5} = \frac{3}{10}$ dur.

Örnek:

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{10}$$

olduğuna göre, n değerini bulalım.

Çözüm:

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{n-1}{n} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n} = \frac{1}{10} \Rightarrow n = 10 \text{ olur.}$$

3) Bölme

İki rasyonel sayı bölünürken bölünen kesir, bölen kesrin çarpmaya göre tersi ile çarpılır.

$a \cdot b \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$ nin çarpmaya göre tersi $\frac{b}{a}$ dır.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Örnek:

$$-\frac{3}{8} : \frac{2}{3} = -\frac{3}{8} \cdot \frac{3}{2} = -\frac{9}{16} \text{ dir.}$$

Uyarı:

1) $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$ $\frac{a \cdot d}{b \cdot c}$ dıştaki sayıların çarpımı
içteki sayıların çarpımı

(a ile d, dıştaki sayılar; b ile c içteki sayılardır.)

2) Bölme işleminde, bölünen ile bölünen payları ile paydaları karşılıklı olarak sıfırdan farklı aynı bir sayı ile çarpılabilir veya bölünebilir.

Örneğin,

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 2}{3} : \frac{2 \cdot 3}{5} = \frac{4}{3} : \frac{6}{5},$$

$$\frac{1}{2} : \frac{4}{3} = \frac{1}{3 \cdot 2} : \frac{4}{3 \cdot 3} = \frac{1}{6} : \frac{4}{9},$$

$$\frac{8}{9} : \frac{12}{5} = \frac{8 \cdot 4}{9} : \frac{12 \cdot 4}{5} = \frac{2}{9} : \frac{3}{5},$$

$$\frac{4}{14} = \frac{4 \cdot 4}{14 \cdot 7} = \frac{1}{2} : \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

4) İşlem Önceliği

İkiden fazla işlemin bir arada olduğu durumlarda işlemler, işlem önceliğine göre sırasıyla yapılmalıdır.

İşlem önceliği şu sıradadır:

- 1) Parantez içleri öncelikle hesaplanır. Ayrıca kesir çizgileri de parantezler gibi işlemin yönünü belirler.
- 2) Üslü işlemler varsa, üs alma işlemi yapılır.
- 3) Çarpma - Bölme işlemleri yapılır.
- 4) Toplama - Çıkarma işlemleri yapılır.

Uyarı:

Çarpma ve bölme işlemlerinden birinin diğerine veya toplama ve çıkarma işlemlerinden birinin diğerine işlem önceliği yoktur. Bunun için çarpma ve bölme işleminin veya toplama ve çıkarma işleminin art arda olduğu durumlarda işlem sırası parantezlerle belirlenir.

Örnek:

$$1) 3 \cdot 2 + \frac{1}{3} : \frac{2}{3} - 2 : \frac{1}{3} = 6 + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} - 2 \cdot 3$$

$$= 6 + \frac{1}{2} - 6 = \frac{1}{2}$$

$$2) 2^3 - [(2 : 3) : \frac{1}{3}] \cdot (1 - 3) - (2 - 5)^2$$

$$= 8 - [\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{1}] \cdot (-2) - (-3)^2$$

$$= 8 - 2 \cdot (-2) - 9 = 8 + 4 - 9 = 3$$

$$3) \frac{\frac{4}{3}}{2} + \frac{4}{\frac{3}{2}} = \frac{4 : 2}{3} + \frac{4 \cdot 2}{1 \cdot 3}$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{8}{3}$$

$$= \frac{10}{3}$$

$$4) [(2 : 3) \cdot (1 : 2)] : [4 \cdot (1 : 3)]$$

$$= [\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}] : [4 \cdot \frac{1}{3}]$$

$$= \frac{1}{3} : \frac{4}{3} = \frac{1}{4}$$

$$5) a - [a + b \cdot (a + 1)] + a \cdot b$$

$$= a - [a + a \cdot b + b] + a \cdot b$$

$$= a - a - a \cdot b - b + a \cdot b$$

$$= -b$$

Örnek:

$$3 - 2\frac{1}{3} = x + \frac{2}{3}$$

eşitliğini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm:

$$3 - 2\frac{1}{3} = x + \frac{2}{3} \Rightarrow 3 - \left(2 + \frac{1}{3}\right) = x + \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3 - 2 - \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = x$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{3}{3} = x \Rightarrow x = 0 \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \right) - \left(\frac{3}{5} + \frac{5}{3} - \frac{1}{4} \right)$$

işleminin sonucunun bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \right) - \left(\frac{3}{5} + \frac{5}{3} - \frac{1}{4} \right) \\ &= \frac{2}{3} - \frac{1}{4} + \frac{3}{5} - \frac{3}{5} - \frac{5}{3} + \frac{1}{4} \\ &= \frac{2-5}{3} = \frac{-3}{3} = -1 \text{ dir.} \end{aligned}$$

F. MERDİVEN (ZİNCİR) KESİRLER

Bu tip kesirlerde ilk önce ana kesir çizgisi tespit edilir. Daha sonra ana kesir çizgisinin payında yukarıdan (üst uçtan) paydasında ise aşağıdan (alt uçtan) ana kesir çizgisine doğru işlem yapılır.

Örnek:

$$1 - \frac{2}{1 + \frac{2}{1 - \frac{2}{3}}} : \frac{1}{7}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{2}{1 + \frac{2}{1 - \frac{2}{3}}} : \frac{1}{7} \\ &= 1 - \frac{2}{1 + \frac{2}{\frac{1 - \frac{2}{3}}{7}}} : \frac{1}{7} \\ &= 1 - \frac{2}{1 + \frac{2 \cdot 7}{1 - \frac{2}{3}}} : \frac{1}{7} \\ &= 1 - \frac{2}{1 + \frac{14}{1 - \frac{2}{3}}} : \frac{1}{7} \\ &= 1 - \frac{2}{\frac{1 - \frac{2}{3} + 14}{1 - \frac{2}{3}}} : \frac{1}{7} \\ &= 1 - \frac{2}{\frac{13 - \frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}}} : \frac{1}{7} \\ &= 1 - \frac{2}{\frac{13 - \frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}}} \cdot \frac{1 - \frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}} : \frac{1}{7} \\ &= 1 - \frac{2 \cdot (1 - \frac{2}{3})}{13 - \frac{2}{3}} : \frac{1}{7} \\ &= 1 - \frac{2 \cdot \frac{1}{3}}{13 - \frac{2}{3}} : \frac{1}{7} \\ &= 1 - \frac{\frac{2}{3}}{13 - \frac{2}{3}} : \frac{1}{7} \\ &= 1 - \frac{2}{3} : \frac{1}{7} = 1 - \frac{2}{3} \cdot 7 \\ &= 1 - 2 = -1 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\frac{1 + \frac{1}{2} - 1}{1 - \frac{1}{3}} - 1 = \frac{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}}{1 - \frac{1}{3}} - 1$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} & \frac{1 + \frac{1}{2} - 1}{1 - \frac{1}{3}} - 1 = \frac{\frac{3}{2} - 1}{\frac{2}{3}} - 1 \\ &= \frac{\frac{3}{2} - 1}{1 + \frac{1}{\frac{2}{3}}} - 1 \\ &= \frac{\frac{3}{2} - 1}{1 + \frac{3}{2}} - 1 \\ &= \frac{\frac{3}{2} - 1}{\frac{5}{2}} - 1 \\ &= \frac{2}{4} - 1 = -\frac{1}{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$2 + \frac{2 + \frac{2}{3}}{2 + \frac{2}{3}}$$

sonsuz zincir kesrinin değerini bulalım.

Çözüm:

Bulacağımız kesri x e eşitleyip, x in değerini bulalım.

$$\begin{aligned} & 2 + \frac{2 + \frac{2}{3}}{2 + \frac{2}{3}} = x \Rightarrow 2 + \frac{x}{3} = x \\ & \Rightarrow 2 = x - \frac{x}{3} \\ & \Rightarrow 2 = \frac{2x}{3} \\ & \Rightarrow x = 3 \text{ tür.} \end{aligned}$$

G. ONDALIK SAYILAR

Paydası 10 un pozitif tamsayı kuvvetleri şeklinde olan (veya bu şekle getirilebilen) rasyonel sayılara **ondalık sayılar** denir. Örneğin,

$$\frac{9}{10} = 0,9 ; \quad \frac{7}{10^2} = 0,07 ; \quad 1\frac{217}{10^3} = 1,217 ;$$

$$-\frac{7}{5} = -\frac{14}{10} = -1,4$$

sayıları birer ondalık sayıdır.

Bir ondalık sayının virgülden önceki kısmına ondalık sayının **tam kısmı**, virgülden sonraki kısmına ise ondalık sayının **kesir (ondalık) kısmı** denir. Örneğin, 3,07 sayısının tam kısmı 3, kesir (ondalık) kısmı 07 dir.

Uyarı:

Bir ondalık sayının tam kısmının soluna veya kesir kısmının sağına yazılan sıfırlar sayının değerini değiştirmez.

Örneğin, $3,05 = 03,05 = 3,0500 = 003,05000 = \dots$ dir.

1) Ondalık Kesirlerin Basamak ve Sayı Değerleri

Bir ondalık sayının tam ve kesir kısmındaki basamakların isimleri aşağıdaki tablodaki gibidir.

Yüzler basamağı	Onlar basamağı	Birler basamağı	Onda birler basamağı	Yüzde birler basamağı	Binde birler basamağı	On binde birler basamağı
9	0	4	1	2	5	

Tablodaki 904,125 sayısının rakamlarının basamak ve sayı değerlerini yazalım.

9 0 4 , 1 2 5	Basamak değerleri	Sayı değerleri
→	$5 \cdot 0,001 = 0,005$	5
→	$2 \cdot 0,01 = 0,02$	2
→	$1 \cdot 0,1 = 0,1$	1
→	$4 \cdot 1 = 4$	4
→	$0 \cdot 10 = 0$	0
→	$9 \cdot 100 = 900$	9

Örnek:

25,108 sayısının çözümlenmiş şekli,

$$\begin{aligned} 25,108 &= 2 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 1 \cdot 0,1 + 0 \cdot 0,01 + 8 \cdot 0,001 \\ &= 20 + 5 + 0,1 + 0 + 0,008 \\ &= 2 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 1 \cdot \frac{1}{10} + 0 \cdot \frac{1}{100} + 8 \cdot \frac{1}{1000} \end{aligned}$$

dir.

Bir ondalık kesri basamak değerlerinin toplamı şeklinde ifade etmeye, **ondalık kesri çözümlleme** denir.

2) Bir Sayının İlimi (Bilimsel) Gösterilişi

$n \in \mathbb{Z}$ ve $1 < a < 10$ olmak üzere, bir sayının $a \cdot 10^n$ şeklinde gösterilmesine bu sayının **bilimsel gösterilişi** denir.

Örnek:

$$3\,000\,000 = 3 \cdot 10^6$$

$$2\,400\,000\,000 = 2,4 \cdot 10^9$$

$$0,00000002 = 2 \cdot 10^{-7}$$

$$0,00000000015 = 1,5 \cdot 10^{-9}$$

$$217 \cdot 10^{-8} = 2,17 \cdot 10^{-6} \text{ dir.}$$

Burada virgölün; sağa doğru getirildiği basamak sayısı kadar 10 un kuvvetinin azaldığına, sola doğru getirildiği basamak sayısı kadar da 10 un kuvvetinin arttığına dikkat edilmelidir. (Tamsayıların en sağında da virgölün olduğuna ancak yazılmadığına dikkat edilmelidir 3,00... gibi)

Örnek:

$$\frac{2,3 \cdot 10^{-7} + 7 \cdot 10^{-8}}{50 \cdot 10^{-9}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{2,3 \cdot 10^{-7} + 7 \cdot 10^{-8}}{50 \cdot 10^{-9}} &= \frac{23 \cdot 10^{-8} + 7 \cdot 10^{-8}}{5 \cdot 10^{-8}} \\ &= \frac{(23 + 7) \cdot 10^{-8}}{5 \cdot 10^{-8}} \\ &= \frac{30}{5} = 6 \text{ dir.} \end{aligned}$$

H. ONDALIK SAYILARDA İŞLEMLER

1) Toplama - Çıkarma

Ondalık sayılar alt alta toplanırken (veya çıkarılırken) virgüller ve aynı isimli basamaklar alt alta gelecek şekilde yazılır. Doğal sayılarda olduğu gibi (virgül düşünülmeden) işlem yapıldıktan sonra bulunan sonuç, virgüller hizasından virgülle ayrılır.

Yan yana yapılan işlemlerde ise sağdan sola doğru aynı isimli basamaklarda işlem yapılır ve onda birler basamağının soluna virgül yazılır.

Uyarı:

Toplama veya çıkarma işlemi yapılan sayıların kesir kısmındaki basamak sayıları eşit değilse, basamak sayısı eksik olan sayının sağına eksik olan basamak sayısı kadar sıfır yazılarak kesir kısmındaki basamak sayıları eşitlenir.

Örnek:

25,304 ; 6,7 ve 1,04 sayılarının toplamını ve 7,3 sayısını ile 2,94 sayısının farkını bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} 25,304 \\ 6,700 \\ + 1,040 \\ \hline 33,044 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7,30 \\ - 2,94 \\ \hline 4,36 \end{array}$$

şeklinde işlemler yapılır.

2) Çarpma

Ondalık sayılar çarpılırken çarpanların virgüllü yokmuş gibi düşünülüp çarpma işlemi yapılır. Bulunan çarpımda, çarpanların kesir kısımlarının basamak sayılarının toplam sayısı kadar basamak, en sağdaki basamaktan itibaren sola doğru sayılıp virgülle ayrılır. Eksik kalan basamaklar olursa yerine sıfır yazılır.

Örnek:

$$\begin{array}{r} a) \quad 2,57 \leftarrow 2 \text{ kesir basamaklı} \\ \times 1,4 \leftarrow 1 \text{ kesir basamaklı} \\ \hline 1028 \\ + 257 \\ \hline 3,598 \leftarrow 3 (= 2 + 1) \text{ kesir basamaklı} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} b) \quad 0,0007 \leftarrow 4 \text{ kesir basamaklı} \\ \times 6 \leftarrow 0 \text{ kesir basamaklı} \\ \hline 0,0042 \leftarrow 4 \text{ kesir basamaklı} \end{array}$$

3) Bölme

Bir ondalık sayıyı bu sayıdan küçük bir sayma sayısına bölerken virgül yokmuş gibi işlem yapılır. Fakat işlem yapılırken sıra ondalık kesir basamağına (yani virgüle) geldiği zaman bölüme virgül konularak bölme işlemine devam edilir.

Bölen ondalık sayı ise bölen, önce 10'un uygun kuvveti ile çarpılarak virgülden kurtarılır. Bölünen de 10'un bu kuvveti ile çarpıldıktan sonra işlem yapılır.

Örnek:

$$a) 243,18 : 6 \quad b) 27,4 : 5 \quad c) 0,225 : 1,5$$

bölme işlemlerini yapalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} a) \quad 243,18 \overline{) 6} \\ \underline{24} \\ 003 \\ \underline{0} \\ 31 \\ \underline{30} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 00 \end{array} \quad b) \quad 27,4 \overline{) 5} \\ \underline{25} \\ 024 \\ \underline{20} \\ 040 \\ \underline{40} \\ 00 \end{array}$$

$$c) \quad 0,225 \overline{) 1,5} \Rightarrow \begin{array}{r} 2,25 \overline{) 15} \\ \underline{0} \\ 22 \\ \underline{15} \\ 075 \\ \underline{75} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{veya } \frac{0,225}{1,5} &= \frac{0,225}{1,500} \\ &= \frac{225}{15 \cdot 100} = \frac{15}{100} = 0,15 \text{ tir.} \end{aligned}$$

İ. RASYONEL SAYILARIN ONDALIK AÇILIMLARI

Bir rasyonel sayının virgöl kullanılarak yazılmasına bu rasyonel sayının **ondalık açılımı** denir.

$$\frac{a}{b} = a : b \text{ olduğundan, paydası } 10 \text{ un kuvveti}$$

şeklinde yazılamayan rasyonel sayıların ondalık açılımı, kesrin payı paydasına bölünerek bulunur.

Örnek:

$$\frac{3}{4} \text{ ve } \frac{27}{60} \text{ kesirlerini ondalık sayı şeklinde yazalım.}$$

Çözüm:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = 0,75 \text{ ve}$$

$$\frac{27}{60} = \frac{27 : 3}{60 : 3} = \frac{9 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{45}{100} = 0,45$$

veya bölme işlemi yapılarak,

$$\begin{array}{r} 3,0 \quad | \quad 4 \\ \underline{0} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 020 \\ \underline{20} \\ 00 \end{array} \quad \text{ve} \quad \begin{array}{r} 27,0 \quad | \quad 60 \\ \underline{00} \\ 270 \\ \underline{240} \\ 0300 \\ \underline{300} \\ 000 \end{array}$$

şeklinde bulunur.

1) Devirli Ondalık Açılımlar

$\frac{7}{5}$ sayısının ondalık açılımını bulalım.

$$\frac{7}{5} = \frac{7 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{14}{10} = 1,4 \text{ tür.}$$

$\frac{14}{10}$ sayısının ondalık açılımını bulalım.

$$\frac{14}{10} = \frac{140}{100} = \frac{1400}{1000} = \frac{14000}{10000} = \dots \text{ veya}$$

$$1,4 = 1,40 = 1,400 = 1,4000 = \dots \text{ olur.}$$

Ondalık kesirlerin virgüllü yazılışında kesir kısmının sonuna konulan (veya sonundan silinen) sıfırlar ondalık kesrin değerini değiştirmez. Burada sıfır devreden (tekrar eden) sayıdır. Bu şekildeki ondalık kesirlere **sıfır devreden ondalık kesir** denir.

Sonuç olarak, paydası 10 un kuvveti olan (veya bu şekle getirilebilen) **her rasyonel sayı, sıfır devredenli bir açılıma sahiptir.**

2) Ondalık Sayıya Dönüştürülemeyen Rasyonel Sayıların Ondalık Açılımı

$$\frac{2}{3} \text{ kesrinin paydası } 10 \text{ un herhangi bir kuvvetinin}$$

çarpanı olmadığından $\frac{2}{3}$ kesri ondalık kesir olarak

yazılamaz. Bu durumda, $\frac{2}{3}$ sayısının ondalık açılı-

mını kesrin payını paydasına bölerek bulalım.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 3} \Rightarrow \begin{array}{r} 2,000... \quad | \quad 3 \\ \underline{0} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 020 \\ \underline{18} \\ 02 \end{array} \end{array}$$

Yapılan bölme işleminin bölümünde, 6 rakamı sürekli tekrar etmektedir. O halde,

$$\frac{2}{3} = 0,666... \text{ olur. } 0,666... \text{ sayısını, devreden kısım}$$

üzerine $-$ işareti koyarak kısaca $0,\overline{6}$ şeklinde yazabiliriz. Yani, $0,666... = 0,\overline{6}$ gösterilişi kullanılır.

$0,\overline{6}$ sayısına $\frac{2}{3}$ rasyonel sayısının **devirli ondalık açılımı** denir.

Aynı şekilde $\frac{8}{3}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{4}{11}$, $\frac{4}{7}$ kesirleri de on-

dalık kesir olarak yazılamazlar. Fakat bu kesirlerin payları paydalarına bölünerek devirli ondalık açılımları,

$$\frac{8}{3} = 2,666... = 2,\overline{6}; \quad \frac{8}{15} = 0,5333... = 0,\overline{53}$$

$$\frac{4}{11} = 0,3636... = 0,\overline{36} \text{ ve } \frac{4}{7} = 0,\overline{571428}$$

şeklinde bulunur.

Bir rasyonel sayının ondalık açılımında, sayının kesir kısmındaki rakamlar belli bir basamaktan sonra belli bir kuralla tekrar ediyorsa (devrediyorsa) bu sayıya **devirli ondalık sayı** denir ve devreden kısmın üzerine $-$ işareti konularak yazılır.

Uyarı:

- 1) Her rasyonel sayının bir ondalık açılımı vardır.
- 2) Ondalık kesir olan rasyonel sayıların ondalık açılımlarında devreden sayı sıfırdır ve devreden sıfır, ancak gerektiğinde açılımın sonuna 0 şeklinde yazılır.
- 3) Ondalık kesir olmayan rasyonel sayıların ondalık açılımlarında devreden sayı sıfırdan farklıdır.

3) Devirli Ondalık Sayının Rasyonel Kesir Şeklinde Yazılması

$0,5\bar{3}$ sayısının rasyonel yazılışını bulalım.

$x = 0,5\bar{3}$ olsun.

Virgöl, devreden kısmın sonuna ve başına gelecek şekilde iki taraf 10'un uygun kuvvetleriyle çarpılıp taraf tarafa çıkarma yapılırsa,

$$\begin{array}{r} 100 \cdot x = 53,3 \\ - 10 \cdot x = 5,3 \\ \hline 90 \cdot x = 48,0 \end{array}$$

$$\Rightarrow x = \frac{8}{15} \text{ olarak bulunur.}$$

Devirli ondalık sayı pratik olarak,

$$\frac{(\text{sayının tümü}) - (\text{devretmeyen kısım})}{\left[\begin{array}{l} \text{devreden} \\ \text{rakam sayısı} \\ \text{kadar 9} \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \text{devretmeyen} \\ \text{rakam sayısı} \\ \text{kadar 0} \end{array} \right]}$$

formülü ile rasyonel şeklinde yazılabilir. Burada paydadaki ifade ondalık sayının kesir kısmı için söz konusudur. Bu ifadeyi sembollerle;

a, b, c, d, e, f birer rakam ve

$a, b, c, d, e, f, \dots = a, b, c, d, e, f$ olmak üzere,

$$a, b, c, d, e, f = \frac{abcdef - abc}{99900} = a + \frac{bcdef - bc}{99900}$$

şeklinde yazabiliriz.

Örnek:

$1,4$; $0,8\bar{5}$; $12,48\bar{3}$; $0,6\bar{3}$ sayılarını rasyonel olarak yazalım.

Çözüm:

$$1,4 = \frac{14 - 1}{9} = \frac{13}{9} = 1\frac{4}{9} \text{ veya}$$

$$1,4 = 1 + 0,4 = 1 + \frac{4}{9} = 1\frac{4}{9};$$

$$0,8\bar{5} = \frac{85 - 8}{90} = \frac{77}{90};$$

$$12,48\bar{3} = 12 + \frac{483 - 48}{900} = 12\frac{435}{900} = 12\frac{29}{60};$$

$$0,6\bar{3} = \frac{63}{99} = \frac{7}{11} \text{ dir.}$$

Uyarı:

1) a bir rakam olmak üzere,

$$0, a\bar{a} = \frac{a}{9} \text{ dir. Örneğin } 0,3\bar{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \text{ tür.}$$

2) Devreden rakam sadece 9 ise, 9'un solundaki basamaktaki rakamın sayısal değeri 1 artırılıp 9 atılır.

Örneğin,

$$2,3\bar{9} = 2,4; \quad 0,1\bar{9} = 0,2; \quad 1,9\bar{9} = 2 \text{ dir.}$$

3) Devirli ondalık sayılarda toplama yapılırken, devreden kısımda işlem yaparken 9'dan büyük değerler elde edilmiyorsa veya çıkarma yapılırken devreden kısımda bir soldaki basamaktan sayı almak gerekmiyorsa sayılar rasyonel şekilde yazılmadan işlem yapılabilir.

Örneğin,

$$3,2\bar{4} + 1,6\bar{5} = 4,8\bar{9},$$

$$2,3\bar{7} + 0,6\bar{2} = 2,9\bar{9} = 3,$$

$$3,7\bar{6} - 1,4\bar{2} = 2,3\bar{4} \text{ tür.}$$

ÇÖZÜMLÜ TEST

1. x pozitif bir tamsayı olmak üzere,

$$\frac{3x + 16}{7x + 4}$$

kesrinin bir bileşik kesir olabilmesi için, x in alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\frac{3}{4} + \frac{33}{44} + \frac{333}{444} + \frac{3333}{4444}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 3 D) 2 E) 1

3. $\frac{198 \frac{2}{3} - 196 \frac{1}{2}}{299 \frac{1}{2} - 297 \frac{1}{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{11}$ B) $\frac{2}{11}$ C) $\frac{10}{13}$ D) $\frac{11}{13}$ E) 1

4. a ve b birer rakam olmak üzere,

$$1,8 = a + \frac{b}{5}$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 6 E) 5

5. $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{a}\right) = 4$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

6. $\left(\frac{0,011}{0,44} \cdot \frac{0,9}{0,33}\right) : \frac{0,1}{0,22}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{20}$ B) $\frac{5}{20}$ C) $\frac{7}{20}$ D) $\frac{9}{20}$ E) $\frac{11}{20}$

7. $0,0\bar{1}$; $0,0\bar{1}$; $0,00\bar{2}$ devirli ondalık sayılardır.

$$\frac{0,00\bar{2} : 0,0\bar{1}}{0,0\bar{1} \cdot 0,0\bar{1}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1620 B) 162 C) 16,2
D) 1,62 E) 0,162

8. $\frac{5,4}{0,18} + \frac{0,3}{0,25} - \frac{0,111}{0,037}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 36 B) 37 C) 38,2 D) 28,2 E) 27

9. $\frac{2\frac{1}{2} - 1 : 3}{3 : 2\frac{1}{3} + 1}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{96}{91}$ B) $\frac{93}{91}$ C) $\frac{91}{93}$ D) $\frac{91}{96}$ E) $\frac{99}{91}$

10. $\frac{2 : \frac{1}{2} - 1 + (3 \cdot 2) : \frac{1}{3}}{2 \cdot \frac{1}{2} + 1 - (3 : 2) \cdot \frac{1}{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 14 B) 7 C) -7 D) -14 E) -21

11. $1 - \left[\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) : \frac{1}{2} \right]$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{11}{12}$ B) $\frac{10}{11}$ C) $\frac{7}{12}$ D) $\frac{11}{3}$ E) $\frac{11}{2}$

12. $0,\bar{2}$ ve $0,\bar{3}$ devirli ondalık sayılardır.

$$\frac{1 - 0,\bar{2}}{2 + \frac{1}{1 - 0,\bar{3}}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{2}{11}$ E) $\frac{4}{11}$

13.

$$a = 1 + \frac{1 + \frac{1}{3}}{3}$$

olduğuna göre, $5 + \frac{5 + \frac{1}{3}}{3}$ ifadesinin a cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a}{5}$ B) $\frac{a}{4}$ C) $\frac{a}{3}$ D) $3a$ E) $5a$

14. $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$

işleminin sonucu, $n = 10$ için kaçtır?

- A) $\frac{11}{20}$ B) $\frac{11}{21}$ C) $\frac{21}{11}$ D) $\frac{20}{11}$ E) $\frac{20}{9}$

15. x bir rakam olmak üzere,

$1x23,5x$ ondalık sayısındaki x in basamak değerleri çarpımı 16 olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

16. a ve b reel sayı olmak üzere,

$$a - \frac{1}{2} = \frac{4}{3} - \frac{b}{2}$$

olduna göre, $2a + b$ kaçtır?

- A) $-\frac{11}{3}$ B) $-\frac{11}{6}$ C) 0 D) $\frac{11}{6}$ E) $\frac{11}{3}$

17.

$$\frac{12}{1 + \frac{10}{1 + \frac{1}{1-x}}} = 2$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

18. $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(2 + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(3 + \frac{3}{4}\right) \dots \left(n + \frac{n}{n+1}\right)$

işleminin sonucu, $n = 12$ için kaçtır?

- A) $7 \cdot 12!$ B) $7 \cdot 11!$ C) $6 \cdot 12!$
D) $6 \cdot 13!$ E) $56 \cdot 11!$

19.

$$x = \frac{1}{11} - \frac{1}{12} + \frac{1}{13}$$

olduğuna göre, $\frac{23}{12} - \frac{21}{11} - \frac{25}{13}$ ifadesinin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 2$ B) $x + 2$ C) $2 - x$
D) $x + 4$ E) $4 - x$

20.

$$\frac{5a - b}{2a - 4} = 0$$

olduğuna göre, b aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 2 B) 6 C) 10 D) 11 E) 12

TESTİN ÇÖZÜMLERİ

1. x pozitif bir tamsayı olduğundan $(3x + 16)$, $(7x + 4)$

ve $\frac{3x + 16}{7x + 4}$ poziftir. Bu kesir bileşik kesir oldu-

ğuna göre, değeri 1 veya 1 den büyüktür.
O halde,

$$\frac{3x + 16}{7x + 4} \geq 1 \text{ dir.}$$

$(7x + 4)$ pozitif olduğundan eşitsizliğin iki yanı
 $(7x + 4)$ ile çarpılırsa,

$$3x + 16 \geq 7x + 4 \Rightarrow 12 \geq 4x \\ \Rightarrow 3 \geq x$$

olduğundan x in alabileceği pozitif tamsayı değer-
leri, $(1, 2, 3)$ üç tanedir.

Cevap: C

$$2. \frac{3}{4} + \frac{33}{44} + \frac{333}{444} + \frac{3333}{4444}$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{3 \cdot 11}{4 \cdot 11} + \frac{3 \cdot 111}{4 \cdot 111} + \frac{3 \cdot 1111}{4 \cdot 1111}$$

$$= 4 \cdot \frac{3}{4} = 3 \text{ tür.}$$

Cevap: C

$$3. \frac{198 \frac{2}{3} - 196 \frac{1}{2}}{299 \frac{1}{2} - 297 \frac{1}{3}} = \frac{198 + \frac{2}{3} - 196 - \frac{1}{2}}{299 + \frac{1}{2} - 297 - \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{2 + \frac{4-3}{6}}{2 + \frac{3-2}{6}}$$

$$= \frac{2 + \frac{1}{6}}{2 + \frac{1}{6}} = 1 \text{ dir.}$$

Cevap: E

4. 1,8 sayısını çözümlersek,

$$\frac{18}{10} = 1,8 = 1 + \frac{8}{10} = a + \frac{b}{5}$$

eşitliğinde a ve b birer rakam olduğundan a nın
sayı değeri 0 veya 1 olabilir. Buna göre,

$$a = 0 \text{ için } b = 9 \text{ ve } a + b = 9,$$

$$a = 1 \text{ için } b = 4 \text{ ve } a + b = 5$$

olduğundan $a + b$ nin en büyük değeri 9 dur.

Cevap: B

$$5. \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{a}\right) = 4$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \dots \cdot \frac{a+1}{a} = 4$$

eşitliğinde sadeleştirmeler yapılırsa

$$\Rightarrow \frac{a+1}{2} = 4 \Rightarrow a+1 = 8$$

$$\Rightarrow a = 7 \text{ bulunur.}$$

Cevap: A

$$6. \left(\frac{0,011}{0,44} \cdot \frac{0,9}{0,33} \right) : \frac{0,1}{0,22}$$

$$= \left(\frac{11}{44 \cdot 10} \cdot \frac{9 \cdot 10}{33} \right) : \frac{10}{22}$$

$$= \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{11} \right) \cdot \frac{2 \cdot 11}{10}$$

$$= \frac{3}{20} \text{ dir.}$$

Cevap: A

$$7. \frac{0,00\bar{2} : 0,0\bar{1}}{0,0\bar{1} \cdot 0,0\bar{1}} = \frac{\frac{2}{990} : \frac{1}{90}}{\frac{1}{90} \cdot \frac{1}{99}}$$

İfadesinin payındaki bölme işleminde 990 ve 90 sayılarının ikisi de payda olduğundan kendi aralarında sadeleştirilirse,

$$= \frac{\frac{2}{11}}{\frac{1}{90} \cdot \frac{1}{99}}$$

İfadesinde 11 ve 99 sayıları da kendi arasında sadeleştirilirse,

$$= 2 \cdot 90 \cdot 9 = 1620 \text{ dir.}$$

Cevap: A

$$8. \frac{5,4}{0,18} + \frac{0,3}{0,25} - \frac{0,111}{0,037}$$

$$= \frac{54 \cdot 10}{18} + \frac{30}{25} - \frac{111}{37}$$

(4)

$$= 3 \cdot 10 + \frac{120}{100} - 3 = 27 + 1,2 = 28,2 \text{ dir.}$$

Cevap: D

$$9. \frac{2 \frac{1}{2} - 1 : 3}{3 : 2 \frac{1}{3} + 1} = \frac{\frac{5}{2} - \frac{1}{3}}{3 : \frac{7}{3} + 1}$$

$$= \frac{\frac{13}{6}}{3 \cdot \frac{3}{7} + \frac{7}{7}} = \frac{\frac{13}{6}}{\frac{16}{7}}$$

$$= \frac{13 \cdot 7}{6 \cdot 16} = \frac{91}{96} \text{ dir.}$$

Cevap: D

$$10. \frac{2 : \frac{1}{2} - 1 + (3 \cdot 2) : \frac{1}{3}}{2 \cdot \frac{1}{2} + 1 - (3 : 2) \cdot \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{2 \cdot 2 - 1 + 6 \cdot 3}{1 + 1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{4 - 1 + 18}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{21}{\frac{3}{2}}$$

İfadesinde 21 ve 3 sayılarının ikisi de pay olduğundan kendi aralarında sadeleştirilirse,

$$= 7 \cdot 2 = 14 \text{ tür.}$$

Cevap: A

$$11. 1 - \left[\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) : \frac{1}{2} \right]$$

$$= 1 - \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{12} \cdot 2 \right] = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12} \text{ dir.}$$

Cevap: A

$$12. \frac{1 - 0,2}{2 + \frac{1}{1 - 0,3}} = \frac{1 - \frac{2}{9}}{2 + \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}}$$

$$= \frac{\frac{7}{9}}{2 + \frac{3}{2}}$$

$$= \frac{\frac{7}{9}}{\frac{7}{2}}$$

$$= \frac{7 \cdot 2}{9 \cdot 7} = \frac{2}{9} \text{ dur.}$$

Cevap: B

13.

$$a = 1 + \frac{1 + \frac{1 + \frac{1 + \dots}{3}}{3}}{3} \rightarrow a$$

$$\Rightarrow a = 1 + \frac{a}{3} \Rightarrow a - \frac{a}{3} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{2a}{3} = 1$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{2} \text{ ve}$$

$$5 + \frac{5 + \frac{5 + \frac{5 + \dots}{3}}{3}}{3} = x \text{ denilirse}$$

$$5 + \frac{x}{3} = x \Rightarrow 5 = x - \frac{x}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{15}{2} = 5 \cdot \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x = 5 \cdot a \text{ olur.}$$

Cevap: E

$$14. \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$= \frac{2^2 - 1}{2 \cdot 2} \cdot \frac{3^2 - 1}{3 \cdot 3} \cdot \frac{4^2 - 1}{4 \cdot 4} \cdot \dots \cdot \frac{n^2 - 1}{n \cdot n}$$

$$= \frac{2-1}{2} \cdot \frac{3-1}{3} \cdot \frac{4-1}{4} \cdot \dots \cdot \frac{n-1}{n}$$

$$= \frac{2+1}{2} \cdot \frac{3+1}{3} \cdot \frac{4+1}{4} \cdot \dots \cdot \frac{n+1}{n}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \dots \cdot \frac{n+1}{n}$$

ifadesinde sadeleştirmeler yapılır ve n yerine 10 yazılırsa,

$$= \frac{1}{n} \cdot \frac{n+1}{2} = \frac{1}{10} \cdot \frac{11}{2} = \frac{11}{20} \text{ bulunur.}$$

Cevap: A

15.

$$\begin{array}{cccccc} 1 & x & 2 & 3 & 5 & x \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 2 & 1 & 0 & -1 & -2 \end{array}$$

ondalık sayısında x in basamak değerlerinin çarpımı 16 olduğundan,

$$(x \cdot 10^2) \cdot (x \cdot 10^{-2}) = 16$$

$$x^2 \cdot 10^{2-2} = 16 \Rightarrow x^2 = 16$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ tür.}$$

Cevap: D

16. 1. yol:

$$a - \frac{1}{2} = \frac{4}{3} - \frac{b}{2}$$

eşitliğin iki tarafını 2 ile çarpalım.

$$2a - 1 = \frac{8}{3} - b$$

$$\Rightarrow 2a + b = \frac{8}{3} + 1$$

$$= \frac{11}{3} \text{ tür.}$$

2. yol:

Bilinmeyen sayısı denklem sayısından fazla olduğundan verilen eşitliği sağlayan sonsuz sayıda (a, b) ikilisi (her b reel sayısına karşılık bir a reel sayısı) vardır. Buna göre örneğin, b = 0 seçip a'yı bulalım.

$$a - \frac{1}{2} = \frac{4}{3} - 0 \Rightarrow a = \frac{4}{3} + \frac{1}{2} = \frac{11}{6}$$

$$\text{olduğundan, } 2a + b = \frac{11}{3} \text{ bulunur.}$$

Cevap: E

17. $\frac{12}{1 + \frac{10}{1 + \frac{1}{1-x}}} = 2$

$$\Rightarrow \frac{1}{1-x} = 1 \Rightarrow 1 = 1-x$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ dir.}$$

Cevap: A

19. $\frac{23}{12} - \frac{21}{11} - \frac{25}{13} = a$ diyelim ve $a - x$ far-

kını bulalım.

$$a - x = \frac{23}{12} - \frac{21}{11} - \frac{25}{13} - \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{12} + \frac{1}{13} \right)$$

$$a - x = \frac{23}{12} + \frac{1}{12} - \frac{21}{11} - \frac{1}{11} - \frac{25}{13} - \frac{1}{13}$$

$$a - x = \frac{24}{12} - \frac{22}{11} - \frac{26}{13}$$

$$a - x = 2 - 2 - 2$$

$$\Rightarrow a = x - 2 \text{ dir.}$$

Cevap: A

© Fem Yayınları

18. $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(2 + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(3 + \frac{3}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(n + \frac{n}{n+1}\right)$

$$= \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left[2 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right)\right] \cdot \left[3 \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right)\right] \cdot \dots \cdot \left[n \cdot \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)\right]$$

$$= \underbrace{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n}_{n!} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \dots \cdot \frac{n+2}{n+1}$$

İfadesinde sadeleştirmeler yapılır ve n yerine 12 yazılırsa,

$$= n! \cdot \frac{1}{2} \cdot (n+2)$$

$$= 12! \cdot \frac{1}{2} \cdot 14 = 7 \cdot 12! \text{ dir.}$$

Cevap: A

20. $\frac{5a-b}{2a-4} = 0$ ise

$$5a - b = 0 \text{ ve } 2a - 4 \neq 0 \text{ dir.}$$

O halde,

$$b = 5a \text{ ve } 2a \neq 4$$

$$\Rightarrow a \neq 2 \text{ dir.}$$

$a = 2$ için $b = 10$ olacağından b nin değeri 10 olamaz.

Cevap: C

CEVAPLI TEST – 1

$$1. \frac{\left(4 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(5 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 1\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 4\right)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

$$2. 1\frac{1}{2} - \frac{1}{2} : 2 + 2^{-1} \cdot \frac{1}{2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B)
- $\frac{3}{2}$
- C) 2 D)
- $\frac{5}{2}$
- E) 3

$$3. 1 - \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} \cdot \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

$$4. \frac{0,04}{0,5} \cdot b + \frac{0,002}{0,4} = \frac{0,2}{2,5} \cdot a$$

olduğuna göre, b - a kaçtır?

- A)
- $-\frac{1}{2}$
- B)
- $-\frac{1}{4}$
- C)
- $-\frac{1}{16}$
- D)
- $\frac{1}{8}$
- E)
- $\frac{1}{16}$

$$5. \frac{\frac{1}{2}}{3} + \frac{2}{\frac{1}{3}} - \frac{\frac{1}{3}}{2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

$$6. \left(1 + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{4}{5}\right) = x$$

olduğuna göre, $\left(1 - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{4}{5}\right)$ iş-

leminin x cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\frac{14}{x}$
- B)
- $\frac{14}{3x}$
- C)
- $\frac{14}{5x}$
- D)
- $\frac{14}{9x}$
- E)
- $\frac{1}{5x}$

$$7. \frac{2x + 4a}{3x - 7}$$

ifadesi sabit kesir olduğuna göre, a kaçtır?

- A)
- $-\frac{7}{2}$
- B)
- $-\frac{7}{3}$
- C)
- $-\frac{7}{5}$
- D)
- $-\frac{7}{6}$
- E) -1

$$8. \frac{4}{x - 2}$$

kesri bileşik kesir olduğuna göre, x in alabileceği tamsayı değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

9. x, y, z pozitif tamsayılardır.

$$3,12 = \frac{x}{100} + \frac{y}{20} + z$$

olduğuna göre, x + y + z toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

$$10. \frac{\frac{2}{3}}{x} \text{ kesri, } \frac{\frac{3}{2}}{4} \text{ kesrinin 2 katına}$$

eşit olduğuna göre, x kaçtır?

