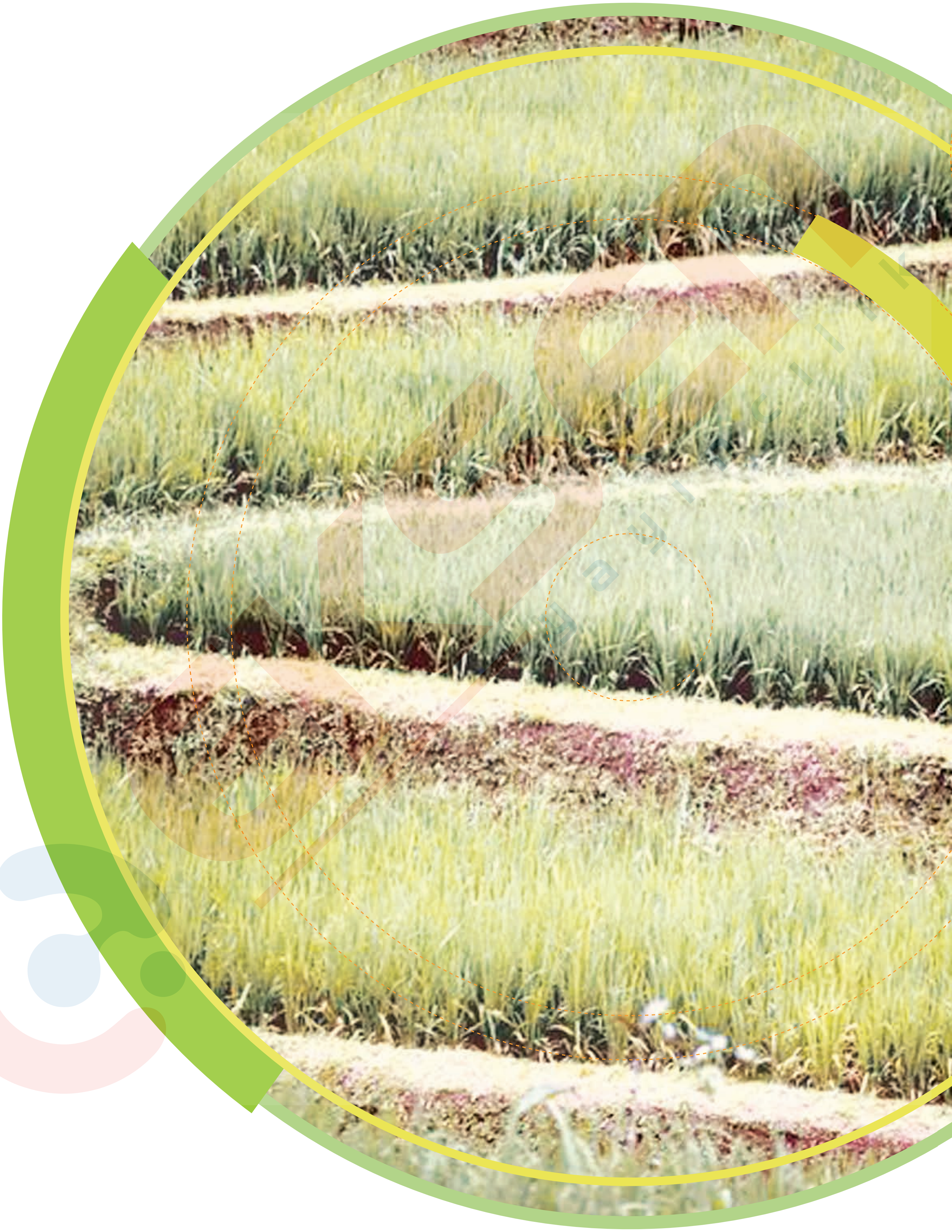


01 GEOMETRİK KAVRAMLAR VE DOĞRUDA AÇILAR

- Geometri, basit gibi görünen birkaç kavramla başlar.
- Aynı yerden başlayan iki ışın bir açı oluşturur.
- Bir açının kaç derece olduğunu gözünüzle ölçmeyi denediniz mi?
- Açıyı iki eş parçaya ayıran çizgi: Açıortay
- Komşu açılar gerçekten komşu mudur?
- Açıları önce ölçülerine göre gruplayalım.
- Ters açı, tümler açı, bütünler açı
- Paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılar.

YÖRÜNGEDEKİ KAVRAMLAR

- nokta s. 11
- doğru s. 11
- noktaların doğrusallığı s. 11
- düzlem s. 11
- doğru parçası s. 12
- ışın s. 13
- açı s. 14
- açıortay s. 15

GEOMETRİK KAVRAMLAR VE DOĞRUDA AÇILAR

1.1 *Geometri, basit gibi görünen birkaç kavramla başlar.*

Geometri, latince bir kelime olup yer ölçüsü manasına gelmektedir. İnsanların, gördükleri tüm eşyayı ölçme ihtiyacından doğmuştur. Tarih boyunca, medeniyetlerin katkılarıyla ölçme teknikleri geliştirilerek bugünkü geometri bilimine ulaşılmıştır.

Geometri tekniklerini iyi öğrenebilmek için, geometri ile ilgili kavramları iyice anlamanız gerekir.

1. Nokta: Nokta, geometrinin en temel kavramıdır ve tanımsızdır. Eni, boyu ve yüksekliği yoktur. Büyük harflerle adlandırılır.

Noktayı, ince uçlu bir kalemin ucunun kağıda dokundurulduğunda bıraktığı iz olarak düşünebilirsiniz.

A . ⟶ "A noktası" diye okunur.

Bir kağıdı, kat yerleri kesişecek biçimde dörde katlayıp açınız. Kat yerlerinin kesişimi, nokta kavramı için iyi bir modeldir.

2. Doğru: Noktada olduğu gibi, doğrunun da bir tanımı yoktur. Bir kağıdı iyice katlayıp açtığımızda elde edilen kat yeri doğruyu modeller. Doğrunun sadece boyu vardır ve her iki yönde sonsuza uzar.

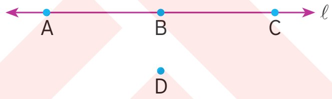
A ve B noktalarından geçen şekildeki doğru AB olarak gösterilir ve "AB doğrusu" olarak okunur. A ve B noktalarının ikisinden şekilde verilen doğrudan başka bir doğru da geçmez. Çünkü iki noktadan yalnız bir doğru geçer.

Doğrular bazen küçük harflerle de gösterilebilir.

"d doğrusu"

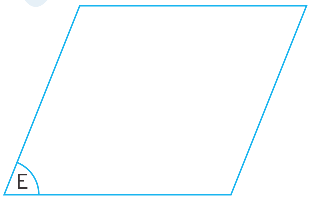
Aşağıdaki şekilde verilen ℓ doğrusu A noktasından geçtiği için, "A noktası ℓ doğrusu üzerindedir." denir ve $A \in \ell$ şeklinde gösterilir. B noktası ℓ doğrusu üzerinde olmadığı için, bu durum $B \notin \ell$ şeklinde gösterilir.

Noktaların doğrusallığı



Şekildeki ℓ doğrusu üzerinde verilen A, B, C noktaları aynı doğru üzerinde bulunduğundan "A, B ve C noktaları doğrusaldır." denir. A, B ve D noktaları ya da B, C ve D noktaları aynı doğru üzerinde bulunamayacağı için bu noktalar doğrusal değildir. A, C ve D noktalarının üçünden de geçen bir doğru çizebilir misiniz?

3. Düzlem: Düzlem de nokta ve doğru gibi tanımsız bir terimdir. Düzgün bir masanın yüzeyini zihninizde sınırsız olarak büyütünüz. O kadar çok büyütün ki kenarları artık gözükmez olsun. Zihninizde oluşan kalınlıksız yüzey, düzlem için iyi bir modeldir.



"E düzlemi"

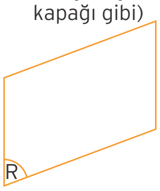
Düzlemler paralelkenar ile gösterilir.

E, F, K, ... gibi büyük harflerle adlandırılır.

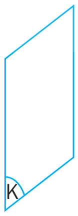
Düzlemler de doğru ve noktalar gibi farklı konumlarda bulunabilirler. Aşağıdaki durumları inceleyiniz.

Düşey düzlem (karşımızdaki duvar gibi)

Eğik düzlem (biraz açılmış kitap kapağı gibi)



Düşey düzlem (odanızın açık kapısı gibi)



Yatay düzlem (masamızın üzeri gibi)

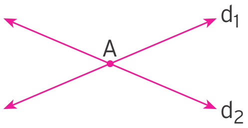
Doğruların paralelliği

Aynı düzlem üzerine çizilen ve birbiriyle kesişmeyen doğrulara paralel doğrular denir.

d_1 // d_2 ise d_1 ile d_2 hiç bir noktada kesişmez.

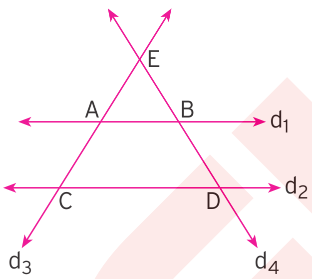
Doğruların kesişmesi

İki doğru ortak tek bir noktaya sahipse, bu doğrulara kesişen doğrular denir.



d_1 ve d_2 doğruları A noktasında kesişiyorsa, bu durum $d_1 \cap d_2 = \{A\}$ şeklinde gösterilir. A noktası doğruların ortak noktasıdır.

örnek soru



Yandaki şekilde, d_1, d_2, d_3 ve d_4 doğruları verilmiştir.

d_1 // d_2 olduğuna göre,

a) $d_1 \cap d_3$ b) $d_2 \cap d_4$

c) $d_3 \cap d_4$ b) $d_1 \cap d_2$

ifadelerinin eşitini bulalım.

çözüm

a) d_1 ve d_3 doğruları A noktasında kesiştiğine göre, A noktası bu doğruların ortak noktasıdır.

Dolayısıyla $d_1 \cap d_3 = \{A\}$ olur.

b) Şekli incelediğimizde d_2 ve d_4 doğrularının D noktasında kesiştiği görülür.

O halde, $d_2 \cap d_4 = \{D\}$

c) d_3 ve d_4 doğruları E noktasında kesiştiği için $d_3 \cap d_4 = \{E\}$ olur.

d) d_1 // d_2 verildiğine göre, d_1 ile d_2 paralel doğrulardır. Paralel doğrular kesişmediği için kesişimleri boş kümedir. Bu durum $d_1 \cap d_2 = \emptyset$ şeklinde gösterilir.

4. Doğru Parçası: Bir doğru üzerindeki iki nokta ve bu noktalar arasında kalan noktaların birleşimine doğru parçası denir.

Şekildeki doğru parçası [AB] sembolüyle gösterilir ve "AB doğru parçası" şeklinde okunur.

A ve B noktaları arasındaki uzaklık yani, [AB] doğru parçasının uzunluğu mutlak değer sembolleriyle, |AB| biçiminde gösterilir.

örnek soru

Yandaki şekilde, A, B ve C noktaları doğrusaldır.

|AB| = 2|BC| ve |AC| = 15 cm olduğuna göre, |AB| kaç cm dir?

çözüm

|AB| = 2|BC| yani |AB| uzunluğu |BC| uzunluğunun 2 katı olduğundan |BC| = k cm alınırsa, |AB| = 2k cm olur.

|AC| uzunluğu |AB| ve |BC| uzunluklarının toplamıdır.

Dolayısıyla, |AC| = |AB| + |BC| = 15 cm

$2k + k = 15$

$3k = 15$

$k = 5$ cm olur.

O halde, $|AB| = 2k = 2 \cdot 5 = 10$ cm bulunur.

örnek soru

Yandaki şekilde, A, B ve C noktaları doğrusaldır.

3|AB| = 2|BC| ve |AC| = 20 cm olduğuna göre, |BC| kaç cm dir?

çözüm

3|AB| = 2|BC| ise, |AB| = 2k alındığında |BC| = 3k alınır.

|AC| = |AB| + |BC| = 20 cm olduğundan

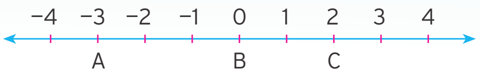
$2k + 3k = 20$

$5k = 20$

$k = 4$ cm olur.

O halde, $|BC| = 3k = 3 \cdot 4 = 12$ cm bulunur.

Koordinat doğrusu



Gerçek sayıların, bir doğrunun noktaları ile birebir eşlenmesi ile oluşturulan sayı doğrusuna koordinat doğrusu, 0 sayısına karşılık gelen noktaya başlangıç noktası (orijin) denir. Herhangi bir noktaya karşılık gelen gerçek sayıya bu noktanın koordinatı adı verilir.