- A)
- $\frac{9}{8}$
- B)
- $\frac{8}{7}$
- C)
- $\frac{7}{6}$
- D)
- $\frac{6}{5}$
- E)
- $\frac{5}{4}$

11. a ve b tamsayıdır.

a . b > 0 olduğuna göre, $\frac{3a - b}{a}$ sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{10}{3}$ D) $\frac{11}{4}$ E) $\frac{13}{4}$

12. $\frac{0,09}{0,03} - \frac{0,1}{0,02} \cdot \frac{0,08}{0,04}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -4 B) -5 C) -6 D) -7 E) -8

13. $0,\bar{3}$ ve $0,\bar{9}$ devirli ondalık sayılardır.

$$\frac{0,\bar{9} : 0,9}{0,\bar{3} : 0,3}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 9 D) 10 E) 19

14. x ve y birer rakam olmak üzere,

$$\frac{x,\bar{y} + y,\bar{x}}{x,y + y,x}$$

ifadesi en küçük hangi pozitif tamsayı ile çarpılırsa sonuç bir tamsayı olur?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 90 E) 99

15. $a = \frac{2}{2 - \frac{2}{3}}$, $b = \frac{3}{3 - \frac{3}{4}}$, $c = \frac{4}{4 - \frac{4}{5}}$

sayılarının sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < c < a$
D) $c < b < a$ E) $c < a < b$

16. $0,6 + 0,06 + 0,006 + \dots$

şeklindeki sonsuz (sınırsız) toplamın sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{5}{3}$

17. x bir rakam olmak üzere,

$$3,\bar{x} - x,\bar{x} + 2,\bar{x} = \frac{7}{3}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

18. a ve b iki basamaklı sayılardır.

$$\frac{0,a + 0,b}{0,\bar{a} + 0,\bar{b}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{9}{10}$ B) $\frac{10}{9}$ C) $\frac{99}{100}$ D) $\frac{100}{99}$ E) 1

19.

$$a = 2,\bar{52}$$

$$b = 0,\bar{47}$$

$$c = 2,\bar{23}$$

olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

- A) $5,\bar{23}$ B) $6,\bar{23}$ C) $5,\bar{72}$
D) $6,\bar{67}$ E) $7,\bar{24}$

20.

$$a + \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a}}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) -1 C) a D) -a E) a - 1

CEVAP ANAHTARI

1-A	2-B	3-A	4-C	5-A	6-E	7-D	8-C	9-D	10-A
11-D	12-D	13-A	14-E	15-D	16-B	17-B	18-C	19-A	20-A

CEVAPLI TEST – 2

$$1. \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right)}{\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{8}\right)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 2 D) 3 E) 4

$$2. \frac{2 + \frac{1}{2}}{5} + \frac{5}{2 + \frac{1}{2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 5

$$3. 2 - 3,2 : \frac{0,8}{\frac{1}{2} + 2,5}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -12 B) -10 C) -5,2 D) -5 E) -4

$$4. \frac{2 - \frac{21}{27} + \frac{17}{5}}{1 + \frac{4}{5} - \frac{7}{27}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) $\frac{13}{3}$ E) $\frac{14}{3}$

$$5. \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{6}}{\frac{2}{3} - \frac{5}{6} + \frac{1}{2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) $\frac{2}{3}$ E) 3

$$6. \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

işleminin sonucu, $n = 17$ için kaçtır?

- A) 9 B) 9! C) 17! D) 17 E) $\frac{18!}{2}$

$$7. \frac{0,7 : 0,6 + \frac{5}{6}}{1 - 0,5 \cdot 3}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) $-\frac{1}{2}$ C) -2 D) -3 E) -4

8. a ve b pozitif tamsayıdır.

$$a + \frac{1}{b + \frac{1}{2}} = \frac{9}{7}$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

$$9. \frac{0,12}{0,4} + \frac{0,24}{0,16} : \frac{0,8}{0,02} - \frac{0,07}{0,8}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) 1 C) $-\frac{9}{80}$ D) $-\frac{3}{7}$ E) $-\frac{1}{4}$

$$10. A = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{6}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2n}\right)$$

$$B = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{7}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{2n+1}\right)$$

olduğuna göre, $n = 10$ için $A \cdot B$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$11. \frac{\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{n} \right)}{\left(\frac{2}{7} + \frac{2}{8} + \frac{2}{9} + \dots + \frac{2}{n} \right)}$$

işleminin sonucu, $n = 17$ için kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) 2 E) $\frac{2}{5}$

$$12. \frac{1 - 0,1}{1 - 0,19} : \frac{0,2}{0,2 - 0,02}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 11 B) 9 C) 5 D) 3 E) 1

$$13. \frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{b}{c} = x$$

olduğuna göre, $\frac{a+b}{b} + \frac{b-2c}{c} + \frac{c+d}{d}$

ifadesinin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x+1$ B) $2x$ C) $x+3$ D) x E) $2x+1$

$$14. \frac{1}{1 + \frac{1}{a+1}}$$

kesrini tanımsız yapan a değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

15. a , b ve c pozitif tamsayılardır.

$$a + \frac{b}{4} + \frac{c}{8} = 6,875$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

$$16. \frac{3x + 21}{2ax - 16}$$

kesrini tanımsız yapan $x = 2$ değeri için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $a \neq 4$ B) $a = 4$ C) $a \neq 3$
D) $a = 2$ E) $a \neq 1$

$$17. \left(\frac{1}{2} : 0,5 - 0,3 + 0,7 \cdot 9 \right) : 7$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 0 C) -1 D) -2 E) -3

18. x ve y birer rakam olmak üzere,

$$\frac{0,\bar{x}}{0,0x} \cdot \frac{0,0\bar{y}}{0,y}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{90}$ B) $\frac{9}{91}$ C) 1 D) $\frac{1}{9}$ E) 91

19. x ve y birer rakam olmak üzere,

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{3} ; \quad a = 0,\overline{xy} ; \quad b = 0,\overline{yx}$$

olduğuna göre, $(a - b)$ farkının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) $\frac{2}{11}$ B) $\frac{1}{11}$ C) $\frac{-2}{11}$ D) $\frac{-4}{11}$ E) $\frac{-6}{11}$

$$20. -1 + \frac{2}{-1 + \frac{2}{-1 + \frac{2}{\ddots}}}$$

ifadesinin alacağı değerlerden birisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) $-\frac{1}{2}$

CEVAP ANAHTARI

1-C	2-D	3-B	4-C	5-A	6-A	7-E	8-B	9-A	10-A
11-A	12-E	13-D	14-B	15-A	16-B	17-A	18-C	19-E	20-C

5. BÖLÜM

SIRALAMA BASİT EŞİTSİZLİKLER

A. RASYONEL SAYILARDA SIRALAMA

Rasyonel sayılar büyüklük-küçüklük bakımından beş ayrı yoldan karşılaştırılabilir.

1) Paydaları eşit olan pozitif iki kesirden payı büyük olan daha büyüktür. Örneğin,

$$\frac{3}{11} < \frac{4}{11} < \frac{5}{11} < \frac{6}{11} < \frac{7}{11} \text{ dir.}$$

Örnek:

$\frac{5}{12}, \frac{3}{8}, \frac{2}{3}$ rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

Çözüm:

OKEK (12, 8, 3) = 24 olduğundan kesirlerin paydalarını 24 te eşitleyelim.

$$\frac{5}{12} \cdot \frac{2}{2} = \frac{10}{24}, \quad \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{3} = \frac{9}{24}, \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{8}{8} = \frac{16}{24}$$

$$\text{olduğundan } \frac{9}{24} < \frac{10}{24} < \frac{16}{24} \text{ tür.}$$

$$\text{O halde, } \frac{3}{8} < \frac{5}{12} < \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

2) Payları eşit olan pozitif iki kesirden paydası küçük olan daha büyüktür. Örneğin,

$$\frac{10}{13} < \frac{10}{11} < \frac{10}{9} < \frac{10}{8} < \frac{10}{7} \text{ dir.}$$

Örnek:

$\frac{4}{5}, \frac{5}{8}, \frac{10}{9}$ rasyonel sayılarını sıralayalım.

Çözüm:

OKEK (4, 5, 10) = 20 olduğundan kesirlerin paylarını 20 de eşitleyelim.

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{4}{4} = \frac{16}{20}, \quad \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{4} = \frac{20}{32}, \quad \frac{10}{9} \cdot \frac{2}{2} = \frac{20}{18}$$

$$\text{olduğundan } \frac{20}{18} > \frac{20}{25} > \frac{20}{32} \text{ olur.}$$

$$\text{Buna göre, } \frac{10}{9} > \frac{4}{5} > \frac{5}{8} \text{ dir.}$$

3) Pozitif iki kesir birbirine bölündüğünde bölüm 1 den büyükse bölünen kesir, bölüm 1 den küçükse bölen kesir daha büyüktür. Bölüm 1 ise bu iki kesir birbirine eşittir. Örneğin,

$$\frac{6}{5} : \frac{11}{15} = \frac{6}{5} \cdot \frac{15}{11} = \frac{18}{11} > 1 \Rightarrow \frac{6}{5} > \frac{11}{15},$$

$$\frac{24}{15} : \frac{32}{20} = \frac{3}{3} : \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow \frac{24}{15} = \frac{32}{20} \text{ ve}$$

$$\frac{2}{3} : \frac{7}{9} = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{7} < 1 \Rightarrow \frac{2}{3} < \frac{7}{9} \text{ olur.}$$

4) Pay ve paydası arasındaki fark eşit olan pozitif kesirlerin pay ve paydasındaki sayılar büyüdükçe; basit kesirlerin değeri artar, bileşik kesirlerin değeri azalır.

$$\frac{4}{9} < \frac{6}{11} < \frac{7}{12} < \frac{8}{13} < \frac{9}{14}$$

$$\frac{5}{3} > \frac{7}{5} > \frac{9}{7} > \frac{11}{9} > \frac{15}{13}$$

Örnek:

$\frac{5}{8}, \frac{7}{9}, \frac{10}{13}, \frac{13}{15}$ rasyonel sayılarını sıralayalım.

Çözüm:

$\frac{5}{8}, \frac{7}{9}, \frac{10}{13}, \frac{13}{15}$ basit kesirlerinin pay ve paydaları arasındaki fark sırasıyla 3, 2, 3, 2 olduğundan bu farkları 6 da eşitlemek için kesirleri sırasıyla 2, 3, 2, 3 ile genişletelim.

$$\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{2} = \frac{10}{16}, \quad \frac{7}{9} \cdot \frac{3}{3} = \frac{21}{27},$$

$$\frac{10}{13} \cdot \frac{2}{2} = \frac{20}{26}, \quad \frac{13}{15} \cdot \frac{3}{3} = \frac{39}{45} \text{ olur.}$$

$$\frac{10}{16} < \frac{20}{26} < \frac{21}{27} < \frac{39}{45} \text{ tir.}$$

$$\frac{5}{8} < \frac{10}{13} < \frac{7}{9} < \frac{13}{15} \text{ olur.}$$

Uyarı:

Negatif sayılar karşılaştırılırken (sıralanırken) önce sayıların işareti göz önüne alınmadan sıralama yapılır. Daha sonra bütün sayılar -1 ile çarpılarak elde edilen sıralamanın yönü değiştirilir.

Örnek:

$$a = -\frac{10}{11}, \quad b = -\frac{100}{103}, \quad c = -\frac{1000}{1103}$$

olduğuna göre; a, b, c sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

Çözüm:

Önce verilen kesirlerin paylarını 1000 de eşitleyelim ve işaretlerini göz önüne almayalım.

$$\frac{10}{11} = \frac{1000}{1100}, \quad \frac{100}{103} = \frac{1000}{1030}$$

ve payları eşit olan pozitif kesirlerden paydası küçük olan daha büyük olduğundan,

$$\frac{1000}{1030} > \frac{1000}{1100} > \frac{1000}{1103} \Rightarrow -\frac{100}{103} < -\frac{10}{11} < -\frac{1000}{1103}$$

$$\Rightarrow b < a < c \text{ olur.}$$

5) Rasyonel sayılar ondalık sayıya çevrilerek karşılaştırılabilir.

İki ondalık sayıdan tam kısmı büyük olan daha büyüktür. Tam kısmı eşit olan ondalık sayılar virgülden sonraki kısma (kesir kısmına) bakılarak şu şekilde karşılaştırılır:

Soldan sağa doğru, sırasıyla aynı isimli basamakta birbirinden farklı olarak rastlanan ilk rakama bakılarak karşılaştırılır. Bu sayılardan (işareti de göz önüne alınarak) büyük olanın bulunduğu ondalık sayı daha büyüktür. Örneğin,

$3,05 > 2,45 > 1,95$; $-2,01 > -3,5 > -4,9$ olur. Şimde de 2,469 ve 2,471 sayılarını karşılaştıralım.

$\begin{array}{ c } \hline 2 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array}, 469$	$2, \begin{array}{ c } \hline 4 \\ \hline 4 \\ \hline \end{array} 69$	$2, 4 \begin{array}{ c } \hline 6 \\ \hline 7 \\ \hline \end{array} 9$
aynı	aynı	farklı

6 < 7 olduğundan 2,469 < 2,471 olur.

Uyarı:

1) Ondalık sayıların kesir kısımları karşılaştırılırken virgülden sonraki basamak sayıları eşitlenip, virgülden sonraki kısım tamsayı gibi düşünülerek karşılaştırma yapılabilir. Örneğin, 2,469 ve 2,471 sayılarının virgülden sonraki basamaklarında bulunan sayılar tamsayı gibi düşünülürse $469 < 471$ olduğundan $2,469 < 2,471$ dir.

2) Ondalık sayıların virgülden sonraki kısmının işareti tam kısmının işareti ile aynıdır.

Örnek:

$11,63 > 11, \square 27$ olduğuna göre, $\square$ yerine yazılabilecek rakamların kümesini bulalım.

Çöz :

Verilen sayıların tam kısımları eşit olduğundan virgülden sonraki kısımlarının basamak sayılarını eşitleyip üç basamaklı sayılar gibi düşünelim.

$11,63 > 11, \square 27 \Rightarrow 630 > \square 27$ şartının sağlanabilmesi için $\square$ yerine yazılabilecek rakamların kümesi $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dir.

Örnek:

$a = -3,125$; $b = -3,09$; $c = -3,4$ sayılarını sıralayalım.

Çözüm:

Verilen sayılarda virgülden sonra en çok üç basamak olduğundan bütün sayıların virgülden sonraki kısımlarını üç basamağa genişletip virgülden sonraki kısımları tamsayı gibi düşünersek,
 $-400 < -125 < -90 \Rightarrow -3,4 < -3,125 < -3,09$
 şeklinde sıralanır. O halde, $c < a < b$ olur.

İki Rasyonel Sayı Arasına Sayı Yazma

İki rasyonel sayı arasında sonsuz sayıda reel sayı yazılabilir. Ancak iki rasyonel sayı arasında belli şartlarda sonlu (sınırlı) sayıda kesir yazmak için:

1) İki rasyonel sayının paydaları eşit değilse eşitlenir.

2) İstenen şartları sağlayacak şekilde (gerekirse) kesirler genişletilir veya sadeleştirilir.

3) a ve b sayılarının ortasındaki sayı $\frac{a+b}{2}$ dir.

© Femi Yayınları

Örnek:

$\frac{3}{4}$ ve $\frac{5}{6}$ sayılarının ortasındaki sayının payı 95 olduğuna göre, bu sayının paydasını bulalım.

Çözüm:

$\frac{3}{4}$ ve $\frac{5}{6}$ sayılarının ortasındaki sayı,

$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6} \right) = \frac{19}{24}$ ve bu sayının payını, 95 olacak şekilde 5 ile genişletirsek $\frac{19}{24} = \frac{95}{120}$ dir.

O halde, $\frac{3}{4}$ ve $\frac{5}{6}$ sayılarının ortasındaki (payı 95 olan) sayının paydası 120 dir.

Örnek:

a ve b pozitif tamsayı olmak üzere,

$$\frac{5}{4} > \frac{a}{b} > \frac{6}{5} \text{ ve } a < 75$$

olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ nin en büyük değerini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{5}{4} > \frac{a}{b} > \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{25}{20} > \frac{a}{b} > \frac{24}{20} \text{ olur.}$$

$a < 75$ ve $\frac{a}{b}$ nin en büyük değerini aradığımız için $\frac{25}{20}$ kesrinin payını 75 e eşit veya büyük olacak şekilde genişletelim.

$$\Rightarrow \frac{75}{60} > \frac{a}{b} > \frac{72}{60}$$

olduğundan $\frac{a}{b}$ nin en büyük değeri $\frac{74}{60}$ tır.

B. BASİT EŞİTSİZLİKLER

Eşitsizlik, eşit olmanın **karşısı (zıttı)** dir.

$x \neq y$ ise x ve y den biri diğerinden küçüktür.

$x < y$: x küçüktür y

$x > y$: x büyüktür y

$x \leq y$: x küçük veya eşittir y

$x \geq y$: x büyük veya eşittir y

Eşitsizliğin Özellikleri

x, y, a, b reel (gerçel) sayılar olmak üzere,

1) Bir eşitsizliğin her iki tarafına aynı sayı eklenebilir veya çıkarılabilir.

$$x < y \Leftrightarrow x \pm a < y \pm a$$

Örneğin, $-2 < 5 \Leftrightarrow -2 + 7 < 5 + 7$

$$3 < 8 \Leftrightarrow 3 - 10 < 8 - 10 \text{ dur.}$$

2) Bir eşitsizliğin her iki tarafı aynı pozitif sayıyla çarpılabilir veya bölünebilir.

$$\begin{aligned} x < y &\Leftrightarrow x \cdot a < y \cdot a \\ &\Leftrightarrow x : a < y : a \end{aligned} \quad (a > 0)$$

Örneğin, $3 < 5 \Leftrightarrow 3 \cdot 2 < 5 \cdot 2$
 $-6 < -4 \Leftrightarrow -6 : 5 < -4 : 5$ tir.

3) Bir eşitsizliğin her iki tarafı aynı negatif sayıyla çarpılırsa veya bölünürse eşitsizliğin yönü değişir.

$$\begin{aligned} x < y &\Leftrightarrow x \cdot a > y \cdot a \\ &\Leftrightarrow x : a > y : a \end{aligned} \quad (a < 0)$$

Örneğin, $5 < 9 \Leftrightarrow 5 \cdot (-1) > 9 \cdot (-1)$
 $-3 < 2 \Leftrightarrow (-3) : (-4) > 2 : (-4)$ tür.

4) Aynı yönlü eşitsizlikler taraf tarafa toplanabilir fakat çıkarılamaz.

$$x < y \text{ ve } a < b \Rightarrow x + a < y + b$$

Örneğin, $-5 < x < -1$
 $-2 < y < 7$
 $+$
 $-7 < x + y < 6$ dir.

Örnek:

$-\frac{3}{2} < x < 3$ ve $-5 < y < -\frac{1}{2}$ olduğuna göre,

$(x - y)$ farkının alabileceği değerlerin en geniş hangi aralıkta olduğunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} -5 < y < -\frac{1}{2} &\Rightarrow 5 > -y > \frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} < x < 3 &\Rightarrow 3 > x > -\frac{3}{2} \\ + & \\ 8 > x - y > -1 &\text{ dir.} \end{aligned}$$

5) x, y, a, b pozitif reel sayılar olmak üzere, aynı yönlü eşitsizlikler taraf tarafa çarpılabilir, fakat bölünemez.

$$x < y \text{ ve } a < b \Rightarrow x \cdot a < y \cdot b \text{ dir.}$$

Örneğin,
 $2 < x < 7$ ve $3 < y < 5$ ise $2 \cdot 3 < x \cdot y < 7 \cdot 5$ tir.

Örnek:

$-3 < x < 5$ ve $-7 < y < -4$ olduğuna göre, $x \cdot y$ nin alabileceği değerlerin en geniş aralığını bulalım.

Çözüm:

Verilen aralıkların sınır değerleri için $x \cdot y$ çarpımının alabileceği değerleri bulalım.

$x = -3$ ve $y = -7$ için $x \cdot y = 21$ (en büyük)
 $x = -3$ ve $y = -4$ için $x \cdot y = 12$
 $x = 5$ ve $y = -7$ için $x \cdot y = -35$ (en küçük)
 $x = 5$ ve $y = -4$ için $x \cdot y = -20$

O halde, $-35 < x \cdot y < 21$ dir.

6) Eşitsizliklerin geçişme özelliği vardır.

$$x < a \text{ ve } a < y \Rightarrow x < y$$

Örneğin, $-3 < 2$ ve $2 < 7 \Rightarrow -3 < 7$ dir.

7) $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$$0 < a < b \Rightarrow 0 < a^n < b^n \text{ dir.}$$

Örneğin, $3 < 7 \Rightarrow 3^{11} < 7^{11}$ dir.

8) $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$$a < b < 0 \Rightarrow a^{2n-1} < b^{2n-1} < 0 \text{ dir.}$$

Örneğin, $-3 < -2 \Rightarrow (-3)^5 < (-2)^5$ tir.

$$a < b < 0 \Rightarrow a^{2n} > b^{2n} > 0 \text{ dir.}$$

Örneğin,

$$-\frac{1}{2} < -\frac{1}{3} < 0 \Rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^4 > \left(-\frac{1}{3}\right)^4 \text{ tür.}$$

9) $n, 1$ den büyük bir tamsayı olmak üzere,

$$0 < a < 1 \Rightarrow 0 < a^n < a < 1 \text{ dir.}$$

Örneğin,

$$0 < \dots < \left(\frac{1}{3}\right)^3 < \left(\frac{1}{3}\right)^2 < \frac{1}{3} < 1 \text{ dir.}$$

10) $n, 1$ den büyük bir tamsayı olmak üzere,

$$-1 < a < 0 \text{ veya } a > 1 \text{ ise } a^n > a \text{ dir.}$$

Örneğin,

$$3 < 3^2 < 3^3, \quad -\frac{1}{2} < \left(-\frac{1}{2}\right)^2, \quad -\frac{2}{3} < \left(-\frac{2}{3}\right)^3,$$

$$-1 < -\frac{1}{3} < \left(-\frac{1}{3}\right)^3 < \dots < 0 < \dots < \left(-\frac{1}{3}\right)^4 < \left(-\frac{1}{3}\right)^2 < 1$$

dir.

11) $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$$a < -1 \Rightarrow a^{2n-1} < a < a^{2n} \text{ dir.}$$

Örneğin,

$$\left(-\frac{3}{2}\right)^5 < \left(-\frac{3}{2}\right)^3 < -\frac{3}{2} < \left(-\frac{3}{2}\right)^2 < \left(-\frac{3}{2}\right)^4 \text{ tür.}$$

12) $x \cdot y > 0$ (x ile y aynı işaretli sayılar) olmak üzere,

$$x < y \Leftrightarrow \frac{1}{x} > \frac{1}{y} \text{ dir.}$$

$$\text{Örneğin, } 2 < 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} > \frac{1}{3},$$

$$-5 < -3 \Leftrightarrow -\frac{1}{5} > -\frac{1}{3} \text{ tür.}$$

13) $x \cdot y < 0$ (x ile y ters işaretli sayılar) olmak üzere,

$$x < y \Leftrightarrow \frac{1}{x} < \frac{1}{y} \text{ dir.}$$

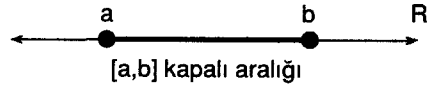
$$\text{Örneğin, } -\frac{1}{2} < \frac{1}{7} \Leftrightarrow -2 < 7 \text{ dir.}$$

C. GERÇEL SAYI ARALIKLARI

1) Kapalı Aralık

a ve b birer gerçel (reel) sayı olmak üzere, $a < b$ olsun. a ve b sayıları ile bu sayılar arasında kalan tüm reel sayılar a, b kapalı aralığını oluştururlar ve bu aralık $[a, b]$ şeklinde gösterilir. Buna göre,

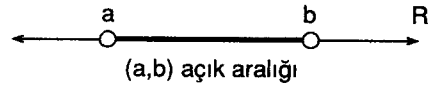
$A = \{x \mid a \leq x \leq b \text{ ve } a, b, x \text{ reel sayı}\}$ ise $x \in [a, b]$ dir.



2) Açık Aralık

a, b kapalı aralığından a ve b sayıları çıkarılırsa a, b açık aralığı elde edilir ve a, b açık aralığı (a, b) şeklinde gösterilir. Buna göre,

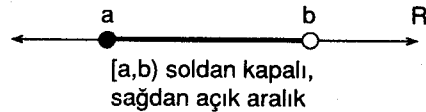
$A = \{x \mid a < x < b \text{ ve } a, b, x \text{ reel sayı}\}$ ise $x \in (a, b)$ dir.



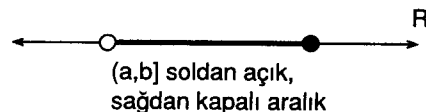
3) Yarı Açık Aralıklar

a, b kapalı aralığından a ve b sayılarının sadece birisi çıkarılırsa yarı açık aralıklar elde edilir. Buna göre,

$A = \{x \mid a \leq x < b \text{ ve } a, b, x \text{ reel sayı}\}$ ise $x \in [a, b)$ dir.



$A = \{x \mid a < x \leq b \text{ ve } a, b, x \text{ reel sayı}\}$ ise $x \in (a, b]$ dir.



ÖSS MATEMATİK

Örnek:

$\frac{2x-1}{3} - \frac{x}{2} \leq \frac{x-1}{4}$ eşitsizliğini sağlayan x değerlerinin en geniş çözüm aralığını bulalım.

Çözüm:

OKEK (3, 2, 4) = 12 olduğundan yukarıdaki eşitsizliğin her iki tarafını 12 ile çarpalım.

$$\begin{aligned} 4 \cdot (2x-1) - 6 \cdot x &\leq 3 \cdot (x-1) \Rightarrow 8x-4-6x \leq 3x-3 \\ &\Rightarrow 2x-3x \leq -3+4 \\ &\Rightarrow -x \leq 1 \\ &\Rightarrow x \geq -1 \text{ dir.} \end{aligned}$$

O halde, x değerlerinin en geniş çözüm aralığı, $[-1, \infty)$ olarak bulunur.

Örnek:

$x-2 < 2-3x \leq x+10$ eşitsizliğini sağlayan x değerlerinin en geniş hangi aralıkta olduğunu bulalım.

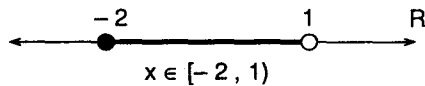
Çözüm:

1. yol:

$$x-2 < 2-3x \leq x+10 \text{ ise,}$$

$$\begin{aligned} x-2 < 2-3x &\quad \text{ve} \quad 2-3x \leq x+10 \\ \Rightarrow x+3x < 2+2 &\quad -3x-x \leq 10-2 \\ \Rightarrow 4x < 4 &\quad -4x \leq 8 \\ \Rightarrow x < 1 &\quad x \geq -2 \end{aligned}$$

olduğundan, $-2 \leq x < 1$ dir.



2. yol:

$$x-2 < 2-3x \leq x+10$$

eşitsizliğinin her tarafından x çıkaralım.

$$\begin{aligned} x-2-x < 2-3x-x &\leq x+10-x \\ \Rightarrow -2 < 2-4x \leq 10 &\Rightarrow -2-2 < -4x \leq 10-2 \\ &\Rightarrow 1 > x \geq -2 \end{aligned}$$

olduğundan x değerlerinin en geniş aralığı, $[-2, 1)$ dir.

Uyarı:

$-\infty$ veya $+\infty$ tarafında kapalı (köşeli) parantez olmaz. Çünkü, $+\infty$ ve $-\infty$ reel sayı değildir.

Örnek:

$$\begin{aligned} y \cdot z &< x \cdot y \\ y-z &< y-x \end{aligned}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisinin daima doğru olduğunu bulalım.

- A) $x < y$ B) $z < x$ C) $x \cdot y > 0$
D) $x \cdot z < 0$ E) $y < 0$

Çözüm:

$$\begin{aligned} y \cdot z < x \cdot y &\Rightarrow y \cdot z - x \cdot y < 0 \\ &\Rightarrow y \cdot (z-x) < 0 \text{ (y ile } z-x \text{ ters işaretli)} \\ y-z < y-x &\Rightarrow -z < -x \\ &\Rightarrow 0 < z-x \end{aligned}$$

O halde, $z-x > 0$ ve $z-x$ ile y ters işaretli olduğundan $y < 0$ dir. x ve z için kesin bir bilgi olmadığından A, B, C ve D seçenekleri için kesin bir şey söylenemez. (E) seçeneği kesinlikle doğrudur.

Örnek:

$3x + 2y = 8$ ve $-4 < y \leq 2$ olduğuna göre, x değerlerinin en geniş hangi aralıkta olduğunu bulalım.

Çözüm:

$3x + 2y = 8 \Rightarrow y = \frac{8-3x}{2}$ değeri $-4 < y \leq 2$ eşitsizliğinde yerine yazılırsa,

$$-4 < \frac{8-3x}{2} \leq 2 \Rightarrow -8 < 8-3x \leq 4$$

$$\Rightarrow -16 < -3x \leq -4$$

$$\Rightarrow \frac{16}{3} > x \geq \frac{4}{3} \text{ olur.}$$

O halde, x değerlerinin en geniş aralığı,

$$\left[\frac{4}{3}, \frac{16}{3} \right) \text{ olarak bulunur.}$$

Örnek:

$-3 < x \leq 5$ olduğuna göre, $(x^2 - 5x)$ ifadesinin alabileceği en büyük tamsayı değerini bulalım.

Çözüm:

$x^2 - 5x = x(x - 5)$ ifadesinin çarpanlarının verilen aralıkta işaretini inceleyelim.

$x = 0$ ve $x = 5$ için $x \cdot (x - 5) = 0$ olur.

$-3 < x < 0$ için $x - 5 < 0 \Rightarrow x \cdot (x - 5) > 0$

$0 < x < 5$ için $x - 5 < 0 \Rightarrow x \cdot (x - 5) < 0$

olduğundan, $x \cdot (x - 5)$ ifadesinin verilen aralıkta alabileceği en büyük değer, $x \in (-3, 0)$ içindir.

$x = -3$ için $(-3)^2 - 5 \cdot (-3) = 24$ olduğuna göre, $-3 < x \leq 0$ için $0 \leq x^2 - 5x < 24$ bulunur.

Buna göre, $(x^2 - 5x)$ in alabileceği en büyük tamsayı değeri 23 tür.

Örnek:

$$a^2 < a$$

$$a \cdot b \geq b$$

olduğuna göre, b nin alabileceği değerlerin hangi aralıkta olduğunu bulalım.

Çözüm:

$a^2 > 0$ olduğundan $0 < a^2 < a \Rightarrow a$ da pozitiftir.

$$O \text{ halde, } \frac{0}{a} < \frac{a^2}{a} < \frac{a}{a} \Rightarrow 0 < a < 1 \text{ ve}$$

$$a \cdot b \geq b \Rightarrow a \cdot b - b \geq 0$$

$$\Rightarrow b \cdot (a - 1) \geq 0$$

$$\Rightarrow b \leq 0 \quad (0 < a < 1 \Rightarrow -1 < a - 1 < 0)$$

Buna göre, b nin alabileceği değerler $(-\infty, 0]$ aralığındadır.

Örnek:

$$a - b < 1$$

$$3a + c > 4$$

$$b + c > 7$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamının alabileceği en küçük tamsayı değerini bulalım.

Çözüm:

$$a - b < 1 \Rightarrow -a + b > -1$$

$$3a + c > 4$$

$$b + c > 7$$

$$\begin{array}{r} + \\ 2 \cdot (a + b + c) > 10 \\ \Rightarrow a + b + c > 5 \end{array}$$

olduğundan, $a + b + c$ toplamının alabileceği en küçük tamsayı değeri 6 dır.

Örnek:

Üretilen bir malın maliyeti x , satış fiyatı y olmak üzere, x ile y arasında,

$$I. y = 3x - 100$$

$$II. y = x + 120$$

şeklinde iki bağıntı vardır.

Üretilen malın tamamı satılabildiğine ve satış fiyatının hesaplanmasında I. bağıntının kullanılması daha kârlı olduğuna göre, bu malın satış fiyatının en küçük tamsayı değerinin kaç olacağını bulalım.

Çözüm:

y nin hesaplanmasında I. durum daha kârlı olduğundan,

$$\begin{aligned} y_I > y_{II} &\Rightarrow 3x - 100 > x + 120 \\ &\Rightarrow 2x > 220 \\ &\Rightarrow x > 110 \\ &\Rightarrow 3x > 330 \\ &\Rightarrow 3x - 100 > 230 \\ &\Rightarrow y > 230 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Buna göre, bu malın satış fiyatının en küçük tamsayı değeri 231 olmalıdır.

Örnek:

$-3 \leq x \leq 2$ ve $-5 \leq y < 3$ olduğuna göre, $2x - 3y$ ifadesinin alabileceği en büyük tamsayı değeri ile en küçük tamsayı değerinin toplamını bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} -3 \leq x \leq 2 &\Rightarrow -6 \leq 2x \leq 4 \\ -5 \leq y < 3 &\Rightarrow -9 < -3y \leq 15 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} + \\ \hline -15 < 2x - 3y \leq 19 \end{array}$$

olduğundan $2x - 3y$ nin en küçük tamsayı değeri ile en büyük tamsayı değerinin toplamı, $-14 + 19 = 5$ tir.

Örnek:

$$a < b < 0 \text{ ve } x = \frac{a+b}{a}$$

olduğuna göre, x in hangi aralıkta olduğunu bulalım.

Çözüm:

$$x = \frac{a+b}{a} = \frac{a}{a} + \frac{b}{a} = 1 + \frac{b}{a} \text{ ve}$$

$$\begin{aligned} a < b < 0 &\Rightarrow \frac{a}{a} > \frac{b}{a} > \frac{0}{a} \\ &\Rightarrow 1 > \frac{b}{a} > 0 \\ &\Rightarrow 1 + 1 > 1 + \frac{b}{a} > 1 \\ &\Rightarrow 2 > x > 1 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

Hareket halinde geçen t saat sonunda, bir otobüsün yakıt deposunda bulunan y yakıt miktarı litre olarak, $y = 105 - 5t$ bağıntısıyla belirlidir. Depodaki yakıt miktarı 10 litrenin altına düştüğünde otobüsün yakıt alması gerekmektedir. Sürekli hareket halinde bulunan otobüsün bu durumda en erken kaçınıcı saat içinde yakıt alması gerektiğini bulalım. (1984 - ÖSS)

Çözüm:

Otobüsün deposundaki y yakıt miktarı 10 litrenin altına düştüğünde yakıt alınacağına göre, $y < 10$ olacaktır. Buna göre,

$$\begin{aligned} 105 - 5t < 10 &\Rightarrow -5t < -95 \\ &\Rightarrow t > 19 \end{aligned}$$

olduğundan 19. saatten sonra yani en erken 20. saatin içinde yakıt alınmalıdır.

Örnek:

$a > b > 3$ olmak üzere,

$$x = \frac{b}{a}, \quad y = \frac{b}{3}, \quad z = \frac{3}{a}$$

olduğuna göre; x, y ve z sayılarını sıralayalım.

Çözüm:

a nin değeri b den ve 3 ten büyük olduğundan $\frac{b}{a}$ ve $\frac{3}{a}$ basit kesirdir. Paydası eşit olan pozitif kesirlerden payı büyük olan daha büyük olduğundan ($b > 3$ olduğundan) $1 > \frac{b}{a} > \frac{3}{a}$ dir.

Ayrıca, $b > 3 \Rightarrow \frac{b}{3} > 1$ dir. Buna göre,

$$\frac{b}{3} > 1 > \frac{b}{a} > \frac{3}{a} \Rightarrow y > x > z \text{ dir.}$$

ÇÖZÜMLÜ TEST

- 1.
- $a > 0$
- olmak üzere,

$$\frac{-0,1}{a} = \frac{-0,01}{b} = \frac{-0,2}{c}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $b < a < c$ C) $c < b < a$
D) $b < c < a$ E) $a < c < b$

- 2.

$$x = \frac{1,3}{11}$$

$$y = \frac{11,3}{111}$$

$$z = \frac{111,3}{1111}$$

sayılarının küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x < y < z$ B) $y < z < x$ C) $z < y < x$
D) $y < x < z$ E) $z < x < y$

- 3.
- $\frac{a}{2} \in \mathbb{Z}^+$
- olmak üzere,

$$x = \left(-\frac{1}{2}\right)^a, \quad y = \left(-\frac{1}{2}\right)^{a+1}, \quad z = \left(-\frac{1}{2}\right)^{a+2}$$

olduğuna göre; x, y, z sayılarının küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x < y < z$ B) $y < z < x$ C) $y < x < z$
D) $z < x < y$ E) $x < z < y$

- 4.
- x, y, z
- negatif reel sayılar ve

$$\frac{0,2}{7x} = \frac{0,3}{4y} = \frac{0,4}{5z}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $y < z < x$ C) $z < y < x$
D) $z < x < y$ E) $x < z < y$

- 5.
- x, y, z
- pozitif gerçel sayılar ve

$$x.y = \frac{2}{9}, \quad x.z = \frac{1}{2}, \quad y.z = \frac{1}{4}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $z < y < x$ C) $x < z < y$
D) $y < x < z$ E) $y < z < x$

- 6.
- a, b, c
- negatif gerçel sayılardır.

$$a.b < b.c < a.c$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $b < a < c$ C) $c < b < a$
D) $b < c < a$ E) $c < a < b$

- 7.

$$-1 < a < b < 0$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} < 0$ B) $a - b > 0$ C) $ab < 0$
D) $\frac{1}{b} + \frac{1}{a} < b$ E) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > 0$

8. $a < b < 0 < c$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima yanlıştır?

- A) $a^2 > b^2$ B) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ C) $\frac{1}{a^3} > \frac{1}{b^3}$
D) $\frac{1}{c} - \frac{1}{a} + \frac{1}{b} > 0$ E) $\frac{1}{c} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} < 0$

9. $\frac{2x+3}{4} < \frac{8-x}{3}$

eşitsizliğini sağlayan x in en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $x > y$ ve $\frac{x^2 - xy}{y^2 - xy} > 0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $x > y > 0$ B) $y > 0 > x$ C) $0 > x > y$
D) $x > 1 > y$ E) $x > 0 > y$

11. x bir rakam olmak üzere, $-1,3x7$ ve $-1,357$ ondalık sayıları arasında,

$$-1,3x7 > -1,357$$

şeklinde bir sıralama olduğuna göre, x yerine yazılabilecek rakamların sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 15 C) 21 D) 30 E) 35

12. $\frac{x-3}{\sqrt{6}-3} < \sqrt{6}+3$

eşitsizliğini sağlayan x değerlerinin en geniş aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x > 0$ B) $x < 0$ C) $x \geq 0$
D) $0 < x < 1$ E) $-1 < x < 0$

13. x ve y reel sayı olmak üzere,

$$-5 < x < 4 \text{ ve } -3 < y < 3$$

olduğuna göre, $x.y$ çarpımının en büyük tamsayı değerinin, en küçük tamsayı değerine oranı kaçtır?

- A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) -1 E) $-\frac{3}{2}$

14. a ve b reel sayılar olmak üzere,

$$a^2 < a \text{ ve } b < b^3 < b^2$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı için aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $a + b < 1$ B) $a + b > -1$
C) $0 < a + b < 1$ D) $-1 < a + b < 0$
E) $-1 < a + b < 1$

15. $b^2 < b$
 $2b - a = 4$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $b < 0$ B) $0 < a < 1$ C) $a + b > 0$
D) $a.b > 0$ E) $-4 < a < -2$

16. x, y ve z tamsayılardır.

$$\begin{aligned} -1 &\leq x \leq 2 \\ -5 &\leq y < 0 \\ -8 &< z < -4 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $\frac{x}{2} - \frac{4}{y} + z$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

17. a ve b birer pozitif tamsayı olmak üzere,

$$-15 < a - b < 18 \text{ ve } \frac{a+b}{a} = 5$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı en çok kaç olabilir?

- A) 25 B) 23 C) 20 D) 18 E) 15

18. a, b, c birbirlerinden farklı pozitif tamsayılar ve

$$\frac{b-2c}{c} < 3 < \frac{a-b}{b}$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamının en küçük değeri kaç olabilir?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

19. x, y, z reel sayılar ve

$$\begin{aligned} x &\leq y < z \\ x \cdot y - y \cdot z &< 4 \cdot x - 4 \cdot z \end{aligned}$$

olduğuna göre, y için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $y < 4$ B) $y < -4$ C) $y > 4$
D) $y > -4$ E) $y \leq 4$

20. x ve y birer reel sayı olmak üzere,

$$3 < x < 8 \text{ ve } 2x + y = 10$$

olduğuna göre, 3^y ifadesinin en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 3 B) 8 C) 27 D) 80 E) 242

21. $y < 0 < z < x$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $x \cdot y \cdot z < 0$ B) $x \cdot y > y \cdot z$ C) $\frac{y}{z} < 0$
D) $x \cdot z > y$ E) $\frac{x}{z} > y$

22. x ve y reel sayılar olmak üzere,

$$\begin{aligned} 3x^2 - y &< 8 \\ 8 - x^2 &> y \end{aligned}$$

olduğuna göre, x için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $x > 1$ B) $x < 1$ C) $0 < x < 1$
D) $-1 < x < 3$ E) $-2 < x < 2$

23. Neşe, evinden okuluna üç ayrı yoldan gidebilmektedir. 1. yol $3a$ km, 2. yol $(a + 6)$ km ve 3. yol $(2a + 10)$ km dir.