Buna göre, yukarıdaki koordinat doğrusunda A, B ve C noktaları koordinatlarıyla beraber

A(−3), B(0) ve C(2)

olarak ifade edilir.

İki nokta arası uzaklık

Koordinatları A(a) ve B(b) olan iki nokta arasındaki uzaklık d(A, B) olarak ifade edilir ve bu uzunluk $d(A, B) = |b - a|$ eşitliğiyle bulunur.

$|x|$ ifadesi ise, x sayısının sıfıra olan uzaklığını verir. Ayrıca, uzunluğu eşit olan doğru parçalarına eş doğru parçaları denir.

örnek soru

Sayı doğrusu üzerinde birbirinden farklı A(−7), B(−1) ve C(x) noktaları veriliyor.

$|AB| = |BC|$ olduğuna göre, x kaçtır?

çözüm

A(−7) ve B(−1) noktaları arasındaki uzaklık

$|AB| = |(-1) - (-7)| = |-1 + 7| = |6| = 6$ birim

B(−1) ve C(x) noktaları arasındaki uzaklık

$|BC| = |x - (-1)| = |x + 1|$ birimdir.

$|AB| = |BC|$ olduğundan

$|x + 1| = 6 \Rightarrow x + 1 = 6$ veya $x + 1 = -6$ olur.

Buradan $x = 5$ veya $x = -7$ bulunur.

A, B, C farklı noktalar olduğundan

$x = -7$ alınamaz. O halde, $x = 5$ tir.

5. Işın: Bir doğru üzerindeki bir O noktası ile bu noktanın aynı tarafında bulunan noktaların kümesine ışın denir.

Başlangıç noktası O ve üzerindeki bir nokta A olan ışın [OA ile gösterilir.

örnek soru

Bir koordinat doğrusu üzerinde verilen A(−4), B(11) ve C(x) noktaları için $\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{3}{2}$ olduğuna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

çözüm

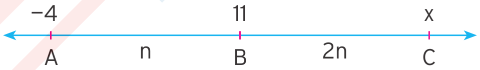
$$\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{|x-(-4)|}{|11-x|} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{|x+4|}{|11-x|} = \frac{3}{2}$$

$|2x + 8| = |33 - 3x|$

$2x + 8 = 33 - 3x$ veya $2x + 8 = -33 + 3x$

$5x = 25$ $\qquad$ $41 = x$

$x = 5$



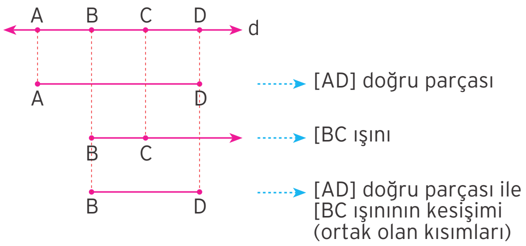
O halde, x in alabileceği değerler toplamı $5 + 41 = 46$ bulunur.

örnek soru

A, B, C ve D noktaları d doğrusu üzerindedir.

Buna göre, [AD] ∩ [BC ifadesinin eşitini bulalım.

çözüm

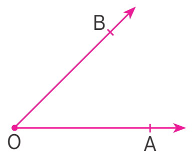


Şekli dikkatle incelerseniz [AD] ve [BC nin ortak bölgesinin [BD] doğru parçası olduğu görülür. Bu durum, [AD] ∩ [BC = [BD] şeklinde gösterilir.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 1,2,3,4,5,6,12,13 nolu soruları hemen çözelim.

1.2 *Aynı yerden başlayan iki ışın bir açı oluşturur.*

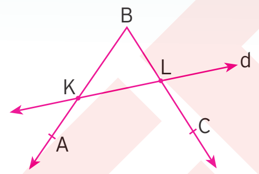
Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşim kümesine açı; açıyı oluşturan ışınların herbirine açının kenarları (veya kolları) ve bu iki ışının ortak olan başlangıç noktasına açının köşesi denir.



Şekilde [OA ve [OB ışınları açının kolları, O noktası ise açının köşesidir.

Burada [OA ve [OB ışınlarının oluşturduğu açı, $\widehat{AOB}$ şeklinde gösterilir ve "AOB açısı" diye okunur. Açılar isimlendirilirken açının köşesi ve kenarları üzerindeki noktalar kullanılır. Şekildeki açı AOB açısı, BOA açısı veya sadece O açısı şeklinde isimlendirilir.

örnek soru



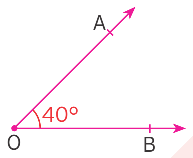
Şekildeki d doğrusu ABC açısını kesmektedir.

Buna göre, $\widehat{ABC} \cap d$ ifadesinin eşiti nedir?

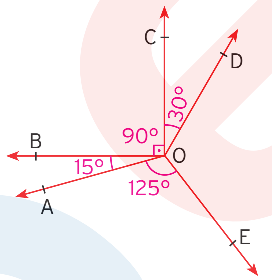
çözüm

Şekildeki K ve L noktaları hem ABC açısının hem de d doğrusunun üzerindedir. Bunun dışında ABC açısı ile d doğrusunun başka ortak noktası olmadığından $\widehat{ABC} \cap d = \{K, L\}$ bulunur.

1.3 *Bir açının kaç derece olduğunu gözünüzle ölçmeyi denediniz mi?*



Şekildeki AOB açısının ölçüsü 40° dir. Bu durum, $m(\widehat{AOB}) = 40°$ şeklinde ifade edilir. Çünkü $m(\widehat{AOB})$ ifadesi, AOB açısının ölçüsü anlamına gelir.



Şekilde verilen açıların bir kısmının ölçülerini yazalım.

$m(\widehat{AOB}) = 15°$,

$m(\widehat{AOE}) = 125°$

$m(\widehat{COD}) = 30°$,

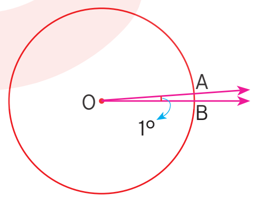
$m(\widehat{BOC}) = 90°$

$m(\widehat{AOC}) = 15° + 90° = 105°$

$m(\widehat{BOD}) = 90° + 30° = 120°$

Açı Ölçü Birimleri

Geometride en çok kullanılan açı ölçü birimi derecedir.



Şekildeki AB yayı, çemberin $\frac{1}{360}$ ına eşitse AOB açısının ölçüsü 1° (1 derece) dir. Çünkü derece ölçü birimine göre, çemberin tamamı 360° kabul edilmiştir.

1 derecenin 60 ta birine 1 dakika (1')

1 dakikanın 60 ta birine 1 saniye (1'') denir.

Örneğin, bir açının ölçüsü 42 derece 38 dakika 54 saniye ise bunu 42° 38' 54'' şeklinde gösteririz.

örnek soru

A ve B açıları için

$m(\widehat{A}) = 25°\ 16'\ 28''$ ve

$m(\widehat{B}) = 14°\ 43'\ 32''$

olarak veriliyor.

Buna göre, $m(\widehat{A}) + m(\widehat{B})$ toplamının ölçüsünü bulalım.

çözüm

$$
\begin{array}{rl}
 & m(\widehat{A}) = 25°\ 16'\ 28'' \\
+ & m(\widehat{B}) = 14°\ 43'\ 32'' \\
\hline
 & m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = 39°\ 59'\ 60''
\end{array}
$$

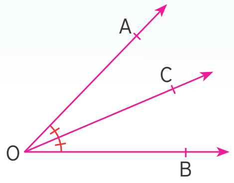
60'' = 1' olduğundan, dakika bölümüne aktarılırsa

$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = 39°\ 60'$ olur. 60' = 1° olduğundan, derece bölümüne aktarılırsa $m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = 40°$ olur.

A ve B açılarının ölçüleri farkını da siz bulunuz.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 8,9,11 / Genel Tekrar Testi 2 nolu soruları hemen çözelim.

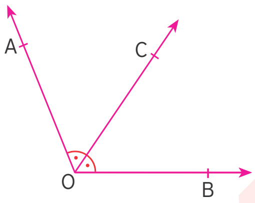
1.4 *Açıyı iki eş parçaya ayıran çizgi: Açıortay*



C noktası AOB açısının iç bölgesinde ve $m(\widehat{AOC}) = m(\widehat{COB})$ ise, [OC ışınına AOB açısının açıortayı denir.

Açıortay, açıyı ortadan iki eş parçaya ayırdığına göre, ölçüleri eşit iki eş açı oluşur.

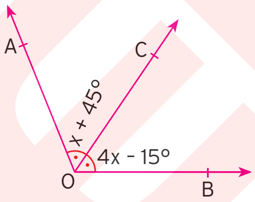
örnek soru



Şekilde [OC, AOB açısının açıortayıdır.

$m(\widehat{AOC}) = x + 45°$ ve $m(\widehat{COB}) = 4x - 15°$ olduğuna göre, $m(\widehat{AOB})$ kaç derecedir?

çözüm



[OC, AOB açısının açıortayı olduğu için,

$m(\widehat{AOC}) = m(\widehat{COB})$ dir.

Buna göre,

$x + 45° = 4x - 15° \Rightarrow x - 4x = -15 - 45$

$-3x = -60$

$x = 20°$ bulunur.

Bu durumda

$m(\widehat{AOC}) = x + 45° = 20° + 45° = 65°$

$m(\widehat{COB}) = 4x - 15° = 4 \cdot 20° - 15° = 80° - 15° = 65°$

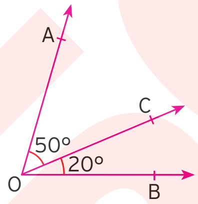
dir.

O halde,

$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{AOC}) + m(\widehat{COB}) = 65° + 65° = 130°$

bulunur.

örnek soru



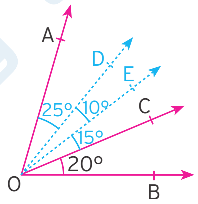
Şekilde

$m(\widehat{AOC}) = 50°$

$m(\widehat{COB}) = 20°$

Yukarıdaki verilere göre, AOC ve AOB açılarının açıortayları arasındaki açının ölçüsünü bulalım.

çözüm



AOC açısının açıortayı [OD, AOB açısının açıortayı [OE olsun.

$m(\widehat{AOC}) = 50°$ olduğundan

$m(\widehat{AOD}) = m(\widehat{DOC}) = 50° : 2 = 25°$ ve

$m(\widehat{AOB}) = 50° + 20° = 70°$ olduğundan

$m(\widehat{AOE}) = m(\widehat{EOB}) = 70° : 2 = 35°$ dir.

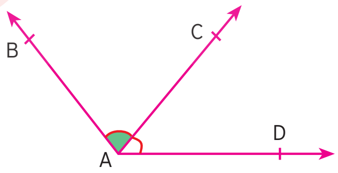
Bu durumda açıortaylar arasındaki açı DOE açısıdır ve bu açının ölçüsü

$m(\widehat{DOE}) = m(\widehat{AOE}) - m(\widehat{AOD})$

$m(\widehat{DOE}) = 35° - 25° = 10°$ bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 10 / Genel Tekrar Testi 8 nolu soruları hemen çözelim.

1.5 *Komşu açılar gerçekten komşu mudur?*



Köşeleri ve birer ışınları ortak olan açılara komşu açılar denir.

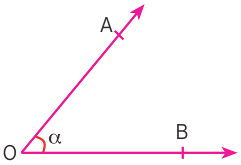
BAC ve CAD açılarının A köşeleri ve [AC ışınları ortaktır.

Bu durumda BAC ve CAD açıları komşu açılardır.

1.6 Açıları önce ölçülerine göre gruplayalım.

1. Dar Açı

Ölçüsü 0° ile 90° arasında olan açılara dar açı denir.

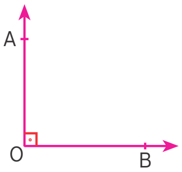


$m(\widehat{AOB}) = \alpha < 90°$ olduğundan

$\widehat{AOB}$ dar açıdır.

2. Dik Açı

Ölçüsü 90° olan açıya dik açı denir.



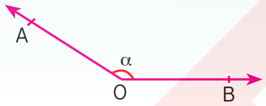
$m(\widehat{AOB}) = 90°$ veya

$[OA \perp [OB$ biçiminde yazılır.

"$\perp$" sembolü, diklik sembolüdür.

3. Geniş Açı

Ölçüsü 90° ile 180° arasında olan açılara geniş açı denir.

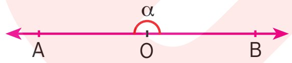


$m(\widehat{AOB}) = \alpha$

$90° < \alpha < 180°$ olduğundan $\widehat{AOB}$ geniş açıdır.

4. Doğru Açı

Ölçüsü 180° olan açıya doğru açı denir.



A, O, B noktaları doğrusal ise, $\alpha = 180°$ dir.