İkinci yol en kısa, üçüncü yol ise en uzun olduğuna göre, a için aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $0 < a < 3$ B) $5 < a$ C) $10 < a$
D) $1 < a < 9$ E) $3 < a < 10$

24. Bir iş yerinde işçilerin maaşlarına yapılacak zam için iki durum vardır.

- I. Durum: Net 3 000 000 TL
II. Durum: Maaşın % 30 u

Bu iş yerinde maaşı x TL olan işçiler birinci durumu, maaşı y TL olan işçiler ise ikinci durumu tercih ettiğine göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x < y < 10^6$ B) $10^6 < x < y$ C) $x < 10^7 < y$
D) $y < 10^7 < x$ E) $10^7 < x < y$

TESTİN ÇÖZÜMLERİ

1. $\frac{-0,1}{a} = \frac{-0,01}{b} = \frac{-0,2}{c}$

eşitliğinin her tarafı -100 ile çarpılırsa,

$$\frac{10}{a} = \frac{1}{b} = \frac{20}{c}$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikte $a = 10$ seçilirse, $b = 1$ ve $c = 20$ olur. (a 'nın bütün değerleri için a, b, c nin sıralaması aynıdır.)

Buna göre, $b < a < c$ dir.

Cevap: B

2. Verilenlere göre,

$$10.x = \frac{13}{11}, \quad 10.y = \frac{113}{111}, \quad 10.z = \frac{1113}{1111}$$

olduğundan, $10.z < 10.y < 10.x$

$$\Rightarrow z < y < x \text{ olur.}$$

Cevap: C

3. $\frac{a}{2} \in \mathbb{Z}^+$ ise a pozitif çift sayıdır.

O halde, $a = 2$ seçip x, y, z değerlerini bulalım.

$$x = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}, \quad y = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8},$$

$$z = \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} \text{ olduğundan,}$$

x, y, z nin küçükten büyüğe doğru sıralanışı, $y < z < x$ tir.

Cevap: B

4. $\frac{0,2}{7.x} = \frac{0,3}{4.y} = \frac{0,4}{5.z}$

eşitliğinin her tarafını 10 ile çarpalım ve elde edilen kesirlerin paylarını 12 de eşitleyelim.

$$\frac{12}{42} = \frac{12}{16} = \frac{12}{15}$$

olduğundan x, y, z nin işaretine bakmadan sıralayıp elde ettiğimiz sıralamanın yönünü değiştirelim.

$$\frac{12}{42} < \frac{12}{16} < \frac{12}{15} \Rightarrow x > y > z \text{ dir.}$$

Cevap: C

5. 1. yol:

Verilen eşitlikleri taraf tarafa çarpalım.

$$xy.xz.yz = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow y^2.(xz)^2 = \frac{1}{36}$$

$$\Rightarrow y^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{36}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{3} \text{ ve}$$

$$x = \frac{2}{3}, \quad z = \frac{3}{4} \text{ bulunur.}$$

Buna göre,

$$\frac{1}{3} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} \Rightarrow y < x < z \text{ dir.}$$

2. yol:

$$\frac{xz}{yz} = \frac{1}{2} : \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x}{y} = 2 \Rightarrow y < x \dots (1)$$

$$\frac{xy}{yz} = \frac{2}{9} : \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{8}{9} \Rightarrow x < z \dots (2)$$

(1) ve (2) den $y < x < z$ dir.

Cevap: D

6. a, b, c negatif gerçel sayılar olduğundan (a.b.c) çarpımı da negatif olur. Buna göre,

$$ab < bc < ac$$

eşitsizliğin her tarafı (a.b.c) ile bölünürse eşitsizlikler yön değişir. O halde,

$$\frac{ab}{abc} > \frac{bc}{abc} > \frac{ac}{abc} \Rightarrow \frac{1}{c} > \frac{1}{a} > \frac{1}{b} \text{ ve}$$

a, b, c aynı işaretli olduğundan,

$$\Rightarrow c < a < b \text{ dir.}$$

Cevap: E

7. $-1 < a < b < 0$ ise,

$$\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{1}{b} > 0 \text{ olduğundan}$$

(A) seçeneği yanlıştır.

$a - b < 0$ olduğundan (B) seçeneği yanlıştır.

a ve b negatif olduğundan $a.b > 0$ olur.

(C) seçeneği yanlıştır.

$$\frac{1}{b} < -1 \text{ ve } \frac{1}{a} < -1 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < -2 < b$$

$$\text{olduğundan } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < b \text{ olur. (D) seçeneği}$$

doğrudur.

a ve b negatif olduğundan

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} < 0 \text{ olur. (E) seçeneği yanlıştır.}$$

Cevap: D

8. $a < b < 0 < c$ olduğundan;

$$A) a^2 > b^2 \Rightarrow a^2 - b^2 > 0$$

$$\Rightarrow (a - b)(a + b) > 0$$

$a - b$ ve $a + b$ negatif olduğundan doğru,

B) a ile b aynı işaretli olduğundan

$$a < b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b} \text{ doğru,}$$

$$C) \frac{1}{a} > \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{a^3} > \frac{1}{b^3} \text{ doğru,}$$

$$D) \frac{1}{a} < \frac{1}{c} \Rightarrow \frac{1}{c} - \frac{1}{a} > 0 \text{ olduğundan } \frac{1}{b} \text{ nin}$$

mutlak değerine bağlı olarak $\frac{1}{c} - \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ ifadesi

pozitif de olabilir, negatif de olabilir. O halde, daima yanlıştır denilemez.

$$E) \frac{1}{c} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} < 0 \Rightarrow \frac{1}{c} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \text{ ifadesi}$$

a ve b negatif, c pozitif olduğundan daima yanlıştır.

Cevap: E

- 9.

$$\frac{2x+3}{4} < \frac{8-x}{3}$$

eşitsizliğin iki yanı 12 ile çarpılırsa,

$$3.(2x+3) < 4.(8-x)$$

$$\Rightarrow 6x+9 < 32-4x$$

$$\Rightarrow 10x < 23 \Rightarrow x < 2,3$$

olduğundan x in en büyük tamsayı değeri 2 dir.

Cevap: B

$$10. \frac{x^2 - xy}{y^2 - xy} > 0 \Rightarrow \frac{x(x-y)}{y(y-x)} > 0$$

$$\Rightarrow -\frac{x}{y} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} < 0$$

olduğundan x ile y ters işaretlidir.

Buna göre, $x > y$ olduğundan $x > 0 > y$ dir.

Cevap: E

$$11. -1,3x7 > -1,357 \Rightarrow 1,3x7 < 1,357$$

$$\Rightarrow 3x7 < 357$$

olduğuna göre, x rakamının yerine yazılabilecek değerler; 0,1,2,3,4 tür.

O halde, $0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10$ olur.

Cevap: A

$$12. \sqrt{6} - 3 < 0 \text{ olduğundan,}$$

$$\frac{x-3}{\sqrt{6}-3} < \sqrt{6}+3 \Rightarrow x-3 > (\sqrt{6}+3)(\sqrt{6}-3)$$

$$\Rightarrow x-3 > 6-9$$

$$\Rightarrow x > 0 \text{ olur.}$$

Cevap: A

$$13. -5 < x < 4 \text{ ve } -3 < y < 3$$

olduğuna göre, $-15 < x.y < 15$ tir.

Buna göre, $x.y$ nin en büyük tamsayı değerinin,

en küçük tamsayı değerine oranı $\frac{14}{-14} = -1$ dir.

Cevap: D

$$14. a^2 < a \Rightarrow 0 < a < 1 \text{ ve}$$

$$b < b^3 < b^2 \Rightarrow -1 < b < 0$$

olduğuna göre, $-1 < a + b < 1$ dir.

Cevap: E

$$15. 2b - a = 4 \Rightarrow b = \frac{a+4}{2} \text{ ve}$$

$$b^2 < b \Rightarrow 0 < b < 1$$

$$\Rightarrow 0 < \frac{a+4}{2} < 1$$

$$\Rightarrow -4 < a < -2 \text{ dir.}$$

Cevap: E

$$16. x, y, z \text{ tamsayı ve}$$

$$-1 \leq x \leq 2, -5 \leq y < 0, -8 < z < -4$$

olduğuna göre, $x = 2, y = -1, z = -5$ için

$$\frac{x}{2} - \frac{4}{y} + z \text{ ifadesinin en büyük değeri,}$$

$$\frac{2}{2} - \frac{4}{-1} + (-5) = 0 \text{ dir.}$$

Cevap: B

$$17. \frac{a+b}{a} = 5 \Rightarrow a + b = 5a$$

$$\Rightarrow b = 4a \text{ ve}$$

$$-15 < a - b < 18 \Rightarrow -15 < a - 4a < 18$$

$$\Rightarrow -15 < -3a < 18$$

$$\Rightarrow 5 > a > -6$$

$$\Rightarrow 5 > a > 0 \quad (a \in \mathbb{Z}^+)$$

olduğuna göre, $a + b$ nin en büyük değeri,

$a = 4$ için,

$$a + b = 5a = 20 \text{ dir.}$$

Cevap: C

18. a, b, c farklı pozitif tamsayılar olduğundan,

$$\frac{b-2c}{c} < 3 \Rightarrow b-2c < 3c$$

$$\Rightarrow b < 5c \text{ ve}$$

$$\frac{a-b}{b} > 3 \Rightarrow a-b > 3b$$

$$\Rightarrow a > 4b \text{ dir.}$$

a + b + c nin en büyük olması için, b = 1 seçilirse, a ve c nin en küçük tamsayı değerleri sırasıyla 5 ve 2 olabilir. Buna göre, a + b + c nin en küçük değeri, 5 + 1 + 2 = 8 dir.

Cevap: C

19. $x \leq y < z$ ve

$$x.y - y.z < 4.x - 4.z$$

$$\Rightarrow y.(x - z) < 4.(x - z) \text{ ve } x - z < 0 \text{ olduğundan,}$$

$$\Rightarrow y > 4 \text{ olur.}$$

Cevap: C

20. $2x + y = 10 \Rightarrow y = 10 - 2x$ ve

$$3 < x < 8 \Rightarrow -6 > -2x > -16$$

$$\Rightarrow 4 > 10 - 2x > -6$$

$$\Rightarrow 4 > y > -6 \text{ dir.}$$

O halde, $0 < 3^y < 81$ olduğundan 3^y nin en büyük tamsayı değeri 80 dir.

Cevap: D

21. $y < 0 < z < x$ ise,

A) $x.y.z < 0$ doğrudur.

B) $z < x \Rightarrow y.z > y.x$ olduğundan ($y < 0$)
 $xy > yz$ yanlıştır.

C) y ile z ters işaretli olduğundan $\frac{y}{z} < 0$ doğrudur.

D) $x.z > 0$ ve $y < 0$ olduğundan $x.z > y$ doğrudur.

E) $\frac{x}{z} > 0$ ve $y < 0$ olduğundan $\frac{x}{z} > y$ doğrudur.

Cevap: B

$$22. \quad \begin{array}{l} 3x^2 - y < 8 \\ y < 8 - x^2 \end{array}$$

+

$$\begin{array}{l} 3x^2 < 16 - x^2 \Rightarrow 4x^2 < 16 \\ \Rightarrow x^2 < 4 \end{array}$$

olduğundan karesi 4 ten küçük olan x değerleri, $-2 < x < 2$ aralığındadır.

Cevap: E

23. Problemden verilenlere göre,

$$a + 6 < 3a < 2a + 10 \text{ ise,}$$

$$a + 6 < 3a \Rightarrow 3 < a \text{ ve}$$

$$3a < 2a + 10 \Rightarrow a < 10 \text{ olduğundan,}$$

$$3 < a < 10 \text{ olur.}$$

Cevap: E

24. Maaşı x TL olanlar I. durumu, maaşı y TL olanlar II. durumu tercih ettiğine göre, x in % 30 u 3 000 000 TL den küçük, y nin % 30 u ise 3 000 000 TL den büyüktür. Buna göre,

$$x \cdot \frac{30}{100} < 3\,000\,000 < y \cdot \frac{30}{100}$$

$$\Rightarrow x < 10^7 < y \text{ dir.}$$

Cevap: C

CEVAPLI TEST

1. $a = -\frac{37}{45}$, $b = -\frac{113}{121}$, $c = -\frac{233}{241}$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $c > a > b$ B) $a > b > c$ C) $a > c > b$
D) $b > c > a$ E) $b > a > c$

2. $a > 3$ olmak üzere,

$$x = \frac{a-1}{a+1}, \quad y = \frac{a-2}{a+2}, \quad z = \frac{a-3}{a+3}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $x < z < y$ C) $y < z < x$
D) $z < x < y$ E) $z < y < x$

3. $\left(\frac{9}{4}\right)^{2x-4} > \left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}$

eşitsizliğini sağlayan x in en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

4. $x + y = \frac{1}{3}$, $y + z = \frac{1}{4}$, $x + z = \frac{1}{5}$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $x > y > z$ B) $y > x > z$ C) $z > x > y$
D) $y > z > x$ E) $x > z > y$

5. $-1 < a < \frac{1}{2}$, $2 < b < 3$, $-3 < c < -2$

olduğuna göre, $2a - 2b + 3c$ ifadesinin alabileceği değerler en geniş hangi aralıktadır?

- A) $[-17, -10]$ B) $[-17, -11]$ C) $(-17, -9)$
D) $(-17, -10)$ E) $(-15, -9)$

6. x ve y birer tamsayı olmak üzere,

$$0 < x < 5 \quad \text{ve} \quad -2 < y < 6$$

olduğuna göre, $3x - 2y$ nin alabileceği en büyük değer, en küçük değerden kaç fazladır?

- A) 21 B) 25 C) 28 D) 29 E) 30

7. a, b, c sayıları 0 ile 1 arasında üç reel sayıdır.

$$a^3 = b^4 \quad \text{ve} \quad b^3 = c^5$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $c < a < b$
D) $c < b < a$ E) $b < a < c$

8. $x^2 - x < 0$ ve $3x - 2 = 2y$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $-2 < y < -\frac{3}{2}$ B) $-\frac{3}{2} < y < -1$
C) $-1 < y < 3$ D) $-1 < y < \frac{1}{2}$
E) $-3 < y < \frac{1}{2}$

9. $\frac{11}{x+5} \geq 4 \frac{2}{5}$

eşitsizliğini sağlayan x in tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -7 B) -12 C) 0 D) 5 E) 12

10. $a = \frac{b}{0,05}$ ve $-1 \leq b < 2$

olduğuna göre, a nın alabileceği değerlerin en geniş aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $0,05 \leq a < 2$ B) $-40 \leq a < 20$
C) $-50 < a \leq 10$ D) $-100 \leq a < 200$
E) $-20 \leq a < 40$

11. x ve y gerçel (reel) sayılardır.

$$-2 < x < 3 \quad \text{ve} \quad -1 \leq y < 4$$

olduğuna göre, $2x^2 + y$ ifadesinin alabileceği en büyük tamsayı değeri ile en küçük tamsayı değerinin toplamı kaçtır?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

12. $0, \bar{a} = \frac{1}{2}, \quad 0, \bar{b} = \frac{1}{3}, \quad 0, \bar{c} = \frac{1}{4}$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $b < c < a$ C) $c < a < b$
D) $a < c < b$ E) $c < b < a$

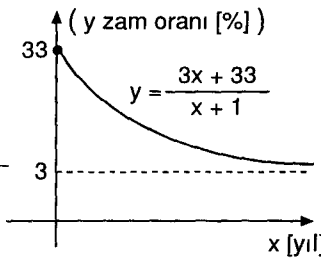
13. x, y, z birbirinden farklı birer negatif tamsayıdır.

$$5^x < 2^y < 3^z$$

olduğuna göre, $x + y + z$ toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) -5 B) -6 C) -7 D) -8 E) -9

14. Yandaki şekilde, bir işyerindeki maaşlara yapılan yıllık zam oranlarını belirleyen $y = \frac{3x + 33}{x + 1}$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Bu grafiğe göre kaçınıcı yıldan sonra yıllık zam oranı % 5 in altına düşer?

- A) 11. B) 12. C) 13. D) 14. E) 15.

15. a ve b reel sayı olmak üzere,

$$-3 \leq a \leq 5 \quad \text{ve} \quad -4 < b \leq 3$$

olduğuna göre, $a.b$ nin alabileceği farklı tamsayı değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -82 B) -75 C) -70 D) -69 E) -54

16. $-1 < x < 0$ ve a, b, c tek doğal sayılar olmak üzere, $x^a < x^b < x^c$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $c < b < a$ B) $a < b < c$ C) $b < c < a$
D) $b < a < c$ E) $c < a < b$

17. $5x + 8 < 23 \leq 2x + 27$

eşitsizliğini sağlayan x değerleri en geniş hangi aralıktadır?

- A) $-2 \leq x < 3$ B) $2 \leq x < 3$ C) $-3 < x < 2$
D) $3 < x < 4$ E) $-2 \leq x < 2$

18. a ve b gerçel sayılar olmak üzere,

$$1 < a + 2 < b - 3 < 7$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $a.b$ çarpımı negatiftir.
B) $a.b$ çarpımı pozitifdir.
C) $a + b$ toplamı negatiftir.
D) a nın değeri, b den büyüktür.
E) a nın değeri, b den küçüktür.

19. $1 < t < 2$ olmak üzere,

$$x = 4 + t, \quad y = 2 + 2.t, \quad z = 6.t$$

olduğuna göre, t nin en küçük değeri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $z < y < x$ B) $y < z < x$ C) $z < x < y$
D) $x < y < z$ E) $y < x < z$

20. t zaman, x yol olmak üzere, bir araç gideceği yere iki farklı yoldan gidebilmektedir.

- I. yol: $x = 50t - 100$
II. yol: $x = 30t + 100$ dır.

Bu iki yoldan birincisi daha kısa olduğuna göre, t için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $t > 10$ B) $2 < t < 10$ C) $t < 10$
D) $3 < t < 11$ E) $4 < t < 10$

CEVAP ANAHTARI

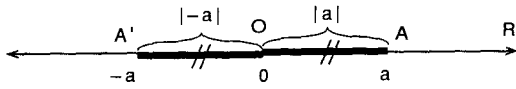
1-B	2-E	3-C	4-B	5-C	6-A	7-A	8-D	9-A	10-E
11-A	12-E	13-B	14-D	15-C	16-B	17-A	18-E	19-E	20-B

6. BÖLÜM

MUTLAK DEĞER

Sayı doğrusunda, bir sayının belirttiği noktanın başlangıç noktasına (0'ın belirttiği noktaya) olan uzaklığına bu sayının **mutlak değeri** denir.

a 'nın mutlak değeri $|a|$ şeklinde gösterilir ve a 'nın **mutlak değeri** şeklinde okunur.



$$|OA'| = |-a| \text{ ve } |OA| = |a|$$

$$\text{Buna göre, } |a| = \begin{cases} -a, & a < 0 \text{ ise} \\ 0, & a = 0 \text{ ise} \\ a, & a > 0 \text{ ise} \end{cases}$$

şeklinde ifade edilebilir.

Örneğin, $5 > 0$ olduğundan $|5| = 5$,
 $-5 < 0$ olduğundan $|-5| = -(-5) = 5$ ve
 $|0| = 0$ dir.

Uyarı:

Uzaklık negatif olamayacağına göre, bir sayının mutlak değeri, negatif değer alamaz. Mutlak değerli bir ifadenin en küçük değeri 0 (sıfır) olabilir.

$a \in R$ olmak üzere, $|a| \geq 0$ dir.

Örnek:

x ve y reel sayılar olmak üzere, $|2x + 3y|$ ifadesi

en küçük değerini aldığı anda $\frac{x}{y}$ nin alabileceği de-

ğeri bulalım.

Çözüm:

$|2x + 3y|$ nin alabileceği en küçük değer 0 (sıfır) olduğundan,

$$\begin{aligned} |2x + 3y| = 0 &\Rightarrow 2x + 3y = 0 \quad (|0| = 0 \text{ dir.}) \\ &\Rightarrow 2x = -3y \\ &\Rightarrow \frac{x}{y} = -\frac{3}{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$a < b < 0$ olmak üzere,

$$|a - b| = -(a - b) = b - a \quad (a - b < 0),$$

$$|a + b| = -(a + b) = -a - b \quad (a + b < 0),$$

$$\begin{aligned} ||a| + 1| &= |a| + 1 \quad (|a| + 1 > 0) \\ &= -a + 1 \quad (a < 0) \end{aligned}$$

şeklinde olur.

Örnek:

$a < b < 0$ olduğuna göre, $|2a - b|$ ifadesinin eşitini bulalım.

Çözüm:

$a < b < 0$ ise $(a - b)$ ve a negatif olduğundan $(a - b)$ ve a nin toplamı da negatiftir. Buna göre,
 $a + a - b = 2a - b < 0$ olduğundan,
 $|2a - b| = -(2a - b) = b - 2a$ dir.

Örnek:

$x = -2$ için $|2x - 1| + |2x + 1| - x + 1$ ifadesinin değerini bulalım.

Çözüm:

$x = -2$ yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} &|2 \cdot (-2) - 1| + |2 \cdot (-2) + 1| - (-2) + 1 \\ &= |-5| + |-3| + 2 + 1 \\ &= -(-5) - (-3) + 3 = 11 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

a, b, c reel (gerçek) sayılar olmak üzere,

$$|a - 1| + |b + 1| + |c - 2| = 0$$

olduğuna göre, $a + 2b + 3c$ nin değerini bulalım.

Çözüm:

$|a - 1| \geq 0$, $|b + 1| \geq 0$ ve $|c - 2| \geq 0$ olduğundan bu ifadelerin toplamının 0 (sıfır) olabilmesi için üçünün de değeri 0 (sıfır) olmalıdır. (En az biri 0 (sıfır) dan farklı olursa toplamı 0 dan büyük olur.) O halde, $a = 1$, $b = -1$ ve $c = 2$ olmalıdır. Buna göre, $a + 2b + 3c = 1 + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 = 5$ tir.

Mutlak Değerin Özellikleri

1) $|a| = |-a|$

$$|3| = |-3| = 3$$

$$|a - b| = |b - a|$$

2) $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

$$|-2 \cdot 3| = |-2| \cdot |3| = 2 \cdot 3 = 6$$

3) $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$, $b \neq 0$

$$\left| \frac{7}{3} \right| = \frac{|7|}{|3|}$$

4) $|a^n| = |a|^n$

$$|(-2)^5| = |-2|^5 \Rightarrow |-32| = 2^5$$

5) $|a|^{2n} = a^{2n}$ ($n \in \mathbb{Z}$)

$$|-5|^2 = (-5)^2 \Rightarrow |5|^2 = 25$$

6) $|a \pm b| \leq |a| + |b|$

$$|9 + (-3)| \leq |9| + |-3|$$

$$|-5 - 7| = |-5| + |-7|$$

7) $a \geq 0$ olmak üzere,

$$|x| = a \Rightarrow x = a \text{ veya } x = -a \text{ dır.}$$

$$|x| = 3 \Rightarrow x = 3 \text{ veya } x = -3 \text{ tür.}$$

Örnek:

$|x - 3| - |3 - x| - 7$ ifadesinin eşitini bulalım.

Çözüm:

$$|x - 3| = |3 - x| \text{ olduğundan,}$$

$$|x - 3| - |3 - x| - 7 = |0 - 7| = 7 \text{ dir.}$$

Örnek:

$x < 0$ olduğuna göre,

$$|x - |x - 3|| - |3 - x|$$

ifadesinin eşitini bulalım.

Çözüm:

$x < 0$ olduğundan $x - 3 < 0$ ve $3 - x > 0$ olur.

Buradan,

$$|x - |x - 3|| - |3 - x| = |x - (-x + 3)| - (3 - x) \\ = |2x - 3| - 3 + x$$

$2x - 3 < 0$ olduğundan

$$= -(2x - 3) - 3 + x$$

$$= -2x + 3 - 3 + x = -x \text{ tir.}$$

Örnek:

$-1 < a < 0$ ve $b < |b| < b^2$ olduğuna göre,

$$|a - |a - b|| + |a - 2b|$$

ifadesinin eşitini bulalım.

Çözüm:

$|b| > b$ olduğundan b negatiftir.

$$(x > 0 \Leftrightarrow |x| = x)$$

O halde, $b < |b| < b^2 \Rightarrow b < -b < b^2$

$$\Rightarrow \frac{b}{b} > \frac{-b}{b} > \frac{b^2}{b}$$

$$\Rightarrow 1 > -1 > b \text{ olur.}$$

Buna göre, $b < -1 < a < 0$ ise,

$$a - b > 0 \Rightarrow |a - b| = a - b \text{ ve}$$

$b < -1 \Rightarrow -2b > 2$ ve $-1 < a < 0$ olduğundan

$$a - 2b > 1 \Rightarrow |a - 2b| = a - 2b \text{ elde edilir.}$$

O halde,

$$|a - |a - b|| + |a - 2b| = |a - (a - b)| + a - 2b$$

$$= |a - a + b| + a - 2b$$

$$= |b| + a - 2b$$

$$= -b + a - 2b = a - 3b \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\frac{|3a - 3b|}{|2a| + |-2b|} \text{ ifadesinin alabileceği en büyük}$$

değeri bulalım.

Çözüm:

$$|a - b| \leq |a| + |b| \Rightarrow \frac{|a - b|}{|a| + |b|} \leq 1 \text{ olduğundan}$$

$$\frac{|a - b|}{|a| + |b|} \text{ ifadesinin alabileceği en büyük değer}$$

$$1 \text{ dir. O halde, } \frac{|3a - 3b|}{|2a| + |-2b|} = \frac{3}{2} \cdot \frac{|a - b|}{|a| + |b|}$$

$$\text{ifadesinin en büyük değeri, } \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2} \text{ dir.}$$

Örnek:

$|2x - 1| = 1$ eşitliğini sağlayan x değerlerinin çarpımını bulalım.

Çözüm:

$$|2x - 1| = 1 \Rightarrow 2x - 1 = 1 \text{ veya } 2x - 1 = -1$$

$$\Rightarrow 2x = 2 \quad 2x = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 1 \quad x_2 = 0$$

olduğundan, $x_1 \cdot x_2 = 1 \cdot 0 = 0$ dir.

Örnek:

$$\frac{|x| + |-x|}{|1 + |x||} = 3 \text{ eşitliğini sağlayan } x \text{ değerlerinin}$$

çözüm kümesini bulalım.

Çözüm:

$$|1 + |x|| = 1 + |x| \text{ ve } |x| = |-x| \text{ olduğundan,}$$

$$\frac{|x| + |-x|}{|1 + |x||} = 3 \Rightarrow \frac{2|x|}{1 + |x|} = 3$$

$$\Rightarrow 2|x| = 3 + 3|x|$$

$$\Rightarrow |x| = -3 \neq 0$$

olduğundan verilen eşitliği sağlayan x değeri yoktur. O halde, $\mathcal{C} = \{ \}$ dir.

Örnek:

$$|x + 1| = |2x - 3|$$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin kümesini bulalım.**Çözüm:**

$$|x + 1| = |2x - 3| \Rightarrow 2x - 3 = x + 1 \text{ veya } 2x - 3 = -(x + 1)$$

$$\Rightarrow x = 4 \quad \Rightarrow 2x - 3 = -x - 1$$

$$\Rightarrow \mathcal{C}_1 = \{4\} \quad \Rightarrow 3x = 2$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$\mathcal{C}_2 = \left\{ \frac{2}{3} \right\}$$

$$\text{O halde, } \mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2 = \left\{ \frac{2}{3}, 4 \right\} \text{ olur.}$$

Örnek:

$$|x - 1| \cdot |x + 3| = x - 1$$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin kümesini bulalım.**Çözüm:**

$|x - 1| \cdot |x + 3| = x - 1$ eşitliği için $x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$ olmalıdır.

$x = 1$ için eşitlik sağlanır. $\mathcal{C}_1 = \{1\}$ dir.

$x > 1$ için, $|x - 1| \cdot |x + 3| = x - 1$

$$\Rightarrow (x - 1) \cdot (x + 3) = x - 1$$

$$\Rightarrow x + 3 = 1$$

$$\Rightarrow x = -2 \neq 1$$

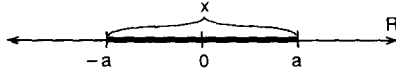
$$\mathcal{C}_2 = \{ \}$$

$$\text{O halde, } \mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2 = \{1\} \text{ dir.}$$

Mutlak Değerli Basit Eşitsizlikler

1) $a \geq 0$ olmak üzere,

$|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$ dır.



Örnek:

$|2x + 3| < 7$ eşitsizliğini sağlayan x in negatif tamsayı değerlerinin çarpımını bulalım.

Çözüm:

$$|2x + 3| < 7 \Rightarrow -7 < 2x + 3 < 7$$

$$-10 < 2x < 4$$

$$-5 < x < 2$$

olduğundan x in alabileceği negatif tamsayı değerlerinin çarpımı, $(-4) \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-1) = 24$ tür.

Örnek:

$||x| - x| + x \leq 4$ eşitsizliğini sağlayan x in tamsayı değerlerinin toplamını bulalım.

Çözüm:

$x \geq 0$ için $|x| = x$ olduğundan,

$$||x| - x| + x \leq 4 \Rightarrow |x - x| + x \leq 4$$

$$\Rightarrow x \leq 4 \text{ ve}$$

$x \geq 0$ olduğuna göre, $0 \leq x \leq 4$... (1) olur.

$x < 0$ için $|x| = -x$ olduğundan,

$$||x| - x| + x \leq 4 \Rightarrow |-x - x| + x \leq 4$$

$$\Rightarrow |-2x| + x \leq 4$$

$$\Rightarrow -2x + x \leq 4$$

$$\Rightarrow -x \leq 4 \Rightarrow x \geq -4 \text{ ve}$$

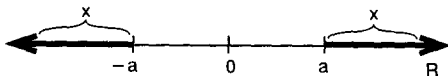
$x < 0$ olduğuna göre, $-4 \leq x < 0$... (2) olur.

Buna göre, (1) ve (2) den $-4 \leq x \leq 4$ elde edilir.

O halde, x in alabileceği tamsayı değerlerinin toplamı

$$-4 + (-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 0 \text{ dır.}$$

2) $|x| \geq a$ ise $x \geq a$ veya $x \leq -a$ dır.



Örnek:

$|2x - 5| > 7$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm:

$$|2x - 5| > 7 \Rightarrow 2x - 5 > 7 \text{ veya } 2x - 5 < -7$$

$$2x > 12$$

$$x > 6$$

$$2x < -2$$

$$x < -1$$

O halde çözüm kümesi,

$$(-\infty, -1) \cup (6, \infty) \text{ olur.}$$

Örnek:

$$\frac{|2x - 2| + |1 - x|}{1 + |1 - x|} > 1 \text{ eşitsizliğini sağlamayan}$$

kaç tane x tamsayı değeri olduğunu bulalım.

Çözüm:

Verilen eşitsizliği sağlamayan x değerleri,

$$\frac{|2x - 2| + |1 - x|}{1 + |1 - x|} \leq 1 \text{ eşitsizliğini sağlarlar.}$$

Buna göre, $|x - 1| = |1 - x|$ ve $1 + |x - 1| > 0$ olduğundan,

$$\frac{|2x - 2| + |1 - x|}{1 + |1 - x|} \leq 1 \Rightarrow \frac{2|x - 1| + |x - 1|}{1 + |x - 1|} \leq 1$$

$$\Rightarrow 3|x - 1| \leq 1 + |x - 1|$$

$$\Rightarrow 2|x - 1| \leq 1$$

$$\Rightarrow |x - 1| \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x - 1 \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \text{ olur.}$$

O halde, $x = 1$ değeri verilen eşitsizliği sağlamaz.

Buna göre, eşitsizliği sağlamayan tamsayı değeri bir tanedir.

ÇÖZÜMLÜ TEST

1. $\frac{2}{|x|} = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

- A) -36 B) -18 C) -12 D) -6 E) -3

2. $x < \frac{3}{2}$ olmak üzere,

$$||x-3|-x|+2x$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x-3$ B) $2x+3$ C) $2x-3$
D) 3 E) 4

3. $|x+0,7 \cdot x-3| = 0,5$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{11}{8}$ B) $\frac{11}{4}$ C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{9}{2}$ E) 6

4. $x < y < 0 < z$ olmak üzere,

$$|z-x| - |x+y| + |y-z|$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2y$ B) $-2x$ C) $2z$
D) $2(z-y)$ E) $2(y-x)$

5. $|x| + |-2x| + |3x| + |-4x| = 10$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-2, -1\}$ B) $\{-2, 1\}$ C) $\{-1, 1\}$
D) $\{-1, 2\}$ E) $\{1, 2\}$

6. $|x-1| + |2-2x| = 6$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

- A) -10 B) -6 C) -4 D) -3 E) -2

7. $||x-3|-3-|3-x||$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 9 B) $-2x+6$ C) $2x-3$
D) $-2x+3$ E) 3

8. $\left|3 - \frac{x}{2}\right| \leq 1$

eşitsizliğini sağlayan x in tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 30 B) 20 C) 15 D) 12 E) 10

9. $\frac{4}{|1-x|} > \frac{2}{3}$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

10. $\left|\frac{x}{3} - 2\right| \geq 1$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x \leq -5$ veya $x \geq 1$
B) $x \leq -3$ veya $x \geq 2$
C) $x \leq -2$ veya $x \geq 3$
D) $x \leq 0$ veya $x \geq 4$
E) $x \leq 3$ veya $x \geq 9$

11. $|a - 2| < a + 2$
olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $a < -2$ B) $a < 2$ C) $a > 0$
D) $-1 < a < 1$ E) $-2 < a < 2$

12. m bir reel sayıdır.

$$|m| + 2 = |m + 2|$$

denklemini sağlayan m değerlerinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -2)$ B) $[-2, \infty)$ C) $(-2, 2)$
D) $[0, \infty)$ E) $\mathbb{R}$

13. $|2 \cdot |x| - 3| = 1$

denklemini sağlayan kaç farklı x değeri vardır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

14. $1 < |2x - 1| \leq 5$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

15. $|x^2 - 4| = |2 - x|$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

A) -6 B) -4 C) -2 D) 0 E) 2

16. $|x + 3| = 2x - 3$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{0, 6\}$ B) $\{-6, 0\}$ C) $\{6\}$
D) $\{-3, 2\}$ E) $\{-6\}$

17. a ve b reel (gerçek) sayılar olmak üzere, $|a + 3b|$ ifadesinin alabileceği en küçük değer için, $\frac{a + 2b}{2a - b}$ kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

18. $|y + 1| + |y - 2| = 5$

denklemini sağlayan y değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) -12 B) -6 C) -4 D) 6 E) 12

19. a ve b gerçel (reel) sayılardır.

$$|a - 2| = -|b + 3|$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

A) -6 B) -4 C) -3 D) 4 E) 6

20. a bir reel sayıdır.

$$|2a + 1| + |a - 1|$$

toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) 3 E) 4

21. $|x| = -x$ ve $|y| > y$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle yanlıştır?

A) $x + y < 0$ B) $x - y > 0$ C) $\frac{x}{y} > 0$
D) $x \cdot y > 0$ E) $\frac{y}{x} < -1$

TESTİN ÇÖZÜMLERİ

$$1. \frac{2}{|x|} = \frac{1}{3} \Rightarrow |x| = 6 \\ \Rightarrow x = -6 \text{ veya } x = 6$$

olduğundan x in alabileceği değerlerin çarpımı
 $(-6) \cdot 6 = -36$ dir.

Cevap: A

$$2. x < \frac{3}{2} \text{ için } x - 3 < 0 \text{ olduğundan,}$$

$$|x - 3| = -(x - 3) = 3 - x \text{ olur.}$$

O halde,

$$||x - 3| - x| + 2x = |3 - x - x| + 2x \\ = |3 - 2x| + 2x \text{ ve}$$

$$x < \frac{3}{2} \text{ için } 3 - 2x > 0 \text{ olduğundan,}$$

$$|3 - 2x| = 3 - 2x \text{ tir. Buna göre,}$$

$$|3 - 2x| + 2x = 3 - 2x + 2x \\ = 3 \text{ tür.}$$

Cevap: D

$$3. |x + 0,7 \cdot x - 3| = 0,5$$

$$\Rightarrow 9 \cdot \left| x + \frac{7}{9} \cdot x - 3 \right| = \frac{5}{9} \cdot 9$$

$$\Rightarrow \left| 9 \left(x + \frac{7}{9} \cdot x - 3 \right) \right| = 5$$

$$\Rightarrow |16x - 27| = 5$$

$$\Rightarrow 16x - 27 = 5 \text{ veya } 16x - 27 = -5$$

$$x = 2 \text{ veya } x = \frac{11}{8}$$

olduğundan x in alabileceği değerlerin çarpımı,

$$2 \cdot \frac{11}{8} = \frac{11}{4} \text{ tür.}$$

Cevap: B

$$4. x < y < 0 < z \text{ ise,} \\ z - x > 0, \quad x + y < 0, \quad y - z < 0 \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$|z - x| = z - x,$$

$$|x + y| = -(x + y) = -x - y \text{ ve}$$

$$|y - z| = -(y - z) = z - y \text{ olduğundan}$$

$$|z - x| - |x + y| + |y - z| = z - x - (-x - y) + z - y \\ = z - x + x + y + z - y \\ = 2z \text{ dir.}$$

Cevap: C

$$5. |a \cdot b| = |a| \cdot |b| \text{ olduğundan,}$$

$$|x| + |-2x| + |3x| + |-4x| = 10$$

$$\Rightarrow |x| \cdot (1 + |-2| + |3| + |-4|) = 10$$

$$\Rightarrow |x| \cdot 10 = 10 \Rightarrow |x| = 1$$

denkleminin çözüm kümesi, $\mathbb{C} = \{-1, 1\}$ dir.

Cevap: C

$$6. |x - 1| + |2 - 2x| = 6 \Rightarrow |x - 1| + |-2(x - 1)| = 6 \\ \Rightarrow |x - 1| + |-2| \cdot |x - 1| = 6 \\ \Rightarrow 3|x - 1| = 6 \\ \Rightarrow |x - 1| = 2 \\ \Rightarrow x - 1 = 2 \text{ veya } x - 1 = -2 \\ x = 3 \text{ veya } x = -1$$

olduğundan x in alabileceği değerlerin çarpımı,
 $3 \cdot (-1) = -3$ tür.

Cevap: D

$$7. |x - 3| = |3 - x| \text{ olduğundan,}$$

$$||x - 3| - 3 - |3 - x|| = |-3| \\ = 3 \text{ tür.}$$

Cevap: E

$$8. \left| 3 - \frac{x}{2} \right| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 3 - \frac{x}{2} \leq 1$$

$$\Rightarrow -4 \leq -\frac{x}{2} \leq -2$$

$$\Rightarrow (-2) \cdot (-4) \geq x \geq (-2) \cdot (-2)$$

$$\Rightarrow 8 \geq x \geq 4$$

olduğundan x in tamsayı değerlerinin toplamı,
 $4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 30$ dur.

Cevap: A

$$9. \frac{4}{|1-x|} > \frac{2}{3} \text{ eşitsizliğinin iki yanı da pozitif ol-}$$

duğundan iki taraftaki kesirlerin çarpmaya göre
tersi alınırsa eşitsizliğin yönü değiştirilir.

Buna göre,

$$4 \cdot \frac{|1-x|}{4} < \frac{3}{2} \cdot 4 \Rightarrow |x-1| < 6$$

$$\Rightarrow -6 < x-1 < 6$$

$$\Rightarrow -5 < x < 7$$

aralığındaki tamsayılar,

$6 - (-4) + 1 = 11$ tanedir. Ancak, $x \neq 1$ olduğun-
dan x in tamsayı değerleri 10 tane olur.

Cevap: B

$$10. \left| \frac{x}{3} - 2 \right| \geq 1 \text{ ise}$$

$$\frac{x}{3} - 2 \geq 1 \text{ veya } \frac{x}{3} - 2 \leq -1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} \geq 3 \text{ veya } \frac{x}{3} \leq 1$$

$$\Rightarrow x \geq 9 \text{ veya } x \leq 3 \text{ tür.}$$

Cevap: E

11. 1. yol:

$|a-2| < a+2$ eşitliğinde, $a=2$ için $a-2=0$
olduğundan 2 nin sağında ve solunda ayrı ayrı
çözüm yapalım.

$a \geq 2$ için, $a-2 \geq 0$ olduğundan,

$$a-2 < a+2 \Rightarrow -2 < 2$$

elde edilen eşitsizlik doğru olduğundan bu ara-
lıktaki tüm a değerleri eşitsizliği sağlar. O halde,
 $\mathcal{C}_1 = [2, \infty)$ olur.