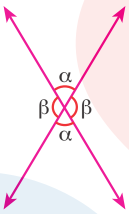
5. Tam Açı

Ölçüsü 360° olan açıya tam açı denir.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 7, Kavrama Testi 2 1 / Genel Tekrar Testi 1, 5 nolu soruları hemen çözelim.

1.7 Ters açı, tümler açı, bütünler açı

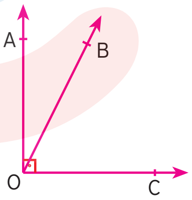
1. Ters Açı



İki doğrunun kesişmesiyle oluşan ve birbirlerine göre ters tarafta bulunan açılara ters açılar denir. Ters açıların ölçüleri birbirine eşittir.

2. Tümler Açılar

Ölçülerinin toplamı 90° olan iki açıya tümler açılar denir.



$m(\widehat{AOB}) + m(\widehat{BOC}) = 90°$

olduğundan $\widehat{AOB}$ ile $\widehat{BOC}$

tümler açılardır.

Yanda bazı açı ölçüleri ve bu açıların tümlerinin ölçüleri verilmiştir.

Açı	Tümleri
10°	80°
30°	60°
75°	15°
x	90° - x

örnek soru

Tümler iki açıdan biri diğerinin 2 katından 30° eksiktir.

Buna göre, bu açıların büyük olanı kaç derecedir?

çözüm

Aradığımız tümler açıların ölçüleri a ve b olsun. Bu açılar tümler açılar olduğundan $a + b = 90°$ dir.

Açılardan biri diğerinin 2 katından 30° eksik verildiğine göre,

$a = 2\cdot b - 30°$ alınırsa, $a + b = 90°$

$2b - 30° + b = 90°$

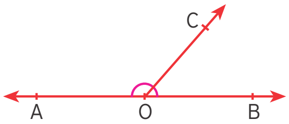
$3b - 30° = 90°$

$b = 40°$ olur. (küçük açı)

Bu durumda $a = 90° - b = 90° - 40° = 50°$ olur. Büyük olan açı sorulduğuna göre, cevabımız 50° dir.

3. Bütünler Açılar

Ölçülerinin toplamı 180° olan iki açıya bütünler açılar denir.



$m(\widehat{AOC}) + m(\widehat{COB}) = 180°$ olduğundan

$\widehat{AOC}$ ile $\widehat{COB}$ bütünler açılardır.

Aşağıda bazı açı ölçüleri ve bunların bütünlerinin ölçüleri verilmiştir.

Açı	Bütünleri
50°	130°
80°	100°
140°	40°
x	180° - x

örnek soru

Hangi açının bütünlerinin ölçüsü tümlerinin ölçüsünün 4 katına eşittir?

çözüm

Aradığımız açının ölçüsü x olsun.

x in bütünleri 180° - x, tümleri ise 90° - x tir. Bütünlerinin ölçüsü tümlerinin ölçüsünün 4 katı olduğuna göre,

$180° - x = 4(90° - x)$

$180° - x = 360° - 4x$

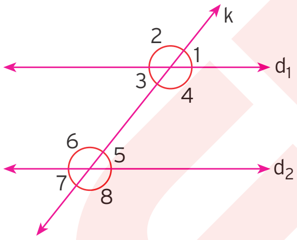
$-x + 4x = 360° - 180°$

$3x = 180°$

$x = 60°$ bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 2 2, 3, 4, 5 nolu soruları hemen çözelim.

1.8 Paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılar.



Şekildeki k doğrusu birbirine paralel olan d_1 ve d_2 doğrularını keserek 8 tane açı oluşturuyor.

Bu açılardan numarası tek sayı olanlar birbirine, numarası çift sayı olanlar da birbirine eşittir.

$\widehat{1} = \widehat{5}$, $\widehat{2} = \widehat{6}$, $\widehat{3} = \widehat{7}$, $\widehat{4} = \widehat{8}$ (yöndeş açılar eşittir.)

$\widehat{3} = \widehat{5}$, $\widehat{4} = \widehat{6}$ (İç ters açılar eşittir.)

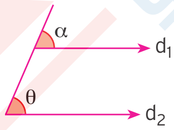
$\widehat{1} = \widehat{7}$, $\widehat{2} = \widehat{8}$ (dış ters açılar eşittir.)

$\widehat{1} = \widehat{3}$, $\widehat{2} = \widehat{4}$, $\widehat{5} = \widehat{7}$, $\widehat{6} = \widehat{8}$ (ters açılar eşittir.)

4 nolu açı ile 5 nolu açıya karşı durumlar açılar denir. Karşı durumlu açıların toplamı 180° dir. Aynı şekilde 3 ve 6 nolu açıların toplamı da 180° dir.

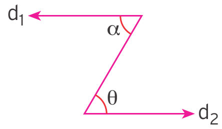
Bu konu ile ilgili sorular daha çok bu başlık ile ilgili olmaktadır. Dolayısıyla, bu başlık ile ilgili soruları çözerken kullanabileceğimiz bazı pratik sonuçlar yanda verilmiştir. Bu sonuçları dikkatlice inceleyin. Çünkü soruları çözerken bu pratik sonuçlardan çok sık faydalanacağız.

Sonuç 1



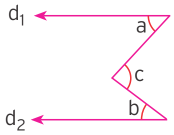
$d_1 // d_2$ ise,
$\alpha = \theta$ dır.

Sonuç 2



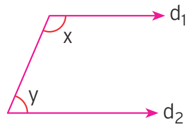
$d_1 // d_2$ ise,
$\alpha = \theta$ dır. (Z kuralı)

Sonuç 3



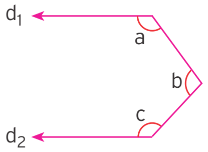
$d_1 // d_2$ ise,
$c = a + b$ dir.

Sonuç 4



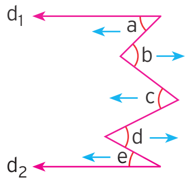
$d_1 // d_2$ ise,
$x + y = 180°$ dir.
(karşı durumla açılar.)

Sonuç 5



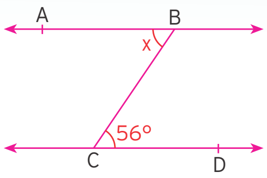
$d_1 // d_2$ ise,
$a + b + c = 360°$ dir.

Sonuç 6



$d_1 // d_2$ ise,
$a + c + e = b + d$ dir.
(zikzak kuralı)

örnek soru



AB // CD

$m(\widehat{BCD}) = 56°$

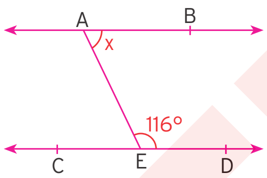
Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ABC}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm

ABC açısı ile BCD açısı iç ters açılardır. Sonuç 2 de belirtildiği gibi iç ters açılar eşittir.

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{BCD}) \Rightarrow x = 56°$ bulunur.

örnek soru



AB // CD

$m(\widehat{AED}) = 116°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BAE}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

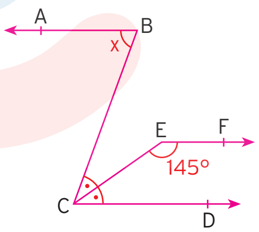
çözüm

BAE açısı ile AED açısı karşı durumlu açılardır. Sonuç 4 te belirtildiği gibi karşı durumlu açıların toplamı 180° dir.

$m(\widehat{BAE}) + m(\widehat{AED}) = 180° \Rightarrow x + 116° = 180°$

$x = 64°$ bulunur.

örnek soru



Şekilde

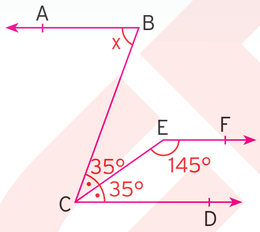
[BA // [EF // [CD

$m(\widehat{BCE}) = m(\widehat{ECD})$

$m(\widehat{CEF}) = 145°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ABC}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



CEF açısı ile ECD açısı karşı durumlu açılar olduğundan

$m(\widehat{CEF}) + m(\widehat{ECD}) = 180° \Rightarrow 145° + m(\widehat{ECD}) = 180°$

$m(\widehat{ECD}) = 35°$

$m(\widehat{BCE}) = m(\widehat{ECD})$ verilmişti.

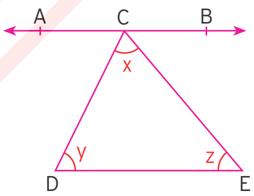
O halde $m(\widehat{BCE}) = 35°$ dir.

Bu durumda $m(\widehat{BCD}) = 35° + 35° = 70°$ dir.

ABC açısı ile BCD açısı iç ters açılar olduğundan birbirine eşittir.

O halde, $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{BCD}) \Rightarrow x = 70°$ bulunur.

örnek soru



Şekilde

AB // [DE]

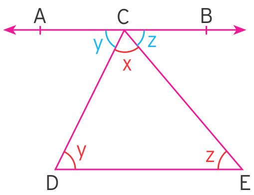
$m(\widehat{DCE}) = x$

$m(\widehat{CDE}) = y$

$m(\widehat{CED}) = z$

olduğuna göre, x + y + z toplamının kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



AB // [DE] olduğundan ACD ile CDE ve BCE ile CED iç ters açılardır.

İç ters açılar eşit olduğundan

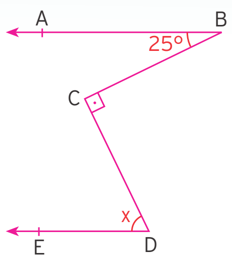
$m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{CDE}) = y$ ve $m(\widehat{BCE}) = m(\widehat{CED}) = z$ olur.

A, C, B noktaları doğrusal olduğundan $\widehat{ACB}$ doğru açıdır.

Doğru açı 180° olduğundan y + x + z = 180° dir.

Bu sonuç, bize bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamının 180° olduğunu ispatlamaktadır.

örnek soru



Şekilde

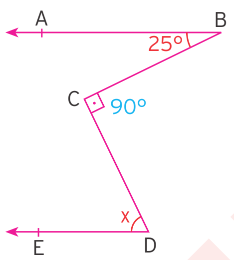
[BA // [DE

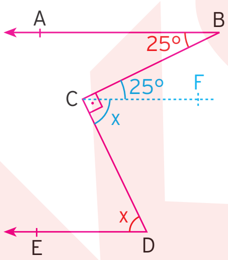
[BC] ⊥ [CD]

$m(\widehat{ABC}) = 25°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CDE}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm





[BC] ⊥ [CD] verildiğine göre, $m(\widehat{BCD}) = 90°$ dir.

Sonuç 3 e göre,

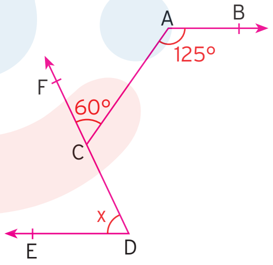
$m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{CDE}) = m(\widehat{BCD}) \Rightarrow 25° + x = 90°$

$x = 90° - 25°$

$x = 65°$ olur.

Sağdaki şekli incelerseniz, x ile 25° nin toplamının 90° ye eşit olma nedeni daha iyi anlaşılabilir.

örnek soru



Şekilde

[AB // [DE

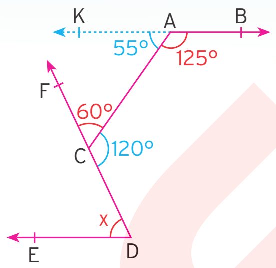
D, C, F doğrusal

$m(\widehat{BAC}) = 125°$

$m(\widehat{ACF}) = 60°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CDE}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



Paralel doğrularla ilgili açı soruları çözerken doğruları iki yönlü uzatmak çözümü kolaylaştırır.

AB doğrusu uzatıldığında, K, A, B doğrusal olduğundan

$m(\widehat{KAC}) + m(\widehat{CAB}) = 180°$

$m(\widehat{KAC}) + 125° = 180° \Rightarrow m(\widehat{KAC}) = 55°$ olur.

Aynı şekilde, $m(\widehat{FCA}) + m(\widehat{ACD}) = 180°$

$60° + m(\widehat{ACD}) = 180°$

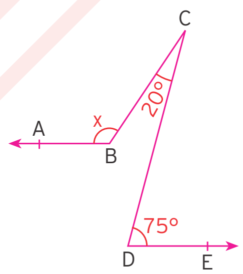
$m(\widehat{ACD}) = 120°$ olur.

Sonuç 3 e göre,

$m(\widehat{KAC}) + m(\widehat{CDE}) = m(\widehat{ACD})$

$55° + x = 120° \Rightarrow x = 65°$ bulunur.

örnek soru



Şekilde

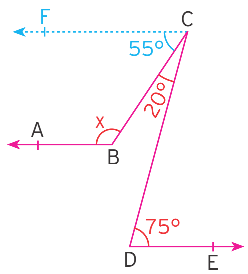
[BA // [DE

$m(\widehat{BCD}) = 20°$

$m(\widehat{CDE}) = 75°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ABC}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



Önce [CF // [BA // [DE olacak şekilde CF ışınını çizelim.

FCD açısı ile CDE açısı iç ters açılar olduğundan

$m(\widehat{FCD}) = m(\widehat{CDE}) = 75°$

olur.

$m(\widehat{FCD}) = 75°$ ise,

$m(\widehat{FCB}) = 75° - 20° = 55°$

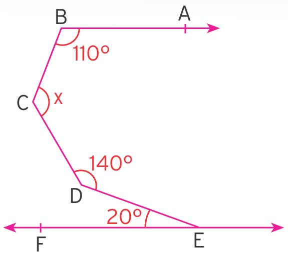
olur.

FCB açısı ile ABC açısı karşı durumlu açılar olduğundan

$m(\widehat{FCB}) + m(\widehat{ABC}) = 180° \Rightarrow 55° + x = 180°$

$x = 125°$ olur.

örnek soru



Şekilde

[BA // FE

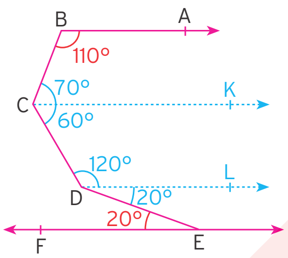
$m(\widehat{CBA}) = 110°$

$m(\widehat{CDE}) = 140°$

$m(\widehat{DEF}) = 20°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BCD}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



[BA // [CK // [DL // FE olacak şekilde [CK ve [DL ışınlarını çizelim.

ABC ile BCK karşı durumlu açılar olduğundan

$m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{BCK}) = 180°$

$110° + m(\widehat{BCK}) = 180°$

$m(\widehat{BCK}) = 70°$ olur.

$\widehat{LDE}$ ile $\widehat{DEF}$ iç ters açılar olduğundan

$m(\widehat{LDE}) = m(\widehat{DEF}) = 20°$ dir.

Bu durumda, $m(\widehat{CDL}) = 140° - 20°$

$= 120°$ olur.

$\widehat{KCD}$ ile $\widehat{CDL}$ karşı durumlu açılar olduğundan,

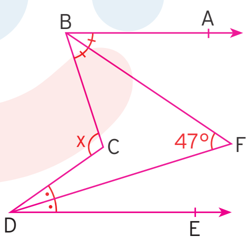
$m(\widehat{KCD}) + m(\widehat{CDL}) = 180°$

$m(\widehat{KCD}) + 120° = 180°$

$m(\widehat{KCD}) = 60°$ olur.

O halde, $m(\widehat{BCD}) = x = 70° + 60° = 130°$ bulunur.

örnek soru



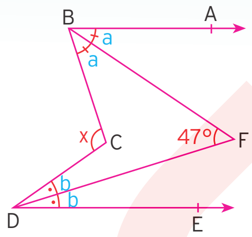
[BA // [DE

$m(\widehat{BFD}) = 47°$

$m(\widehat{BCD}) = x$

Yukarıdaki şekilde, [BF] ABC açısının, [DF] CDE açısının açıortayı olduğuna göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



[BF] ile [DF] açıortay olduğundan

$m(\widehat{ABF}) = m(\widehat{FBC}) = a$

$m(\widehat{CDF}) = m(\widehat{FDE}) = b$

olsun.

Sonuç 3 te verdiğimiz kurala göre,

$m(\widehat{ABF}) + m(\widehat{EDF}) = m(\widehat{BFD})$ yani

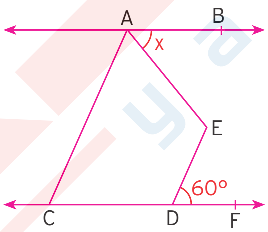
$a + b = 47°$ olur.

Aynı kurala göre, $m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{CDE}) = m(\widehat{BCD})$

$2a + 2b = x$ olur. Buradan

$2(a + b) = x \Rightarrow x = 2 \cdot 47° = 94°$ bulunur.

örnek soru



AB // CF

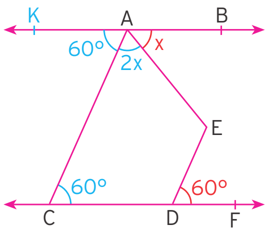
[DE] // [AC]

$m(\widehat{CAE}) = 2 \cdot m(\widehat{BAE})$

$m(\widehat{EDF}) = 60°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BAE}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



[DE] // [AC] olduğundan $\widehat{ACD}$ ile $\widehat{EDF}$ yöndeş açılardır. Sonuç 1 de yöndeş açıların eşit olduğunu belirtmiştik.

Buna göre, $m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{EDF}) = 60°$ dir.

AB // CF olduğundan $\widehat{KAC}$ ile $\widehat{ACD}$ iç ters açılardır.

Dolayısıyla $m(\widehat{KAC}) = m(\widehat{ACD}) = 60°$ olur.

$m(\widehat{BAE}) = x$ ve $m(\widehat{CAE}) = 2 \cdot m(\widehat{BAE})$ verildiğinden

$m(\widehat{CAE}) = 2x$ olur.

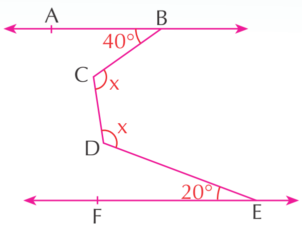
K, A, B noktaları doğrusal olduğundan

$60° + 2x + x = 180°$

$3x = 120°$

$x = 40°$ bulunur.

örnek soru



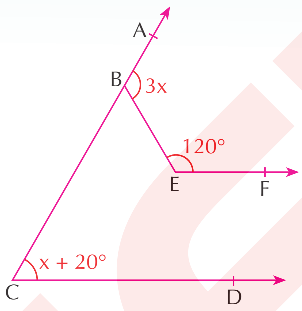
AB // FE

m($\widehat{ABC}$) = 40°

m($\widehat{DEF}$) = 20°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{BCD}$) = m($\widehat{CDE}$) = x in kaç derece olduğunu bulalım.

örnek soru



[EF // [CD

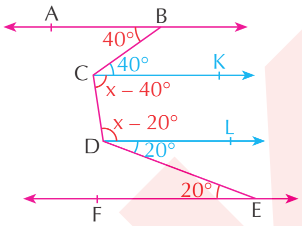
m(BEF) = 120°

m(BCD) = x + 20°

m(ABE) = 3x

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



AB // [CK // [DL // Fe olacak şekilde

[CK ve [DL ışınları çizilir.

m($\widehat{ABC}$) = m($\widehat{BCK}$) = 40° (iç ters açı)

m($\widehat{DCK}$) = m($\widehat{BCD}$) - m($\widehat{BCK}$)

= x - 40°

m($\widehat{DEF}$) = m($\widehat{LDE}$) = 20° (iç ters açı)

m($\widehat{CDL}$) = m($\widehat{CDE}$) - m($\widehat{LDE}$)

= x - 20°

KCD ve CDL karşı durumlu açılar olduğu için

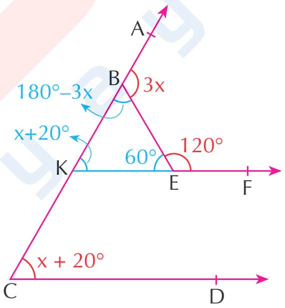
m($\widehat{KCD}$) + m($\widehat{CDL}$) = 180°

x - 40• + x - 20° = 180°

2x = 240°

x = 120° bulunur.

çözüm



K, E, F doğrusal olacak şekilde [KE] çizilir.

[KF // [CD olduğu için m($\widehat{BKF}$) = m($\widehat{KCD}$) = x + 20° olur. (Yöndeş açılar.)

m($\widehat{CBE}$) = 180° - m($\widehat{ABE}$) (doğru açı)

= 180° - 3x

m($\widehat{BEK}$) = 180° - 120° (doğru açı)

= 60°

BKE üçgeninin iç açılar toplamı 180° dir.

x + 20° + 60° + 180° - 3x = 180°

-2x + 260° = 180°

-2x = -60°

x = 40° bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 2 6, 7, 8, 10 / Genel Tekrar Testi 12, 13, 14, 15 nolu soruları hemen çözelim.

BU KONUDA ÖZETLE...

Konuların ve Kavramların Özeti

1. Açı Ölçü Birimleri

Derece, Radyan ve Grad olarak bilinen açı ölçüleri birbirine çevrilirken;

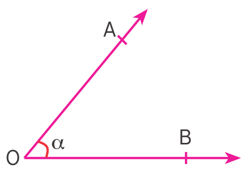
$$\frac{D}{180°} = \frac{G}{200} = \frac{R}{\pi}$$

eşitliği kullanılır.

1 derece = 60 dakika = 3600 saniye
$(1° = 60' = 3600'')$

2. Dar Açı

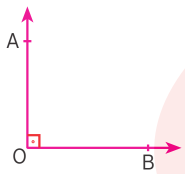
Ölçüsü 0° ile 90° arasında olan açılara dar açı denir.



$m(\widehat{AOB}) = \alpha < 90°$
olduğundan
$\widehat{AOB}$ dar açıdır.

3. Dik Açı

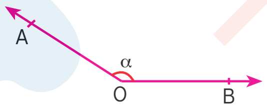
Ölçüsü 90° olan açıya dik açı denir.



$m(\widehat{AOB}) = 90°$ veya
$[OA \perp [OB$ biçiminde yazılır.
"⊥" sembolü, diklik sembolüdür.

4. Geniş Açı

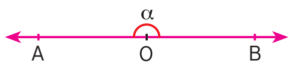
Ölçüsü 90° ile 180° arasında olan açılara geniş açı denir.



$m(\widehat{AOB}) = \alpha$
$90° < \alpha < 180°$ olduğundan $\widehat{AOB}$ geniş açıdır.

5. Doğru Açı

Ölçüsü 180° olan açıya doğru açı denir.



A, O, B noktaları doğrusal ise, $\alpha = 180°$ dir.

6. Tam Açı

Ölçüsü 360° olan açıya tam açı denir.

7. Ters Açı

İki doğrunun kesişmesiyle oluşan ve birbirlerine göre ters tarafta bulunan açılara ters açılar denir. Ters açıların ölçüleri birbirine eşittir.

8. Tümler Açılar

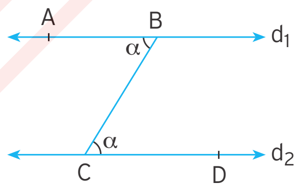
Ölçülerinin toplamı 90° olan iki açıya tümler açılar denir.

9. Bütünler Açılar

Ölçülerinin toplamı 180° olan iki açıya bütünler açılar denir.

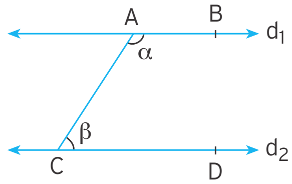
10. Doğruda açılarda dikkat edilecek özel durumlar

I.



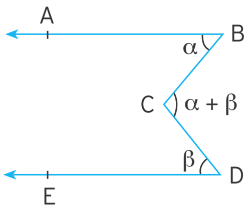
$d_1 // d_2$ ise
$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{BCD}) = \alpha$

II.



$d_1 // d_2$ ise
$\alpha + \beta = 180°$

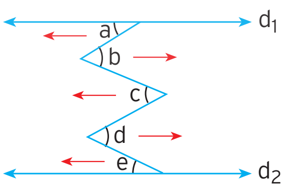
III.



$d_1 // d_2$ ise

$m(\widehat{BCD}) = \alpha + \beta$

IV.



$d_1 // d_2$ ise
$a + c + e = b + d$

ÖĞRENDİKLERİMİZİ TEST EDELİM

Kavrama Testi 1 (1.1 - 1.7)

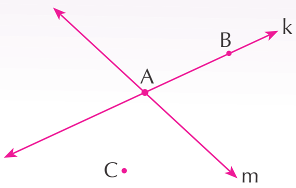
Kavrama Testi 2 (1.7 - 1.9)

Genel Tekrar Testi (1.1 - 1.9)

Sınavlarda Sorulabilecek Sorular

KAVRAMA TESTİ 1

1.



Yukarıdaki şekle göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) A noktası k ve m doğruları üzerindedir.

B) B noktası k doğrusunun bir elemanıdır.

C) C noktası k ve m doğrularının dışındadır.

D) A, B ve C noktaları doğrusaldır.

E) B noktası m doğrusunun elemanı değildir.

2. Aynı düzlem üzerine farklı d, f, k ve m doğruları çiziliyor.

d // f

k ⊥ d

m ⊥ k

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) d doğrusu ile m doğrusu paraleldir.