$a < 2$ için, $a-2 < 0$ olduğundan,

$$-(a-2) < a+2 \Rightarrow -a+2 < a+2$$

$$\Rightarrow 0 < 2a$$

$$\Rightarrow 0 < a$$

O halde, $0 < a < 2$ ve $\mathcal{C}_2 = (0, 2)$ olur. Buna göre,

$$\mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2 = (0, 2) \cup [2, \infty)$$

$$= (0, \infty) \text{ olur.}$$

2. yol:

$a+2 > 0$ olması gerektiğinden her iki tarafın ka-
resi alınırsa eşitsizlik yine sağlanır. O halde,

$$|a-2|^2 < (a+2)^2$$

$$\Rightarrow a^2 - 4a + 4 < a^2 + 4a + 4$$

$$\Rightarrow a > 0 \text{ olur.}$$

Cevap: C

12. Verilen eşitliğin iki tarafının karesi alınırsa,

$$(|m|+2)^2 = |m+2|^2$$

$$\Rightarrow m^2 + 4 + 4|m| = m^2 + 4 + 4m$$

$$\Rightarrow 4|m| = 4m \Rightarrow |m| = m$$

olduğundan, $m \geq 0$ dir. O halde, $m \in [0, \infty)$
olur.

Cevap: D

13. $|2 \cdot |x| - 3| = 1$ ise

$$\begin{array}{ll} 2 \cdot |x| - 3 = 1 & \text{veya} \quad 2 \cdot |x| - 3 = -1 \\ \Rightarrow 2 \cdot |x| = 4 & 2 \cdot |x| = 2 \\ \Rightarrow |x| = 2 & |x| = 1 \\ \begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ -2 \quad 2 \end{array} & \begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ -1 \quad 1 \end{array} \end{array}$$

olduğundan x in alabileceği değerler dört tanedir.

Cevap: B

14. 1. yol:

$$|2x - 1| = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ olduğundan } \frac{1}{2} \text{ nin}$$

sağında ve solunda ayrı ayrı çözüm yapalım.

$$x \geq \frac{1}{2} \text{ için,}$$

$$\begin{aligned} 1 < |2x - 1| \leq 5 &\Rightarrow 1 < 2x - 1 \leq 5 \\ &\Rightarrow 2 < 2x \leq 6 \\ &\Rightarrow 1 < x \leq 3 \end{aligned}$$

x in alabileceği tamsayı değerleri, 2 ve 3 ;

$$x < \frac{1}{2} \text{ için,}$$

$$\begin{aligned} 1 < |2x - 1| \leq 5 &\Rightarrow 1 < -(2x - 1) \leq 5 \\ &\Rightarrow -1 > 2x - 1 \geq -5 \\ &\Rightarrow 0 > 2x \geq -4 \\ &\Rightarrow 0 > x \geq -2 \end{aligned}$$

x in alabileceği tamsayı değerleri -1 ve -2 dir. O halde, x in tamsayı değerleri dört tanedir.

2. yol:

x bir tamsayı ise $(2x - 1)$ tek sayıdır. Buna göre,

$$1 < |2x - 1| \leq 5 \text{ olduğundan,}$$

$$\begin{array}{ll} |2x - 1| = 3 & \text{veya} \quad |2x - 1| = 5 \text{ olabilir.} \\ \begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ -1 \quad 2 \end{array} & \begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ -2 \quad 3 \end{array} \end{array}$$

O halde, x in alabileceği tamsayı değerleri dört tanedir.

Cevap: C

15. $|2 - x| = |x - 2|$ olduğundan,

$$\begin{aligned} |x^2 - 4| &= |2 - x| \\ \Rightarrow |(x - 2)(x + 2)| &= |x - 2| \\ \Rightarrow |x - 2| \cdot |x + 2| - |x - 2| &= 0 \\ \Rightarrow |x - 2| \cdot (|x + 2| - 1) &= 0 \\ \Rightarrow |x - 2| = 0 &\text{ veya } |x + 2| - 1 = 0 \\ \Rightarrow x = 2 &\quad |x + 2| = 1 \\ &\quad \begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ -3 \quad -1 \end{array} \end{aligned}$$

olduğundan x in alabileceği değerlerin toplamı, $2 + (-3) + (-1) = -2$ dir.

Cevap: C

16. $|x + 3| = 2x - 3$ olduğuna göre,

$$x + 3 = \pm (2x - 3) \text{ ve } 2x - 3 \geq 0 \text{ olmalıdır.}$$

O halde,

$$\begin{aligned} x + 3 &= 2x - 3 \text{ veya } x + 3 = -(2x - 3) \\ \Rightarrow x &= 6 & x + 3 &= -2x + 3 \\ & & x &= 0 \end{aligned}$$

$x = 6$ için $2x - 3 = 9 > 0$ olduğundan $6 \in \mathbb{Q}$,
 $x = 0$ için $2x - 3 = -3 \not\geq 0$ olduğundan $0 \notin \mathbb{Q}$ dir.

Buna göre, verilen denklemin çözüm kümesi, $\mathbb{Q} = \{6\}$ dir.

Cevap: C

17. $|x| \geq 0$ olduğundan $|a + 3b|$ ifadesinin en küçük değeri sıfırdır.

Buna göre,

$$\begin{aligned} |a + 3b| &= 0 \Rightarrow a + 3b = 0 \\ &\Rightarrow a = -3b \text{ ve} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{a + 2b}{2a - b} &= \frac{-3b + 2b}{2 \cdot (-3b) - b} \\ &= \frac{-b}{-7b} = \frac{1}{7} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Cevap: B

18. $|y + 1| + |y - 2| = 5$ ise
 $|y + 1| = 0 \Rightarrow y = -1$ ve
 $|y - 2| = 0 \Rightarrow y = 2$ olduğundan,
 $y < -1$, $-1 \leq y \leq 2$ ve $y > 2$ için ayrı ayrı çözüm yapalım.
- $y < -1$ için,
 $-y - 1 + (-y + 2) = 5$
 $\Rightarrow -2y + 1 = 5$
 $\Rightarrow y = -2 < -1$
 olduğundan $\mathcal{C}_1 = \{-2\}$ dir.
- $-1 \leq y \leq 2$ için,
 $y + 1 + (-y + 2) = 5$
 $\Rightarrow 3 = 5$
- elde edilen eşitlik yanlış olduğundan, eşitliği sağlayan y reel sayısı yoktur. $\mathcal{C}_2 = \emptyset$ dir.
- $y > 2$ için,
 $y + 1 + y - 2 = 5$
 $\Rightarrow 2y - 1 = 5$
 $\Rightarrow y = 3 > 2$
- olduğundan $\mathcal{C}_3 = \{3\}$ tür.
 O halde,
 $\mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2 \cup \mathcal{C}_3 = \{-2, 3\}$ tür.
 Buna göre, y nin alabileceği değerlerin çarpımı, -6 dir.

Cevap: B

19. $|a - 2| = -|b + 3|$
 $\Rightarrow |a - 2| + |b + 3| = 0$
 $|a - 2| \geq 0$ ve $|b + 3| \geq 0$ olduğundan verilen eşitliğin sağlanması için,
 $|a - 2| = 0$ ve $|b + 3| = 0$
 olmalıdır. O halde,
 $a = 2$ ve $b = -3$ olduğundan, $a \cdot b = -6$ dir.

Cevap: A

20. $|2a + 1| = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$ ve
 $|a - 1| = 0 \Rightarrow a = 1$ olduğundan,
 Verilen ifadenin en küçük değeri, bu ifadenin,
 $a = -\frac{1}{2}$ veya $a = 1$ için alacağı değerlerden
 küçük olanına eşittir. O halde,
 $a = -\frac{1}{2}$ ve $a = 1$ için $|2a + 1| + |a - 1|$
 ifadesinin değerini ayrı ayrı bulalım.
 $a = -\frac{1}{2}$ için, $0 + \left| -\frac{1}{2} - 1 \right| = \frac{3}{2}$ ve
 $a = 1$ için, $|2 \cdot 1 + 1| + 0 = 3$
 olduğundan, $|2a + 1| + |a - 1| \geq \frac{3}{2}$ dir.
 Buna göre, bu ifadenin alabileceği en küçük
 değer $\frac{3}{2}$ dir.

Cevap: B

21. $|x| = -x \Rightarrow x \leq 0$,
 $|y| > y \Rightarrow y < 0$ olduğundan $x \cdot y \geq 0$ olur.
 Dolayısıyla, $\frac{y}{x} < -1$ olamaz.

Cevap: E

CEVAPLI TEST

1. $\left| 1 + \frac{1}{a} \right| = 4$

denklemini sağlayan a değerlerinin toplamı kaçtır?

A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{15}$ D) $\frac{4}{15}$ E) $\frac{2}{5}$

2. $x < 3$ olmak üzere,

$$|2x + |x - 3| - 6| + x$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-x$ B) -3 C) 3 D) $3 - x$ E) x

3. x bir reel sayıdır.

$$\frac{|x| + 6}{|x|} > 3$$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin en geniş aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-9, 0)$ B) $(-6, -1)$ C) $(-4, 2)$
D) $(-3, 3)$ E) $(-3, 0) \cup (0, 3)$

4. $\frac{2}{|1-x|} - \frac{1}{2 \cdot |x-1|} = \frac{3}{8}$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

A) -15 B) -12 C) -10 D) -8 E) -6

5. $a < 0$ olmak üzere,

$$\frac{a - |a| + 1}{|2 \cdot a| - 1}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $\frac{-1}{2a+1}$ C) -1
D) $\frac{2a-1}{2a+1}$ E) $\frac{1}{2a-1}$

6. $-1 \leq |2x - 4| \leq 2$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane farklı x tamsayısı vardır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

7. $|x^2| = |x| + 2$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

A) -6 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

8. $b < 0 < a$ olmak üzere,

$$|2 \cdot a - 2 \cdot |b| + |b - a| - |3a||$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-b$ B) $-b + a$ C) $-2a$
D) $2b - a$ E) $4a - b$

9. $a < b < c$ olmak üzere,

$$|a - b| + |b - c| - |a - c|$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a - b$ B) $c - a$ C) 0
D) $c - b$ E) $a - b + c$

10. $a^2 < |a|$

eşitsizliğinin çözüm aralıklarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-2, -1)$ B) $(-1, 1)$ C) $(0, 2)$
D) $(-1, 0)$ E) $(1, 2)$

11. x ve y aralarında asal sayılardır.

Aşağıdaki (x, y) ikililerinin hangisi için $|6x - 4y|$ ifadesinin değeri en küçük olur?

- A) (1, 1) B) (2, 3) C) (3, 4)
D) (4, 5) E) (4, 6)

12. $|x - 1| \leq 1$
 $2x - y = 1$

olduğuna göre, y nin alabileceği değerler en geniş hangi aralıktadır?

- A) $-3 \leq y \leq 1$ B) $-2 \leq y \leq 2$ C) $-1 \leq y \leq 3$
D) $1 \leq y \leq 4$ E) $2 \leq y \leq 5$

13. $|2x - 4| + |6 - 3x| \leq 15$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tamsayı değeri vardır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

14. $|7 - |2x|| = 3$

eşitliğini sağlayan x in farklı değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) 100 B) 50 C) 25 D) 20 E) 4

15. $|x^2 - 2x - 3| = |x - 3|$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-2, 1, 3\}$ B) $\{1, 3\}$ C) $\{-2, 3\}$
D) $\{-2, -1, 3\}$ E) $\{-2, 0, 3\}$

16. $\frac{4}{|15 - 3x|} \geq \frac{2}{3}$

eşitsizliğini sağlayan x in farklı tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 25 B) 20 C) 18 D) 15 E) 12

17. $|x - 7| = 7 - x$
 $|3 - x| = x - 3$

olduğuna göre, x in alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

18. $\frac{|a|}{a} + \frac{b}{|b|}$

ifadesinin alabileceği farklı değerlerin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-a - b$ B) -2 C) 0 D) 2 E) $a + b$

19. a bir reel sayıdır.

$$|a + 7| - |a - 2|$$

ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

20. $|x| - |x - 2| \geq 1$

eşitsizliği x in hangi aralıktaki değerleri için daima sağlanır?

- A) $x < 2$ B) $x < 0$ C) $x > 0$
D) $0 < x \leq 2$ E) $x \geq \frac{3}{2}$

CEVAP ANAHTARI

1-C	2-C	3-E	4-A	5-C	6-D	7-B	8-A	9-C	10-D
11-B	12-C	13-A	14-A	15-E	16-B	17-D	18-C	19-E	20-E

7. BÖLÜM

ÜSLÜ İFADELER

A. ÜSLÜ İFADE

a bir reel sayı ve n bir pozitif tamsayı olmak üzere, n tane a nın çarpımı olan a^n ye **üslü ifade** denir. a^n ifadesinde a ya **taban**, n ye de **üs** (kuvvet) denir.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ tane}}$$

Örnek:

$$1) 7^2 = \underbrace{7 \cdot 7}_{2 \text{ tane}} = 49$$

$$2) 5^3 = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5}_{3 \text{ tane}} = 125$$

$$3) (-2)^4 = \underbrace{(-2)(-2)(-2)(-2)}_{4 \text{ tane}} = 16$$

$$4) (-1)^5 = \underbrace{(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)}_{5 \text{ tane}} = -1$$

1) a^n ifadesi, $n \cdot a$ ifadesiyle karıştırılmamalıdır. Çünkü,

$$n \cdot a = \underbrace{a + a + \dots + a}_{n \text{ tane}}$$

olduğu için bazı özel durumlar dışında, $a^n \neq n \cdot a$ dir.

2) $a \neq 0$ olmak üzere, $a^0 = 1$ dir.

3) 0^0 tanımsızdır.

4) $1^n = 1$ dir.

B. ÜSSÜN ÜSSÜ

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Örnek:

$$((27)^2)^3 = (27)^{2 \cdot 3} = (27)^6 = (3^3)^6 = 3^{3 \cdot 6} = 3^{18} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$7^{x-2} = ((8^3)^0)^{12}$$

olduğuna göre, x değerini bulalım.

Çözüm:

$$7^{x-2} = ((8^3)^0)^{12} \Rightarrow 7^{x-2} = 8^0$$

$$\Rightarrow 7^{x-2} = 1$$

$$\Rightarrow x-2 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ dir.}$$

Uyarı:

a^{n^m} ifadesi bilinemez.

Örnek:

$$(2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12} \text{ ve}$$

$$2^{(3^4)} = 2^{81} \text{ olduğundan}$$

$$(2^3)^4 \neq 2^{(3^4)} \text{ tür.}$$

Dolayısıyla 2^{3^4} ifadesiyle, $(2^3)^4$ ifadesi mi yoksa $2^{(3^4)}$ ifadesi mi kastedildiği bilinemeyeceği için 2^{3^4} ifadesi bilinemez.

C. NEGATİF ÜS

$$\left[\frac{x}{y} \right]^{-n} = \left[\frac{y}{x} \right]^n$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Örnek:

$$\left(\frac{3}{7}\right)^{-1} + \frac{2}{3}^{-1}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{7}\right)^{-1} + \frac{2}{3}^{-1} &= \frac{7}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{14}{6} + \frac{1}{6} \\ &= \frac{15}{6} = \frac{5}{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} : \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} : \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} &= \frac{4}{3} : \left(\frac{2}{3}\right)^2 \\ &= \frac{4}{3} : \frac{4}{9} \\ &= \frac{4}{3} \cdot \frac{9}{4} \\ &= 3 \text{ tür.} \end{aligned}$$

D. BİR REEL SAYININ ÜSSÜ

1) Pozitif bir reel sayının bütün kuvvetleri pozitiftir.

$$x > 0 \Rightarrow x^n > 0 \text{ dir.}$$

2) Negatif bir reel sayının tek kuvvetleri negatif, çift kuvvetleri pozitiftir.

$$x < 0 \text{ ve } n \text{ tek sayı} \Leftrightarrow x^n < 0 \text{ dir.}$$

$$x < 0 \text{ ve } n \text{ çift sayı} \Rightarrow x^n > 0 \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\frac{3^2 - (-2)^3 + (-1)^4}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} + (-1)^3 - (-1)^4}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$3^2 = 9, \quad (-2)^3 = -8, \quad (-1)^4 = 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 2^4 = 16, \quad (-1)^3 = -1 \text{ dir.}$$

O halde,

$$\begin{aligned} \frac{3^2 - (-2)^3 + (-1)^4}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} + (-1)^3 - (-1)^4} &= \frac{9 - (-8) + 1}{16 - 1 - 1} \\ &= \frac{18}{14} \\ &= \frac{9}{7} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$-3^4 - (-3)^4 + (-2)^2 - 2^2$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$(-3)^4 = 3^4, \quad (-2)^2 = 2^2, \quad -3^4 = -81 \text{ dir.}$$

O halde,

$$\begin{aligned} -3^4 - (-3)^4 + (-2)^2 - 2^2 &= -81 - 81 + 4 - 4 \\ &= -162 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Uyarı:

n çift sayı olmak üzere,

$$(-a)^n = a^n \text{ dir.}$$

E. DÖRT İŞLEM

1) Toplama - Çıkarma

Tabanları ve üsleri aynı olan üslü ifadeler toplanıp-çıkarılabilir.

$$a \cdot y^n + b \cdot y^n - c \cdot y^n = (a + b - c)y^n$$

Örnek:

$$1) 3.5^{2x} + (25)^x = 3.5^{2x} + 1.5^{2x} = 4.5^{2x}$$

$$2) 7.4^x - 5.2^{2x} = 7.4^x - 5.4^x = (7-5).4^x = 2.4^x$$

$$3) 3.9^x - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2x} + \frac{5}{9^{-x}} = 3.9^x - 3^{2x} + 5.9^x$$

$$= (3-1+5).9^x$$

$$= 7.9^x$$

2) Çarpma

1) Tabanları eşit olan üslü ifadeler çarpılırken, üsler toplamı ortak tabana üs olarak yazılır.

$$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$$

2) Üsleri eşit olan üslü ifadeler çarpılırken, tabanlar çarpımına ortak üs aynen yazılır.

$$x^a \cdot y^a = (x \cdot y)^a$$

Örnek:

$$1) (-x^{-3})^4 \cdot (x^{-4})^{-2} = x^{-12} \cdot x^8 = x^{-12+8} = x^{-4}$$

$$2) \left(\frac{5^3}{3^5}\right)^{15} \cdot \left(\frac{3^4}{5^2}\right)^{15} = \left(\frac{5^3}{3^5} \cdot \frac{3^4}{5^2}\right)^{15}$$

$$= \left(\frac{5}{3}\right)^{15}$$

$$3) 5^4 \cdot 5^3 \cdot 2^2 \cdot 2^5 = 5^{4+3} \cdot 2^{2+5}$$

$$= 5^7 \cdot 2^7$$

$$= (5 \cdot 2)^7$$

$$= 10^7$$

3) Bölme

1) Tabanları eşit olan üslü ifadeler bölünürken, payın üssünden paydanın üssü çıkarılır ve elde edilen fark ortak tabana üs olarak yazılır.

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

2) Üsleri eşit olan üslü ifadeler bölünürken, tabanların bölümüne ortak üs aynen yazılır.

$$\frac{x^a}{y^a} = \left[\frac{x}{y}\right]^a$$

Örnek:

$$1) \frac{4^3}{2^5} = \frac{(2^2)^3}{2^5} = \frac{2^6}{2^5} = 2^{6-5} = 2$$

$$2) \frac{3^{10} + 3^9}{3^8} = \frac{3^{10}}{3^8} + \frac{3^9}{3^8}$$

$$= 3^{10-8} + 3^{9-8}$$

$$= 3^2 + 3 = 12$$

Örnek:

$$\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot (-2^8)}{(-2)^2}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot (-2^8)}{(-2)^2} = \frac{(-2)^{-3} \cdot (-2^8)}{2^2}$$

$$= 2^{-3+8-2}$$

$$= 2^3 = 8 \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\frac{(3 \cdot x^2)^6}{(3^2 \cdot x)^{12}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\frac{(3 \cdot x^2)^6}{(3^2 \cdot x)^{12}} = \frac{3^6 \cdot (x^2)^6}{(3^2)^{12} \cdot x^{12}} = \frac{3^6 \cdot x^{12}}{3^{24} \cdot x^{12}}$$

$$= 3^{6-24}$$

$$= 3^{-18} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\left(\frac{5}{3}\right)^a = 60$$

olduğuna göre, $5^{a-1} \cdot 3^{2-a}$ ifadesinin değerini bulalım.

Çözüm:

$$5^{a-1} \cdot 3^{2-a} = 5^a \cdot 5^{-1} \cdot 3^2 \cdot 3^{-a}$$

$$= \frac{5^a}{3^a} \cdot \frac{3^2}{5}$$

$$= \left(\frac{5}{3}\right)^a \cdot \frac{9}{5}$$

$$= 60 \cdot \frac{9}{5} = 108 \text{ dir.}$$

F. ÜSLÜ DENKLEMLER

1) $a^n = a^m \Rightarrow n = m$ dir. ($a \neq 0$, $a \neq 1$, $a \neq -1$)

2) $a^n = b^n \Rightarrow \begin{cases} a = b, & n \text{ tek sayı ise} \\ a = \pm b, & n \text{ çift sayı ise} \end{cases}$

3) $a^n = 1 \Rightarrow \begin{cases} 1) a = 1 \text{ ve } n \text{ reel sayı} \\ 2) n = 0 \text{ ve } a \neq 0 \\ 3) a = -1 \text{ ve } n \text{ çift sayı} \end{cases}$

Örnek:

$$5^{5n+1} = (25)^{3n-2}$$

olduğuna göre, n yi bulalım.

Çözüm:

$$5^{5n+1} = (25)^{3n-2} \Rightarrow 5^{5n+1} = (5^2)^{3n-2}$$

$$\Rightarrow 5^{5n+1} = 5^{6n-4}$$

$$\Rightarrow 5n+1 = 6n-4$$

$$\Rightarrow n = 5 \text{ tir.}$$

Örnek:

$$2^{3a+1} = \frac{1}{32}$$

olduğuna göre, a yi bulalım.

Çözüm:

$$2^{3a+1} = \frac{1}{32} \Rightarrow 2^{3a+1} = 2^{-5}$$

$$\Rightarrow 3a+1 = -5 \Rightarrow 3a = -6$$

$$\Rightarrow a = -2 \text{ dir.}$$

Örnek:

$$a^x = 64$$

$$a^y = 4$$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ değerini bulalım.

Çözüm:

$$a^x = 64 \Rightarrow a^x = 4^3 \Rightarrow a^x = (a^y)^3$$

$$\Rightarrow a^x = a^{3y}$$

$$\Rightarrow x = 3y$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = 3 \text{ tür.}$$

Örnek:

$$(x-5)^{10-x} = 1$$

denklemini sağlayan x değerlerini bulalım.

Çözüm:

1. durum

$$x-5 = 1 \Rightarrow x = 6 \text{ dir... (1)}$$

2. durum

$$10-x = 0 \Rightarrow x = 10 \text{ dir... (2) } (x-5 \neq 0)$$

3. durum

$$x-5 = -1 \Rightarrow x = 4 \text{ ve}$$

$$x = 4 \text{ için } 10-x = 10-4 = 6 \text{ çifttir.}$$

O halde, $(x-5)^{10-x} = 1$ denklemini sağlayan x değerleri 6, 10 ve 4 tür.

Örnek:

$$(x-1)^4 = (2x+11)^4$$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin toplamını bulalım.

Çözüm:

4 çift sayı olduğu için,

$$(x-1)^4 = (2x+11)^4 \text{ ifadesinde}$$

$$x-1 = 2x+11 \text{ veya } x-1 = -(2x+11) \text{ dir.}$$

$$x-1 = 2x+11 \Rightarrow x = -12 \text{ dir. ... (1)}$$

$$x-1 = -(2x+11) \Rightarrow 3x = -10$$

$$\Rightarrow x = -\frac{10}{3} \text{ tür. ... (2)}$$

(1) ve (2) den x in alabileceği değerlerin toplamı,

$$-12 + \left(-\frac{10}{3}\right) = -\frac{46}{3} \text{ tür.}$$

Örnek:

$$(125)^{-\frac{1}{3}} + 16^{-\frac{1}{4}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} (125)^{-\frac{1}{3}} + 16^{-\frac{1}{4}} &= (5^3)^{-\frac{1}{3}} + (2^4)^{-\frac{1}{4}} \\ &= 5^{-1} + 2^{-1} \\ &= \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{7}{10} \text{ dur.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$(30)^{x+2} = 6^{x+3}$$

olduğuna göre, 5^x değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} (30)^{x+2} &= 6^{x+3} \Rightarrow (5 \cdot 6)^{x+2} = 6^{x+2+1} \\ &\Rightarrow 5^{x+2} \cdot 6^{x+2} = 6^{x+2} \cdot 6 \\ &\Rightarrow 5^x \cdot 5^2 = 6 \\ &\Rightarrow 5^x = \frac{6}{25} \text{ tir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$7^{x-2} + 7^{x-1} + 7^x = 57$$

olduğuna göre, x değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} 7^{x-2} + 7^{x-1} + 7^x &= 57 \Rightarrow 7^{x-2} (1 + 7 + 7^2) = 57 \\ &\Rightarrow 7^{x-2} \cdot 57 = 57 \\ &\Rightarrow 7^{x-2} = 1 \\ &\Rightarrow x-2 = 0 \\ &\Rightarrow x = 2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\frac{16 \cdot 10^{-5} + 0,8 \cdot 10^{-3}}{0,4 \cdot 10^{-2}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{16 \cdot 10^{-5} + 0,8 \cdot 10^{-3}}{0,4 \cdot 10^{-2}} &= \frac{16 \cdot 10^{-5} + 80 \cdot 10^{-5}}{400 \cdot 10^{-5}} \\ &= \frac{96 \cdot 10^{-5}}{400 \cdot 10^{-5}} \\ &= \frac{24}{100} = 0,24 \text{ tür.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\frac{2^{n+5} - 2^{n+4}}{2^{n+4} - 2^{n+3}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\frac{2^{n+5} - 2^{n+4}}{2^{n+4} - 2^{n+3}} = \frac{2^{n+3}(2^2 - 2)}{2^{n+3}(2 - 1)} = \frac{4 - 2}{1} = 2 \text{ dir.}$$

ÇÖZÜMLÜ TEST

1. $-2^3 \cdot (-3)^6 \cdot (-3^{-3}) \cdot 6^{-3}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

2. $\frac{(-2)^2 - 2^3 - (-2)^3}{(-4)^{-2} \cdot (-2^6)}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

3. $\frac{12 \cdot 10^{-4} + 0,03 \cdot 10^{-2}}{1,5 \cdot 10^{-5}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0,01 B) 0,1 C) 1 D) 10 E) 100

4. $a = \underbrace{9.9.9 \dots 9}_{15 \text{ tane}}$
 $b = \underbrace{(27)^9 + (27)^9 + \dots + (27)^9}_{27 \text{ tane}}$

olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ nin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 3 E) 9

5. $(81)^{x+\frac{1}{2}}$ sayısı, 9^{2x} sayısının kaç katıdır?

- A) 81 B) 36 C) 27 D) 18 E) 9

6. $\frac{a^x \cdot n}{1+a^x} - \frac{n}{1+a^{-x}}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{1+a^x}$ B) $\frac{a^x}{1+a^x}$ C) n D) 0 E) 1

7. $\left(\frac{4}{25}\right)^{1-x} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{2-x} = \frac{8}{125}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 3

8. $3 \cdot 5^{x-2} - 2 \cdot 5^{x-1} + 5^x = 18$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

9. $256 \cdot (15)^2 \cdot (1250)^3 + 256 \cdot (1250)^3$

işleminin sonucu kaç basamaklı bir sayıdır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

10. $5^{1-x} = a$

olduğuna göre, $(25)^{x-1}$ in a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a}{125}$ B) $\frac{a}{625}$ C) a^2
D) $\frac{1}{a^2}$ E) $\frac{1}{5a^2}$

11. $(0,25)^{1-x} = (0,5)^{y+1}$

olduğuna göre, $2x + y$ kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

12. $3^x = 4$

$16^y = 81$

olduğuna göre, $x \cdot y$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. $3^x = a$
 $5^{-x} = b$

olduğuna göre, $(1125)^x$ ifadesinin a ve b cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a^2 \cdot b^3$ B) $a \cdot b^2$ C) $\frac{a}{b^2}$
D) $\frac{a^2}{b^3}$ E) $\frac{a}{b}$

14. $\left(\frac{1}{3}\right)^{a-1} > \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{a+1}{3}}$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı a doğal sayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. $a^b = 9$ ve $a^c = \frac{1}{81}$

olduğuna göre, $\frac{a + 2b}{a - c}$ oranı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

16. $(x-1)^{(x^2+x-2)} = 1$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

17. x , y ve z tamsayılarıdır.

$3^{x-y+1} = 5^{y-3} = 7^{z+1}$

olduğuna göre, $x \cdot y - z$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

18. $(5x-3)^4 = (3x-1)^4$

olduğuna göre, x in alabileceği en küçük değer iki katı kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{2}$

19. $a = 3^{-2}$

$b = (-2)^{-2}$

$c = -2^{(-2)}$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < a < c$
D) $b < c < a$ E) $c < a < b$

20. $3^x + 5^x = y - 1$

olduğuna göre, $2^x + 6^x + 10^x$ ifadesinin x ve y cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^x \cdot x \cdot y$ B) $2^x \cdot y^x$ C) $2^x \cdot y$
D) 2^x E) 2^y

TESTİN ÇÖZÜMLERİ

$$\begin{aligned}
 1. \quad & -2^3 \cdot (-3)^6 \cdot (-3^{-3}) \cdot 6^{-3} = +2^3 \cdot 3^6 \cdot 3^{-3} \cdot 6^{-3} \\
 & \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 & = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 6^{-3} \\
 & = (2 \cdot 3)^3 \cdot 6^{-3} \\
 & = 6^{3-3} \\
 & = 6^0 = 1 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Cevap: A

$$\begin{aligned}
 2. \quad & \frac{(-2)^2 - 2^3 - (-2)^3}{(-4)^{-2} \cdot (-2^6)} = \frac{2^2 - 2^3 - (-8)}{4^{-2} \cdot (-2^6)} \\
 & \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 & = \frac{4 - 8 + 8}{\frac{1}{16} \cdot (-64)} \\
 & = \frac{4}{-4} \\
 & = -1 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Cevap: B

$$\begin{aligned}
 3. \quad & \frac{12 \cdot 10^{-4} + 0,03 \cdot 10^{-2}}{1,5 \cdot 10^{-5}} = \frac{120 \cdot 10^{-5} + 30 \cdot 10^{-5}}{1,5 \cdot 10^{-5}} \\
 & = \frac{150 \cdot 10^{-5}}{1,5 \cdot 10^{-5}} \\
 & = 100 \text{ dür.}
 \end{aligned}$$

Cevap: E

$$4. a = \underbrace{9 \cdot 9 \cdot \dots \cdot 9}_{15 \text{ tane}} = 9^{15} = 3^{30} \text{ ve}$$

$$b = \underbrace{(27)^9 + (27)^9 + \dots + (27)^9}_{27 \text{ tane}} = (27) \cdot (27)^9 = (27)^{10} = 3^{30}$$

$$\text{olduğundan, } \frac{a}{b} = \frac{3^{30}}{3^{30}} = 1 \text{ dir.}$$

Cevap: C

$$5. (81)^{x+\frac{1}{2}} \text{ sayısı, } 9^{2x} \text{ sayısının}$$

$$\frac{(81)^{x+\frac{1}{2}}}{9^{2x}} = \frac{(3^4)^{x+\frac{1}{2}}}{(3^2)^{2x}} = \frac{3^{4x+2}}{3^{4x}} = 9 \text{ katıdır.}$$

Cevap: E

6. 1. yol:

$$\begin{aligned}
 \frac{a^x \cdot n}{1+a^x} - \frac{n}{1+a^{-x}} &= \frac{a^x \cdot n}{1+a^x} - \frac{n}{1+\frac{1}{a^x}} \\
 &= \frac{a^x \cdot n}{1+a^x} - \frac{n \cdot a^x}{a^x + 1} \\
 &= 0 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

2. yol:

$$\begin{aligned}
 \frac{a^x \cdot n}{1+a^x} - \frac{n}{1+a^{-x}} &= \frac{a^x \cdot n}{1+a^x} - \frac{a^x \cdot n}{a^x + \underbrace{a^x \cdot a^{-x}}_1} \\
 &= 0 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Cevap: D

$$7. \left(\frac{4}{25}\right)^{1-x} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{2-x} = \frac{8}{125}$$

$$\left(\left(\frac{2}{5}\right)^2\right)^{1-x} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{x-2} = \frac{2^3}{5^3}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{2-2x+x-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^3$$

$$2 - 2x + x - 2 = 3$$

$$-x = 3$$

$$x = -3 \text{ tür.}$$

Cevap: A

8. $3 \cdot 5^{x-2} - 2 \cdot 5^{x-1} + 5^x = 18$

$$3 \cdot 5^{x-2} - 2 \cdot 5^{x-2+1} + 5^{x-2+2} = 18$$

$$5^{x-2}(3 - 2 \cdot 5 + 25) = 18$$

$$5^{x-2} \cdot 18 = 18$$

$$5^{x-2} = 1$$

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2 \text{ dir.}$$

Cevap: E

9. $256 \cdot (15)^2 \cdot (1250)^3 = 2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot (5^4 \cdot 2)^3$

$$= 2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 5^{12} \cdot 2^3$$

$$= 2^{11} \cdot 9 \cdot 5^{14}$$

$$= 9 \cdot 5^3 \cdot 2^{11} \cdot 5^{11}$$

$$= 9 \cdot 125 \cdot 10^{11}$$

$$= 1125 \cdot 10^{11} \dots (1) \text{ dir.}$$

$$256 \cdot (1250)^3 = 2^8 \cdot (5^4 \cdot 2)^3$$

$$= 2^8 \cdot 5^{12} \cdot 2^3$$

$$= 2^{11} \cdot 5^{11} \cdot 5$$

$$= 5 \cdot 10^{11} \dots (2) \text{ dir.}$$

$1125 \cdot 10^{11}$ sayısı 15 basamaklı ve $5 \cdot 10^{11}$ sayısı 12 basamaklıdır. 15 basamaklı bir sayı ile 12 basamaklı bir sayının toplamı 15 basamaklıdır.

Cevap: E

10. 1. yol:

$$5^{1-x} = a \text{ olduğundan,}$$

$$(25)^{x-1} = (5^2)^{x-1} = 5^{-(1-x) \cdot 2} = (5^{1-x})^{-2}$$

$$= a^{-2}$$

$$= \frac{1}{a^2} \text{ dir.}$$

2. yol:

$$5^{1-x} = a \Rightarrow 5^{x-1} = \frac{1}{a} \text{ olduğundan,}$$

$$(25)^{x-1} \Rightarrow (5^{x-1})^2 = \frac{1}{a^2} \text{ dir.}$$

Cevap: D

11. $(0,25)^{1-x} = (0,5)^{y+1} \Rightarrow \left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^{1-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{y+1}$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{2-2x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{y+1}$$

$$\Rightarrow 2 - 2x = y + 1$$

$$\Rightarrow 2x + y = 1 \text{ dir.}$$

Cevap: B

12. $3^x = 4$ olduğundan,

$$16^y = 81 \Rightarrow (4^2)^y = 3^4$$

$$\Rightarrow (4)^{2y} = 3^4$$

$$\Rightarrow (3^x)^{2y} = 3^4$$

$$\Rightarrow 3^{2xy} = 3^4$$

$$\Rightarrow 2xy = 4$$

$$\Rightarrow xy = 2 \text{ dir.}$$

Cevap: B

13. $3^x = a$ ve $5^{-x} = b$ olduğundan,

$$(1125)^x = (5^3 \cdot 3^2)^x$$

$$= 5^{3x} \cdot 3^{2x}$$

$$= (5^{-x})^{-3} \cdot (3^x)^2$$

$$= b^{-3} \cdot a^2$$

$$= \frac{a^2}{b^3} \text{ tür.}$$

Cevap: D

$$14. \left(\frac{1}{3}\right)^{a-1} > \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{a+1}{3}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{a-1} > \left(\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^{\frac{a+1}{3}}$$

$$\Rightarrow a-1 < \frac{2a+2}{3}$$

$$\Rightarrow 3a-3 < 2a+2$$

$$\Rightarrow a < 5 \text{ tir.}$$

Buna göre, a nın alabileceği doğal sayı değerleri (0, 1, 2, 3, 4) beş tanedir.

Cevap: E

$$15. a^b = 9 \text{ olduğundan,}$$

$$\begin{aligned} a^c &= \frac{1}{81} \Rightarrow a^c = 9^{-2} \\ &\Rightarrow a^c = (a^b)^{-2} \\ &\Rightarrow a^c = a^{-2b} \\ &\Rightarrow c = -2b \text{ dir.} \end{aligned}$$

O halde,

$$\frac{a+2b}{a-c} = \frac{a+2b}{a-(-2b)} = \frac{a+2b}{a+2b} = 1 \text{ dir.}$$

Cevap: D

$$16. (x-1)^{(x^2+x-2)} = 1 \text{ eşitliği için üç durum vardır.}$$

1. durum

$$x-1=1 \Rightarrow x=2 \dots (1) \text{ dir.}$$

2. durum

$$x^2+x-2=0 \text{ ve } x-1 \neq 0 \text{ dir.}$$

$$\begin{aligned} x^2+x-2=0 &\Rightarrow (x+2)(x-1)=0 \text{ ve } x-1 \neq 0 \\ &\Rightarrow x=-2 \dots (2) \text{ dir.} \end{aligned}$$

3. durum

$$x-1=-1 \text{ ve } x^2+x-2 \text{ çift sayıdır.}$$

$$x-1=-1 \text{ ise } x=0 \text{ ve}$$

$$x=0 \text{ için } x^2+x-2=0^2+0-2=-2 \text{ çift sayıdır.}$$

O halde, x in alabileceği değerlerin toplamı,

$$2+(-2)+0=0 \text{ dir.}$$

Cevap: A

$$17. x-y+1=0, y-3=0 \text{ ve } z+1=0 \text{ için,}$$

$$3^{x-y+1} = 5^{y-3} = 7^{z+1} \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$y-3=0 \Rightarrow y=3 \text{ ve}$$

$$x-y+1=0 \Rightarrow x-3+1=0 \Rightarrow x=2 \text{ ve}$$

$$z+1=0 \Rightarrow z=-1 \text{ dir.}$$

$$\text{O halde, } x \cdot y - z = 2 \cdot 3 - (-1) = 7 \text{ dir.}$$

Cevap: E

$$18. (5x-3)^4 = (3x-1)^4$$

$$\Rightarrow 5x-3=3x-1 \text{ veya } 5x-3=-3x+1 \text{ dir.}$$

$$5x-3=3x-1 \Rightarrow 2x=2 \Rightarrow x=1 \text{ dir.}$$

$$5x-3=-3x+1 \Rightarrow 8x=4 \Rightarrow x=\frac{1}{2} \text{ dir.}$$

$$x \text{ in en küçük değerinin 2 katı, } 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ dir.}$$

Cevap: D

$$19. a=3^{-2}=\frac{1}{9}$$

$$b=(-2)^{-2}=\frac{1}{4}$$

$$c=-2^{-2}=-\frac{1}{4}$$

olduğundan, $c < a < b$ dir.

Cevap: E

$$20. 3^x + 5^x = y - 1 \Rightarrow 3^x + 5^x + 1 = y \text{ dir.}$$

$$2^x + 6^x + 10^x = 2^x (1 + 3^x + 5^x)$$

$$= 2^x \cdot y \text{ dir.}$$

Cevap: C

CEVAPLI TEST – 1

1.
$$\frac{\left(-\frac{1}{8}\right)^{-5} : (-2)^{-2}}{(-2^2)^7}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) 2 D) 4 E) 8

2.
$$\frac{(-a)^{-3} \cdot (-a)^4 \cdot (-a^2)}{\left(-a^{\frac{1}{2}}\right)^4}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a^3 B) a^2 C) a D) $-a$ E) 1

3. $6^{2x-1} = 9^{x-1}$

olduğuna göre, 4^x kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) $\frac{4}{3}$

4.
$$\frac{(-7)^2 \cdot (-0,07)^{-2} \cdot (0,3)^2}{(0,01)^{-1} \cdot (0,5)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 7 B) 4 C) 0,5 D) 0,01 E) -3

5.
$$\frac{2^{x-2}}{3^{1-x}} = 18$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6.
$$\frac{1}{2^a} + \frac{1}{2^{a-1}} + \frac{1}{2^{a-2}} = 28$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) 2 E) 3

7.
$$\frac{6}{3^{1+x-y} + 3} + \frac{6}{3^{1-x+y} + 3}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

8. $(0,008)^x = (0,04)^y$

olduğuna göre, $\frac{2y-1}{1-3x}$ oranı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

9.
$$3^{2-5y} = \frac{1}{27}$$

olduğuna göre, $(-y)^{2y}$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10.
$$\frac{(6,25)^x}{12,5} = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

11. $x^a = 8 \cdot x^b$
 $x^2 = 2$

olduğuna göre, a nın b cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2b$ B) $b + 1$ C) $2b + 1$
D) $6 + b$ E) $6b$

12. $2^{x+1} = 30^x$

olduğuna göre, $(225)^x$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 16

13. $a^{4a} = 81^3$
 $a^{x+1} - a^{x-1} = 216$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $10^x \cdot (25)^{2x+2} \cdot 2^{4x}$

çarpımının sonucu 18 basamaklı bir sayı olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

15. $x = m^{a-b} = n^{a+b}$

olduğuna göre, $(m \cdot n)^{a^2 - b^2}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) x^{2b} B) x^{2a} C) x^{a+b}
D) $x^{2(a+b)}$ E) $x^{a^2 - b^2}$

16. $\left(\frac{3^{x-y}}{3^x} + \frac{3^{y-x}}{3^y} \right) \cdot \frac{3^{x+y}}{3^x + 3^y}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{3^x + 3^y}$ B) 3^{x+y} C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{3}$ E) 1

17. $2^x = 14$, $3^y = 24$, $5^z = 18$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $x < z < y$ C) $z < x < y$
D) $z < y < x$ E) $y < x < z$

18. $x = 2^a + 1$
 $y = 4^a - 5$

olduğuna göre, y nin x cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - 2x + 1$ B) $x^2 - 3x + 2$ C) $x^2 - 2x + 4$
D) $x^2 - 2x - 4$ E) $x^2 + 3x - 2$

19. n pozitif bir tamsayıdır.