B) f doğrusu ile k doğrusu dik kesişir.

C) m doğrusu ile f doğrusunun ortak noktası yoktur.

D) d, f ve m doğruları paralel doğrulardır.

E) d doğrusu ile m doğrusunun birden çok ortak noktası olabilir.

3.

Yukarıdaki sayı doğrusu üzerinde A(–2), B(4) ve C(x) noktaları verilmiştir.

|AB| = 2|BC| olduğuna göre, x kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

4.

Yukarıdaki d doğrusu üzerinde A, B, C ve D noktaları veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) [AB] ∩ [CD] = { }

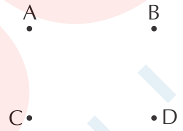
B) [AC] ∪ [CD] = [AD]

C) [AB] ∪ [BD = AD

D) [BA ∪ [BC = BC

E) [CA ∩ [BD = [BC]

5.

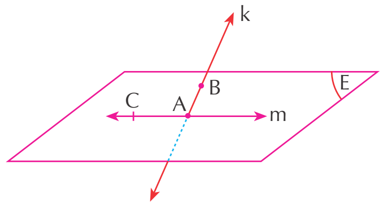


A, B, C, D noktaları aynı düzlem üzerindedir.

Bu noktaların herhangi ikisinden geçen kaç farklı doğru çizilebilir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

6.



Yukarıdaki şekilde m doğrusu E düzlemi üzerinde, k doğrusu ise E düzlemini A noktasında kesmektedir.

Buna göre,

I. k ∩ m = {A}

II. C noktası E düzlemi üzerindedir.

III. B ∈ k olduğuna göre, B noktası E düzlemi üzerindedir.

IV. A, B ve C noktaları doğrusal değildir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

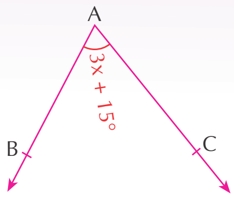
A) I ve II

B) I, II ve III

C) II ve III

D) I, II ve IV

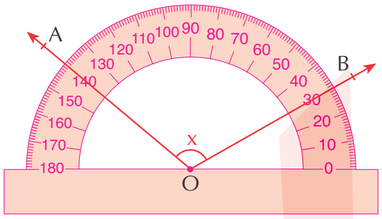
E) II, III ve IV

7. 

$m(\widehat{BAC}) = 3x + 15°$

BAC açısı dar açı olduğuna göre, x in <u>en büyük</u> tam sayı değeri kaçtır?

A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 26

8. 

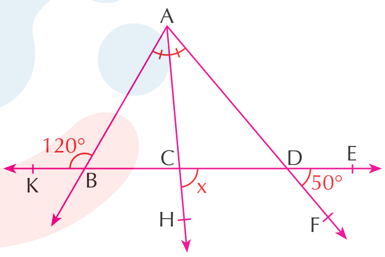
Yukarıdaki açıölçer üzerinde $m(\widehat{AOB}) = x$ verilmiştir.

Buna göre, x kaç derecedir?

A) 150 B) 140 C) 130 D) 120 E) 110

9. **$\frac{\pi}{3}$ radyanlık açı kaç derecedir?**

A) 30 B) 45 C) 60 D) 75 E) 90

10. 

Şekilde

[AH açıortay

$m(\widehat{ABK}) = 120°$

$m(\widehat{EDF}) = 50°$

$m(\widehat{HCE}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 85 B) 80 C) 75 D) 70 E) 65

11. **35482 saniyelik açı kaç derece, kaç dakika ve kaç saniyedir?**

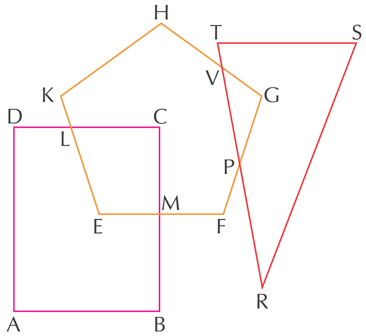
A) 9° 51' 22'' B) 9° 50' 22'' C) 8° 50' 22'' D) 8° 51' 21'' E) 8° 49' 22''

12. 

Şekildeki noktalar doğrusaldır. K [AB] nın, L [AK] nın orta noktalarıdır.

|AL| = 4 cm olduğuna göre, |AB| kaç cm dir?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

13. 

Yukarıdaki şekle göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) ABCD dörtgeni ile TRS üçgeni kesişmemektedir.

B) EFGHK beşgeni ile TRS üçgeni V ve P noktalarında kesişmektedir.

C) ABCD dörtgeni ile EFGHK beşgeninin kesişimi L ve M noktalarıdır.

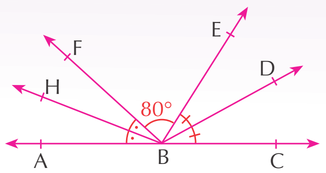
D) TRS üçgeni ile LEMC dörtgeninin ortak noktası yoktur.

E) Şekildeki çokgenlerden kenar sayısı en çok olanın 8 kenarı vardır.

D - E - B / C - A - D / C - E - C - A / A - E - E

KAVRAMA TESTİ 2

1.



A, B, C doğrusal

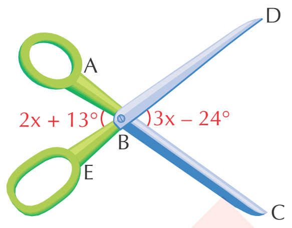
[BH ve [BD açıortay

$m(\widehat{FBE}) = 80°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{HBD})$ kaç derecedir?

A) 110 B) 115 C) 120 D) 125 E) 130

2.



Yukarıdaki makas modelinde $m(\widehat{ABE}) = 2x + 13°$ ve $m(\widehat{DBC}) = 3x - 24°$ olduğuna göre, makasın kolları arasındaki açı kaç derecedir?

A) 87 B) 85 C) 83 D) 81 E) 79

3. Tümler iki açının ölçüleri farkı 28° olduğuna göre, büyüğünün ölçüsü kaç derecedir?

A) 61 B) 59 C) 57 D) 55 E) 53

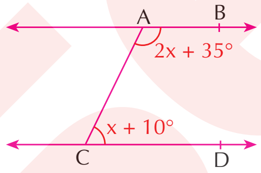
4. Bir açının tümleri ile bütünlerinin toplamı 130° olduğuna göre, bu açının ölçüsü kaç derecedir?

A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

5. Bütünlerinin 3 katının 16° fazlasına eşit olan açının ölçüsü kaç derecedir?

A) 131 B) 133 C) 135 D) 137 E) 139

6.



AB // CD

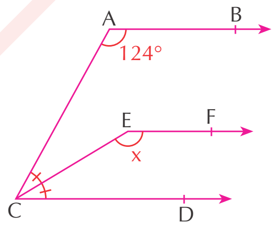
$m(\widehat{CAB}) = 2x + 35°$

$m(\widehat{ACD}) = x + 10°$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 45 B) 40 C) 35 D) 30 E) 25

7.



[AB // [EF // [CD

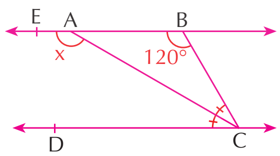
[CE] açıortay

$m(\widehat{CAB}) = 124°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CEF}) = x$ kaç derecedir?

A) 148 B) 152 C) 156 D) 160 E) 164

8.



AB // DC

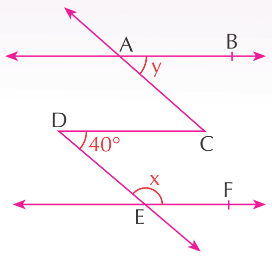
[CA] açıortay

$m(\widehat{ABC}) = 120°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{EAC}) = x$ kaç derecedir?

A) 130 B) 135 C) 140 D) 145 E) 150

9.



Şekilde

AB // [DC] // EF

[CA // [DE

$m(\widehat{CDE}) = 40^\circ$

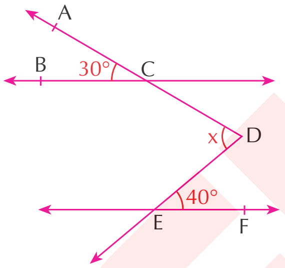
$m(\widehat{BAC}) = y$

$m(\widehat{DEF}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x – y farkı kaç derecedir?

A) 70 B) 80 C) 90 D) 100 E) 110

10.



BC // EF

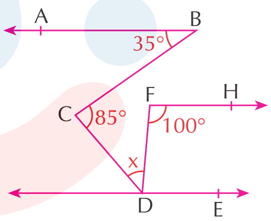
$m(\widehat{ACB}) = 30^\circ$

$m(\widehat{DEF}) = 40^\circ$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ADE}) = x$ kaç derecedir?

A) 10 B) 30 C) 40 D) 50 E) 70

11.



[BA // [FH // DE

$m(\widehat{ABC}) = 35^\circ$

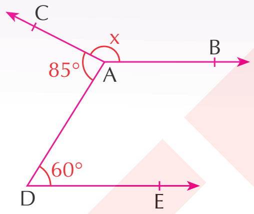
$m(\widehat{BCD}) = 85^\circ$

$m(\widehat{DFH}) = 100^\circ$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CDF}) = x$ kaç derecedir?

A) 50 B) 45 C) 40 D) 35 E) 30

12.



[AB // [DE

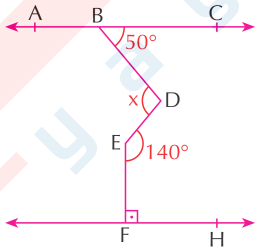
$m(\widehat{DAC}) = 85^\circ$

$m(\widehat{ADE}) = 60^\circ$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CAB}) = x$ kaç derecedir?

A) 145 B) 150 C) 155 D) 160 E) 165

13.



BC // FH

[EF] ⊥ FH

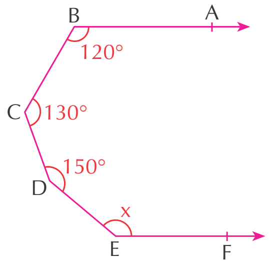
$m(\widehat{CBD}) = 50^\circ$

$m(\widehat{DEF}) = 140^\circ$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BDE}) = x$ kaç derecedir?

A) 80 B) 90 C) 100 D) 110 E) 120

14.



[BA // [EF

$m(\widehat{ABC}) = 120^\circ$

$m(\widehat{BCD}) = 130^\circ$

$m(\widehat{CDE}) = 150^\circ$

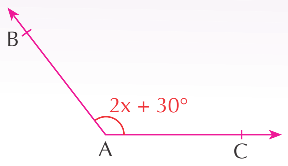
Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{DEF}) = x$ kaç derecedir?

A) 130 B) 140 C) 150 D) 160 E) 170

E - A - B - E / E - A - B - E / D - E - A / C - C - B

GENEL TEKRAR TESTİ

1. $m(\widehat{BAC}) = 2x + 30°$



BAC açısı geniş açı olduğuna göre, x in <u>en büyük</u> ve <u>en küçük</u> tam sayı değerinin toplamı kaç derecedir?

A) 95 B) 100 C) 105 D) 110 E) 115

2. 150° lik bir açının radyan cinsinden ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{5\pi}{6}$ B) $\frac{5\pi}{3}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) $\frac{2\pi}{2}$

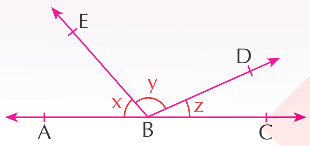
3. Bir düzlem üzerindeki 4 farklı doğru, <u>en çok</u> kaç farklı noktada kesişebilir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. İkisi paralel olan 4 farklı doğru <u>en fazla</u> kaç noktada kesişebilir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5.



A, B, C doğrusal

$m(\widehat{ABE}) = x$

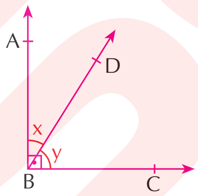
$m(\widehat{EBD}) = y$

$m(\widehat{CBD}) = z$

$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = z$ olduğuna göre, z kaçtır?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40

6.



[BA ⊥ [BC

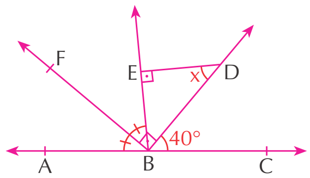
$m(\widehat{ABD}) = x$

$m(\widehat{DBC}) = y$

y – x = 20° olduğuna göre, x kaç derecedir?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

7.



A, B, C doğrusal

$m(\widehat{ABF}) = m(\widehat{FBE})$

[DE] ⊥ [BE

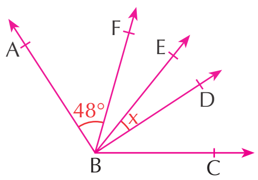
[BF ⊥ [BD

$m(\widehat{DBC}) = 40°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{EDB}) = x$ kaç derecedir?

A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

8.



Şekilde

$m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{EBC})$

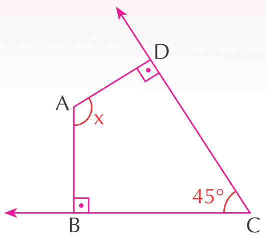
$m(\widehat{FBD}) = m(\widehat{DBC})$

$m(\widehat{ABF}) = 48°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{EBD}) = x$ kaç derecedir?

A) 12 B) 24 C) 30 D) 36 E) 48

9.



$[AD] \perp [CD$

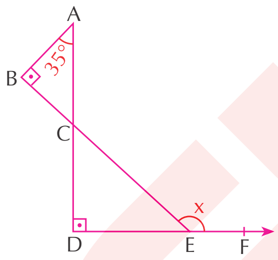
$[AB] \perp [CB$

$m(\widehat{BCD}) = 45°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BAD}) = x$ kaç derecedir?

A) 120 B) 125 C) 130 D) 135 E) 145

10.



$[AB] \perp [BE]$

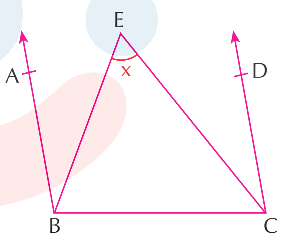
$[AD] \perp [DF$

$m(\widehat{BAD}) = 35°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BEF}) = x$ kaç derecedir?

A) 125 B) 135 C) 145 D) 155 E) 165

11.



$[BA \, // \, [CD$

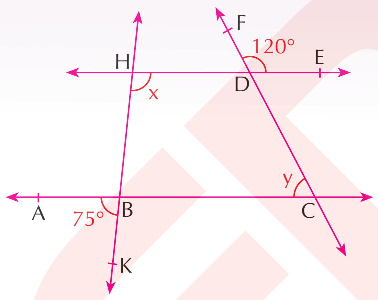
$m(\widehat{EBC}) = 2 \cdot m(\widehat{ABE})$

$m(\widehat{ECB}) = 2 \cdot m(\widehat{DCE})$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BEC}) = x$ kaç derecedir?

A) 90 B) 60 C) 50 D) 40 E) 30

12.



$HE \, // \, AC$

$m(\widehat{FDE}) = 120°$

$m(\widehat{ABK}) = 75°$

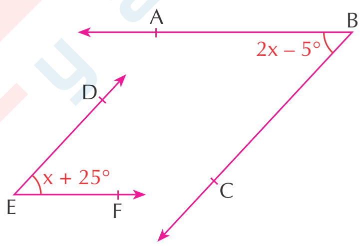
$m(\widehat{BHD}) = x$

$m(\widehat{BCD}) = y$

Yukarıdaki verilere göre, x + y toplamı kaç derecedir?

A) 165 B) 160 C) 155 D) 150 E) 145

13.



$[BA \, // \, [EF$

$[ED \, // \, [BC$

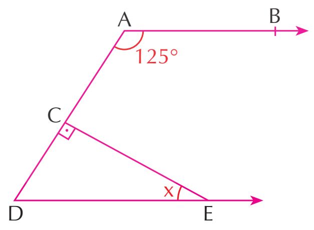
$m(\widehat{DEF}) = x + 25°$

$m(\widehat{ABC}) = 2x - 5°$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

14.



$[AB \, // \, [DE$

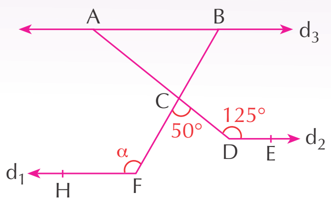
$[EC] \perp [AD]$

$m(\widehat{DAB}) = 125°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{DEC}) = x$ kaç derecedir?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

15.



$d_1 // d_2 // d_3$

$m(\widehat{ADE}) = 125°$

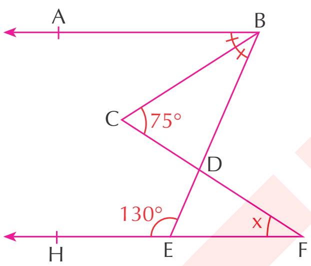
$m(\widehat{FCD}) = 50°$

$m(\widehat{BFH}) = \alpha$

Yukarıdaki verilere göre, α kaç derecedir?

A) 105 B) 110 C) 115 D) 120 E) 125

16.



[BA // [FH

[BC] açıortay

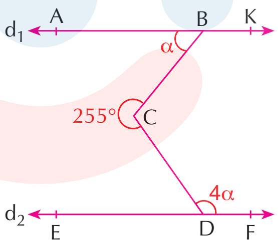
$m(\widehat{BCF}) = 75°$

$m(\widehat{BEH}) = 130°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CFH}) = x$ kaç derecedir?

A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

17.



$d_1 // d_2$

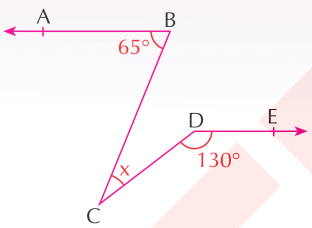
$m(\widehat{ABC}) = \alpha$

$m(\widehat{CDF}) = 4\alpha$

Yukarıdaki verilere göre, α kaç derecedir?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

18.



[BA // [DE

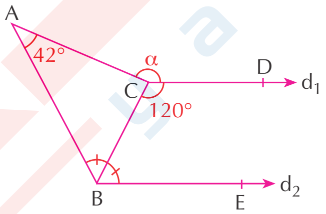
$m(\widehat{ABC}) = 65°$

$m(\widehat{CDE}) = 130°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BCD}) = x$ kaç derecedir?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

19.



Şekilde,

$d_1 // d_2$

[BC] açıortay

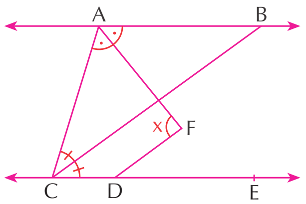
$m(\widehat{BAC}) = 42°$

$m(\widehat{BCD}) = 120°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ACD}) = \alpha$ kaç derecedir?

A) 156 B) 158 C) 160 D) 162 E) 164

20.



AB // CE

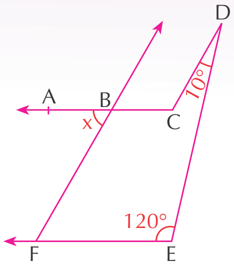
[CB] // [DF]

[AF] ve [CB] açıortay

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{AFD}) = x$ kaç derecedir?

A) 90 B) 80 C) 75 D) 60 E) 50

21.



Şekilde

[CA // [EF

[FB // [CD]

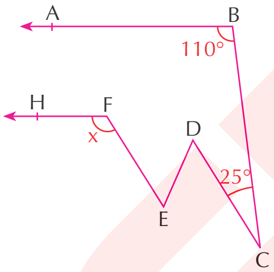
$m(\widehat{CDE}) = 10°$

$m(\widehat{DEF}) = 120°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ABF}) = x$ kaç derecedir?

A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

22.



Şekilde

[BA // [FH

[DC] // [FE]

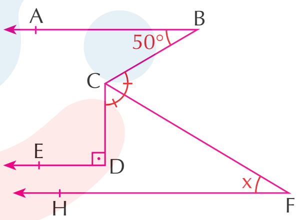
$m(\widehat{ABC}) = 110°$

$m(\widehat{BCD}) = 25°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{HFE}) = x$ kaç derecedir?

A) 125 B) 130 C) 135 D) 140 E) 145

23.



Şekilde

[BA // [DE // [FH

[CF] açıortay

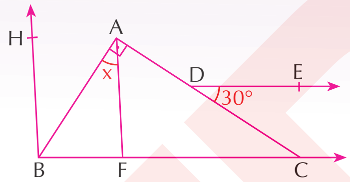
[CD] ⊥ [DE

$m(\widehat{ABC}) = 50°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CFH}) = x$ kaç derecedir?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

24.



Şekilde

[DE // [BC

[BH // [FA]

[BA] ⊥ [AC]

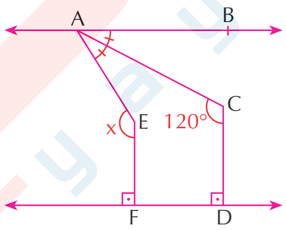
$m(\widehat{EDC}) = 30°$

$m(\widehat{HBC}) = 105°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BAF}) = x$ kaç derecedir?

A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

25.



AB // FD

[AC] açıortay

[CD] ⊥ FD

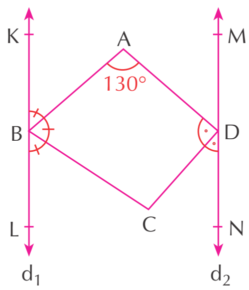
[EF] ⊥ FD

$m(\widehat{ACD}) = 120°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{AEF}) = x$ kaç derecedir?

A) 135 B) 140 C) 150 D) 155 E) 160

26.



Şekilde,

$d_1 // d_2$

$m(\widehat{CDN}) = m(\widehat{ADC})$

$m(\widehat{ABK}) = m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{CBL})$

$m(\widehat{BAD}) = 130°$

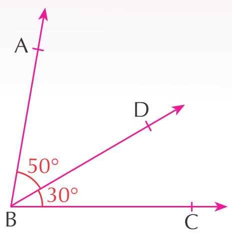
Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BCD})$ kaç derecedir?

A) 135 B) 130 C) 125 D) 120 E) 115

C - A - D - C / B - E - E - B / D - C - B / A - D - D / A - E - B / B - D - A / A - C - C / E - C - E

SINAVLARDA SORULABİLECEK SORULAR

1.



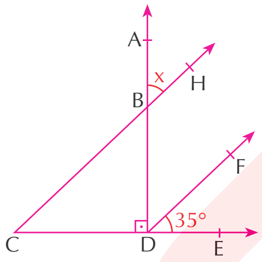
$m(\widehat{ABD}) = 50°$

$m(\widehat{DBC}) = 30°$

Yukarıdaki verilere göre, ABC açısının açıortayı ile DBC açısının açıortayı arasındaki açının ölçüsü kaç derecedir?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

2.



Şekilde

[CH // [DF

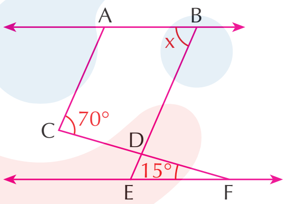
[DA ⊥ [CE

$m(\widehat{FDE}) = 35°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ABH}) = x$ kaç derecedir?

A) 60 B) 55 C) 45 D) 40 E) 35

3.



AB // EF

[CA] // [EB]

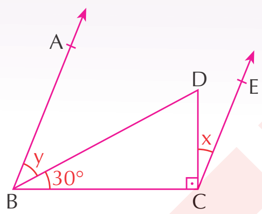
$m(\widehat{ACF}) = 70°$

$m(\widehat{CFE}) = 15°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ABE}) = x$ kaç derecedir?

A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

4.



[BA // [CE

[DC] ⊥ [BC]

$m(\widehat{DBC}) = 30°$

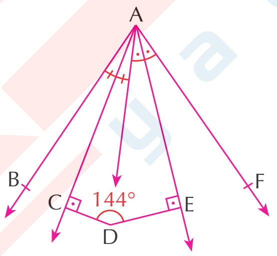
$m(\widehat{DCE}) = x$

$m(\widehat{ABD}) = y$

Yukarıdaki verilere göre, x + y toplamı kaç derecedir?

A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

5.



[AC ve [AE açıortay

[DC] ⊥ [AC

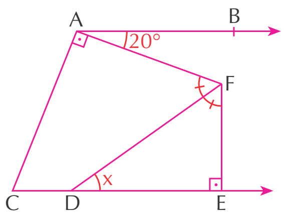
[DE] ⊥ [AE

$m(\widehat{CDE}) = 144°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BAF})$ kaç derecedir?

A) 36 B) 60 C) 64 D) 72 E) 84

6.