$(x + 3)^{2n} = (3x + 5)^{2n}$

olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

20. $a + 3^{b+1} = 15$
 $3^b - a = -3$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 6 D) 9 E) 10

CEVAP ANAHTARI

1-E	2-C	3-C	4-B	5-B	6-C	7-D	8-C	9-A	10-B
11-D	12-C	13-D	14-A	15-B	16-E	17-D	18-D	19-A	20-C

CEVAPLI TEST – 2

1. $(81)^6 + (27)^8$

toplaminin yarısı kaçtır?

- A)
- 3^{12}
- B)
- 3^{18}
- C)
- 9^{12}
- D)
- 9^{23}
- E)
- 3^{48}

2. $0,\overline{2}$ ve $0,\overline{3}$ devirli ondalık sayılardır.

$$6^{0,\overline{3}} \cdot (216)^{0,\overline{2}} - 4^{1,43} \cdot 2^{0,14}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 2 D) 4 E) 6

3. $k \cdot m = \underbrace{2^5 + 2^5 + \dots + 2^5}_{k \text{ tane}}$

$$n = \underbrace{2^5 \cdot 2^5 \dots 2^5}_{k \text{ tane}}$$

olduğuna göre, $(m \cdot n)^{\frac{1}{k+1}}$ kaçtır?

- A) 2 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

4. x ve y pozitif reel sayılardır.

$$x^{\frac{1}{3}} = y^{\frac{1}{2}}$$

olduğuna göre, $x^2 \cdot y$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine daima eşittir?

- A)
- x^6
- B)
- x^5
- C)
- x^4
- D)
- y^4
- E)
- y^6

5. $\frac{x^{a-1} - x^{a+1}}{x^{a+1} - x^a} = 1$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -1 B)
- $-\frac{1}{2}$
- C)
- $\frac{1}{2}$
- D) 1 E) 2

6. $x = 3^{a-b+1}$

olduğuna göre, 9^{a-b+2} ifadesinin x cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- x^2
- B)
- $3x^2$
- C)
- $9x^2$
-
- D)
- $27x^2$
- E)
- $81x^2$

7. $3^{2x} = 4$

olduğuna göre, $9^x - 2 \cdot 3^x + 1$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 9 B) 6 C) 3 D) 1 E) 0

8. $\frac{2^{-2} + 2^{-2} + 2^{-2}}{3^{-1} \cdot 3^{-1} \cdot 3^{-1}} = \left(\frac{4}{81}\right)^n$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 2 E) 4

9. m ve n doğal sayılar olmak üzere,

$$(125)^{2n} \cdot 5^{n+1} - 15 \cdot 5^{7n-1} = 2 \cdot 5^m$$

olduğuna göre, $m + n$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A) 7 B) 9 C) 12 D) 24 E) 25

10. $(24)^{x-1} = 2^{3x}$

olduğuna göre, 3^x kaçtır?

- A) 2 B) 6 C) 12 D) 24 E) 72

11. $\frac{2}{1-a^x} - \frac{1}{a^{-x}-1} = 3$

olduğuna göre, a^{3x} kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{8}$ D) 4 E) 8

12. $5^a = 3^{1-b}$
 $3 = 5^{\frac{1}{b}}$

olduğuna göre, a nın b cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1+b$ B) $1-b$ C) $\frac{1-b}{2b}$
D) $\frac{1-b}{b}$ E) $\frac{1-2b}{b}$

13. x ve y birer tamsayı olmak üzere,

$x^y = 64$ ve $x > y$

olduğuna göre, y nin alabileceği farklı değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

14. a , b ve c birbirinden farklı tamsayılardır.

$a = b^2 = c^3$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 60 B) 68 C) 76 D) 80 E) 82

15. $4^{x-1} \cdot 5^{2x} = 250$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

16. $9^x - 2 \cdot 3^{x+y+1} + 9^{y+1} = 0$

eşitliğini sağlayan x ve y sayıları arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = y - 1$ B) $x = y$ C) $x = y + 1$
D) $y = x - 2$ E) $y = 2x$

17. $(x+y)^{\frac{4}{x}} = 256$
 $(x-y)^{\frac{3}{x}} = 125$

olduğuna göre, $x^2 - y^2$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 4 B) 5 C) 20 D) 20^x E) 80^x

18. $4^{2-x} = 400$

olduğuna göre, 2^{x-1} in değeri kaçtır?

- A) 0,01 B) 0,1 C) 0,2 D) 1 E) 5

19. $a \neq 0$ olmak üzere,

$3^{a-1} = \frac{x}{3} - 1$

$9^a = y^4$

olduğuna göre, x in y türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y^2 + 3$ B) $3 - y^2$ C) $-2y^2$
D) 3 E) 6

20. $\frac{1 - 81^x}{(1 + 9^x) \cdot (1 + 3^x)} = \frac{2}{3}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

CEVAP ANAHTARI

1-C	2-A	3-D	4-D	5-B	6-C	7-D	8-C	9-D	10-D
11-C	12-D	13-B	14-A	15-C	16-C	17-D	18-B	19-A	20-C

8. BÖLÜM

KÖKLÜ İFADELER

$a \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere, $x^n = a$ eşitliğini sağlayan x sayısına **a nın n. kuvvetten kökü** denir.

$x = \sqrt[n]{a}$ şeklinde gösterilir ve **n. kuvvetten kök a** diye okunur.

$n = 1$ için $\sqrt[1]{a} = a$

$n = 2$ için $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$: karekök a (veya kök a)

$n = 3$ için $\sqrt[3]{a}$: küpkök a

$n = 4$ için $\sqrt[4]{a}$: dördüncü kuvvetten kök a şeklinde okunur.

Uyarı:

Hiçbir reel sayının çift kuvveti negatif olamayacağından, negatif bir sayının çift kuvvetten kökü reel sayı değildir.

$n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere, $\sqrt[n]{a}$ ifadesinin bir reel sayı belirtmesi için $a \geq 0$ olmalıdır.

Örneğin, $x^2 = -4 \Rightarrow x \notin \mathbb{R}$ ve $x = \sqrt{-4} \notin \mathbb{R}$ dir.

Ancak, $x^3 = -1 \Rightarrow x = \sqrt[3]{-1} \in \mathbb{R}$ olur.

Örnek:

$\sqrt{x-3} - \sqrt[4]{3-x} + 2x$ ifadesi bir reel sayı belirttiğine göre, bu reel sayının değerini bulalım.

Çözüm:

$\sqrt{x-3}$ ve $\sqrt[4]{3-x}$ ifadelerinin kök kuvveti çift sayı olduğundan, $x-3 \geq 0$ ve $3-x \geq 0$ olmalıdır. Buna göre, $3 \leq x \leq 3 \Rightarrow x = 3$ tür.

Buna göre, $\sqrt{x-3} - \sqrt[4]{3-x} + 2x$ ifadesinin değeri, $x = 3$ için

$$\sqrt{3-3} - \sqrt[4]{3-3} + 2.3 = \sqrt{0} - \sqrt[4]{0} + 6 = 6 \text{ dir.}$$

A. KÖKLÜ İFADENİN ÜSLÜ İFADE ŞEKLİNDE YAZILMASI

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Örneğin; $\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}}$,

$$\sqrt[5]{-3} = -\sqrt[5]{3} = -3^{\frac{1}{5}} \text{ tir.}$$

Örnek:

$$\sqrt[3]{5^{-x}} = \sqrt{(0,2)^{3-x}}$$

eşitliğini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{5^{-x}} &= \sqrt{(5^{-1})^{3-x}} \Rightarrow 5^{\frac{-x}{3}} = 5^{\frac{x-3}{2}} \\ \Rightarrow \frac{-x}{3} &= \frac{x-3}{2} \\ \Rightarrow -2x &= 3x-9 \\ \Rightarrow 9 &= 5x \\ \Rightarrow x &= \frac{9}{5} \text{ tir.} \end{aligned}$$

B. KÖKLÜ İFADENİN ÜSSÜNÜN ALINMASI

$$\left[\sqrt[n]{a} \right]^m = \sqrt[n]{a^m}$$

Örneğin, $\left(\sqrt[3]{-2} \right)^3 = \sqrt[3]{(-2)^3} = (-2)^{\frac{3}{3}} = -2 \text{ dir.}$

C. KÖK İÇİNDEKİ BİR İFADENİN KÖK DIŞINA ÇIKARILMASI

Kök içerisinde üssü kök kuvvetine eşit olan çarpanlar kök dışına çıkarılabilir.

$n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a, & n \text{ tek sayı ise} \\ |a|, & n \text{ çift sayı ise} \end{cases} \text{ dir.}$$

Örneğin; $\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2,$

$$\sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^4} = \frac{1}{2},$$

$$\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3 \text{ tür.}$$

Örnek:

$$\frac{\sqrt[4]{(-4)^2} - \sqrt[3]{(-2)^3}}{\sqrt[3]{27} - \sqrt[5]{-1}}$$

ifadesinin değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[4]{(-4)^2} - \sqrt[3]{(-2)^3}}{\sqrt[3]{27} - \sqrt[5]{-1}} &= \frac{\sqrt[4]{2^4} - (-2)}{\sqrt[3]{3^3} - (-1)} \\ &= \frac{|2| + 2}{3 + 1} = 1 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\sqrt{0,25} + \sqrt{0,09} - \sqrt[3]{0,001}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

1. yol:

$$\begin{aligned} \sqrt{0,25} + \sqrt{0,09} - \sqrt[3]{0,001} \\ &= \sqrt{(0,5)^2} + \sqrt{(0,3)^2} - \sqrt[3]{(0,1)^3} \\ &= 0,5 + 0,3 - 0,1 \\ &= 0,7 \text{ dir.} \end{aligned}$$

2. yol:

$$\begin{aligned} \sqrt{0,25} + \sqrt{0,09} - \sqrt[3]{0,001} \\ &= \sqrt{25 \cdot 10^{-2}} + \sqrt{9 \cdot 10^{-2}} - \sqrt[3]{10^{-3}} \\ &= 5 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-1} - 10^{-1} \\ &= 7 \cdot 10^{-1} = 0,7 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\frac{\sqrt[3]{-81} + \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{0,375}}$$

ifadesinin değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[3]{-81} + \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{0,375}} &= \frac{-\sqrt[3]{3^3 \cdot 3} + \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{(0,5)^3 \cdot 3}} \\ &= \frac{-3\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{3}}{0,5 \cdot \sqrt[3]{3}} \\ &= \frac{-2\sqrt[3]{3}}{0,5 \cdot \sqrt[3]{3}} = -4 \text{ tür.} \end{aligned}$$

© Fem Yayınları

D. KÖK DIŞINDAKİ BİR ÇARPANIN KÖK İÇİNE YAZILMASI

n . kuvvetten bir kökün dışında çarpım halinde bulunan bir ifade, n . kuvveti alınarak kök içine yazılabilir.

$$\frac{a}{b} \sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{\frac{a^n \cdot c}{b^n}}$$

n çift sayı ise $\frac{a}{b} \geq 0$ olmalıdır.

Örneğin, $3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{9}} = \sqrt[3]{\frac{3^3}{9}} = \sqrt[3]{3}$,

$$-xy \cdot \sqrt{\frac{1}{xy}} = -\sqrt{\frac{x^2 y^2}{xy}} = -\sqrt{xy} \text{ dir.}$$

E. KÖK KUVVETİNİN GENİŞLETİLMESİ VEYA SADELEŞTİRİLMESİ

Bir köklü ifadenin kuvveti ile kök içindeki ifadenin üssü aynı sayı ile tanım şartlarına uygun bir şekilde çarpılabilir (kök kuvvetini genişletme) veya bölünebilir (kök kuvvetini sadeleştirme).

$r \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot r]{a^{m \cdot r}} = \sqrt[r]{\sqrt[n]{a^m}} \text{ dir.}$$

Örneğin, $\sqrt[3]{2} = \sqrt[3 \cdot 2]{2^2} = \sqrt[6]{4}$,

$$\sqrt[15]{32} = \sqrt[15]{2^5} = \sqrt[3]{2},$$

$$\sqrt[3]{-2} = -\sqrt[3 \cdot 2]{2^2} = -\sqrt[6]{4},$$

$$\sqrt[12]{(-2)^4} = \sqrt[3]{|-2|} = \sqrt[3]{2} \neq \sqrt[3]{-2} \text{ dir.}$$

F. KÖKLÜ İFADELERDE İŞLEMLER

1. Toplama – Çıkarma

İki köklü ifadenin toplanabilmesi (veya çıkarılabilmesi) için bu iki ifadenin kök kuvveti aynı ve köklerin içindeki ifadeler de birbirine eşit olmalıdır.

$$x \cdot \sqrt[n]{a} + y \cdot \sqrt[n]{a} - z \cdot \sqrt[n]{a} = (x + y - z) \cdot \sqrt[n]{a}$$

şeklinde toplama – çıkarma yapılır. Örneğin,

$\sqrt{3} + \sqrt{2}$ toplanamaz. (kök içindeki sayılar farklı)

$\sqrt[3]{5} - \sqrt{5}$ çıkarılamaz. (kök kuvvetleri farklı)

$$4\sqrt{7} + \sqrt{7} - 3\sqrt{7} = (4 + 1 - 3)\sqrt{7} = 2\sqrt{7} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\sqrt{128} - \sqrt{32} + \sqrt{\frac{2}{9}} \text{ işleminin sonucunu bulalım.}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \sqrt{128} - \sqrt{32} + \sqrt{\frac{2}{9}} &= \sqrt{2^6 \cdot 2} - \sqrt{2^4 \cdot 2} + \sqrt{\frac{2}{3^2}} \\ &= 2^3 \cdot \sqrt{2} - 2^2 \cdot \sqrt{2} + \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2} \\ &= \left(8 - 4 + \frac{1}{3}\right) \sqrt{2} = \frac{13}{3} \sqrt{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{-192} \text{ toplamını bulalım.}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{-192} &= \sqrt[3]{3^3 \cdot 3} + \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} - \sqrt[3]{4^3 \cdot 3} \\ &= 3\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{3} - 4\sqrt[3]{3} \\ &= \sqrt[3]{3} \text{ tür.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\sqrt[3]{16} + \sqrt[9]{-8} + \sqrt[12]{16} \text{ toplamını bulalım.}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{16} + \sqrt[9]{-8} + \sqrt[12]{16} &= \sqrt[3]{2^3 \cdot 2} - \sqrt[9]{2^3} + \sqrt[12]{2^4} \\ &= 2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2} \\ &= 2\sqrt[3]{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\frac{\sqrt{14,4} + \sqrt{0,9}}{\sqrt{3,6} - \sqrt{0,1}} \text{ ifadesinin değerini bulalım.}$$

Çözüm:

1. yol:

Verilen ifadenin pay ve paydasını 10 ile çarpalım.

$$\frac{10 \cdot \sqrt{14,4} + 10 \cdot \sqrt{0,9}}{10 \cdot \sqrt{3,6} - 10 \cdot \sqrt{0,1}} = \frac{\sqrt{144 \cdot 10} + \sqrt{9 \cdot 10}}{\sqrt{36 \cdot 10} - \sqrt{10}}$$

$$= \frac{12\sqrt{10} + 3\sqrt{10}}{6\sqrt{10} - \sqrt{10}}$$

$$= \frac{15\sqrt{10}}{5\sqrt{10}} = 3 \text{ tür.}$$

2. yol:

Burada pay ve paydadaki kök kuvvetleri aynı olduğundan kök içleri aynı sayıyla çarpılabilir.

Buna göre, $\frac{\sqrt{14,4} + \sqrt{0,9}}{\sqrt{3,6} - \sqrt{0,1}} = \frac{\sqrt{144} + \sqrt{9}}{\sqrt{36} - \sqrt{1}}$

$$= \frac{12 + 3}{6 - 1} = 3 \text{ tür.}$$

3. yol:

$$= \frac{\sqrt{\frac{144}{10}} + \sqrt{\frac{9}{10}}}{\sqrt{\frac{36}{10}} - \sqrt{\frac{1}{10}}} = \frac{\frac{12 + 3}{\sqrt{10}}}{\frac{6 - 1}{\sqrt{10}}}$$

$$= \frac{15}{5} = 3 \text{ tür.}$$

2. Çarpma – Bölme

Kök kuvvetleri aynı olan köklü ifadeler çarpılabilir veya bölünebilir.

Tanımlı olduğu durumlarda,

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \text{ dir.}$$

Örneğin, $\frac{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{6}} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 9}{6}} = \sqrt[3]{6} \text{ dir.}$

Örnek:

$\frac{\sqrt{xy^3}}{\sqrt{x^3y}}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\frac{\sqrt{xy^3}}{\sqrt{x^3y}} = \sqrt{\frac{xy^3}{x^3y}} = \sqrt{\frac{y^2}{x^2}}$$

$$= \frac{y}{x} \text{ olur.}$$

Uyarı:

Kök kuvvetleri farklı ise, kök kuvvetleri eşitlendikten sonra çarpma veya bölme yapılabilir.

Örnek:

$\frac{\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt{2}}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

2, 3 ve 4 ün en küçük ortak katı 12 olduğundan kök kuvvetleri 12 de eşitlenirse,

$$\frac{\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt[12]{8^3} \cdot \sqrt[12]{4^4}}{\sqrt[12]{2^6}} = \sqrt[12]{\frac{8^3 \cdot 4^4}{2^6}}$$

$$= \sqrt[12]{\frac{2^9 \cdot 2^8}{2^6}} = \sqrt[12]{2^{11}} \text{ dir.}$$

3. Paydanın Rasyonel Yapılması

Paydasında köklü ifade bulunan bir kesrin paydası kökten kurtararak kesrin paydası rasyonel yapılır.

a) $n > m$ ve $b \neq 0$ olmak üzere,

$\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}}$ ifadesinin pay ve paydası $\sqrt[n]{b^{n-m}}$ ile çarpı-

larak paydası kökten kurtarılır.

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b}} = \frac{a\sqrt[n]{b}}{b} \text{ ve } \frac{a}{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{a} \text{ dir.}$$

Örneğin;

$$1) \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}, \quad \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 3}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3},$$

$$2) \frac{4}{\sqrt[3]{2}} = \frac{4 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{2} = 2\sqrt[3]{4},$$

$$3) \frac{6}{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{4}} = \frac{6 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2}}{3 \cdot 2} = \sqrt[6]{27 \cdot 4} = \sqrt[6]{108} \text{ dir.}$$

b) $(\sqrt{a} - \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b}) = a - b$ olduğundan,

Paydada $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ veya $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ ifadelerinden biri varken diğeri ile pay ve payda çarpılarak paydada $a - b$ elde edilir.

$$\frac{x}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{x(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a - b},$$

$$\frac{x}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{x(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$$

Örneğin, $\frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{2} + 1}{2 - 1} = \sqrt{2} + 1$ dir.

Örnek:

$$\frac{1}{2 - \sqrt{3}} - \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \text{ işleminin sonucunu bulalım.}$$

Çözüm:

$$\frac{1}{2 - \sqrt{3}} - \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2^2 - 3} - \frac{2 - \sqrt{3}}{2^2 - 3}$$

$$(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 2 + \sqrt{3} - (2 - \sqrt{3})$$

$$= 2\sqrt{3} \text{ tür.}$$

Örnek:

$$\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} - \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - 2} + \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{3} - \sqrt{2} - (\sqrt{3} + \sqrt{2}) + \sqrt{2}$$

$$= -\sqrt{2} \text{ dir.}$$

c) $(x - y)(x^2 + xy + y^2) = x^3 - y^3$
 $(x + y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 + y^3$ olduğundan,

© Fem Yayınları

$$\frac{x}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} = \frac{x(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})}{a - b} \text{ ve}$$

$$\frac{x}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}} = \frac{x(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})}{a + b}$$

ifadeleri karşılaşılabilecek dört durumdan ikisidir.

Örnek:

$$1) \frac{1}{\sqrt[3]{2} + 1} = \frac{\sqrt[3]{2^2} - \sqrt[3]{2 \cdot 1} + 1}{2 + 1} = \frac{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1}{3}$$

$$2) \frac{1}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}{3 - 2} = \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}$$

(Buradaki iki örneğin yukarıda sözü edilen dört durumdan diğeri ikisi olduğuna dikkat ediniz.)

Örnek:

$$\frac{3}{\sqrt{4} + \sqrt{7}} \text{ ifadesinin eşitini bulalım.}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{3}{\sqrt{4+\sqrt{7}}} &= \frac{3\sqrt{4-\sqrt{7}}}{\sqrt{4+\sqrt{7}} \cdot \sqrt{4-\sqrt{7}}} \\ &= \frac{3\sqrt{4-\sqrt{7}}}{\sqrt{(4+\sqrt{7})(4-\sqrt{7})}} \\ &= \frac{3\sqrt{4-\sqrt{7}}}{\sqrt{16-7}} = \sqrt{4-\sqrt{7}} \text{ dir.} \end{aligned}$$

G. KÖKLÜ SAYILARDA SIRALAMA

Tanımlı olduğu durumlarda,

$$a < b \Leftrightarrow \sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$x = \sqrt[3]{-2}, \quad y = \sqrt[5]{-3}, \quad z = \sqrt[15]{-30}$$

sayılarını sıralayalım.

Çözüm:

Kök kuvvetleri 15 te eşitlenirse,

$$\begin{aligned} x &= \sqrt[3]{-2} = \sqrt[15]{-32}, \quad y = \sqrt[5]{-3} = \sqrt[15]{-27} \text{ ve} \\ -32 &< -30 < -27 \Leftrightarrow \sqrt[15]{-32} < \sqrt[15]{-30} < \sqrt[15]{-27} \\ &\Rightarrow x < z < y \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$a = 2\sqrt{2} - 1, \quad b = \sqrt{6} - \sqrt{3}, \quad c = \sqrt{7} - \sqrt{2}$$

sayılarını sıralayalım.

Çözüm:

Verilen sayıların karelerini alıp karşılaştıralım.

$$a = 2\sqrt{2} - 1 = \sqrt{8} - 1 \Rightarrow a^2 = 9 - 2\sqrt{8}$$

$$b = \sqrt{6} - \sqrt{3} \Rightarrow b^2 = 9 - 2\sqrt{18}$$

$$c = \sqrt{7} - \sqrt{2} \Rightarrow c^2 = 9 - 2\sqrt{14} \text{ ve}$$

$$-2\sqrt{18} < -2\sqrt{14} < -2\sqrt{8} \text{ olduğundan}$$

$$9 - 2\sqrt{18} < 9 - 2\sqrt{14} < 9 - 2\sqrt{8} \text{ dir. O halde,}$$

$$b^2 < c^2 < a^2 \Rightarrow b < c < a \text{ dir.}$$

H. İÇ İÇE KÖKLER

1) Sonlu Kökler

Tanımlı olduğu durumlarda,

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a} \text{ dir.}$$

$$\text{Örneğin, } \sqrt[3]{\sqrt[4]{8}} = \sqrt[3 \cdot 4]{2^3} = \sqrt[12]{2^3} = \sqrt[4]{2} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\sqrt{3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3}}} = \sqrt[12]{27}$$

olduğuna göre, x değerini bulalım.

Çözüm:

1. yol:

$$\sqrt{3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3}}} = \sqrt[12]{27} \text{ eşitliğinin iki tarafının karesini}$$

alalım,

$$3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3}} = \sqrt[12]{(3^3)^2} \text{ eşitliğinin iki tarafının küpünü}$$

alalım.

$$3^3 \cdot \frac{1}{3} = \sqrt[12]{(3^6)^3} \Rightarrow 3^2 = 3^{\frac{18}{x}}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{18}{x} \Rightarrow x = 9 \text{ dur.}$$

2. yol:

$$\sqrt{3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3}}} = \sqrt{\sqrt[3]{\frac{3^3}{3}}} = \sqrt[6]{3^2} = \sqrt[3]{3}$$

olduğundan,

$$\sqrt[3]{3} = \sqrt[x]{3^3} \Rightarrow 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{3}{x}}$$

$x = 9$ olur.

Buradaki işlem,

$$\sqrt{\sqrt[3]{3 \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}}} = \sqrt[2.3]{3^{1.3} \cdot \frac{1}{3}} = \sqrt[3]{3} \text{ şeklinde,}$$

köklerin arasındaki (veya en solundaki) sayının üssü ile bu sayının sağındaki kökün (veya köklerin) kuvveti çarpılarak tek hamlede en sağdaki kökün içine yazılmak suretiyle de yapılabilir.

Örnek:

$a = 3^{\frac{24}{11}}$ olduğuna göre, $\sqrt[3]{a \sqrt[3]{a^2 \sqrt[3]{a}}}$ ifadesinin değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{a \sqrt[3]{a^2 \sqrt[3]{a}}} &= \sqrt[2.3.2]{a^{1.3.2} \cdot a^{2.2} \cdot a} \\ &= \sqrt[12]{a^{11}} \\ &= a^{\frac{11}{12}} \\ &= \left(3^{\frac{24}{11}}\right)^{\frac{11}{12}} \\ &= 3^2 = 9 \text{ dur.} \end{aligned}$$

2) İç içe Sonsuz Kökler

Tanımlı olduğu durumlarda aşağıdaki a, b, c özellikleri geçerlidir.

a)

$$\sqrt[n]{a \cdot \sqrt[n]{a \cdot \sqrt[n]{a \cdots}}} = \sqrt[n-1]{a}$$

Örneğin, $\sqrt[3]{16 \cdot \sqrt[3]{16 \cdot \sqrt[3]{16 \cdots}}} = \sqrt[2]{16} = 4,$

$$\sqrt{3 \sqrt{3 \sqrt{3 \sqrt{3 \cdots}}}} = \sqrt[2-1]{3} = 3 \text{ tür.}$$

Örnek:

$\sqrt{2 \sqrt{3 \sqrt{2 \sqrt{3 \sqrt{2 \sqrt{3 \cdots}}}}}}$ ifadesinin değerini bulalım.

Çözüm:

Bulacağımız ifadeye x diyelim,

$$\begin{aligned} \sqrt{2 \sqrt{3 \sqrt{2 \sqrt{3 \cdots}}}} &= x \Rightarrow (\sqrt{2 \sqrt{3x}})^2 = (x)^2 \\ &\Rightarrow (2 \sqrt{3x})^2 = (x^2)^2 \\ &\Rightarrow 4.3x = x^4 \\ &\Rightarrow 12 = x^3 \\ &\Rightarrow x = \sqrt[3]{12} \text{ dir.} \end{aligned}$$

b)

$$\sqrt[n]{a \cdot \sqrt[n]{a \cdot \sqrt[n]{a \cdots}}} = \sqrt[n+1]{a}$$

Örneğin, $\sqrt{27 \cdot \sqrt[3]{27 \cdot \sqrt[3]{27 \cdots}}} = \sqrt[2+1]{3^3} = 3 \text{ tür.}$

Örnek:

$$\left(\sqrt{24 \cdot \sqrt[3]{24 \cdot \sqrt[3]{24 \cdots}}} \right) : \left(\sqrt[4]{3 \sqrt[4]{3 \sqrt[4]{3 \cdots}}} \right)$$

bölümünü bulalım.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{24 \cdot \sqrt[3]{24 \cdot \sqrt[3]{24 \cdots}}}}{\sqrt[4]{3 \sqrt[4]{3 \sqrt[4]{3 \cdots}}}} &= \frac{\sqrt[2+1]{24}}{\sqrt[4-1]{3}} \\ &= \sqrt[3]{\frac{24}{3}} = 2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}} &= \frac{1 + \sqrt{1 + 4a}}{2} \quad (a > 0) \\ \sqrt{a - \sqrt{a - \sqrt{a - \cdots}}} &= \frac{-1 + \sqrt{1 + 4a}}{2} \quad (a \geq 0) \end{aligned}$$

Örnek:

$\sqrt{\frac{3}{4} - \sqrt{\frac{3}{4} - \sqrt{\frac{3}{4} - \cdots}}}$ ifadesinin değerini bulalım.

Örnek: $\sqrt{4-\sqrt{7}} - \sqrt{4+\sqrt{7}}$ işleminin sonucunu bulalım.**Çözüm:****1. yol:**Bulacağımız ifadeye x diyelim ve x i bulalım.

$$\sqrt{4-\sqrt{7}} - \sqrt{4+\sqrt{7}} = x < 0 \quad (4-\sqrt{7} < 4+\sqrt{7})$$

$$\Rightarrow (\sqrt{4-\sqrt{7}} - \sqrt{4+\sqrt{7}})^2 = (x)^2$$

$$\Rightarrow 4 - \sqrt{7} + 4 + \sqrt{7} - 2\sqrt{(4-\sqrt{7})(4+\sqrt{7})} = x^2$$

$$\Rightarrow 8 - 2\sqrt{16-7} = x^2 \Rightarrow 2 = x^2$$

$$\Rightarrow |x| = \sqrt{2} \text{ dir.}$$

 $x < 0$ olduğundan $x = -\sqrt{2}$ dir.**2. yol:**

$$\begin{aligned} \sqrt{4-\sqrt{7}} &= \sqrt{4-\frac{2}{2}\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{8-2\sqrt{7}}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{(7+1)-2\sqrt{7 \cdot 1}}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{2}} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Buradan,

$$\begin{aligned} \sqrt{4-\sqrt{7}} - \sqrt{4+\sqrt{7}} &= \frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{7}-1-\sqrt{7}-1}{\sqrt{2}} \\ &= -\sqrt{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x+1} = 2$$

olduğuna göre, x değerini bulalım.**Çözüm:**İşlemlerin daha sade olması bakımından $x+1 = a$ diyelim ve a yı bulalım.

$$\sqrt{a+\sqrt{a}} + \sqrt{a-\sqrt{a}} = 2 \text{ eşitliğinin iki tarafının da}$$

karesi alınırsa,

$$a + \sqrt{a} + a - \sqrt{a} + 2\sqrt{(a+\sqrt{a})(a-\sqrt{a})} = 4$$

$$\Rightarrow 2a + 2\sqrt{a^2-a} = 4$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{a^2-a} = 4-2a$$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2-a} = 2-a \text{ eşitliğinin iki tarafının da karesi alınırsa,}$$

$$a^2 - a = 4 + a^2 - 4a \Rightarrow 3a = 4$$

$$\Rightarrow a = \frac{4}{3} \text{ bulunur.}$$

$$a = x+1 = \frac{4}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3} \text{ tür.}$$

ÇÖZÜMLÜ TEST

1. $\frac{\sqrt{6x-12} + \sqrt{3-x}}{2-x}$

ifadesini reel sayı yapan kaç farklı x tamsayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\sqrt{(-5)^2} + \sqrt[4]{(-9)^2} + \sqrt[3]{-8^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 10 D) 14 E) 18

3. $a < 0 < b < c$

olduğuna göre, $\sqrt[6]{a^6} - \sqrt{(b-c)^2} + \sqrt[4]{b^4}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a-b+c$ B) $c-a-b$ C) $a-c$
D) $2b-a-c$ E) $-a-c-b$

4. $\sqrt{\frac{9}{4} - \sqrt[3]{5+6} \cdot \sqrt{\frac{1}{4}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) 2

5. $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[4]{6}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt[12]{2}$ B) $\sqrt[12]{24}$ C) 1
D) $\frac{1}{2}$ E) $\sqrt[12]{12}$

6. $\sqrt{3 - \frac{11}{9}} + \sqrt{2 + \frac{1}{4}} + \sqrt{1 - \frac{35}{36}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $a = \frac{1}{5\sqrt{5}}, b = \frac{1}{3\sqrt{3}}, c = \frac{1}{15\sqrt{15}}$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $b > a > c$ B) $a > b > c$ C) $c > a > b$
D) $b > c > a$ E) $c > b > a$

8. $\frac{\sqrt{0,16} + \sqrt{0,49}}{\sqrt{0,36} + \sqrt{0,09}} - \frac{\sqrt{0,04}}{1 - \sqrt{0,01}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -0,1 B) 0,5 C) 0,2 D) 1 E) 2

9. $\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{16} - \frac{1}{6}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{7}{12}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{12}$

10. $\sqrt{x} + \sqrt{2x} = 1$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $1 - \sqrt{2}$ B) $2 + \sqrt{2}$ C) $3 - 2\sqrt{2}$
D) $2 - 3\sqrt{2}$ E) $3 - 2\sqrt{3}$

11. $\sqrt{x + \sqrt{x}} = 1 - \sqrt{x}$

eşitliğini sağlayan x kaçtır?

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 4 E) 9

12. $\frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{3} + 1} = a$

olduğuna göre, $\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{5} - 1}$ ifadesinin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a}{2}$ B) $2 \cdot a$ C) $\frac{2}{a}$
D) $a + 2$ E) $a - 1$

13. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} - \frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

14. $x^2 + x = 16$ olduğuna göre,

$$\sqrt{\frac{x+1}{x}} - \sqrt{\frac{x}{x+1}}$$

ifadesinin pozitif değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

15. $x = \sqrt{5} - 1$

$$y = \sqrt{5} + 1$$

olduğuna göre, $\sqrt{\frac{x}{y} + \frac{y}{x}}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 15 B) 12 C) $2\sqrt{3}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{2}$

16. $\frac{1}{\sqrt{6 - \sqrt{a}}} - \frac{1}{\sqrt{6 + \sqrt{a}}} = \sqrt{2}$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 32 B) 35 C) 36 D) 37 E) 38

17. $x = \sqrt{3}$, $y = \sqrt{2}$ olduğuna göre,

$$\frac{\sqrt{18} + \sqrt{12}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

sayısının x ve y cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + y$ B) $x \cdot y$ C) $2x + y$
D) $2x + 3y$ E) $3x + 2y$

18. $\sqrt[4]{x^2 \sqrt{x} \sqrt[5]{x^3}} = \sqrt[5]{4 \sqrt[4]{16}}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\sqrt[7]{2}$ B) $\sqrt[6]{2}$ C) $\sqrt[5]{2}$ D) $\sqrt[3]{2}$ E) $\sqrt{2}$

19. $\sqrt[6]{4 - 2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{1 + \sqrt{3}}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt[3]{2}$ B) $\sqrt[6]{2}$ C) $\sqrt[3]{3}$ D) 1 E) $\sqrt{2}$

20. $x = \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots}}}$

$$y = \sqrt[3]{25 \cdot \sqrt[3]{25 \cdot \sqrt[3]{25 \dots}}}$$

olduğuna göre, $x + y$ kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

TESTİN ÇÖZÜMLERİ

1. $\frac{\sqrt{6x-12} + \sqrt{3-x}}{2-x}$ ifadesinin reel sayı olabilmesi için, $6x-12 \geq 0$, $3-x \geq 0$, $2-x \neq 0$ olmalıdır. Buna göre,

$$6x-12 \geq 0 \Rightarrow 6x \geq 12 \text{ ise } x \geq 2$$

$$3-x \geq 0 \Rightarrow 3 \geq x \text{ ve}$$

$$x-2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2 \text{ dir.}$$

O halde, yukarıdaki üç şartı sağlayan x değerleri için $2 < x \leq 3$ olduğundan x in alabileceği tam-sayı değeri ($x = 3$) bir tanedir.

Cevap: A

2. $\sqrt{(-5)^2} + \sqrt[4]{(-9)^2} + \sqrt[3]{-8^2}$

$$= |-5| + \sqrt[4]{3^4} - \sqrt[3]{2^6}$$

$$= 5 + 3 - 2^2 = 4 \text{ tür.}$$

Cevap: A

3. $a < 0 < b < c$ için,

$$\sqrt[6]{a^6} = |a| = -a \quad (a < 0)$$

$$\sqrt{(b-c)^2} = |b-c| = c-b \quad (b-c < 0)$$

$$\sqrt[4]{b^4} = |b| = b \quad (b > 0)$$

olduğundan,

$$\sqrt[6]{a^6} - \sqrt{(b-c)^2} + \sqrt[4]{b^4}$$

$$= -a - (c-b) + b$$

$$= -a - c + b + b = 2b - a - c \text{ dir.}$$

Cevap: D

4. $\sqrt{\frac{9}{4} - \sqrt[3]{5+6} \cdot \sqrt{\frac{1}{4}}}$

$$= \sqrt{\frac{9}{4} - \sqrt[3]{5+6} \cdot \frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{9}{4} - \sqrt[3]{8}} = \sqrt{\frac{9}{4} - 2}$$

$$= \sqrt{\frac{9-8}{4}}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

Cevap: A

5. $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[4]{6}} = \sqrt[12]{\frac{2^6 \cdot 3^4}{6^3}}$

$$= \sqrt[12]{2^3 \cdot 3}$$

$$= \sqrt[12]{24} \text{ tür.}$$

Cevap: B

6. $\sqrt{3 - \frac{11}{9}} + \sqrt{2 + \frac{1}{4}} + \sqrt{1 - \frac{35}{36}}$

$$= \sqrt{\frac{27-11}{9}} + \sqrt{\frac{8+1}{4}} + \sqrt{\frac{36-35}{36}}$$

$$= \frac{4}{3} + \frac{3}{2} + \frac{1}{6}$$

(2) (3)

$$= \frac{8+9+1}{6} = 3 \text{ tür.}$$

Cevap: C

7. $\sqrt[5]{5}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[15]{15}$ sayılarının kök kuvvetlerini 15 te eşitleyip bu sayıları sıralayalım.

$$\sqrt[5]{5} = \sqrt[15]{5^3} = \sqrt[15]{125}$$

$$\sqrt[3]{3} = \sqrt[15]{3^5} = \sqrt[15]{243}$$

olduğundan,

$$\sqrt[15]{243} > \sqrt[15]{125} > \sqrt[15]{15} \Rightarrow \sqrt[3]{3} > \sqrt[5]{5} > \sqrt[15]{15}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{3}} < \frac{1}{\sqrt[5]{5}} < \frac{1}{\sqrt[15]{15}}$$

$$\Rightarrow c > a > b \text{ dir.}$$

Cevap: C

8. 1. yol:

$$\frac{\sqrt{0,16} + \sqrt{0,49}}{\sqrt{0,36} + \sqrt{0,09}} - \frac{\sqrt{0,04}}{1 - \sqrt{0,01}}$$

$$= \frac{\sqrt{(0,4)^2} + \sqrt{(0,7)^2}}{\sqrt{(0,6)^2} + \sqrt{(0,3)^2}} - \frac{\sqrt{(0,2)^2}}{1 - \sqrt{(0,1)^2}}$$

$$= \frac{0,4 + 0,7}{0,6 + 0,3} - \frac{0,2}{1 - 0,1}$$

elde edilen bu ifadedeki kesirlerin pay ve paydaları 10 ile çarpılırsa,

$$= \frac{4 + 7}{6 + 3} - \frac{2}{10 - 1} = \frac{11}{9} - \frac{2}{9} = \frac{9}{9} = 1 \text{ dir.}$$

2. yol:

$1 = \sqrt{1}$ şeklinde düşünelim.

Verilen ifadedeki kesirlerin pay ve paydasında bulunan tüm köklü sayıların kök kuvveti aynı olduğundan kök içleri aynı sayıyla çarpılabilir. O halde, kök içlerini 100 ile çarpıp işlem yapalım.

$$\frac{\sqrt{16} + \sqrt{49}}{\sqrt{36} + \sqrt{9}} - \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{100} - \sqrt{1}}$$

$$= \frac{4 + 7}{6 + 3} - \frac{2}{10 - 1}$$

$$= \frac{11}{9} - \frac{2}{9} = 1 \text{ dir.}$$

Cevap: D

9. $\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{16} - \frac{1}{6}}$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)^2} = \left|\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right|$$

$$= \frac{1}{12} \text{ dir.}$$

Cevap: E

10. $\sqrt{x} + \sqrt{2x} = 1$

$$\Rightarrow \sqrt{x} (1 + \sqrt{2}) = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{2} - 1$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x})^2 = (\sqrt{2} - 1)^2$$

$$\Rightarrow x = 3 - 2\sqrt{2} \text{ dir.}$$

Cevap: C

11. $\sqrt{x + \sqrt{x}} = 1 - \sqrt{x}$

$$\Rightarrow (\sqrt{x + \sqrt{x}})^2 = (1 - \sqrt{x})^2$$

$$\Rightarrow x + \sqrt{x} = 1 + x - 2\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{x} = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{9} \text{ dur.}$$

Cevap: B

12. $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{3}+1} = a$ veriliyor.