[AB // [CE

[FA] ⊥ [AC]

[FE] ⊥ [CE

[FD] açıortay

$m(\widehat{BAF}) = 20°$

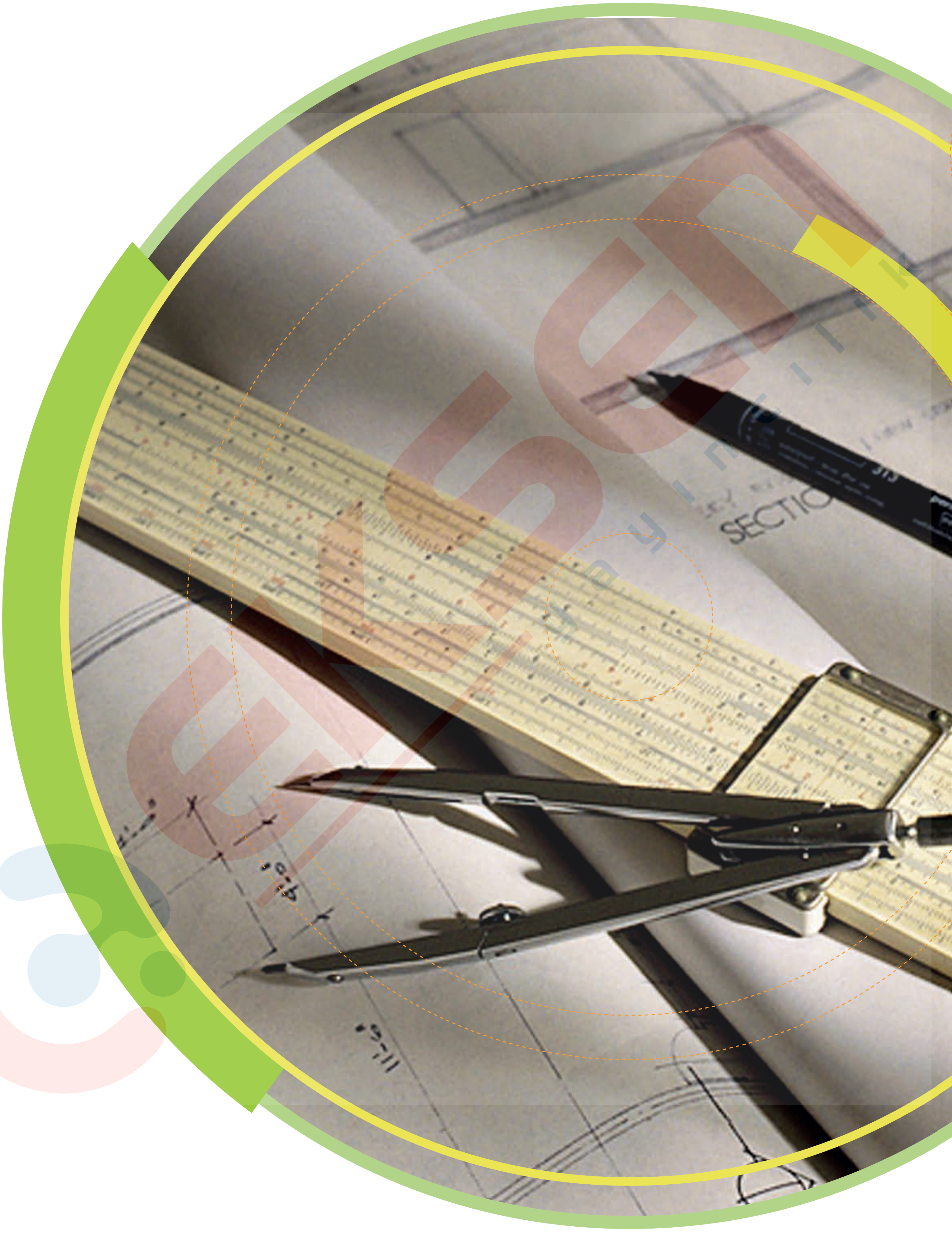
Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{FDE}) = x$ kaç derecedir?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

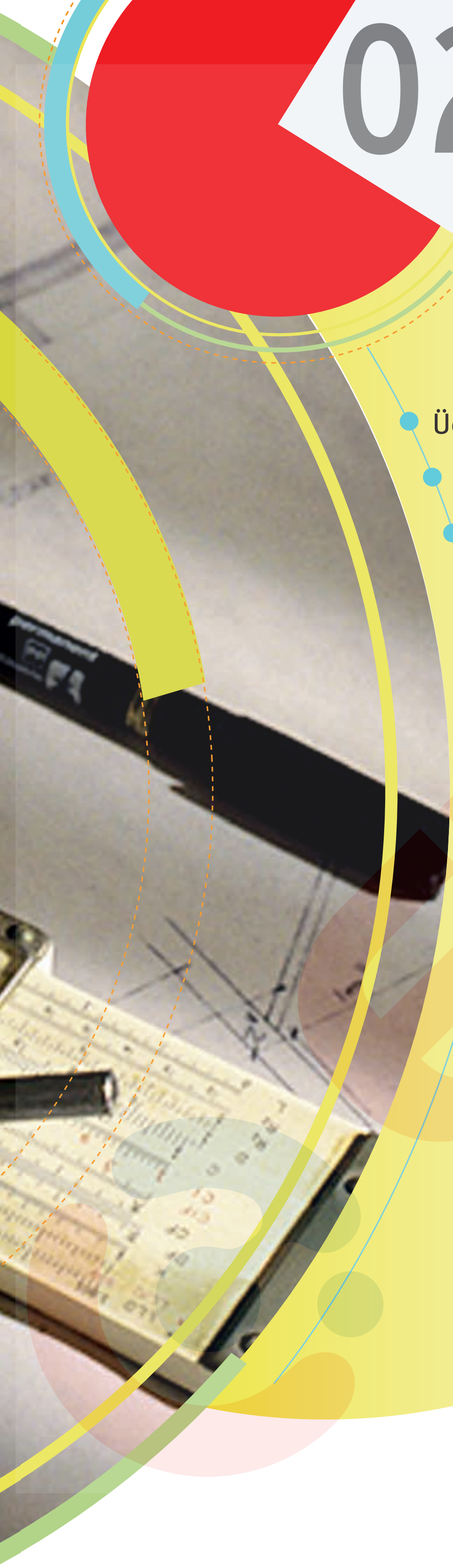
B - B - B / E - D - E

KAZANMIŞ OLMAMIZ GEREKEN BİLGİ ve BECERİLER

	+	∓	−
Doğru, doğru parçası ve ışın gibi geometrik kavramları tanımlayabilme			
Açı ölçü birimlerini birbirine çevirebilme			
Dar açı, dik açı, geniş açı gibi açı çeşitlerini tanımlayabilme			
Tümler açı ve bütünler açı ile ilgili problemleri çözebilme			
Yöndeş, iç ters ve dış ters açıları tanımlayabilme			
Paralel iki doğrunun bir kesenle oluşturduğu açılarla ilgili problemleri çözebilme			
Paralel doğruların oluşturduğu açı sorularında pratik kuralları kullanabilme			
Gerektiğinde paralel doğruların uzatılması gerektiğini anlayabilme			
Gerektiğinde ek paralel doğruların hangi durumlarda çizilebileceğini bilme			



02 ÜÇGENDE AÇILAR



- Üçgeni ne kadar tanıyoruz?
- Üçgenleri sınıflandırıyoruz.
- Üçgende açı özelliklerini neredeyse herkes biliyor.

YÖRÜNGEDEKİ KAVRAMLAR

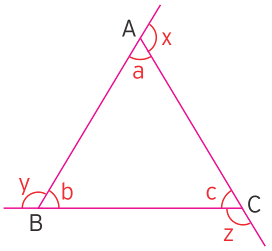
- üçgen s. 37
- açıortay s. 37
- kenarortay s. 37
- kenar orta dikme s. 37
- yükseklik s. 37
- hipotenüs s. 37
- dik kenar s. 37

ÜÇGENDE AÇILAR

2.1 Üçgeni ne kadar tanıyoruz?

Üçgenin tanımı

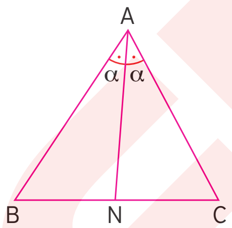
Doğrusal olmayan üç noktayı birleştiren doğru parçalarının birleşim kümesine üçgen denir.



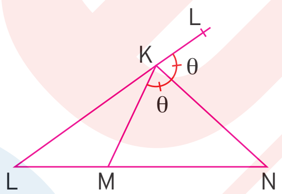
Şekildeki ABC üçgeninde [AB], [AC] ve [BC] doğru parçalarına üçgenin kenarları, a, b ve c açılarına üçgenin iç açıları, x, y ve z açılarına ise üçgenin dış açıları denir. Üçgenin kenarları ile üçgenin açıları üçgenin temel elemanlarıdır.

Üçgenin yardımcı elemanları

1. Açıortay

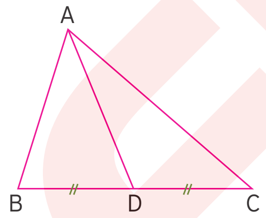


[AN], ABC üçgeninin BAC açısına ait iç açıortayıdır, BAC açısını iki eş parçaya böler.



[KN], KLM üçgeninde dış açıortaydır, MKL açısını iki eş parçaya böler.

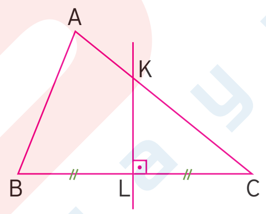
2. Kenarortay



[AD], BC kenarına ait kenarortaydır.

|BD| = |DC|

3. Kenar orta dikme

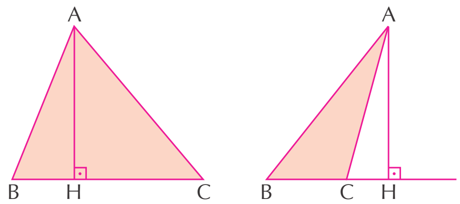


KL doğrusu, ABC üçgeninin BC kenarına ait kenar orta dikmedir.

KL ⊥ [BC]

|BL| = |LC|

4. Yükseklik



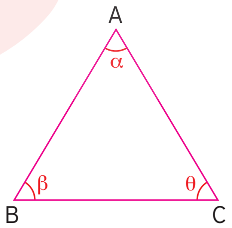
[AH], ABC üçgenlerinde BC kenarına ait yüksekliktir, [AH] ⊥ [BC dir.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 2 1, 6, 8, 9 nolu soruları hemen çözelim.

2.2 Üçgenleri sınıflandırıyoruz.

a) Açılarına göre üçgen çeşitleri

1. Dar açılı üçgen



İç açılarının herbiri 90° den küçük olan üçgene dar açılı üçgen denir.

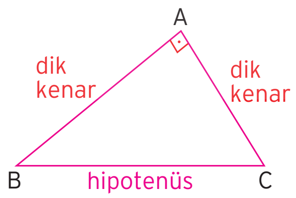
$\alpha < 90°$

$\beta < 90°$

$\theta < 90°$

2. Dik üçgen

Açılarından biri 90° olan üçgene dik üçgen denir.

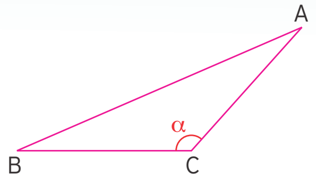


$m(\widehat{BAC}) = 90°$

olduğundan,

şekildeki ABC üçgeni dik üçgendir.

3. Geniş açılı üçgen

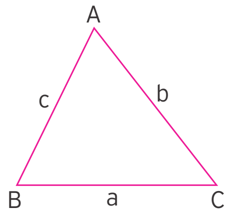


Açılarından birinin ölçüsü 90° den büyük olan üçgene geniş açılı üçgen denir.

$m(\widehat{BCA}) = \alpha > 90°$

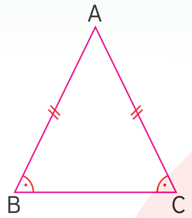
b) Kenarlarına göre üçgen çeşitleri

1. Çeşitkenar üçgen



Kenar uzunlukları farklı olan üçgenlere çeşitkenar üçgen denir. Çeşitkenar üçgenlerin hem kenar uzunlukları hem de iç açılarının ölçüleri birbirinden farklıdır.

2. İkizkenar üçgen

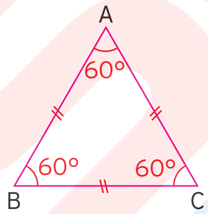


Kenarlarından ikisinin uzunluğu birbirine eşit olan üçgene ikizkenar üçgen denir. İkizkenar üçgende eşit kenarların karşılarındaki açıların ölçüleri de eşittir.

Şekildeki üçgende $|AB| = |AC|$ olduğundan

$m(\widehat{B}) = m(\widehat{C})$ dir.

3. Eşkenar üçgen

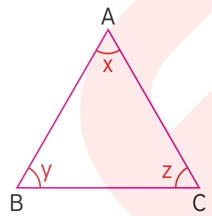


Üç kenarı da eşit uzunlukta olan üçgene eşkenar üçgen denir. Eşkenar üçgenlerin tüm iç açıları 60 ar derecedir.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 5, 6 / Kavrama Testi 2 7, 10 / Genel Tekrar Testi 6 nolu soruları hemen çözelim.

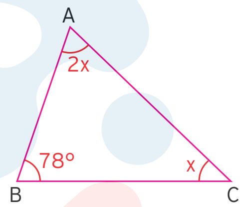
2.3 Üçgende açı özelliklerini neredeyse herkes biliyor.