$\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{5}-1} = x$ diyelim ve bu iki ifadeyi taraf tarafa bölerek x i bulalım.

$$\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = a \cdot \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{5-1}{3-1} = \frac{a}{x} \Rightarrow 2 = \frac{a}{x}$$

$$\Rightarrow x = \frac{a}{2} \text{ dir.}$$

Cevap: A

13. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} - \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$

$$= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{2-1} - \frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}{1-2}$$

$$= 2 - \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}+2}{2-1}$$

$$= 2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} + 2 = 4 \text{ tür.}$$

Cevap: E

14. $x^2 + x = 16$ olduğuna göre,

$$\sqrt{\frac{x+1}{x}} - \sqrt{\frac{x}{x+1}} = \frac{x+1-x}{\sqrt{x(x+1)}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x^2+x}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{16}}$$

$$= \frac{1}{4} \text{ tür.}$$

Cevap: D

15. 1. yol:

$$x = \sqrt{5} - 1 \Rightarrow x^2 = 6 - 2\sqrt{5}$$

$$y = \sqrt{5} + 1 \Rightarrow y^2 = 6 + 2\sqrt{5}$$

$$x \cdot y = (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1) \Rightarrow x \cdot y = 4 \text{ ve}$$

$$\sqrt{\frac{x}{y} + \frac{y}{x}} = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{x \cdot y}}$$

$$= \sqrt{\frac{6 - 2\sqrt{5} + 6 + 2\sqrt{5}}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{12}{4}} = \sqrt{3} \text{ tür.}$$

2. yol:

$$\sqrt{\frac{x}{y} + \frac{y}{x}} = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{x \cdot y}}$$

$$= \sqrt{\frac{(x-y)^2 + 2 \cdot x \cdot y}{x \cdot y}}$$

$$x - y = \sqrt{5} - 1 - (\sqrt{5} + 1) = -2 \text{ olduğundan,}$$

$$= \sqrt{\frac{(-2)^2 + 2 \cdot 4}{4}} = \sqrt{3} \text{ tür.}$$

Cevap: D

16. $\frac{1}{\sqrt{6-\sqrt{a}}} - \frac{1}{\sqrt{6+\sqrt{a}}} = \sqrt{2}$

iki tarafın karesini alalım.

$$\frac{1}{6-\sqrt{a}} + \frac{1}{6+\sqrt{a}} - \frac{2}{\sqrt{(6-\sqrt{a})(6+\sqrt{a})}} = 2$$

$$(6+\sqrt{a}) \quad (6-\sqrt{a})$$

$$\Rightarrow \frac{6+\sqrt{a}+6-\sqrt{a}}{36-a} - \frac{2}{\sqrt{36-a}} = 2$$

$$\sqrt{36-a} = t \text{ diyelim } (t > 0)$$

$$\Rightarrow \frac{12}{t^2} - \frac{2}{t} = 2 \Rightarrow t^2 + t - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (t+3)(t-2) = 0$$

$$t+3 \neq 0 \text{ olduğundan } t = 2 = \sqrt{36-a}$$

$$\Rightarrow 4 = 36 - a$$

$$\Rightarrow a = 32 \text{ dir.}$$

Cevap: A

17. $x = \sqrt{3}$ ve $y = \sqrt{2}$ veriliyor.

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{18} + \sqrt{12}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{3 \cdot 3 \cdot 2} + \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} (\sqrt{3} + \sqrt{2})}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \\ &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \\ &= x \cdot y \text{ dir.}\end{aligned}$$

Cevap: B

19. 1. yol:

$$\begin{aligned}&\sqrt[6]{4-2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{1+\sqrt{3}} \\ &= \sqrt[6]{(4-2\sqrt{3})(1+\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt[6]{(4-2\sqrt{3})(4+2\sqrt{3})} \\ &= \sqrt[6]{16-12} = \sqrt[6]{4} \\ &= \sqrt[3]{2} \text{ dir.}\end{aligned}$$

2. yol:

$$\begin{aligned}&\sqrt[6]{4-2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{1+\sqrt{3}} \\ &= \sqrt[3]{\sqrt[4]{4-2\sqrt{3}}} \cdot \sqrt[3]{1+\sqrt{3}} \\ &\quad \quad \quad \begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ 3+1 & 3 \cdot 1 \end{array} \\ &= \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}+1} \\ &= \sqrt[3]{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \sqrt[3]{3-1} = \sqrt[3]{2} \text{ dir.}\end{aligned}$$

Cevap: A

© Fem Yayınları

$$\begin{aligned}18. \sqrt[4]{x^2 \sqrt{x} \sqrt[5]{x^3}} &= \sqrt[5]{\sqrt[4]{\sqrt{16}}} \\ \Rightarrow \sqrt[4 \cdot 2 \cdot 5]{x^{2 \cdot 2 \cdot 5 + 1 \cdot 5 + 3}} &= \sqrt[5 \cdot 4]{4} \\ \Rightarrow \sqrt[40]{x^{28}} &= \sqrt[20]{2^2} \\ \Rightarrow \sqrt[10]{x^7} &= \sqrt[10]{2} \\ \Rightarrow x^7 = 2 &\Leftrightarrow x = \sqrt[7]{2} \text{ dir.}\end{aligned}$$

Cevap: A

$$20. x = \sqrt[3]{12 + \sqrt[3]{12 + \sqrt[3]{12 + \dots}}} = 4$$

$$\begin{aligned}y &= \sqrt[3]{25 \cdot \sqrt[3]{25 \cdot \sqrt[3]{25 \dots}}} = \sqrt[3-1]{25} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5\end{aligned}$$

olduğundan, $x + y = 4 + 5$
= 9 dur.

Cevap: C

CEVAPLI TEST – 1

1.
$$\frac{-\sqrt{(-4)^2} + \sqrt{16} - \sqrt{(-8)^2}}{\sqrt[3]{(-4)^3}}$$

işleminin sonucu kaçtır?
A) -4 B) -2 C) 1 D) 2 E) 4

2.
$$A = \sqrt{x+2} + \sqrt[4]{4-x} + \sqrt[3]{\frac{1}{x}}$$

ifadesini reel sayı yapan kaç farklı x tamsayısı vardır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $a < 0 < b$ olduğuna göre,

$$\frac{\sqrt{a^4} - \sqrt{b^4}}{\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a-b$ B) $b-a$ C) $a+b$
D) $-a-b$ E) a^2-b

4. $9^x = 2$ olduğuna göre, 3^{3x} in değeri kaçtır?
A) $1 + \sqrt{2}$ B) $1 + \sqrt{3}$ C) $\sqrt{2} - 1$
D) $2\sqrt{2}$ E) $\sqrt{2}$

5. $(0,3)^3 + \sqrt{0,0016}$
işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
A) $13 \cdot 10^{-4}$ B) $27 \cdot 10^{-3}$ C) $47 \cdot 10^{-2}$
D) $12 \cdot 10^{-4}$ E) $67 \cdot 10^{-3}$

6.
$$\frac{\sqrt[4]{(1-17^2)^4}}{\sqrt[3]{-8} \cdot \sqrt{(-9)^2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?
A) -20 B) -16 C) -12 D) 12 E) 16

7.
$$\sqrt[x]{\frac{(12)^4 + (12)^4 + (12)^4}{6^5 + 6^5}} = (0,5)^{-1}$$

olduğuna göre, x kaçtır?
A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

8. $\sqrt{3,6} + 2\sqrt{2,5} + \sqrt{1,6}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) $\sqrt{10}$ B) $2\sqrt{10}$ C) $3\sqrt{10}$ D) 1 E) 10

9.
$$\frac{\sqrt{0,0016}}{\sqrt[3]{0,008}} - \frac{\sqrt[3]{0,001} + \sqrt{0,04}}{\sqrt{0,36}}$$

işleminin sonucu kaçtır?
A) 0,2 B) 0,3 C) -0,2 D) -0,3 E) 0,1

10. $\sqrt[3]{x} < \sqrt[4]{5}$
eşitsizliğini gerçekleyen en büyük x doğal sayısı kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. $\frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{18}}{\sqrt{40} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{5}$ C) 1 D) 2 E) 3

12. $\frac{10}{2\sqrt{2} - \sqrt{3}} - \frac{8}{\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $3\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$
D) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ E) 0

13. $\frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{3b}} + \sqrt{\frac{3b}{2a}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{a \cdot b}}$

olduğuna göre, a'nın b türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2+3b}{3}$ B) $\frac{3-2b}{2}$ C) $\frac{5+b}{6}$
D) $\frac{6+5b}{3}$ E) $\frac{6-3b}{2}$

14. $\frac{x}{\sqrt{10}} = x + 9$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\sqrt{10}$ B) $\sqrt{10} - 1$ C) $-1 - \sqrt{10}$
D) 10 E) $-10 - \sqrt{10}$

15. $\sqrt[5]{\left(\frac{1}{32}\right)^{-3}}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -8 B) $-\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 8

16. $\frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{12}} - \frac{1}{\sqrt{3} - 1}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

17. $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5} - \sqrt{7}} + \frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{5}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) -5 C) $-\sqrt{5}$ D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{35}$

18. $\sqrt{7 + \sqrt{48}} - \frac{3}{\sqrt{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $2 + \sqrt{3}$ B) $2 - \sqrt{3}$ C) $1 + \sqrt{3}$
D) $2 + 2\sqrt{3}$ E) 2

19. a pozitif bir reel (gerçek) sayıdır.

$$\sqrt{a^{3x}} \cdot \sqrt{a^{2x}} \cdot \sqrt{a^x} = a^{34}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

20. $\sqrt{23 + 4\sqrt{x}} - \sqrt{23 - 4\sqrt{x}} = \sqrt{44}$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 33 B) 32 C) 22 D) 16 E) 8

CEVAP ANAHTARI									
1-D	2-C	3-B	4-D	5-E	6-B	7-E	8-B	9-D	10-B
11-D	12-A	13-E	14-E	15-E	16-B	17-B	18-E	19-D	20-A

CEVAPLI TEST – 2

1. 0,064 ün küpkökü kaçtır?

- A) 0,004 B) 0,0016 C) 0,16
D) 1,6 E) 0,4

2. $|x| > x$ olduğuna göre,

$$\frac{\sqrt{x^2}}{x} - \frac{\sqrt[3]{x^3}}{x} + \frac{x}{\sqrt[4]{x^4}} + \frac{(-x)}{\sqrt[5]{(-x)^5}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) 0

3. $a < 0$ olmak üzere,

$$\sqrt{2a^2} + a = \frac{2}{\sqrt{2} + 1}$$

olduğuna göre, $|a - 2| + a - 1$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$4. \frac{\sqrt{80} - \sqrt{45}}{\sqrt{20}} : \sqrt{\frac{1}{12}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) 6 E) $6\sqrt{3}$

5. $a > 1$ olmak üzere,

$$a^{-1} \sqrt{\left((0,75)^a\right)^{a^2-1}} = \left(\frac{27}{64}\right)^2$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$6. x = \sqrt[5]{\frac{1}{2}}, y = \sqrt[3]{\frac{1}{3}}, z = \sqrt[15]{\frac{1}{15}}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $x < z < y$ C) $y < z < x$
D) $y < x < z$ E) $z < y < x$

$$7. a = \sqrt{2}, b = \sqrt{5} \text{ ve } c = \sqrt{7}$$

olduğuna göre, $\sqrt{\frac{0,2}{0,07}}$ ifadesinin a, b ve c cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a \cdot b}{c}$ B) $a \cdot b \cdot c$ C) $\frac{a \cdot b^2}{c}$
D) $\frac{a^2 \cdot b}{c}$ E) $\frac{a^2 \cdot b^2}{c}$

$$8. \sqrt[3]{(0,064)^{-1}} \cdot \sqrt{0,0256}$$

çarpımının sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 0,4 C) 1 D) -1 E) -4

$$9. \frac{(\sqrt{18} + \sqrt{50} + \sqrt{98} - \sqrt{162})^2}{(\sqrt[3]{375} - \sqrt[3]{81})^3}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$10. 1 + \sqrt[4]{\left(\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}\right)^2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{2} - 1$ E) $\sqrt{3} + 1$

11.
$$\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{50}}{\sqrt{1,21} - \sqrt{0,01}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 10 B) $2\sqrt{5}$ C) 1 D) 0,5 E) 0,1

12.
$$\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} = 2 \text{ ve}$$

$$a^2 + b^2 = 24$$

olduğuna göre, a . b nin değeri kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

13.
$$\frac{\sqrt[3]{8^{2x+y}}}{\sqrt{4^{2x+8}}} = \frac{1}{8}$$

olduğuna göre, y nin değeri kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) 0 D) 3 E) 5

14.
$$\frac{\sqrt{8+5\sqrt{2,4}} - \sqrt{5-\sqrt{24}}}{\sqrt{10}+2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ C) $\sqrt{5}$
D) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

15.
$$A = \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{2}-1}$$

$$B = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}-2}$$

olduğuna göre, A nın B türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{B}{2}$ B) B C) 2B D) -B E) $-\frac{B}{2}$

16.
$$\sqrt{17 + \sqrt[3]{3 - \sqrt{11 + \sqrt{2x-1}}}} = 4$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 25 B) 13 C) 5 D) 3 E) 1

17.
$$A = \sqrt{2 + \sqrt{3}}, \quad C = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}$$

$$B = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}, \quad D = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}$$

olduğuna göre, A . B . C . D çarpımı kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 1 D) 2 E) $2\sqrt{3}$

18.
$$\sqrt{3 - \sqrt{8}} - \sqrt{3 + \sqrt{8}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-2\sqrt{2}$ B) -2 C) -3
D) $2\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{3}$

19.
$$\sqrt{\frac{10}{9}} + \sqrt{\frac{10}{9}} + \sqrt{\frac{10}{9}} + \dots$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{3}$

20.
$$\frac{\sqrt[3]{16} + \sqrt[6]{4} - \sqrt[9]{8}}{\sqrt{2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt[3]{4}$ B) $2\sqrt[3]{4}$ C) $\sqrt[6]{2}$
D) $\sqrt[9]{16}$ E) $\sqrt[6]{32}$

CEVAP ANAHTARI									
1-E	2-B	3-B	4-A	5-A	6-C	7-D	8-B	9-C	10-C
11-A	12-D	13-E	14-E	15-D	16-B	17-C	18-B	19-B	20-E

9. BÖLÜM

ÇARPANLARA AYIRMA

Toplam veya fark şeklinde verilen ifadelerin çarpım şeklinde yazılmasına, bu ifadenin çarpanlarına ayrılmış biçimi denir.

A. ORTAK ÇARPAN PARANTEZİNE ALMA

$$A(x).B(x) \pm A(x).C(x) = A(x).(B(x) \pm C(x))$$

Örnek:

- 1) $mx + my = m(x + y)$
- 2) $10x^2 - 5x = 5x(2x - 1)$
- 3) $x^3y^2 + x^2y^4 = x^2y^2(x + y^2)$
- 4) $12xy^2 + 6x^2y - 3xy = 3xy(4y + 2x - 1)$
- 5) $3x - 9y - 12z = -3(-x + 3y + 4z)$

Uyarı:

$$y - x = -(x - y) \text{ dir.}$$

B. GRUPLANDIRMA

En az dört terimli ifadeler gruplandırılarak ortak çarpan parantezine alınır.

Örnek:

- 1) $mx + my + nx + ny = m(x + y) + n(x + y)$
 $= (x + y)(m + n)$
- 2) $4a^3 + 8a^2 + 2a + 4 = 4a^2(a + 2) + 2(a + 2)$
 $= 2(a + 2)(2a^2 + 1)$
- 3) $mx + nx + rx - my - ny - ry$
 $= x(m + n + r) - y(m + n + r)$
 $= (m + n + r)(x - y)$
- 4) $xy + x^2 + y + x = x(x + y) + (x + y)$
 $= (x + y)(x + 1)$
- 5) $xy + x + y + 1 = x(y + 1) + (y + 1)$
 $= (y + 1)(x + 1)$

C. İKİ TERİMLİLER

1) İki Kare Farkı

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y) \text{ dir.}$$

Örnek:

- 1) $x^2 - 1 = x^2 - 1^2 = (x - 1)(x + 1)$
- 2) $25a^2 - 9 = (5a)^2 - 3^2 = (5a - 3)(5a + 3)$
- 3) $50^2 - 49^2 = (50 - 49)(50 + 49) = 1.99 = 99$
- 4) $49m^2 - 25n^2 = (7m)^2 - (5n)^2 = (7m - 5n)(7m + 5n)$
- 5) $x - y = (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2 = (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})$

Örnek:

$$\frac{(2005)^2 - (1995)^2}{(101)^2 - (99)^2}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{(2005)^2 - (1995)^2}{(101)^2 - (99)^2} &= \frac{(2005 - 1995)(2005 + 1995)}{(101 - 99)(101 + 99)} \\ &= \frac{10 \cdot 4000}{2 \cdot 200} \\ &= \frac{40000}{400} \\ &= 100 \text{ dür.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$(44)^2 - (36)^2 = 16n$$

olduğuna göre, n yi bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} (44)^2 - (36)^2 = 16n &\Rightarrow (44 - 36)(44 + 36) = 16n \\ 8 \cdot 80 &= 16n \\ n &= 40 \text{ tir.} \end{aligned}$$

2) İki Küp Farkı, İki Küp Toplamı

$$\begin{aligned} x^3 - y^3 &= (x - y)(x^2 + xy + y^2) \\ x^3 + y^3 &= (x + y)(x^2 - xy + y^2) \end{aligned} \text{ dir.}$$

Örnek:

- 1) $x^3 - 8 = x^3 - 2^3 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$
- 2) $x^3 + 27 = x^3 + 3^3 = (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$
- 3) $8x^3 + 1 = (2x)^3 + 1^3 = (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$
- 4) $64a^3 - 125b^3 = (4a)^3 - (5b)^3$
 $= (4a - 5b)(16a^2 + 20ab + 25b^2)$

n bir doğal sayı olmak üzere,
 $x^n - y^n = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 + \dots + xy^{n-2} + y^{n-1})$
 n tek doğal sayı ise,
 $x^n + y^n = (x + y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 - \dots - xy^{n-2} + y^{n-1})$

olur.

Örnek:

- 1) $x^5 + y^5 = (x + y)(x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4)$
- 2) $x^4 - y^4 = (x - y)(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)$
- 3) $a^7 + 1 = (a + 1)(a^6 - a^5 + a^4 - a^3 + a^2 - a + 1)$

D. ÜÇ TERİMLİLER

1) $ax^2 + bx + c$ nin Çarpanlarına Ayrılması

$a \neq 1$ iken $b = x_1 + x_2$ ve $c = x_1 \cdot x_2$ ise
 $ax^2 + bx + c = x^2 + (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2$
 $= (x + x_1)(x + x_2)$ dir.

Örnek:

$$1) x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$$

$\swarrow \quad \searrow$
 $2+3 \quad 2.3$

$$2) x^2 + 16x + 15 = (x + 15)(x + 1)$$

$\swarrow \quad \searrow$
 $15+1 \quad 15.1$

$$3) x^2 - 8x + 12 = (x - 2)(x - 6)$$

$\swarrow \quad \searrow$
 $(-2) + (-6) \quad (-2).(-6)$

$$4) a^2 - a - 20 = (a - 5)(a + 4)$$

$\swarrow \quad \searrow$
 $-5 + 4 \quad (-5).(4)$

$$5) n^2 - 2n - 15 = (n - 5)(n + 3)$$

$\swarrow \quad \searrow$
 $-5 + 3 \quad (-5).3$

$$6) x^{2a} - 3x^a + 2 = (x^a - 2)(x^a - 1)$$

$\swarrow \quad \searrow$
 $(-2) + (-1) \quad (-2).(-1)$

$$7) y^2 - (2 + a)y + 2a = (y - 2)(y - a)$$

$\swarrow \quad \searrow$
 $(-2) + (-a) \quad (-2).(-a)$

$$8) x^2 - nx - 2n^2 = (x + n)(x - 2n)$$

$\swarrow \quad \searrow$
 $-2n + n \quad n.(-2n)$

$a \neq 1$ iken $a = m.n$, $b = mp + nq$ ve $c = pq$ ise
 $ax^2 + bx + c = mnx^2 + (mp + nq)x + pq$
 $\begin{array}{ccc} mx & \nearrow & q \\ nx & \searrow & p \end{array}$
 $ax^2 + bx + c = (mx + q)(nx + p)$ olur.

Örnek:

$$1) 2a^2 + 7a + 6 = (2a + 3)(a + 2)$$

$\downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow$
 $2a \quad 3$
 $a \quad 2$

$$2) 3x^2 - 10x - 8 = (3x + 2)(x - 4)$$

$\downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow$
 $3x \quad +2$
 $x \quad -4$

$$3) 20n^2 - 23n + 6 = (4n - 3)(5n - 2)$$

$\downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow$
 $4n \quad -3$
 $5n \quad -2$

© Feryat Yayınları

2) Tam Kare İfadeler

- 1) $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
- 2) $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
- 3) $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz)$

Uyarı:

n tamsayı olmak üzere,
 $(x - y)^{2n} = (y - x)^{2n}$ dir.

Örnek:

$$1) x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$$

$$2) 4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$$

Örnek:

$$\frac{x^2}{x-2} - \frac{4-4x}{2-x}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{x-2} - \frac{4-4x}{2-x} &= \frac{x^2}{x-2} - \frac{-4x+4}{-(x-2)} \\ &= \frac{x^2}{x-2} + \frac{-4x+4}{x-2} \\ &= \frac{x^2 - 4x + 4}{x-2} \\ &= \frac{(x-2)^2}{x-2} \\ &= x-2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\frac{(x+y)^2 - 4xy}{x-y}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{(x+y)^2 - 4xy}{x-y} &= \frac{x^2 + 2xy + y^2 - 4xy}{x-y} \\ &= \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x-y} \\ &= \frac{(x-y)^2}{x-y} = x-y \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\begin{aligned} a + b + c &= 10 \\ ab + ac + bc &= 20 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $a^2 + b^2 + c^2$ değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} (a+b+c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+ac+bc) \\ 10^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot 20 \\ 100 &= a^2 + b^2 + c^2 + 40 \\ 60 &= a^2 + b^2 + c^2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

E. $(x+y)^n$ İFADESİNİN AÇILIMI

$$\begin{aligned} 1 & \dots\dots\dots n=0 \text{ için} \\ 1 \quad 1 & \dots\dots\dots n=1 \text{ için} \\ 1 \quad 2 \quad 1 & \dots\dots\dots n=2 \text{ için} \\ 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 & \dots\dots\dots n=3 \text{ için} \\ 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 & \dots\dots\dots n=4 \text{ için} \\ 1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1 & \dots\dots\dots n=5 \text{ için} \end{aligned}$$

© Feryat Yayıncılık

$$\begin{aligned} n=0 \text{ için } (x+y)^0 &= 1 \\ n=1 \text{ için } (x+y)^1 &= x+y \\ n=2 \text{ için } (x+y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\ n=3 \text{ için } (x+y)^3 &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \\ &= x^3 + y^3 + 3xy(x+y) \\ n=4 \text{ için } (x+y)^4 &= x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4 \end{aligned}$$

Buna göre,

$$\begin{aligned} (x-y)^0 &= 1 \\ (x-y)^1 &= x-y \\ (x-y)^2 &= x^2 - 2xy + y^2 \\ (x-y)^3 &= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x-y) \\ (x-y)^4 &= x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4 \end{aligned}$$

açılımları da yapılır.

Örnek:

$$\begin{aligned} 1) (a+1)^3 &= a^3 + 3a^2 \cdot 1 + 3a \cdot 1^2 + 1^3 \\ &= a^3 + 3a^2 + 3a + 1 \\ 2) (x-3)^3 &= x^3 + 3x^2 \cdot (-3) + 3x \cdot (-3)^2 + (-3)^3 \\ &= x^3 - 9x^2 + 27x - 27 \end{aligned}$$

$$3) (x+2)^4 = x^4 + 4x^3 \cdot 2 + 6x^2 \cdot 2^2 + 4x \cdot 2^3 + 2^4 \\ = x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16$$

F. TERİM EKLEYİP ÇIKARMA

Verilen ifadeye uygun terimler eklenip çıkarılarak bilinen özdeşliklere benzetilip çarpanlarına ayrılır.

Örnek:

$$x^4 + x^2 + 1$$

ifadesini çarpanlarına ayıralım.

Çözüm:

$$x^4 + x^2 + 1 = x^4 + x^2 + 1 + x^2 - x^2 \\ = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 \\ = (x^2 + 1)^2 - x^2 \\ = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$$

Örnek:

$$x^4 + y^4$$

ifadesini çarpanlarına ayıralım.

Çözüm:

$$x^4 + y^4 = x^4 + y^4 + 2x^2y^2 - 2x^2y^2 \\ = (x^2 + y^2)^2 - (\sqrt{2}xy)^2 \\ = (x^2 - \sqrt{2}xy + y^2)(x^2 + \sqrt{2}xy + y^2)$$

Örnek:

$$x^4 - x^2 + 4$$

ifadesini çarpanlarına ayıralım.

Çözüm:

$$x^4 - x^2 + 4 = x^4 - x^2 + 4 + 4x^2 - 4x^2 \\ = x^4 + 4x^2 + 4 - 5x^2 \\ = (x^2 + 2)^2 - (\sqrt{5}x)^2 \\ = (x^2 - \sqrt{5}x + 2)(x^2 + \sqrt{5}x + 2)$$

G. ÖZDEŞLİKLERDEN YARARLANARAK SAYI DEĞERİ BULMA

$$1) x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy \\ 2) x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy \\ 3) (x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy \\ 4) x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y) \\ 5) x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

Örnek:

$$a - b = 5$$

$$a \cdot b = 14$$

olduğuna göre, $a^2 + b^2$ değerini bulalım.

Çözüm:

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab \\ = 5^2 + 2 \cdot 14 = 53 \text{ tür.}$$

Örnek:

$$a + b = 10$$

$$a^2 + b^2 = 60$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ değerini bulalım.

Çözüm:

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab \\ 60 = 10^2 - 2ab \\ 2ab = 100 - 60 \\ a \cdot b = 20 \text{ dir.}$$

Örnek:

$$x + y = 5$$

$$x \cdot y = 3$$

olduğuna göre, $x^3 + y^3$ değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\ &= 5^3 - 3 \cdot 3 \cdot 5 \\ &= 125 - 45 \\ &= 80 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\begin{aligned} x - y &= 4 \\ x^3 - y^3 &= 184 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $x \cdot y$ değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} x^3 - y^3 &= (x - y)^3 + 3xy(x - y) \\ 184 &= 4^3 + 3xy \cdot 4 \\ 184 &= 64 + 12xy \\ 120 &= 12xy \\ 10 &= xy \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$x + \frac{1}{x} = 3$$

olduğuna göre, $x^4 + \frac{1}{x^4}$ değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= 3^2 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 9 \\ &\Rightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 9 \\ &\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 7 \text{ dir.} \\ \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 &= 7^2 \Rightarrow x^4 + 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} = 49 \\ &\Rightarrow x^4 + 2 + \frac{1}{x^4} = 49 \\ &\Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} = 47 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$x^2 - 6x - 2 = 0$$

olduğuna göre, $x^2 + \frac{4}{x^2}$ değerini bulalım.

Çözüm:

$x^2 - 6x - 2 = 0$ eşitliğinin iki tarafını x ile bölelim.

$$\frac{x^2 - 6x - 2}{x} = \frac{0}{x} \Rightarrow x - 6 - \frac{2}{x} = 0 \Rightarrow x - \frac{2}{x} = 6 \text{ dir.}$$

$$\left(x - \frac{2}{x}\right)^2 = 6^2 \Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} = 36$$

$$x^2 - 4 + \frac{4}{x^2} = 36$$

$$x^2 + \frac{4}{x^2} = 40 \text{ tır.}$$

Örnek:

$$a + \frac{1}{a} = 3\sqrt{2}$$

olduğuna göre, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2$ değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 &= \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4 \\ &= (3\sqrt{2})^2 - 4 \\ &= 18 - 4 = 14 \text{ tır.} \end{aligned}$$

H. KESİRLİ İFADELERİN SADELEŞTİRİLMESİ

Kesirli bir ifadenin payı ve paydası çarpanlarına ayrılır. Ortak çarpanlar sadeleştirilir.

Örnek:

$$\frac{3ax - 3ay}{6x - 6y}$$

ifadesini sadeleştirilim.

Çözüm:

$$\frac{3ax - 3ay}{6x - 6y} = \frac{3a(x - y)}{6(x - y)} = \frac{a}{2} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x + y} - \frac{x^2 - y^2}{x - y}$$

ifadesini sadeleştiririm.

Çözüm:

$$\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x + y} - \frac{x^2 - y^2}{x - y}$$

$$= \frac{(x + y)^2}{x + y} - \frac{(x - y)(x + y)}{x - y}$$

$$= x + y - (x + y)$$

$$= 0 \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\frac{x^2 + ax - 5}{x^2 + 3x - 4}$$

kesri sadeleştirilebilir bir kesir olduğuna göre, a tam sayısını bulalım.

Çözüm:

$$\frac{x^2 + ax - 5}{x^2 + 3x - 4} = \frac{x^2 + ax - 5}{(x + 4)(x - 1)}$$

kesrinin sadeleşebilmesi için $x^2 + ax - 5$ ifadesinin çarpanlarından biri $(x - 1)$ veya $(x + 4)$ olmalıdır. -5 in çarpanlarından biri -1 dir.

O halde, $x^2 + ax - 5 = (x + 5)(x - 1)$ dir.

$$x^2 + ax - 5 = (x + 5)(x - 1) = x^2 + 4x - 5$$

olduğundan $a = 4$ tür.

Örnek:

$$\frac{m^4 + m}{m^2 + 2m + 1} : \frac{m^2 - m + 1}{m^3 + m^2}$$

ifadesini sadeleştiririm.

Çözüm:

$$\frac{m^4 + m}{m^2 + 2m + 1} : \frac{m^2 - m + 1}{m^3 + m^2}$$

$$= \frac{m(m^3 + 1)}{(m + 1)^2} : \frac{m^2 - m + 1}{m^2(m + 1)}$$

$$= \frac{m(m + 1)(m^2 - m + 1)}{(m + 1)^2} \cdot \frac{m^2(m + 1)}{m^2 - m + 1}$$

$$= m^3 \text{ tür.}$$

Örnek:

$$\frac{a^3 - a^2 - 4a + 4}{a^2 + a - 2}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçiminin aşağıdakilerden hangisi olduğunu bulalım.

- A) $a - 2$ B) $a - 1$ C) a D) $a + 1$ E) $a + 2$

Çözüm:

1. yol:

$$\frac{a^3 - a^2 - 4a + 4}{a^2 + a - 2} = \frac{a^2(a - 1) - 4(a - 1)}{(a + 2)(a - 1)}$$

$$= \frac{(a - 1)(a^2 - 4)}{(a + 2)(a - 1)}$$

$$= \frac{(a - 2)(a + 2)}{(a + 2)}$$

$$= a - 2 \text{ dir.}$$

2. yol:

$$a = 0 \text{ için } \frac{a^3 - a^2 - 4a + 4}{a^2 + a - 2} = \frac{4}{-2} = -2 \text{ dir.}$$

şıklardaki ifadelerden $a = 0$ için, değeri -2 olan cevap doğru cevaptır.

Buna göre, $a = 0$ için, $a - 2 = 0 - 2 = -2$ dir.

Cevap: A

(Burada, seçilen bir değer için bulunan sonuçlar şıklarda birden fazla aynı değer varsa tekrar farklı bir değer seçilip sadece aynı değeri veren şıklar kontrol edilmelidir.)

Örnek:

$$\frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 2} - 3x$$

ifadesini sadeleştirelim.

Çözüm:

1.yol:

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 2} - 3x &= \frac{(3x - 1)(x + 2)}{x + 2} - 3x \\ &= 3x - 1 - 3x \\ &= -1 \text{ dir.} \end{aligned}$$

2. yol:

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 2} - 3x &= \frac{3x^2 + 5x - 2 - 3x^2 - 6x}{x + 2} \\ &= \frac{-x - 2}{x + 2} \\ &= -1 \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

x ve y reel sayıdır.

$$x^2 + y^2 + 2x + 4y + 10$$

ifadesinin alabileceği en küçük değeri bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + 2x + 4y + 10 &= (x^2 + 2x + 1) + (y^2 + 4y + 4) + 5 \\ &= (x + 1)^2 + (y + 2)^2 + 5 \text{ tir.} \end{aligned}$$

ifadesinin en küçük değerini alması için,

$x + 1 = 0$ ve $y + 2 = 0$ olmalıdır. Buna göre, verilen ifadenin alabileceği en küçük değer 5 olur.

Örnek:

$$a^2(a - 3) = 28 - 3a$$

olduğuna göre, a değerini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} a^2(a - 3) &= 28 - 3a \Rightarrow a^3 - 3a^2 + 3a = 28 \\ &\Rightarrow a^3 - 3a^2 + 3a - 1 = 27 \\ &\Rightarrow (a - 1)^3 = 3^3 \\ &\Rightarrow a - 1 = 3 \\ &\Rightarrow a = 4 \text{ tür.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$m^2 + 4mn + 3n^2 - 2n - 1$$

ifadesini çarpanlarına ayıralım.

Çözüm:

Verilen ifadeyi iki kare farkına benzeterek çarpanlarına ayıralım.

$$\begin{aligned} m^2 + 4mn + 3n^2 + n^2 - n^2 - 2n - 1 &= (m^2 + 4mn + 4n^2) - (n^2 + 2n + 1) \\ &= (m + 2n)^2 - (n + 1)^2 \\ &= (m + 2n + n + 1)(m + 2n - n - 1) \\ &= (m + 3n + 1)(m + n - 1) \text{ dir.} \end{aligned}$$

ÇÖZÜMLÜ TEST

1. $a^3b + a^2b^2 - ab^2 - a^2b$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisi değildir?
- A) $a + b$ B) a C) ab D) $a - 1$ E) $a - b$

2. $x - y = 3$
 $y - z = 4$
olduğuna göre, $xz - yz + y^2 - xy$ ifadesinin değeri kaçtır?
- A) -24 B) -12 C) -9 D) 6 E) 36

3. $\frac{3x^2 - 27}{9x - 3x^2}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{3 - x}{x}$ B) $\frac{x}{x - 3}$ C) $\frac{x + 3}{x - 3}$
D) $-\frac{x + 3}{x}$ E) $-\frac{x}{x + 3}$

4. n ve k tamsayıdır.
 $(5244)^2 - (4756)^2 = 10^n \cdot k$
eşitliğinde n sayısının en büyük değeri kaçtır?
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. $x - y = \frac{3}{2}$
 $\frac{2x}{x^2 - y^2} = 1$
olduğuna göre, x kaçtır?
- A) $\frac{15}{4}$ B) $\frac{7}{2}$ C) 3 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{9}{4}$

6. $\frac{a^2 + \frac{1}{a}}{a - 1 + \frac{1}{a}}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $a^2 + 1$ B) $a + 1$ C) a D) 1 E) $\frac{a + 1}{a}$

7. $\frac{x^2 - 4x + 3}{9 - x^2} : \frac{x - x^2}{x^2 + 3x}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{x + 3}{x - 1}$ B) $\frac{x}{3 - x}$ C) 1
D) $\frac{x - 3}{x + 3}$ E) $\frac{x - 3}{x}$

8. $\frac{a^3 - 8}{a^3 + 2a^2 + 4a} : \frac{4 - a^2}{a^2 + 2a}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $-a^2$ B) -1 C) $-a$
D) $2 - a$ E) $a^2 - 2a$

9. m bir tamsayıdır.
 $\frac{7x^2 - mx + 3}{7x - 1}$
ifadesi sadeleştirilebildiğine göre, m kaçtır?
- A) 13 B) 15 C) 18 D) 22 E) 24

10. $\frac{x^2 - xy - 6y^2 + 3x + 6y}{x + 2y} = 3$
olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ kaçtır?
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 2 D) 3 E) 4

11. $2kx^2 - 3kx + 9$
üç terimlisinin tam kare olabilmesi için k kaç olmalıdır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{9}{2}$ E) 8

12. $x^2 - x + 1 = 0$
olduğuna göre, x^{13} ün değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-x$ B) $-x + 1$ C) x
D) $x - 1$ E) $x + 1$

13. $x = \sqrt[3]{13} - 1$ için,
 $x^3 + 3x^2 + 3x$
ifadesinin değeri kaçtır?

A) 14 B) 13 C) 12
D) $4 \cdot \sqrt[3]{13}$ E) $9 + \sqrt[3]{13}$

14. x ve y reel sayılardır.
 $2x^2 - 2xy + y^2 - 2x + 2$
ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

15. $a^3 + 3ab^2 = 76$
 $b^3 + 3a^2b = 49$
olduğuna göre, $\frac{a+b}{a-b}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{7}{3}$ C) 2 D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

16. $2x - 4 = 3y$
 $\frac{5}{y} = x$

olduğuna göre, $4x^2 + 9y^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 64 B) 68 C) 72 D) 76 E) 80

17. $x + \frac{1}{x} = 5$
olduğuna göre, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ değeri kaçtır?

A) 125 B) 120 C) 115 D) 110 E) 105

18. $4x^2 - y^2 + 4x + 4y - 3$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x + y - 3$ B) $2x - y + 3$ C) $2x - y + 1$
D) $2x - y - 1$ E) $2x + y - 2$

19. $\frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 + x + 1}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + 1$ B) $x^2 + x + 1$ C) $x^2 - 1$
D) $x^2 - x + 1$ E) $x^2 + x - 1$

20. $\frac{a \cdot (a - 3) + 2}{a^2 - 1} + \frac{3}{a + 1}$
ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a - 2}{a + 1}$ B) 1 C) 0
D) $\frac{a}{a + 1}$ E) $\frac{a + 2}{a + 1}$

TESTİN ÇÖZÜMLERİ

$$\begin{aligned}
 1. \quad a^3b + a^2b^2 - ab^2 - a^2b &= a^3b - a^2b + a^2b^2 - ab^2 \\
 &= a^2b(a-1) + ab^2(a-1) \\
 &= ab(a-1)(a+b)
 \end{aligned}$$

olduğundan, $a-b$ ifadesi $a^3b + a^2b^2 - ab^2 - a^2b$ ifadesinin bir çarpanı değildir.

Cevap: E

$$\begin{aligned}
 2. \quad x-y &= 3 \text{ ve } y-z = 4 \text{ olduğundan,} \\
 xz - yz + y^2 - xy &= z(x-y) - y(x-y) \\
 &= (x-y)(z-y) \\
 &= 3 \cdot (-4) \\
 &= -12 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Cevap: B

$$\begin{aligned}
 3. \quad \frac{3x^2 - 27}{9x - 3x^2} &= \frac{3(x^2 - 9)}{3x(3 - x)} \\
 &= \frac{3(x-3)(x+3)}{-3x(x-3)} \\
 &= -\frac{x+3}{x} \text{ tir.}
 \end{aligned}$$

Cevap: D

$$\begin{aligned}
 4. \quad (5244)^2 - (4756)^2 &= 10^n \cdot k \\
 (5244 + 4756)(5244 - 4756) &= 10^n \cdot k \\
 10\,000 \cdot 488 &= 10^n \cdot k \\
 488 \cdot 10^4 &= k \cdot 10^n \\
 \text{olduğundan, } n \text{ nin alabileceği en büyük değer,} \\
 n &= 4 \text{ tür.}
 \end{aligned}$$

Cevap: A

$$5. \quad x - y = \frac{3}{2} \Rightarrow y = x - \frac{3}{2} \text{ dir.}$$

$$\frac{2x}{x^2 - y^2} = 1 \Rightarrow (x-y)(x+y) = 2x$$

$$\text{eşitliğinde, } x - y = \frac{3}{2} \text{ ve } y = x - \frac{3}{2}$$

değerleri yerine yazılırsa,

$$\Rightarrow \frac{3}{2} \left(x + x - \frac{3}{2} \right) = 2x$$

$$\Rightarrow 3 \cdot \left(2x - \frac{3}{2} \right) = 2 \cdot 2x$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{9}{4} \text{ tür.}$$

Cevap: E

$$\begin{aligned}
 6. \quad \frac{a^2 + \frac{1}{a}}{a - 1 + \frac{1}{a}} &= \frac{\frac{a^3 + 1}{a}}{\frac{a^2 - a + 1}{a}} \\
 &= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\
 &= a + 1 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Cevap: B

$$\begin{aligned}
 7. \quad \frac{x^2 - 4x + 3}{9 - x^2} : \frac{x - x^2}{x^2 + 3x} \\
 &= \frac{(x-1)(x-3)}{(3-x)(3+x)} : \frac{x(1-x)}{x(x+3)} \\
 &= \frac{x-1}{-(3+x)} \cdot \frac{x+3}{1-x} = \frac{x-1}{-(1-x)} \\
 &= 1 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Cevap: C

$$\begin{aligned}
 8. \quad & \frac{a^3 - 8}{a^3 + 2a^2 + 4a} : \frac{4 - a^2}{a^2 + 2a} \\
 &= \frac{(a - 2)(a^2 + 2a + 4)}{a(a^2 + 2a + 4)} : \frac{(2 - a)(2 + a)}{a(a + 2)} \\
 &= \frac{a - 2}{a} : \frac{2 - a}{a} \\
 &= \frac{a - 2}{a} \cdot \frac{a}{-(a - 2)} = -1 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Cevap: B

9. 1. Yol:

$7x^2 - mx + 3$ ifadesinin çarpanlarından biri $7x - 1$ ise $7x - 1 = 0$ dan $x = \frac{1}{7}$ değeri $7x^2 - mx + 3 = 0$ denkleminin bir köküdür.

$$7x^2 - mx + 3 = 0 \Rightarrow 7 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^2 - m \cdot \frac{1}{7} + 3 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{7} - \frac{m}{7} + \frac{21}{7} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{22 - m}{7} = 0$$

$$\Rightarrow m = 22$$

dir.

2. Yol:

$7x^2 - mx + 3$ ifadesinin çarpanlarından biri $7x - 1$ ise,

$$\begin{array}{rcl}
 7x^2 - mx + 3 & \text{ise} & -m = 7 \cdot (-3) + 1 \cdot (-1) \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 7x & -1 & -m = -21 - 1 \\
 1 \cdot x & -3 & m = 22 \text{ dir.}
 \end{array}$$

Cevap: D

$$10. \quad \frac{x^2 - xy - 6y^2 + 3x + 6y}{x + 2y} = 3$$

$$\Rightarrow (x - 3y)(x + 2y) + 3(x + 2y) = 3(x + 2y)$$

$$\Rightarrow (x - 3y)(x + 2y) = 0 \text{ ve } x + 2y \neq 0$$

$$\Rightarrow x - 3y = 0$$

$$\Rightarrow x = 3y$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = 3 \text{ tür.}$$

Cevap: D

$$11. \quad 2kx^2 - 3kx + 9 = (ax - 3)^2 \text{ dir.}$$

$$\begin{array}{cc}
 \downarrow & \downarrow \\
 ax & -3 \\
 ax & -3
 \end{array}$$

O halde,

$$2kx^2 - 3kx + 9 = a^2x^2 - 6ax + 9$$

ifadesinde, $2k = a^2$ ve $-3k = -6a$ olmalıdır.

$$-3k = -6a \Rightarrow a = \frac{k}{2} \text{ dir.}$$

$$2k = a^2 \Rightarrow 2k = \left(\frac{k}{2}\right)^2 \Rightarrow 2k = \frac{k^2}{4} \quad (k \neq 0)$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{k}{4}$$

$$\Rightarrow k = 8 \text{ dir.}$$

Cevap: E

$$12. \quad x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x^2 - x + 1) = (x + 1) \cdot 0$$

$$\Rightarrow x^3 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^3 = -1$$

$$\Rightarrow (x^3)^4 = (-1)^4$$

$$\Rightarrow x^{12} = 1$$

$$\Rightarrow x \cdot x^{12} = 1 \cdot x$$

$$\Rightarrow x^{13} = x \text{ tir.}$$

Cevap: C

$$13. \quad x^3 + 3x^2 + 3x = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 1$$

$$= (x + 1)^3 - 1 \text{ dir.}$$

$$x = \sqrt[3]{13} - 1 \text{ için}$$

$$(x + 1)^3 - 1 = \left(\sqrt[3]{13} - 1 + 1\right)^3 - 1$$

$$= \left(\sqrt[3]{13}\right)^3 - 1$$

$$= 13 - 1 = 12 \text{ dir.}$$

Cevap: C

ÖSS MATEMATİK

$$\begin{aligned}
 14. \quad & 2x^2 - 2xy + y^2 - 2x + 2 \\
 & = x^2 - 2xy + y^2 + x^2 - 2x + 1 + 1 \\
 & = (x - y)^2 + (x - 1)^2 + 1
 \end{aligned}$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer, $x - y = 0$
ve $x - 1 = 0$ için, 1 dir.

Cevap: C

$$\begin{aligned}
 15. \quad & a^2 + 3ab^2 = 76 \\
 & b^3 + 3a^2b = 49
 \end{aligned}$$

ifadesini bir defa taraf tarafa toplayarak, bir defa
da taraf tarafa çıkararak sonucu bulalım.

$$\begin{array}{rcl}
 a^2 + 3ab^2 & = & 76 \\
 + \quad b^3 + 3a^2b & = & 49 \\
 \hline
 (a + b)^3 & = & 125 \\
 a + b & = & 5 \dots (1) \text{ dir.}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 a^2 + 3ab^2 & = & 76 \\
 - \quad b^3 + 3a^2b & = & 49 \\
 \hline
 (a - b)^3 & = & 27 \\
 a - b & = & 3 \dots (2) \text{ dir.}
 \end{array}$$

(1) ve (2) den $\frac{a + b}{a - b} = \frac{5}{3}$ tür.

Cevap: D

$$16. \quad 2x - 4 = 3y \Rightarrow 2x - 3y = 4 \dots (1) \text{ dir.}$$

$$\frac{5}{y} = x \Rightarrow x \cdot y = 5 \dots (2) \text{ dir.}$$

$$\begin{aligned}
 (2x - 3y)^2 & = 4^2 \Rightarrow 4x^2 - 12xy + 9y^2 = 16 \\
 & \Rightarrow 4x^2 + 9y^2 - 12.5 = 16 \\
 & \Rightarrow 4x^2 + 9y^2 = 76 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Cevap: D

$$17. \quad \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = (5)^3$$

$$x^3 + 3x^2 \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = 125$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 125$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot 5 = 125$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 110 \text{ dir.}$$

Cevap: D

$$\begin{aligned}
 18. \quad & 4x^2 - y^2 + 4x + 4y - 3 \\
 & = 4x^2 + 4x + 1 - (y^2 - 4y + 4) \\
 & = (2x + 1)^2 - (y - 2)^2 \\
 & = (2x + 1 + y - 2) \cdot (2x + 1 - y + 2) \\
 & = (2x + y - 1) \cdot (2x - y + 3)
 \end{aligned}$$

olduğundan, $4x^2 - y^2 + 4x + 4y - 3$ ifadesinin
çarpanlarından biri $2x - y + 3$ tür.

Cevap: B

$$\begin{aligned}
 19. \quad & \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 + x + 1} = \frac{x^4 + x^2 + 1 + x^2 - x^2}{x^2 + x + 1} \\
 & = \frac{(x^2 + 1)^2 - x^2}{x^2 + x + 1} \\
 & = \frac{(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)}{x^2 + x + 1} \\
 & = x^2 - x + 1 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Cevap: D

$$\begin{aligned}
 20. \quad & \frac{a \cdot (a - 3) + 2}{a^2 - 1} + \frac{3}{a + 1} \\
 & \quad \quad \quad (a - 1) \\
 & = \frac{a^2 - 3a + 2 + 3a - 3}{a^2 - 1} \\
 & = \frac{a^2 - 1}{a^2 - 1} \\
 & = 1 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Cevap: B

CEVAPLI TEST – 1

1. $\frac{ay - xy + 2bx - 2ba}{x - a}$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) 1 C) $x - 2b$ D) $y - 2b$ E) $2b - y$

2. $\frac{2ab - 2a - b^2 + b}{b - 1}$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2a - b$ B) $2a - 1$ C) $a - b$
D) $2a + b$ E) $2b - 1$

3. $\frac{(2 - x)^2 (x - 3) + (x - 2)^2}{(2 - x)^3}$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{x - 2}$ B) $\frac{1}{2 - x}$ C) 1
D) 0 E) -1

4. $\frac{(3x + 2)^2 - (2x - 1)^2}{15x^2 + 3x}$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{x} + \frac{1}{3}$ B) $\frac{2 + x}{x}$ C) $3 + \frac{1}{x}$
D) $\frac{4x + 1}{2}$ E) $2 + \frac{x}{3}$

5. $x - \frac{1}{x} = 2\sqrt{3}$

olduğuna göre, $x + \frac{1}{x}$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) $3\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

6. $\frac{a^3 + b^3}{a^2 + b^2 - ab}$

İfadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a - b$ B) $a + b$ C) $a^2 - b^2$
D) $\frac{a + b}{a - b}$ E) $\frac{a - b}{a + b}$

7. $\frac{4a - \frac{1}{2a^2}}{2a + 1 + \frac{1}{2a}} - 2$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{a}$ B) $2 - \frac{1}{a}$ C) $\frac{1}{a}$
D) 2 E) $2 + \frac{1}{a}$

8. $\left(x + \frac{6}{x + 5}\right) : \frac{x + 3}{x + 5}$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x B) $x + 1$ C) $x + 2$ D) $x + 3$ E) $x + 4$

9. k bir tamsayı olmak üzere,

$$\frac{6x^2 - kx + 12}{2x - 3}$$

kesri sadeleştirilebildiğine göre, k kaçtır?

- A) -17 B) -16 C) 6 D) 16 E) 17

10. $(kx)^2 - 12x + 4$

Üç terimli bir tamkare ifade olduğuna göre, k'nın pozitif değeri kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

11. $x^3 + 3xy^2 = 62$
 $y^3 + 3x^2y = 63$

olduğuna göre, $x + y$ kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 13 D) 15 E) 17

12. $\sqrt{\frac{25}{49} + \frac{49}{25}} - 2$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{24}{35}$ B) $\frac{5}{7}$ C) $\frac{6}{7}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{2}{5}$

13. $3a^2 - 2ab - b^2 = 28$
 $3a + b = 14$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

14. $x + y = 2\sqrt{3}$
 $x \cdot y = -9$

olduğuna göre, $x^2 + y^2$ değeri kaçtır?

- A) 15 B) 21 C) 26 D) 30 E) 36

15. $x - y = 2\sqrt{2}$
 $x \cdot y = 6$

olduğuna göre, $x^3 - y^3$ değeri kaçtır?

- A) $56\sqrt{2}$ B) $54\sqrt{2}$ C) $52\sqrt{2}$
D) $50\sqrt{2}$ E) $48\sqrt{2}$

16. $\left(\frac{1}{x} + x + \frac{x}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} \right) \cdot \frac{x^2+x}{x^2+1}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + 1$ B) $x + 2$ C) $x^2 + 1$
D) $x^2 + 2$ E) $\frac{1}{x+1}$

17. $a^2 - 4a + 4 = 0$

olduğuna göre, $\sqrt{a} + \frac{2}{\sqrt{a}}$ ifadesinin değeri

aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{3}$ E) 4

18. $\frac{x^2+x-1}{x^2-1} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{1-x^2}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) 0 C) $x - 1$ D) $x + 1$ E) 1

19. $x = y + 3$ olduğuna göre,

$x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 625 B) 243 C) 81 D) 16 E) 1

20. $\frac{3x^2 - 17x - 6}{3x + 1} + 1$

ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 5$ B) x C) $x + 5$
D) $x - 1$ E) $x + 1$

© Fen Yayınları

CEVAP ANAHTARI

1-E	2-A	3-E	4-A	5-A	6-B	7-A	8-C	9-E	10-B
11-A	12-A	13-C	14-D	15-C	16-B	17-C	18-E	19-B	20-A

CEVAPLI TEST – 2

1. $x = y + 3$

olduğuna göre, $x \cdot y - 9 + 3x - 3y$ ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + 6$ B) $x + 3$ C) x D) $x - 2$ E) $2x - 9$

2. $(x^2 - y^2) \cdot (z - y) - (y^2 - z^2) \cdot (x + y)$

ifadesinin çarpanlarından birisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - y$ B) $y + z$ C) $x - z$
D) $x + z$ E) x

3.
$$\frac{4ab \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{4a^2} \right)}{b + 2a} = 2$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine daima eşittir?

- A) 1 B) $2a + b$ C) $2a - b$
D) $\frac{2a + b}{2}$ E) $\frac{2a - b}{2}$

4. $a = \frac{\sqrt{5} + 3}{2}$ olduğuna göre,

$a \cdot (a - 1) \cdot (a - 2) \cdot (a - 3)$

çarpımının sonucu kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) -2 D) 2 E) -4

5.
$$\frac{x\sqrt{x} - 2\sqrt{2}}{x + \sqrt{2x} + 2}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - \sqrt{2}$ B) $\sqrt{x} - 2$ C) $\sqrt{x} - \sqrt{2}$
D) $-\sqrt{2x}$ E) $\sqrt{2x}$

6. $x = 5$ için,

$$\frac{x^6}{x + 1} : \frac{x^5 - x^4 + x^3}{x^3 + 1}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 26 C) 125 D) $\frac{125}{4}$ E) $\frac{625}{4}$

7. $(x^2 - 3x)^2 + 6x - 2x^2 - 8$

ifadesinin çarpanlarından biri, aşağıdakilerden hangisi değildir?

- A) $x - 4$ B) $x - 2$ C) $x - 1$
D) $x + 1$ E) $x + 2$

8.
$$\frac{x^2 + ax + 4}{x^2 - kx - 28}$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi $\frac{x - 1}{x + 7}$ olduğuna göre, $a \cdot k$ çarpımı kaçtır?

- A) -28 B) -15 C) 4 D) 15 E) 28

9.
$$\frac{a^2 + 9b^2}{ab} = 6$$

olduğuna göre, $\frac{a + b}{a - b}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

10. $a + b = 3$ ve $a \neq 0$ olduğuna göre,

$$\frac{a^2 - b^2 + 6a + 9}{a^2 + 3a + 3b - b^2}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

11. x ve y reel sayıdır.

$$2x^2 + 9y^2 + 6yx + 9 = 6x$$

olduğuna göre, $x - y$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

12.

$$x^2 + 2xy = 5$$

$$y^2 + 2yz = 16$$

$$z^2 + 2xz = 15$$

olduğuna göre, $x + y + z$ toplamının pozitif değeri kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 15 D) $\sqrt{21}$ E) 25

13.

$$(2x + 1)^3 - 3(2x + 1)^2 + 3(2x + 1) - 2 = 0$$

olduğuna göre, x in reel sayı değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

14.

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

olduğuna göre, $\left(x - \frac{1}{x}\right)$ ifadesinin pozitif değeri kaçtır?

- A) 12 B) 8 C) $4\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{3}$

15.

$$\frac{x - \frac{1}{x}}{x - 1} : \frac{x + \frac{1}{x^2}}{x^2 - x + 1}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + 1$ B) $x^2 + 1$ C) $x - 1$
D) x E) $\frac{x + 1}{x - 1}$

16.

$$x + y = x \cdot y = 6$$

olduğuna göre, $x^3 + y^3$ kaçtır?

- A) 108 B) 132 C) 154 D) 192 E) 216

17.

$$2x - 3y = 4$$

$$4x^2 + 2x - 9y^2 - 3y = 24$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{9}{2}$ B) 4 C) 3 D) $\frac{9}{4}$ E) 2

18.

$$\sqrt[3]{1998 \cdot 1783 - 1782 \cdot 1999}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

19.

$$\frac{x - \frac{1}{x}}{1 - x} : \frac{1 - y}{y - \frac{1}{y}} - \frac{x + y + 1}{x \cdot y}$$

ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x \cdot y$ B) -2 C) $x + y - 1$
D) $-\frac{x}{y}$ E) 1

20. $x^2 - x - 1 = 0$ olduğuna göre,

$\frac{1 - x}{1 + x} - \frac{1 + x}{1 - x}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{-4}{1 + x}$ B) $\frac{2x}{x^2 + 1}$ C) $\frac{4}{2x - 1}$
D) $\frac{4}{x^2 - x}$ E) 4

CEVAP ANAHTARI

1-C	2-D	3-E	4-A	5-C	6-C	7-E	8-D	9-D	10-B
11-C	12-B	13-D	14-D	15-D	16-A	17-D	18-A	19-E	20-E

CEVAPLI TEST – 3

1. $y = 1 + x$ olmak üzere,

$$\frac{x^2 - y^2}{(x - y)^3}$$

ifadesinin x türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-x$ B) x C) $2x + 1$ D) $-\frac{1}{x}$ E) $\frac{1}{2x + 1}$

2. $m^3 + 2m^2 + 2m + 1$

ifadesinin çarpanlarından birisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $m^2 - m + 1$ B) $m - 1$ C) $m + 2$
D) $m^2 + m + 1$ E) $2m + 1$

3. $\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} + \frac{y^2 + xy}{x + y} - \frac{y}{x - y}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x - 1$ B) $x - y$ C) $x + y$
D) $y + 1$ E) $x + y + 1$

4. $\frac{x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1}{x^3 - 1}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - x + 1$ B) $x^2 - x - 1$ C) $x - 1$
D) $x^2 - 1$ E) $1 - x - x^2$

5. $x^2 + x + 1 = 0$

olduğuna göre, x^{15} aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-x$ B) $x - 1$ C) 1 D) x E) $1 - x$

6. $2y - 4x = -10$
 $8x^3 - y^3 = 65$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımının değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 8 D) 10 E) 15

7. $(x^2 + 2x)^2 - 11(x^2 + 2x) + 24$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine tam bölünemez?

- A) $x - 1$ B) $x - 2$ C) $x - 3$
D) $x + 3$ E) $x + 4$

8. $\frac{(2a + b)^2 - 5(2a + b) - 6}{2a + b - 6}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a + b + 1$ B) $2a - b + 1$ C) $2a + b$
D) $2a + b + 1$ E) $a + 2b + 3$

9. x, y, z birbirinden farklı pozitif tamsayılarıdır.

$$x^2 + y^2 = z^2 - 2xy$$

eşitliğini sağlayan x, y, z sayıları için $x + y + z$ toplamı en az kaç olabilir?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

10. a ve b gerçel (reel) sayıdır.

$$10a^2 + b^2 - 6a + 2ab - 1$$

ifadesi en küçük değerini aldığı anda $a + b$ toplamı kaç olur?

- A) 0 B) 1 C) -1 D) 2 E) -2

11. a pozitif bir tamsayıdır.

$$\frac{2x^2 - a \cdot x - 3}{x^2 - (a + 3) \cdot x - 5}$$

ifadesi sadeleştirilebildiğine göre, sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2x+3}{x+5}$ B) $\frac{2x-3}{x+5}$ C) $\frac{2x+3}{x-5}$
D) $\frac{2x-3}{x-5}$ E) $\frac{2x-1}{x-5}$

12. $3x^4 + 18x^2y^2 = 99$

$$x^3y + xy^3 + \frac{y^4}{4} = 148$$

olduğuna göre, x + y toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

13. x ve y gerçel (reel) sayılar olmak üzere,

$$x^3 + 12xy^2 = 36$$

$$6x^2y + 8y^3 = -28$$

olduğuna göre, $x^2 - 4y^2$ farkı kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) 4 D) 6 E) 8

14. x bir reel (gerçel) sayı olmak üzere,

$$x - 1 = 4\sqrt{x}$$

olduğuna göre, $\frac{x+1}{\sqrt{x}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $4\sqrt{5}$ D) 10 E) 12

15. $x^2 - 4x - 2 = 0$

olduğuna göre, $\left(x^3 - \frac{8}{x^3}\right)$ kaçtır?

- A) 68 B) 72 C) 76 D) 88 E) 92

$$16. \left(\frac{x + \sqrt{xy}}{x - \sqrt{xy}} - \frac{x - \sqrt{xy}}{x + \sqrt{xy}} \right) : \sqrt{xy}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{2}{x+y}$ B) $\frac{4}{x-y}$ C) $\frac{4}{x+y}$
D) $\sqrt{xy}$ E) $x-y$

17. a ve b pozitif tamsayılardır.

$$4a^2 - 4a - b^2 + 2b = 17$$

olduğuna göre, b - a farkı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 3 E) 4

$$18. \frac{x^2 - y + x^3y - xy^2}{xy + 1} - (y + x^2)$$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2x B) -2y C) x-y
D) $x^2 - y$ E) 0

$$19. \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \cdot \left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $b - 2ac$ B) $-4ac$ C) $\frac{a}{b}$
D) $-\frac{b}{a}$ E) $\frac{c}{a}$

$$20. \frac{x^2 - 2xy + 2y - 1}{x - 2y + 1}$$

ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x B) x-1 C) x+1
D) x-y E) x+y

CEVAP ANAHTARI											
1-C	2-D	3-D	4-A	5-C	6-B	7-C	8-D	9-A	10-A		
11-D	12-B	13-E	14-B	15-D	16-B	17-E	18-B	19-E	20-B		

10. BÖLÜM

A. ORAN

En az birisi sıfırdan farklı, aynı birimden iki çokluğun karşılaştırılmasına (bölümüne) **oran** denir.

a nın b ye oranı $\frac{a}{b}$ şeklinde gösterilir.

Örnek:

5 kilogramın 2 kilograama oranı,

$$\frac{5 \text{ [kg]}}{2 \text{ [kg]}} = \frac{5}{2} : \text{ oran}$$

3 kilogramın, 4 litrenin birimleri farklı olduğundan,

$$\frac{3 \text{ [kg]}}{4 \text{ [lt]}} : \text{ oran değildir.}$$

Örnek:

1) Ayşe 8, Nurcan 12 yaşında olduğuna göre, Ayşe'nin

$$\text{yaşının Nurcan'ın yaşına oranı } \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \text{ tür.}$$

2) 900 gram soğan ile 1,5 kilogram patatesin ağırlıklarının oranı; 1,5 kg = 1500 gr olduğundan,

$$\frac{900 \text{ [gr]}}{1500 \text{ [gr]}} = \frac{3}{5} \text{ tir.}$$

3) 80 litre su ile 20 litre alkol karıştırıldığında,

$$\text{a) Su ile alkolün hacimleri oranı } \frac{\text{su [lt]}}{\text{alkol [lt]}} = \frac{80}{20} = 4,$$

b) Elde edilen karışımdaki alkol oranı; oluşan karışım 80 lt + 20 lt = 100 lt olduğundan,

$$\frac{\text{alkol [lt]}}{\text{karışım [lt]}} = \frac{20}{100} = \% 20 \text{ dir.}$$

Örnek:

Kahve ve şeker, ağırlıkları bakımından,

$$\frac{\text{kahve [gram]}}{\text{şeker [gram]}} = \frac{2}{3}$$

oranında karıştırılarak 1 kilogramlık homojen bir karışım elde ediliyor.

Buna göre, elde edilen karışımın 40 gramındaki kahve ve şeker miktarını bulalım.

Çözüm:

Kahve ve şeker, homojen bir şekilde $\frac{2}{3}$ oranında karıştırıldığından; kahveden 2, şekerden de 3 birim alınarak $2 + 3 = 5$ birimlik bir karışım elde edilmiştir. O halde elde edilen 5 birimlik karışımın 2 birimi $\left(\frac{2}{5} \text{ i}\right)$ kahve, 3 birimi $\left(\frac{3}{5} \text{ i}\right)$ de şekerdir.

Buna göre, 40 gram karışımın,

$$40 \cdot \frac{2}{5} = 16 \text{ gramı kahve,}$$

$$40 \cdot \frac{3}{5} = 24 \text{ gramı şekerdir.}$$

B. ORANTI

İki veya daha fazla oranın eşitliğine **orantı** denir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \quad (\text{ikili orantı})$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \quad (\text{üçlü orantı})$$

k : orantı sabiti (katsayısı) dir.

Örnek:

$$\frac{15}{5} = \frac{21}{7} = \frac{-6}{-2} = k \text{ ise } k = 3 \text{ tür.}$$

Uyarı:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \text{ orantısı, } a : c : e = b : d : f \text{ şeklinde gösterilebilir.}$$

Örnek:

$(-2) : 3 : 5 = (-4) : 6 : 10$ orantısının orantı sabitini bulalım.

Çözüm:

$$(-2) : 3 : 5 = (-4) : 6 : 10$$

$$\Rightarrow \frac{-2}{-4} = \frac{3}{6} = \frac{5}{10} = k \text{ ve } k = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$$

olduğuna göre, $\frac{3a+2b}{5a-4b}$ oranını bulalım.

Çözüm:

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = 2k \text{ ve } b = 3k \text{ diyelim.}$$

Buna göre,

$$\frac{3a+2b}{5a-4b} = \frac{3.2k+2.3k}{5.2k-4.3k} = \frac{12k}{-2k} = -6 \text{ dir.}$$

(Burada, sonuç k nın değerine bağlı olmadığı için, $a = 2$ ve $b = 3$ seçilerek de bu oran bulunabilir.)

C. İKİLİ ORANTI

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ orantısında,}$$

$$1) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \begin{array}{c} \text{içler} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ a : b = c : d \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \text{dışlar} \end{array}$$

b ve c ye **içler**, a ve d ye **dışlar** denir.

a) İçler çarpımı, dışlar çarpımına eşittir.

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow b \cdot c = a \cdot d} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{6} \Rightarrow 3 \cdot x = 2 \cdot 6$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{3} = 4 \text{ tür.}$$

Örnek:

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, $\frac{a}{a-b}$ oranını bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{a-b}{a+b} = \frac{1}{2} &\Rightarrow 2(a-b) = a+b \\ &\Rightarrow 2a-2b = a+b \\ &\Rightarrow a = 3b \text{ olur.} \end{aligned}$$

Buna göre,

$$\frac{a}{a-b} = \frac{3b}{3b-b} = \frac{3b}{2b} = \frac{3}{2} \text{ dir.}$$

Veya, $a = 3b$ eşitliğinden $b = 1$ seçilirse $a = 3$ olur.

Bu değerler yerine yazılırsa,

$$\frac{a}{a-b} = \frac{3}{3-1} = \frac{3}{2} \text{ olarak bulunur.}$$

Örnek:

a, b, c pozitif tamsayılar olmak üzere,

$$\frac{a-b-4c}{a+b-6c} = \frac{2}{3}$$

olduğuna göre, $(a+b+c)$ toplamının alabileceği en küçük değeri bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{a-b-4c}{a+b-6c} = \frac{2}{3} &\Rightarrow 3(a-b-4c) = 2(a+b-6c) \\ 3a-3b-12c &= 2a+2b-12c \\ a &= 5b \text{ olur.} \end{aligned}$$

Buna göre, $(a+b+c)$ toplamının en küçük olması için,

$$\frac{a-b-4c}{a+b-6c} = \frac{2}{3}, a = 5b, a+b-6c \neq 0$$

şartlarını sağlayan a, b, c pozitif tamsayıları;

$b = 1, a = 5, c = 2$ şeklinde seçilirse,

$a+b+c$ toplamının alabileceği en küçük değer,

$$5+1+2=8 \text{ dir.}$$

(Burada, $a = 5, b = 1, c = 1$ için $a+b-6c = 0$

olduğuna dikkat edilmelidir.)

b) İçler veya dışlar kendi arasında yer değiştirebilir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = k_1$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a} = k_2 \quad \text{dir.}$$

Örnek:

$$\frac{10}{15} = \frac{6}{9} = k \quad \text{ve} \quad k = \frac{2}{3}$$

$$\frac{10}{6} = \frac{15}{9} = k_1 \quad \text{ve} \quad k_1 = \frac{5}{3}$$

$$\frac{9}{15} = \frac{6}{10} = k_2 \quad \text{ve} \quad k_2 = \frac{3}{5} \quad \text{tir.}$$

2) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ orantısında,

a, b, c ve d sayılarına sırasıyla orantının birinci, ikinci, üçüncü ve dördüncü terimi (elemanı) denir.

$$\begin{array}{ccc} \text{1. terim} & & \text{3. terim} \\ & \searrow & \nearrow \\ & a & = & c \\ & \nearrow & \searrow \\ b & & d \\ \text{2. terim} & & \text{4. terim} \end{array}$$

a) a, b, c sayılarıyla dördüncü orantılı sayı x ise,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \quad \text{olur.}$$

Örnek:

2, 3, 4 sayılarıyla dördüncü orantılı sayıyı bulalım.

Çözüm:

2, 3, 4 sayılarıyla dördüncü orantılı sayı x olsun.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{x} \Rightarrow 2 \cdot x = 3 \cdot 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{2} = 6 \quad \text{dir.}$$

b) a ve b sayılarının orta orantılığı x ise

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b} \Rightarrow x = \sqrt{a \cdot b} \quad \text{dir.}$$

Örnek:

2 ile 4 ün orta orantılığı x ise

$$x = \sqrt{2 \cdot 4} = 2\sqrt{2} \quad \text{dir.}$$

D. ORANTININ ÖZELLİKLERİ

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \quad \text{orantısında,}$$

1) $a = b \cdot k, \quad c = d \cdot k, \quad e = f \cdot k$ dir.

Örnek:

a, b, c sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere,

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5}$$

olduğuna göre, $\frac{a^3 + b^3 - c^3}{a \cdot b \cdot c}$ oranını bulalım.

Çözüm:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} = k \quad \text{olsun.}$$

$$a = 2k, \quad b = 3k, \quad c = 5k \quad \text{ve}$$

$$\begin{aligned} \frac{a^3 + b^3 - c^3}{a \cdot b \cdot c} &= \frac{(2k)^3 + (3k)^3 - (5k)^3}{(2k) \cdot (3k) \cdot (5k)} \\ &= \frac{8k^3 + 27k^3 - 125k^3}{30k^3} \\ &= \frac{-90k^3}{30k^3} = -3 \quad \text{tür.} \end{aligned}$$

(Veya, sonuç k ya bağlı olmadığından $a = 2, b = 3, c = 5$ seçilerek bu oran bulunabilir.)

2) $n \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\frac{a^n}{b^n} = \frac{c^n}{d^n} = \frac{e^n}{f^n} = k^n \quad \text{dir.}$$

Örnek:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} = \frac{1}{k}$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = k^2 \text{ dir.}$$

3) Oranların paylarının toplamı, paydalarının toplamına bölünürse orantı sabiti değişmez.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \Rightarrow \frac{a+c+e}{b+d+f} = k \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \Rightarrow \frac{2a-3c+5e}{2b-3d+5f} = k \text{ dir.}$$

Sonuç:

x, y, z sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \Rightarrow \frac{x.a + y.c + z.e}{x.b + y.d + z.f} = k \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \text{ ve } 3x - y = 6$$

olduğuna göre, z değerini bulalım.

Çözüm:

1. yol:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \Rightarrow \frac{3.x + (-1).y}{3.2 + (-1).3} = \frac{z}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{3} = \frac{z}{4}$$

$$\Rightarrow z = 8 \text{ dir.}$$

2. yol:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = k \text{ olsun.}$$

$$3x - y = 6 \Rightarrow 3.(2k) - 3k = 6$$

$$\Rightarrow 3k = 6 \Rightarrow k = 2 \text{ ve}$$

$$z = 4k \Rightarrow z = 4 \cdot 2 = 8 \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{2a-3c}{2b+xd}$$

olduğuna göre, x değerini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{2a-3c}{2b+xd}$$

$$\Rightarrow \frac{2a-3c}{2b-3d} = \frac{2a-3c}{2b+xd} \Rightarrow x = -3 \text{ tür.}$$

Örnek:

x gram un, y gram su, z gram yağ

$$\frac{y}{x} = \frac{2}{3} \text{ ve } \frac{z}{y} = \frac{1}{4}$$

oranlarında karıştırılarak 550 gramlık bir hamur elde ediliyor.

Buna göre, elde edilen hamurdaki yağ miktarını bulalım.

Çözüm:

1. yol:

$$\frac{y}{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{4}{6} \text{ ve } \frac{z}{y} = \frac{1}{4}$$

olduğundan $x = 6k$, $y = 4k$, $z = k$ seçilirse,

$$x + y + z = 550 \Rightarrow 6k + 4k + k = 550$$

$$\Rightarrow 11k = 550$$

$$\Rightarrow k = 50 \text{ ve}$$

$z = k$ olduğundan hamurdaki yağ miktarı 50 gramdır.

2. yol:

$$\frac{y}{x} = \frac{4}{6} \text{ ve } \frac{z}{y} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{y}{4} = z$$

$$\Rightarrow \frac{x+y+z}{6+4+1} = z$$

$$\Rightarrow \frac{550}{11} = z$$

$$\Rightarrow z = 50 \text{ gramdır.}$$

4) Oranlar taraf tarafa çarpılırsa,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \Rightarrow \frac{a \cdot c \cdot e}{b \cdot d \cdot f} = k^3 \text{ tür.}$$

Örnek:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{2}{3}$$

olduğuna göre, $\frac{b \cdot c \cdot f}{a \cdot d \cdot e}$ oranını bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{b \cdot c \cdot f}{a \cdot d \cdot e} &= \frac{b}{a} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{f}{e} \\ &= \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\frac{ab}{c} = \frac{3}{2}, \quad \frac{bc}{a} = 6, \quad \frac{ac}{b} = \frac{8}{3}$$

olduğuna göre, $a \cdot b \cdot c$ çarpımını bulalım.

Çözüm:

Verilen oranlar taraf tarafa çarpılırsa,

$$\frac{ab}{c} \cdot \frac{bc}{a} \cdot \frac{ac}{b} = \frac{3}{2} \cdot 6 \cdot \frac{8}{3}$$

$\Rightarrow a \cdot b \cdot c = 24$ tür.

Örnek:

$$\frac{x}{yz} = \frac{1}{6}, \quad \frac{y}{xz} = \frac{2}{3}, \quad \frac{z}{xy} = \frac{3}{2}$$

olduğuna göre, $(x^2 + y^2 + z^2)$ ifadesinin değerini bulalım.

Çözüm:

Verilen oranları, ikişer ikişer taraf tarafa çarpalım.

$$\frac{x}{yz} \cdot \frac{y}{xz} = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{z^2} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{x}{yz} \cdot \frac{z}{xy} = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{y^2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{y}{xz} \cdot \frac{z}{xy} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = 1$$

olduğundan, $x^2 + y^2 + z^2 = 1 + 4 + 9 = 14$ tür.

E. ARİTMETİK VE GEOMETRİK ORTALAMA

1) Aritmetik Ortalama

n tane sayının toplamının n ye bölümüne, bu sayıların **aritmetik ortalaması** (ortalaması) denir.

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ sayılarının ortalaması,

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \text{ dir.}$$

a ile b sayılarının aritmetik ortalaması $\frac{a+b}{2}$ dir.

Örnek:

3, 5 ve 19 un aritmetik ortalaması,

$$\frac{3 + 5 + 19}{3} = 9 \text{ dur.}$$

Örnek:

Beş tane sayının ortalaması 7 ise bu sayıların toplamı,

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} = 7$$

$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5 \cdot 7 = 35$ tir.

Örnek:

$\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ ve $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$ sayılarının aritmetik ortalamasını bulalım.

Çözüm:

$$\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{3} - 1 \text{ ve } \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1$$

olduğundan, bu sayıların ortalaması,

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}{2} &= \frac{\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1}{2} \\ &= \sqrt{3} \text{ tür.} \end{aligned}$$

Uyarı:

Birbirine eşit sayıların ortalaması, bu sayılara eşittir.

Örneğin, yaşları 15 olan 10 öğrencinin yaşlarının ortalaması 15 tir.

Örnek:

Ortalaması 5 olan üç tane sayı ile toplamı 25 olan iki tane sayı vardır. Buna göre, bu beş tane sayının ortalamasını bulalım.

Çözüm:

1. yol:

Ortalaması 5 olan üç tane sayının toplamı, $3 \cdot 5 = 15$ ve bu beş tane sayının toplamı, $15 + 25 = 40$ oldu-

ğundan ortalaması, $\frac{40}{5} = 8$ dir.

2. yol:

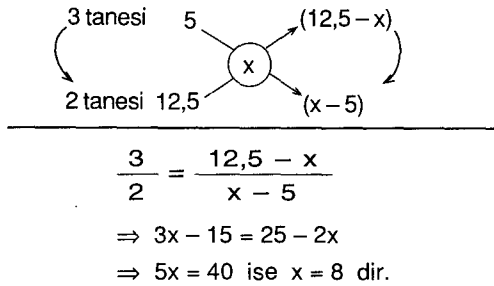
Ortalaması 5 olan üç sayının herbirinin değerini 5 olduğunu düşünelim.

Toplamı 25 olan iki sayı için 5'er den toplam 10 değerinde iki sayı ayırırsak, beş tane 5 ve geriye de bir $25 - 10 = 15$ kalır. Kalan bu 15'i eşit olan diğer beş sayıya eşit olarak dağıtırsak (3'er 3'er) herbir sayının değeri 3 artarak $5 + 3 = 8$ olur.

O halde, bu beş sayının ortalaması 8 dir.

3. yol:

Toplamı 25 olan iki sayının ortalaması 12,5 tir. Ortalaması 5 olan üç tane sayı ile ortalaması 12,5 olan iki tane sayının ortalamasına (toplam beş tane sayının ortalamasına) x diyelim. x in değeri 5'ten büyük, 12,5'ten ise küçüktür. Burada x in değerini aşağıdaki gibi bir şema yardımıyla bulalım.



Örnek:

Ortalaması 8 olan beş tane sayının her birine 3 eklendiğinde elde edilen yeni sayıların ortalamasını bulalım.

Çözüm:

1. yol:

Ortalaması 8 olan beş tane sayının toplamı, $5 \cdot 8 = 40$ ve sayıların her birine 3 eklendiğinden elde edilen yeni sayıların toplamı, $40 + 5 \cdot 3 = 55$ olur.

Buna göre, toplamı 55 olan beş tane sayının ortalaması $\frac{55}{5} = 11$ dir.

2. yol:

Ortalaması 8 olan sayıların hepsinin değerini 8 olarak düşünersek, her birine 3 eklendiğinde bu sayılar 11 olur. Dolayısıyla elde edilen yeni sayıların ortalaması da 11 olur.

Sonuç:

Ortalaması x olan n tane sayının her birine y eklenirse elde edilen yeni sayıların ortalaması $(x + y)$, herbirinden y çıkarılırsa $(x - y)$ olur.

Örnek:

Şimdiki yaşlarının ortalaması 34 olan bir aile bireylerinin 5 yıl önceki yaşlarının ortalaması (aynı bireylerin) $34 - 5 = 29$ olur.

Örnek:

Aritmetik ortalaması 15 olan 12 tane sayıdan bir kısmının ortalaması 8, diğerlerinin ortalaması da 20 dir.

Buna göre, bu sayılardan kaç tanesinin ortalamasının 20 olduğunu bulalım.

Çözüm:

1. yol:

12 tane sayıdan x tanesinin ortalaması 20 olsun. O halde, $(12 - x)$ tanesinin ortalaması 8 olur.

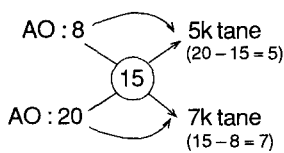
Buna göre,

$$20 \cdot x + 8 \cdot (12 - x) = 12 \cdot 15 \Rightarrow 20 \cdot x + 96 - 8x = 180$$

$$\Rightarrow 12x = 84$$

$$\Rightarrow x = 7 \text{ dir.}$$

2. yol:



$5k + 7k = 12$
 $k = 1$ olduğundan ortalaması 8 olan 5 tane, ortalaması 20 olan 7 tane vardır.

Örnek:

Puan	1	2	3	4	5
Öğrenci Sayısı	4	6	14	8	3

Yukarıdaki tablo, bir sınıftaki öğrencilerin matematik sınavından aldıkları puanları ve bu puanları alan öğrenci sayılarını göstermektedir.

Buna göre, sınıftaki öğrencilerin bu sınavdaki puanlarının ortalamasını bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned}
 \text{Puanların ortalaması} &= \frac{\text{Puanların toplamı}}{\text{Puanların sayısı}} \\
 &= \frac{1.4 + 2.6 + 3.14 + 4.8 + 5.3}{4 + 6 + 14 + 8 + 3} \\
 &= \frac{105}{35} = 3 \text{ tür.}
 \end{aligned}$$

2) Geometrik Ortalama

n tane sayının çarpımının n . kuvvetten köküne bu sayıların **geometrik ortalaması** denir.

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ sayılarının geometrik ortalaması,

$$\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n} \text{ dir.}$$

a ile b sayılarının geometrik ortalaması $\sqrt{a \cdot b}$ dir.

Örnek:

4 ve 9 un geometrik ortalaması (orta orantılısı) $\sqrt{4 \cdot 9} = 6$,

2, 4 ve 8 in geometrik ortalaması $\sqrt[3]{2 \cdot 4 \cdot 8} = 4$ tür.

Örnek:

$2\sqrt{2}, \sqrt{4-2\sqrt{2}}, \sqrt{4+2\sqrt{2}}$ sayılarının geometrik ortalamasını bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned}
 &2\sqrt{2}, \sqrt{4-2\sqrt{2}}, \sqrt{4+2\sqrt{2}} \text{ sayılarının çarpımı,} \\
 &= 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{(4-2\sqrt{2})(4+2\sqrt{2})} \\
 &= 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{16-8} \\
 &= 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = 8 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Bu üç sayının çarpımı 8 olduğundan geometrik ortalaması $\sqrt[3]{8} = 2$ dir.

Örnek:

a ile b nin aritmetik ortalaması 10 olduğuna göre, a ile geometrik ortalaması $3\sqrt{5}$, b ile geometrik ortalaması $\sqrt{15}$ olan sayıyı bulalım.

Çözüm:

Aradığımız sayı x olsun.

$$\sqrt{a \cdot x} = 3\sqrt{5} \Rightarrow a \cdot x = 9 \cdot 5 = 45 \dots (1)$$

$$\sqrt{b \cdot x} = \sqrt{15} \Rightarrow b \cdot x = 15 \dots (2)$$

$$\frac{a+b}{2} = 10 \Rightarrow a+b = 20 \dots (3)$$

(1) ve (2) eşitliği taraf tarafa toplanırsa,

$$\begin{aligned}
 x \cdot (a+b) &= 60 \Rightarrow x \cdot 20 = 60 \\
 &\Rightarrow x = 3 \text{ tür.}
 \end{aligned}$$

Örnek:

Aritmetik ortalaması, geometrik ortalamasına eşit olan iki sayı arasındaki bağıntıyı bulalım.

Çözüm:

İki sayı a ve b olsun.

$$\begin{aligned}
 \frac{a+b}{2} &= \sqrt{a \cdot b} \Rightarrow a+b = 2\sqrt{ab} \\
 &\Rightarrow (a+b)^2 = (2\sqrt{ab})^2 \\
 &\Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 4ab \\
 &\Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab = 0 \\
 &\Rightarrow (a-b)^2 = 0 \\
 &\Rightarrow a-b = 0 \\
 &\Rightarrow a = b \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Sonuç:

n tane sayının aritmetik ortalaması, geometrik ortalamasına eşit ise bu sayılar birbirine eşittir.

Örneğin, 5 tane 3 ün aritmetik ortalaması ve geometrik ortalaması 3 tür.

ÖSS MATEMATİK

Örnek:

Toplamları 24 olan üç tane sayının aritmetik ortalaması, geometrik ortalamasına eşit olduğuna göre, bu sayılardan birisinin değerini bulalım.

Çözüm:

Aritmetik ortalaması, geometrik ortalamasına eşit olduğuna göre, bu sayılar birbirine eşittir. O halde, bu sayılardan birisine x denilirse,
 $3x = 24 \Rightarrow x = 8$ dir.

F. ORANTI ÇEŞİTLERİ

1) Doğru Orantı

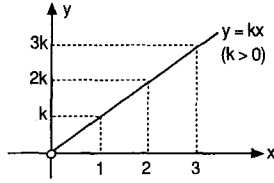
İki çokluktan biri **artarken** diğeri de **aynı oranda artıyorsa** veya biri **azalırken** diğeri de **aynı oranda azalıyorsa** bu iki çokluk **doğru orantılıdır** veya kısaca **orantılıdır** denir. **Doğru orantılı** iki çokluğun **oranı** sabittir.

y ile x doğru orantılı ise,

$$\frac{y}{x} = k \quad \text{veya} \quad y = k \cdot x \quad \text{tir.}$$

$y = k \cdot x$ in grafiği,

x	1	2	3	...
y	k	$2k$	$3k$	...



Sonuç:

x, y, z sayıları sırasıyla a, b, c sayıları ile orantılı (doğru orantılı) ise,

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = k$$

olur.

Örnek:

$(x + 2)$ ile $(y - 3)$ doğru orantılı iki çokluk olmak üzere, $x = 2$ iken $y = 1$ olduğuna göre, $y = 2$ iken x in kaç olacağını bulalım.

Çözüm:

$(x + 2)$ ile $(y - 3)$ doğru orantılı olduğundan

$$\frac{x + 2}{y - 3} \text{ oranı sabittir. Buna göre,}$$

$$\frac{x + 2}{y - 3} = \text{sabit} \Rightarrow \frac{2 + 2}{1 - 3} = \frac{x + 2}{2 - 3}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{-2} = \frac{x + 2}{-1}$$

$$\Rightarrow 2 = x + 2$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ olur.}$$

O halde, $y = 2$ iken $x = 0$ dir.

Örnek:

Bir baba 8, 9 ve 12 yaşındaki üç çocuğuna yaşlarının kareleriyle orantılı olacak şekilde harçlık veriyor. En büyük çocuğun harçlığı, en küçük çocuğun harçlığından 4 milyon lira fazla olduğuna göre, ortanca çocuğun harçlığını bulalım.

Çözüm:

Küçük çocuk, ortanca çocuk ve büyük çocuğun harçlıkları sırasıyla x, y, z olsun.

Yaşlarının kareleriyle orantılı olacak şekilde harçlık aldıklarından,

$$\frac{x}{8^2} = \frac{y}{9^2} = \frac{z}{12^2} \text{ olur.}$$

$z - x = 4$ milyon lira olduğundan,

$$\frac{z - x}{144 - 64} = \frac{y}{81} \Rightarrow \frac{4\,000\,000}{80} = \frac{y}{81}$$

$$\Rightarrow y = 4\,050\,000 \text{ liradır.}$$

Örnek:

900 bin TL ye 15 tane yumurta alınabildiğine göre, 25 tane yumurtanın kaç TL ye alınabileceğini bulalım.

Çözüm:

Yumurta sayısı ile ödenecek para miktarı orantılı olduğuna göre,

$$\frac{900\,000}{15} = \frac{x}{25} \Rightarrow x = 1\,500\,000 \text{ TL dir.}$$

O halde, 25 tane yumurta 1,5 milyon TL ye alınabilir.

Uyarı:

a ve b sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere, $y = ax + b$ eşitliğini sağlayan x ve y değerleri doğru orantılı değildir. Ancak, x in değişme miktarı ile y nin değişme miktarı orantılıdır.

Örnek:

$y = x + 3$ eşitliğini sağlayan x ve y değerlerini inceleyelim.

x	-2	0	1	3	...
y	1	3	4	6	...

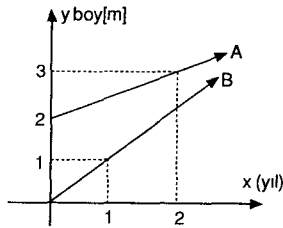
$$\frac{-2-0}{1-3} = \frac{1-(-2)}{4-1} = \frac{3-1}{6-4} = \dots \text{ sabit}$$

Görüldüğü gibi x ile y orantılı değildir. Ancak, x in artma miktarı ile y nin artma miktarı, ya da x in azalma miktarı ile y nin azalma miktarı orantılıdır.

Örnek:

Şekildeki grafik, A ve B bitkilerinin yıllara göre boylarındaki artışı göstermektedir.

Buna göre, kaçınıcı yılda iki bitkinin boylarının birbirine eşit olacağını bulalım.

**Çözüm:****1. yol:**

Grafikten, B bitkisinin boyunun yılda 1 m, A bitkisinin boyunun ise 2 yılda 1 m (yani yılda yarım metre) uzadığı görülmektedir. t . yılda B bitkisinin boyu (t) , A bitkisinin boyuna $\left(2 + \frac{t}{2}\right)$ ye eşit olsun.

$$t = 2 + \frac{t}{2} \Rightarrow \frac{t}{2} = 2 \Rightarrow t = 4 \text{ yıl}$$

O halde, 4. yılda A ve B bitkilerinin boyları eşit olur.

2. yol:

Başlangıçta, A bitkisi B bitkisinden 2 metre uzundur.

B bitkisi, A bitkisinden yılda $\frac{1}{2}$ m fazla uzadığına göre, 2 metrelik boy farkı $2 : \frac{1}{2} = 4$ yılda kapanır.

O halde, 4. yılda iki bitkinin boyları eşit olur.

2) Ters Orantı

İki çokluktan birisi **artarken** diğeri de **aynı oranda azalıyorsa** bu iki çokluk **ters orantılıdır** denir.

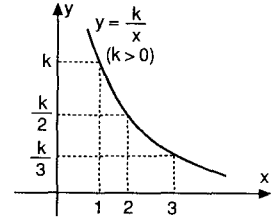
Ters orantılı iki çokluğun **çarpımı sabittir**.

y ile x ters orantılı ise,

$$y \cdot x = k \text{ veya } y = \frac{k}{x} \text{ tir.}$$

$y = \frac{k}{x}$ in grafiği,

x	1	2	3	...
y	k	$\frac{k}{2}$	$\frac{k}{3}$	...

**Sonuç:**

x, y, z sayıları sırasıyla a, b, c sayıları ile ters orantılı ise,

$$a \cdot x = b \cdot y = c \cdot z = k$$

olur.

Örnek:

a, b, c sayıları sırasıyla 2, 3, 4 sayıları ile ters orantılıdır.

$$a + b - c = 42$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamını bulalım.

Çözüm:**1. yol:**

a, b, c sayıları sırasıyla 2, 3, 4 sayıları ile ters orantılı olduğuna göre,

$$2 \cdot a = 3 \cdot b = 4 \cdot c = k \text{ olsun.}$$

$$a + b - c = 42 \Rightarrow \frac{k}{2} + \frac{k}{3} - \frac{k}{4} = 42$$

$$\Rightarrow \frac{7k}{12} = 42$$

$$\Rightarrow k = 72 \text{ dir.}$$

ÖSS MATEMATİK

$$\begin{aligned} \text{Buna göre, } a + b + c &= \frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{4} \\ &= \frac{72}{2} + \frac{72}{3} + \frac{72}{4} \\ &= 36 + 24 + 18 \\ &= 78 \text{ dir.} \end{aligned}$$

2. yol:

OKEK (2, 3, 4) = 12 olduğundan

$$2 \cdot a = 3 \cdot b = 4 \cdot c$$

eşitliğinin her tarafını 12 ile bölerek doğru orantıya dönüştürelim.

$$\frac{a}{6} = \frac{b}{4} = \frac{c}{3} = k \text{ olsun.}$$

$$k = \frac{a + b + c}{6 + 4 + 3} = \frac{a + b + c}{13}$$

$$\Rightarrow \frac{42}{7} = \frac{a + b + c}{13}$$

$$\Rightarrow 78 = a + b + c \text{ dir.}$$

3. yol:

OKEK (2, 3, 4) = 12 olduğundan orantı katsayısını 12k seçelim. O halde,

$$2 \cdot a = 3 \cdot b = 4 \cdot c = 12k \text{ olur. Buradan,}$$

$$a + b + c = 42 \Rightarrow 6k + 4k - 3k = 42$$

$$\Rightarrow k = 6 \text{ ve}$$

$$\begin{aligned} a + b + c &= 6k + 4k + 3k \\ &= 13k = 13 \cdot 6 = 78 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek:

Bir musluk, boş bir depoyu 12 saatte doldurabilmektedir. Birim zamanda musluktan akan su miktarı % 20 azaltıldığında, musluğun bu depoyu kaç saatte doldurabileceğini bulalım.

Çözüm:

Birim zamanda musluktan akan su miktarı (kapasite) ile deponun dolma süresi ters orantılıdır.

Birim zamanda musluktan akan su miktarı % 20 azaltılırsa musluk, % (100 - 20) = % 80 kapasite ile su akır.

$$\% 100 \text{ kapasite ile } \rightarrow 12 \text{ saatte doldurursa}$$

$$\% 80 \text{ kapasite ile } \rightarrow x \text{ saatte doldurur.}$$

Ters Orantı

$$100 \cdot 12 = 80 \cdot x \Rightarrow x = 15 \text{ saattir.}$$

Uyarı:

x, y, z sayıları sırasıyla a, b, c sayılarıyla ters orantılı iseler, $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ sayılarıyla doğru orantılıdır.

$$ax = by = cz \Leftrightarrow \frac{x}{\frac{1}{a}} = \frac{y}{\frac{1}{b}} = \frac{z}{\frac{1}{c}} \text{ dir.}$$

Örnek:

a, b, c sayıları sırasıyla $\frac{1}{2}, 2$ ve 3 sayılarıyla ters

orantılı olduğuna göre; a, b, c sayılarının hangi sayılarla doğru orantılı olduğunu bulalım.

Çözüm:

1. yol:

a, b, c sayıları sırasıyla $\frac{1}{2}, 2$ ve 3 ile ters orantılı

ise sırasıyla bu sayıların çarpmaya göre tersleriyle

yani $2, \frac{1}{2}$ ve $\frac{1}{3}$ ile doğru orantılıdır.

Kesirden kurtarmak için bu sayılar 6 ile çarpılırsa a, b, c sayıları sırasıyla $12, 3$ ve 2 ile doğru orantılı olur.

2. yol:

$$\frac{1}{2} \cdot a = 2 \cdot b = 3 \cdot c \text{ eşitliğinin her tarafı 6 ile bölünürse,}$$

$$\frac{a}{12} = \frac{b}{3} = \frac{c}{2} \text{ olarak bulunur.}$$

O halde, $a : b : c = 12 : 3 : 2$ olur.

Örnek:

$$3x = 4y = 5z$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{1}{12}$$

olduğuna göre, x in değerini bulalım.

Çözüm:

$$3x = 4y = 5z = k \Leftrightarrow \frac{3}{\frac{1}{x}} = \frac{4}{\frac{1}{y}} = \frac{5}{\frac{1}{z}} = k$$

$$\Rightarrow \frac{3 + 4 + 5}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}} = k = 3x$$

$$\Rightarrow \frac{2}{\frac{1}{12}} = 3x \Rightarrow x = 8 \text{ dir.}$$

Örnek:

Özdeş 7 tane musluk bir depoyu 12 saatte doldurabildiğine göre, bu musluklardan 4 tanesinin aynı depoyu kaç saatte doldurabileceğini bulalım.

Çözüm:

Musluk sayısı azaldıkça deponun dolma süresi aynı oranda artacağından, musluk sayısı ile deponun dolma süresi ters orantılıdır. Buna göre,

$$\begin{array}{l} 7 \text{ musluk} \rightarrow 12 \text{ saatte doldurursa} \\ 4 \text{ musluk} \rightarrow x \text{ saatte doldurur.} \end{array}$$

Ters Orantı

$$7 \cdot 12 = 4 \cdot x \Rightarrow x = 21 \text{ saat olur.}$$

Uyarı:

Problemlerde orantı kurulurken, aynı cinsten çokluklar alt alta gelecek şekilde yazılır. Doğru orantı için çarpaz, ters orantı için paralel oklar çizilir. Daha sonra oklar yönünde çarpma işlemi yapıp elde edilen iki çarpım eşitlenir.

Örnek:

6 işçi, günde 10 ar saat çalışarak 3 günde 30 m² halı dokuyabildiğine göre, 5 işçinin günde 6 şar saat çalışarak 20 m² halıyı kaç günde dokuyabileceğini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{l} 6 \text{ işçi} \rightarrow 10 \text{ ar saat} \rightarrow 3 \text{ günde} \rightarrow 30 \text{ m}^2 \text{ dokursa} \\ 5 \text{ işçi} \rightarrow 6 \text{ şar saat} \rightarrow x \text{ günde} \rightarrow 20 \text{ m}^2 \text{ dokur.} \end{array}$$

Ters Orantı Ters Orantı Doğru Orantı

$$6 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 20 = 5 \cdot 6 \cdot x \cdot 30$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ gündür.}$$

Uyarı:

İş problemlerinde, kapasite, zaman, işçi sayısı v.b. gibi bütün değişkenler yapılan işle doğru orantılı olduğundan, yapılan işin diğer değişkenlerin çarpımına oranı sabittir.

$$\frac{\text{Birinci iş}}{\text{İkinci iş}} = \frac{\text{Birinci iş ile ilgili diğer verilerin çarpımı}}{\text{İkinci iş ile ilgili diğer verilerin çarpımı}}$$

Örnek:

8 işçi, 20 m² duvarı 3 saatte örerse, 6 işçinin 30 m² duvarı kaç saatte öreceğini bulalım.

Çözüm:

Yapılan işin diğer değişkenlerin çarpımına oranı sabit olduğundan,

$$\frac{20}{8 \cdot 3} = \frac{30}{6 \cdot x} \Rightarrow x = 6 \text{ saat olur.}$$

O halde, 6 işçi 30 m² duvarı 6 saatte örebilir.

3) Bileşik Orantı

y sayısı; x ile doğru, z ile ters orantılı ise,

$$\frac{y \cdot z}{x} = k \text{ dır.}$$

Örnek:

a sayısı (b + 2) ile doğru, c ile ters orantılıdır.

a = 6, b = 1 iken c = 3 olduğuna göre, b = 2, c = 12 iken a'nın kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

a sayısı (b + 2) ile doğru, c ile ters orantılı olduğundan

$$\text{dan } \frac{a \cdot c}{b + 2} \text{ oranı sabittir.}$$

Buna göre,

$$\frac{6 \cdot 3}{1 + 2} = \frac{a \cdot 12}{2 + 2}$$

$$\Rightarrow a = 2 \text{ dir.}$$

ÇÖZÜMLÜ TEST

1. $\frac{a}{b} = \frac{2}{7}$ olduğuna göre, $\frac{3a + 2b}{5a - 2b}$ ifadesinin değeri kaçtır?
- A) -5 B) -4 C) -2 D) 1 E) 2

2. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 4$ olduğuna göre,
- $$\left(\frac{b+d}{a+c} \right) \cdot \left(\frac{2a-c}{2b-d} \right)$$
- ifadesinin değeri kaçtır?
- A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $\frac{a+3}{c+1} = \frac{c+3}{b+1} = \frac{b+3}{a+1} = 7$ orantısı veriliyor.
- Buna göre, $a + b + c$ toplamının değeri kaçtır?
- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = 2$ orantısı veriliyor.
- $$2x + y - z = 40$$
- $$b = c + 2$$
- olduğuna göre, a kaçtır?
- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

5. $\frac{a}{a-1} = \frac{b}{b-2} = \frac{c}{c-3}$ orantısı veriliyor.
- Buna göre, $\frac{a+b}{c}$ oranı kaçtır?
- A) -1 B) 1 C) $-\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

6. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 3$ olduğuna göre, $\frac{ac - ae + ce}{bd + df - bf}$ oranı kaçtır?
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{9}$ C) 1 D) 3 E) 9

7. a, b, c sıfırdan farklı reel sayılardır.

- $$\frac{a}{-1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3}$$
- orantısı veriliyor.
- $$b^2 - c^2 = 10 \cdot a$$
- olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

8. $\frac{x+y-z}{2} = \frac{y+z-x}{3} = \frac{z+x-y}{5}$ olduğuna göre, x, y, z sayıları sırasıyla aşağıdakilerden hangisi olabilir?
- A) 1, 2, 3 B) 1, 2, 4 C) 4, 5, 8 D) 7, 5, 8 E) 4, 8, 7

9. Satın aldığı 25 tane kalem için 3 milyon TL ödeyen bir öğrenci, 30 tane kalem satın alsaydı kaç TL daha ödemesi gerekirdi?

A) 750 000 B) 700 000 C) 650 000
D) 600 000 E) 500 000

10. $\frac{a+b}{b} = \frac{c-d}{c} = \frac{e+f}{e} = \frac{4}{3}$

olduğuna göre, $\frac{a \cdot c \cdot f}{b \cdot d \cdot e}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{27}$ C) $-\frac{1}{3}$
D) $-\frac{1}{9}$ E) -3

11. A sayısı 2 ile doğru, 3 ile ters orantılı olarak iki parçaya ayrılıyor.

Bu parçaların farkının mutlak değerinin A cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2A}{7}$ B) $\frac{3A}{7}$ C) $\frac{4A}{7}$
D) $\frac{5A}{7}$ E) $\frac{6A}{7}$

12. $\frac{a-3}{a+3} = \frac{b-c}{b+c}$

olduğuna göre, $\frac{a \cdot c}{b}$ oranı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. A, B ve C maddeleri ile oluşturulan bir karışımda; A, B, C maddelerinin miktarları arasında,

$$3A = C \quad \text{ve} \quad \frac{C}{B} = \frac{3}{8}$$

şeklinde orantılar vardır.

Karışıma 3 gr daha A maddesi eklenirse orantının bozulmaması için B maddesinden kaç gr daha eklenmelidir?

A) 11 B) 12 C) 15 D) 24 E) 32

14. Toplamları 231 olan a, b, c sayıları sırasıyla 3 ve 5 ile doğru, 4 ile ters orantılıdır.

Buna göre, b - a kaçtır?

A) 77 B) 70 C) 56 D) 50 E) 42

15. Yandaki tablo, bir işyerinde çalışanların sayısı ve çalışanların yaşlarını göstermektedir.

Yaş	20	21	22	25
İşçi sayısı	5	3	9	14

Bu işyerinden seçilen 15 kişinin yaş ortalaması 22 olduğuna göre, geriye kalanlardan en az kaç 25 yaşındadır?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

16. a, b, c sıfırdan farklı pozitif sayılardır.

$$ab = \frac{1}{2}, \quad cd = 3, \quad a = \frac{3}{2}c$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) a ile b doğru orantılıdır.
B) b ile c ters orantılıdır.
C) a ile d doğru orantılıdır.
D) a ile c ters orantılıdır.
E) b ile d ters orantılıdır.

17. Belli bir miktar ot 5 ineğe 10 gün, 10 kuzuya 40 gün yetiyor.

Buna göre, 1 inek 20 kuzunun 20 günde yediği otu kaç günde yer?

A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

18. n kişilik bir ailenin bugünkü yaşlarının ortalaması 20 dir.

Ailenin aynı bireylerinin yaşlarının ortalaması; x yıl sonra 25, bugünden y yıl sonra ise 30 olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

19. a ile b sayılarının aritmetik ortalaması 3 tür.

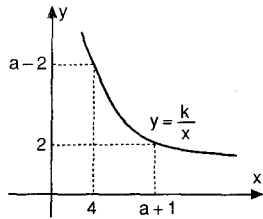
$\frac{2}{a}$ ve $\frac{2}{b}$ nin geometrik ortalaması 2

olduğuna göre, $a^2 + b^2$ nin değeri kaçtır?

A) 38 B) 34 C) 30 D) 28 E) 25

20. Ters orantılı x ve y çokluklarına ait grafik şekilde verilmiştir.

Şekilde verilenlere göre, a kaçtır?



A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

21. Bir musluk, bir havuzu, hergün bir önceki günün 2 katı hızla su akıtarak 4 günde doldurmaktadır.

Bu musluk, ilk günkü hızıyla su akıtarak 5 günde, bu havuzun kaçta kaçını doldurabilir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{7}$

22. Birbirini çeviren üç dişli çarktan en küçüğü, 100 devir yaptığında en büyüğü 60, diğeri ise 75 devir yapmaktadır.

En büyük çarkın çapı, en küçüğünkünden 16 cm fazla olduğuna göre, diğer çarkın çapı kaç cm dir?

A) 20 B) 24 C) 32 D) 36 E) 40

23. a ile b nin geometrik ortası $3\sqrt{3}$, a ile c nin geometrik ortalaması $2\sqrt{6}$, b ile c nin geometrik ortası $6\sqrt{2}$ olduğuna göre; a , b ve c nin geometrik ortası kaçtır?

A) 4 B) $4\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{6}$ D) $4\sqrt{6}$ E) 6

24. Bir terzi 4 günde 9 elbise, kalfası ise 6 günde 5 elbise dikebilmektedir.

Buna göre, ikisi birlikte 111 tane elbiseyi kaç günde dikebilirler?

A) 24 B) 28 C) 32 D) 36 E) 40

25. Yaşlarının ortalaması 29,5 olan bir topluluktaki erkeklerin yaşlarının ortalaması 30, bayanların yaşlarının ortalaması 28 olduğuna göre, bu topluluktakilerin yüzde kaç bayandır?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

TESTİN ÇÖZÜMLERİ

1. 1. yol:

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{7} \Rightarrow 2b = 7a \text{ olduğundan}$$

2b yerine 7a yazılırsa,

$$\frac{3a + 2b}{5a - 2b} = \frac{3a + 7a}{5a - 7a} = \frac{10a}{-2a}$$

$$= -5 \text{ tir.}$$

2. yol:

5a - 2b ≠ 0 olmak şartıyla $\frac{a}{b} = \frac{2}{7}$ şartını sağla-

yan uygun a ve b değerleri (örneğin; a = 2, b = 7) seçip, değeri istenen ifadede yerine yazalım.

$$\frac{3a + 2b}{5a - 2b} = \frac{3 \cdot 2 + 2 \cdot 7}{5 \cdot 2 - 2 \cdot 7} = \frac{6 + 14}{10 - 14}$$

$$= -5 \text{ tir.}$$

Cevap: A

2. 1. yol:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 4 \text{ orantısında oranların paylarının}$$

toplamı, paydalarının toplamına bölünürse, oran 4 tür. Buna göre,

$$\frac{2a - c}{2b - d} = 4 \text{ ve } \frac{a + c}{b + d} = 4 \Rightarrow \frac{b + d}{a + c} = \frac{1}{4}$$

$$\text{olduğundan } \left(\frac{b + d}{a + c} \right) \cdot \left(\frac{2a - c}{2b - d} \right) = \frac{1}{4} \cdot 4 = 1 \text{ dir.}$$

2. yol:

a + c ≠ 0 ve 2b - d ≠ 0 olmak üzere,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 4 \text{ şartını sağlayan uygun a, b, c ve}$$

d değerleri (örneğin; a = 4, b = 1, c = 4, d = 1) seçip değeri istenen ifadede yerine yazalım.

$$\left(\frac{b + d}{a + c} \right) \cdot \left(\frac{2a - c}{2b - d} \right) = \left(\frac{1 + 1}{4 + 4} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot 4 - 4}{2 \cdot 1 - 1} \right)$$

$$= \frac{2}{8} \cdot \frac{4}{1} = 1 \text{ dir.}$$

Cevap: B

3. 1. yol:

Verilen orantıda oranların paylarının toplamının paydalarının toplamına oranı 7 dir. Buna göre,

$$\frac{a + 3}{c + 1} = \frac{c + 3}{b + 1} = \frac{b + 3}{a + 1} = 7$$

$$\Rightarrow \frac{(a + b + c) + 9}{(a + b + c) + 3} = 7$$

$$\Rightarrow (a + b + c) + 9 = 7 \cdot (a + b + c) + 21$$

$$\Rightarrow 6 \cdot (a + b + c) = -12 \Rightarrow a + b + c = -2 \text{ dir.}$$

2. yol:

$$\frac{a + 3}{c + 1} = \frac{c + 3}{b + 1} = \frac{b + 3}{a + 1} = 7$$

$$\Rightarrow a + 3 = 7c + 7 \Rightarrow a - 7c = 4$$

$$c + 3 = 7b + 7 \Rightarrow c - 7b = 4$$

$$b + 3 = 7a + 7 \Rightarrow b - 7a = 4$$

$$+ \quad -6(a + b + c) = 12$$

$$\Rightarrow a + b + c = -2 \text{ dir.}$$

Cevap: A

$$4. \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = 2 \Rightarrow \frac{2x + y - z}{2a + b - c} = 2$$

2x + y - z = 40 ve b = c + 2 olduğuna göre,

$$\Rightarrow \frac{40}{2a + (c + 2) - c} = 2$$

$$\Rightarrow 40 = 4a + 4$$

$$\Rightarrow 4a = 36$$

$$\Rightarrow a = 9 \text{ dur.}$$

Cevap: E

$$5. \frac{a}{a - 1} = \frac{b}{b - 2} \Rightarrow ab - 2a = ab - b$$

$$\Rightarrow b = 2a \text{ ve}$$

$$\frac{a}{a - 1} = \frac{c}{c - 3} \Rightarrow ac - 3a = ac - c$$

$$\Rightarrow c = 3a$$

$$\text{olduğundan, } \frac{a + b}{c} = \frac{a + 2a}{3a} = 1 \text{ dir.}$$

Cevap: B

ÖSS MATEMATİK

$$6. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 3 \Rightarrow \frac{ac}{bd} = \frac{-ae}{-bf} = \frac{ce}{df} = 9$$

$$\Rightarrow \frac{ac - ae + ce}{bd - bf + df} = 9 \text{ olur.}$$

Cevap: E

$$7. \frac{a}{-1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} \Rightarrow a^2 = \frac{b^2}{4} = \frac{c^2}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{b^2 - c^2}{4 - 9} = a^2$$

$$\Rightarrow \frac{10.a}{-5} = a^2 \quad (a \neq 0)$$

$$\Rightarrow a = -2 \text{ ve}$$

b = 4, c = 6 bulunur.

O halde, a + b + c = 8 dir.

Cevap: D

$$8. \frac{x+y-z}{2} = \frac{y+z-x}{3} = \frac{z+x-y}{5} = k \text{ olsun.}$$

$$x + y - z = 2k \dots (1)$$

$$y + z - x = 3k \dots (2)$$

$$+ z + x - y = 5k \dots (3)$$

$$x + y + z = 10k \dots (4) \text{ olduğundan}$$

$$(4) - (2) \text{ den } x = \frac{7}{2} k$$

$$(4) - (3) \text{ ten } y = \frac{5}{2} k$$

$$(4) - (1) \text{ den } z = 4k$$

olduğundan k = 2 seçilirse,

x : y : z = 7 : 5 : 8 olur.

7, 5, 8 ile orantılı olan sadece (D) dir.

Cevap: D

9. Kalem sayısı ile satın alınan kaleme ödenecek para doğru orantılıdır.

Bir öğrenci, 30 - 25 = 5 tane kalem daha fazla alırsa,

$\left(\frac{5}{25} = \frac{1}{5} \right)$ oranında daha fazla kalem alırsa bu öğrencinin ödemesi gereken para da $\frac{1}{5}$ oranında artar. (Doğru orantılı olduğundan) O halde, bu öğrenci otuz kalem alırsa,

$$3\,000\,000 \cdot \frac{1}{5} = 600\,000 \text{ TL daha ödemelidir.}$$

Cevap: D

$$10. \frac{a+b}{b} = \frac{a}{b} + 1 = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{3},$$

$$\frac{c-d}{c} = 1 - \frac{d}{c} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{d}{c} = -\frac{1}{3},$$

$$\frac{e+f}{e} = 1 + \frac{f}{e} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{f}{e} = \frac{1}{3},$$

$$\Rightarrow \frac{a \cdot c \cdot f}{b \cdot d \cdot e} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{f}{e}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot (-3) \cdot \frac{1}{3} = -\frac{1}{3} \text{ tür.}$$

Cevap: C

11. A = x + y olmak üzere,

$$x = 2k \text{ ve } y = \frac{k}{3} \text{ olsun. Buna göre,}$$

$$2k + \frac{k}{3} = A \Rightarrow k = \frac{3A}{7} \text{ olduğundan}$$

$$-y| = 2k - \frac{k}{3} \Rightarrow x - y = \frac{5}{3} \cdot k$$

$$= \frac{5}{3} \cdot \frac{3A}{7}$$

$$= \frac{5A}{7} \text{ dir.}$$

Cevap: D

$$12. \frac{a-3}{a+3} = \frac{b-c}{b+c}$$

$$\Rightarrow ab + ac - 3b - 3c = ab - ac + 3b - 3c$$

$$\Rightarrow 2ac = 6b \Rightarrow \frac{ac}{b} = 3 \text{ tür.}$$

Cevap: C

$$13. 3A = C \text{ ve } \frac{C}{B} = \frac{3}{8}$$

olduğundan karışıma 3 gr A maddesinden eklenirse, C maddesinden,
 $C = 3 \cdot A$ ise $C = 3 \cdot 3 = 9$ gram ve B maddesinden,

$$\frac{C}{B} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{9}{B} = \frac{3}{8} \Rightarrow B = 24 \text{ gram}$$

eklenmelidir.

Cevap: D

14. Problemden verilenlere göre,

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = 4c \Rightarrow \frac{a}{12} = \frac{b}{20} = c \text{ olsun.}$$

a, b, c sayılarının toplamı 231 olduğundan,

$$\frac{a+b+c}{12+20+1} = c \Rightarrow \frac{231}{33} = c$$

$$\Rightarrow c = 7 \text{ ve}$$

$$b = 140, a = 84 \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$b - a = 140 - 84 = 56 \text{ dir.}$$

Cevap: C

$$15. \frac{20+21}{2} \neq 22, \frac{20+25}{2} \neq 22, \frac{21+25}{2} \neq 22$$

$$\text{ve } \frac{20+21+25}{3} = 22 \text{ olduğundan,}$$

gruba seçilenlerin yaş ortalamasının 22 olması için 20, 21 ve 25 yaşındakilerden eşit sayıda seçim yapılmalıdır. Buna göre, 21 yaşında 3 kişi olduğundan 20, 21 ve 25 yaşında üçer kişi (toplam 9) ve 22 yaşında 6 kişi seçilirse geriye kalanlardan yaşı 25 olanların sayısı en az $14 - 3 = 11$ olur.

Cevap: B

16. Bölümü sabit olan iki çokluk doğru orantılı, çarpımı sabit olan iki çokluk ise ters orantılıdır. Buna göre,

$$ab = \frac{1}{2} \Rightarrow a \text{ ile } b \text{ ters orantılı,}$$

$$a = \frac{3}{2}c \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{3}{2} \Rightarrow a \text{ ile } c \text{ doğru orantılı,}$$

$$\frac{ab}{a} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3c}{2}} \Rightarrow bc = \frac{1}{3} \Rightarrow b \text{ ile } c \text{ ters orantılı,}$$

$$\frac{cd}{\frac{3}{2}c} = \frac{3}{a} \Rightarrow ad = \frac{9}{2} \Rightarrow a \text{ ile } d \text{ ters orantılı,}$$

$$\frac{ad}{ab} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{d}{b} = 9 \Rightarrow b \text{ ile } d \text{ doğru orantılı,}$$

Cevap: B

17. $10 \cdot 40 = 20 \cdot 20$ olduğundan 20 kuzunun 20 günde yediği otu 10 kuzu 40 günde (yani 5 inek 10 günde) yiyebilir. Buna göre, 5 ineğin 10 günde yediği otu 1 inek 50 günde yiyebilir. (Ters orantı)

Cevap: D

ÖSS MATEMATİK

18. Yaş ortalaması 20 olan bir ailenin 5 yıl sonraki yaş ortalaması 25 ($x = 5$) ve bugünden 10 yıl sonraki yaş ortalaması 30 ($y = 10$) olduğundan $x + y = 5 + 10 = 15$ tir.

Cevap: A

19. $\frac{a+b}{2} = 3 \Rightarrow a+b = 6$

$$\sqrt{\frac{2}{a} \cdot \frac{2}{b}} = 2 \Rightarrow \frac{4}{ab} = 4$$

$$\Rightarrow ab = 1 \text{ ve}$$

$$(a+b)^2 = 6^2 \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 36$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + 2 \cdot 1 = 36$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 34 \text{ tür.}$$

Cevap: B

20. x ve y ters orantılı olduğundan $x \cdot y$ çarpımı sabittir.

Şekildeki grafikten,

$$x = 4 \text{ için } y = a - 2 \text{ ve}$$

$$x = a + 1 \text{ için } y = 2$$

olduğundan çarpımlarını eşitlersek,

$$4 \cdot (a - 2) = (a + 1) \cdot 2 \Rightarrow 4a - 8 = 2a + 2$$

$$\Rightarrow 2a = 10$$

$$\Rightarrow a = 5 \text{ tir.}$$

Cevap: D

21. Kapasite (birim zamanda yapılan iş) ile yapılan iş miktarı doğru orantılı olduğundan, musluktan birinci günde havuza akan su miktarına x birim dersek; ikinci günde $2x$, üçüncü günde $4x$, dördüncü günde $8x$ ve dördüncü günün sonunda toplam, $x + 2x + 4x + 8x = 15x$ birim su ile havuz dolmuş olur.

Günde x birim su akıtılarak 5 günde $5x$ birim su doldurulabileceğine göre, havuzun

$$\frac{5x}{15x} = \frac{1}{3} \text{ ü dolar.}$$

Cevap: A

22. Eş çalışan iki çarktan büyük olan daha az döneceğinden devir sayısı ile çap ters orantılıdır. Buna göre, bu dişlilerin çapları küçükten büyüğe doğru sırasıyla x , y ve z olsun.

Problemde verilenlere göre,

OKEK (100, 75, 60) = 300 olduğundan orantı katsayısı 300k seçilerek

$$100 \cdot x = 75 \cdot y = 60 \cdot z = 300k$$

şeklinde bir orantı yazılırsa,

$$z - x = 16 \Rightarrow 5k - 3k = 16$$

$$\Rightarrow k = 8 \text{ ve}$$

ortanca çarkın çapı, $4k = 32$ cm olarak bulunur.

Cevap: C

23. $\sqrt{ab} = 3\sqrt{3} \Rightarrow ab = 27 = 3.9$

$$\sqrt{ac} = 2\sqrt{6} \Rightarrow ac = 24 = 3.8$$

$$\sqrt{bc} = 6\sqrt{2} \Rightarrow bc = 72 = 9.8$$

$$(abc)^2 = 3^2 \cdot 9^2 \cdot 8^2$$

$$\Rightarrow a \cdot b \cdot c = 3.9.8$$

$$\sqrt[3]{abc} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2^3}$$

$$= 3.2 = 6 \text{ dir.}$$

Cevap: E

24. 1. yol:

4 ve 6'nın en küçük ortak katı 12 olduğundan terzinin ve kalfasının 12 günde toplam kaç elbise dikebileceğini bulalım.

Çalışma süresiyle yapılan iş doğru orantılı olduğundan; terzi 4 günde 9 elbise dikerse 12 günde $9 \cdot 3 = 27$ elbise, kalfası 6 günde 5 elbise dikerse 12 günde $5 \cdot 2 = 10$ elbise dolayısıyla ikisi birlikte 12 günde $27 + 10 = 37$ elbise diker.

$$\begin{array}{ccc} 37 \text{ elbiseyi} & \searrow & 12 \text{ günde dikerlerse} \\ 111 \text{ elbiseyi} & \swarrow & x \text{ günde dikerler} \end{array}$$

Doğru Orantı

$$\frac{37}{111} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = 36 \text{ gün}$$

2. yol:

Terzi ve kalfası 1 günde toplam,

$$\left(\frac{9}{4} + \frac{5}{6} \right) \text{ elbise dikebileceğinden } 111 \text{ elbi-}$$

seyi x günde dikerlerse,

$$\left(\frac{9}{4} + \frac{5}{6} \right) \cdot x = 111 \Rightarrow x = 36 \text{ gün}$$

olarak bulunur.

Cevap: D

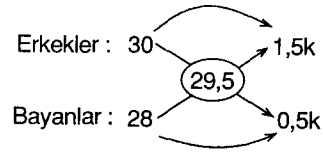
25. 1. yol:

Erkeklerin sayısı e , bayanların sayısı b olsun. Problemde verilenlere göre,

$$\begin{aligned} 30 \cdot e + 28 \cdot b &= 29,5 \cdot (e + b) \Rightarrow 0,5e = 1,5b \\ &\Rightarrow e = 3b \end{aligned}$$

olduğundan $b = 1$ seçilirse $e = 3$ ve $1 + 3 = 4$ kişiden biri bayan olduğundan topluluktakilerin

$$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} \text{ ü (\% 25 i) bayandır.}$$

2. yol:

Yukarıdaki şemadan erkeklerin sayısı $1,5k$ ve bayanların sayısı $0,5k$ olduğundan topluluktaki ($0,5k + 1,5k = 2k$ daki) bayanların oranı

$$\frac{0,5k}{2k} = \% 25 \text{ tir.}$$

Cevap: B

CEVAPLI TEST – 1

1. $\frac{a-b}{b} = 3$
olduğuna göre, $\frac{a+b}{a}$ oranı kaçtır?
A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{5}$

2. a, b, c doğal sayılardır.
 $\frac{a}{c} = \frac{4}{9}$ ve $\frac{b}{c} = \frac{7}{6}$
olduğuna göre, $\frac{a+c}{b-a}$ oranı kaçtır?
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

3. Bir kümesteki tavukların, tavşanların ve hindilerin sayısı sırasıyla 0,3 , 0,6 ve 0,9 sayılarıyla orantılıdır.

Buna göre, bu kümesteki tavukların, tavşanların ve hindilerin toplam sayısı en az kaç olabilir?

- A) 5 B) 6 C) 12 D) 16 E) 18

4. $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$ ve $\frac{y}{z} = \frac{2}{3}$
olduğuna göre, $\frac{x^2 + y^2 - z^2}{xy - yz + xz}$ kaçtır?
A) 13 B) 4 C) 0 D) -4 E) -13

5. $\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{6}$
 $a - 2b + 3c = 480$
olduğuna göre, a kaçtır?
A) 40 B) 60 C) 80 D) 90 E) 120

6. $a - b \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{a+b}{a} = x \quad \text{ve} \quad \frac{a+b}{b} = y$$

olduğuna göre, $\frac{a+b}{a-b}$ kesrinin x ve y türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x}{x+y}$ B) $\frac{y}{x-y}$ C) $\frac{x \cdot y}{x-y}$
D) $\frac{x-y}{x+y}$ E) $\frac{x+y}{y-x}$

7. $\frac{a+1}{2} = \frac{b+1}{3} = \frac{c+1}{4}$
 $b+c-a=19$

olduğuna göre, $a+b+c$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 22 B) 28 C) 33 D) 35 E) 38

8. $a - ab = \frac{2}{3}$
 $b - b^2 = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, $\frac{3a+4b}{a+2b}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{12}{5}$ E) $\frac{6}{5}$

9. x ve y sayıları sırasıyla 2 ve 3 ile doğru, z sayısı da 4 ile ters orantılıdır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi sırasıyla x, y, z sayılarıyla ters orantılıdır?

- A) 4, 3, 2 B) 6, 4, 3 C) 3, 2, 6
D) 3, 2, 24 E) 2, 3, 6