1. Üçgenin iç açılar toplamı 180° dir.



$x + y + z = 180°$ dir.

örnek soru



ABC bir üçgen

$m(\widehat{BAC}) = 2x$

$m(\widehat{ACB}) = x$

$m(\widehat{ABC}) = 78°$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

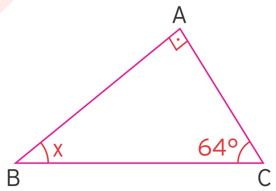
çözüm

Üçgenin iç açıları toplamı 180° olduğundan

$2x + x + 78° = 180° \Rightarrow 3x = 180 - 78°$

$3x = 102° \Rightarrow x = 34°$ bulunur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

$[BA] \perp [AC]$

$m(\widehat{ACB}) = 64°$

$m(\widehat{ABC}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm

$[BA] \perp [AC]$ olduğundan

$m(\widehat{BAC}) = 90°$ dir.

Üçgenin iç açıları toplamı 180° olduğundan

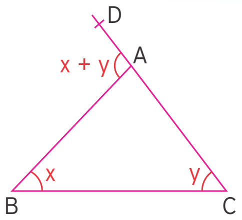
$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180°$

$90° + x + 64° = 180°$

$x + 154° = 180°$

$x = 26°$ bulunur.

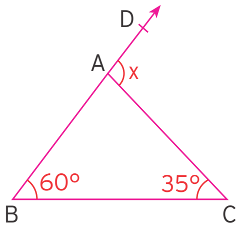
2. Bir üçgende iki iç açının toplamı, bu açılara komşu olmayan dış açıya eşittir.



$m(\widehat{B}) = x$, $m(\widehat{C}) = y$ ise,

$m(\widehat{DAB}) = x + y$ olur.

örnek soru



ABC bir üçgen

$m(\widehat{ABC}) = 60°$

$m(\widehat{ACB}) = 35°$

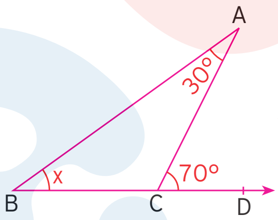
Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{DAC})$ = x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm

DAC açısı B ve C açılarına komşu olmayan dış açı olduğuna göre,

$m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) \Rightarrow x = 60° + 35° = 95°$ bulunur.

örnek soru



ABC bir üçgen

$m(\widehat{BAC}) = 30°$

$m(\widehat{ACD}) = 70°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ABC})$ = x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm

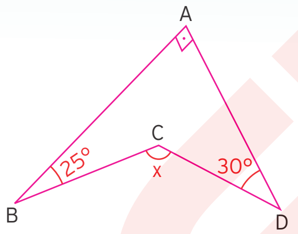
ACD açısı, A ve B açılarına komşu olmayan dış açı olduğuna göre,

$m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) \Rightarrow 70° = 30° + x$

$x = 70° - 30°$

$x = 40°$ bulunur.

örnek soru



Şekilde

$[BA] \perp [AD]$

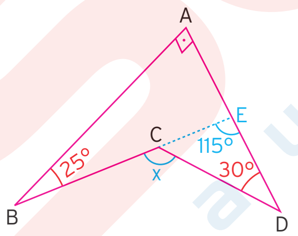
$m(\widehat{ABC}) = 25°$

$m(\widehat{ADC}) = 30°$

$m(\widehat{BCD}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



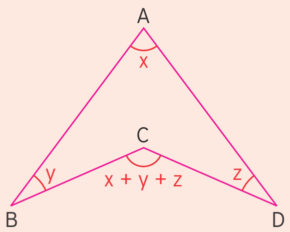
BC uzatıldığında [AD] yi E noktasında kessin. ABE üçgeninde A ve B iç açılarının ölçüleri toplamı CED dış açısına eşit olduğuna göre,

$m(\widehat{CED}) = m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = 90° + 25° = 115°$ dir.

CED üçgeninde iki iç açının ölçüleri toplamı kendilerine komşu olmayan dış açıya eşit olduğuna göre,

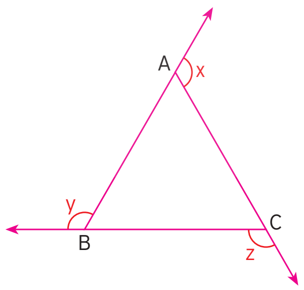
$m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{CED}) + m(\widehat{EDC})$

$x = 115° + 30° = 145°$ bulunur.



Şekildeki dörtgende $m(\widehat{A}) = x$, $m(\widehat{B}) = y$ ve $m(\widehat{D}) = z$ alınırsa, $m(\widehat{BCD}) = x + y + z$ olur. Yukarıdaki örneği bu kurala göre tekrar çözünüz.

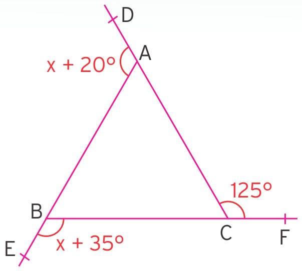
3. Üçgenin dış açıları toplamı 360° dir.



$x + y + z = 360°$

Her köşede bulunan iç açı ile dış açı birbirinin bütünleridir, yani toplamları 180° dir.

örnek soru



Şekilde
$m(\widehat{DAE}) = x + 20°$
$m(\widehat{EBF}) = x + 35°$
$m(\widehat{FCD}) = 125°$

Yukarıdaki verilere göre, BAC açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm

ABC üçgeninin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° olduğuna göre,

$x + 20° + x + 35° + 125° = 360°$
$2x + 180° = 360°$
$2x = 180°$
$x = 90°$ olur.

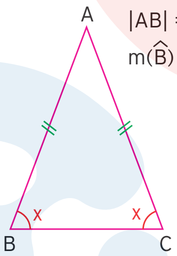
Bu durumda $m(\widehat{DAE}) = x + 20° = 90° + 20° = 110°$ dir.

O halde,

$m(\widehat{BAC}) = 180° - m(\widehat{DAE}) = 180° - 110° = 70°$

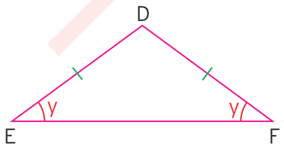
bulunur.

4. İkizkenar üçgenin eş kenarları karşısındaki açıların ölçüleri de eştir.

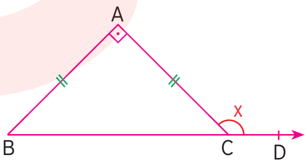


$|AB| = |AC|$
$m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = x$

$|DE| = |DF|$
$m(\widehat{E}) = m(\widehat{F}) = y$



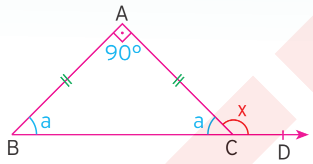
örnek soru



ABC ikizkenar dik üçgen
$[BA] \perp [AC]$
$|AB| = |AC|$
$m(\widehat{ACD}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



$[BA] \perp [AC]$
olduğuna göre,
$m(\widehat{BAC}) = 90°$ dir.

$|AB| = |AC|$ olduğundan $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ACB}) = a$ olur.

Üçgenin iç açıları toplamı 180° ye eşitlenirse

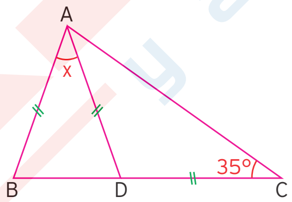
$90° + 2a = 180° \Rightarrow 2a = 90° \Rightarrow a = 45°$ olur.

B, C, D noktaları doğrusal olduğundan

$a + x = 180°$ dir.

O halde, $x = 180° - 45°$
$x = 135°$ bulunur.

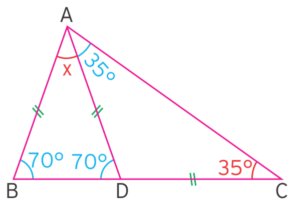
örnek soru



ABC bir üçgen
$|AB| = |AD| = |DC|$
$m(\widehat{ACB}) = 35°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BAD}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



Şekilde, $|AD| = |DC|$ olduğundan ADC ikizkenar üçgendir.

Buna göre,

$m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{DCA}) = 35°$ dir.

ADC üçgeninde iki iç açının toplamı kendilerine komşu olmayan dış açıya eşit olduğundan

$m(\widehat{BDA}) = m(\widehat{DAC}) + m(\widehat{DCA})$

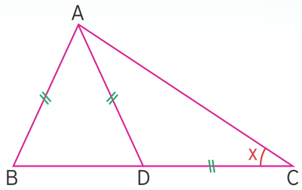
$m(\widehat{BDA}) = 35° + 35° = 70°$ dir.

$|AB| = |AD|$ olduğundan ABD üçgeni de ikizkenar üçgendir.

Dolayısıyla $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{ADB}) = 70°$ dir.

O halde, $m(\widehat{BAD}) = 180° - 2 \cdot 70° \Rightarrow x = 40°$ bulunur.

örnek soru



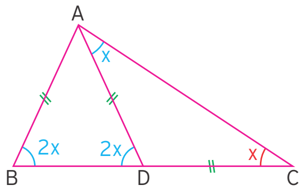
ABC bir üçgen

$|AB| = |AD| = |DC|$

m($\widehat{BAC}$) = 84°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{ACB}$) = x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



$|AD| = |DC|$

olduğundan

m($\widehat{DAC}$) = m($\widehat{DCA}$) = x

olur.

ADC üçgeninde iki iç açının toplamı kendilerine komşu olmayan dış açıya eşit olduğundan

m($\widehat{BDA}$) = m($\widehat{DAC}$) + m($\widehat{DCA}$)

m($\widehat{BDA}$) = x + x = 2x olur.

$|AB| = |AD|$ olduğundan

m($\widehat{ABD}$) = m($\widehat{ADB}$) = 2x olur.

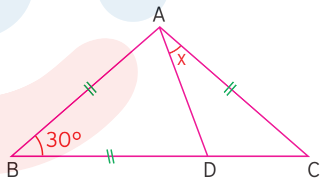
m($\widehat{BAC}$) = 84° verildiğine göre, ABC üçgeninin iç açıları toplamı 180° e eşitlenirse,

84° + 2x + x = 180°

3x = 96°

x = 32° bulunur.

örnek soru



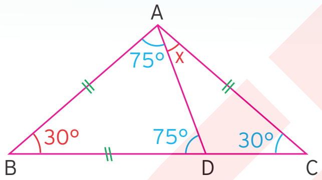
ABC bir ikizkenar üçgen

$|AB| = |AC| = |BD|$

m($\widehat{ABC}$) = 30°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{DAC}$) = x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



$|BA| = |BD|$

verildiğine göre,

BAD üçgeni ikizkenar üçgendir.

Buna göre,

m($\widehat{BAD}$) = m($\widehat{BDA}$) = $\dfrac{180° - 30°}{2}$ = 75° dir.

ABC üçgeninde $|AB| = |AC|$ verildiğine göre,

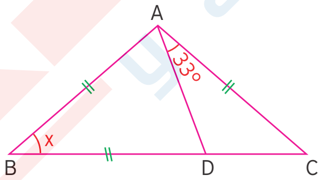
m($\widehat{ACB}$) = m($\widehat{ABC}$) = 30° dir.

ADC üçgeninde iki iç açının toplamı kendilerine komşu olmayan dış açıya eşit olduğuna göre,

m($\widehat{BDA}$) = m($\widehat{DAC}$) + m($\widehat{DCA}$)

75° = x + 30° ⇒ x = 45° bulunur.

örnek soru



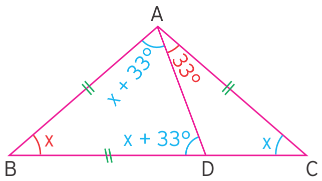
ABC bir ikizkenar üçgen

$|AB| = |AC| = |BD|$

m($\widehat{DAC}$) = 33°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{ABD}$) = x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



ABC üçgeninde

$|AB| = |AC|$

verildiğine göre,

m($\widehat{ABC}$) = m($\widehat{ACB}$) = x olur.

ADC üçgeninde iki iç açının toplamı kendilerine komşu olmayan dış açıya eşit olduğuna göre,

m($\widehat{BDA}$) = m($\widehat{DAC}$) + m($\widehat{DCA}$)

m($\widehat{BDA}$) = 33° + x olur.

ABD üçgeninde $|AB| = |BD|$ verildiğine göre,

m($\widehat{BAD}$) = m($\widehat{BDA}$) = 33° + x olur.

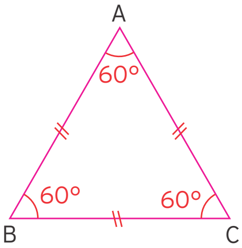
ABD üçgeninin iç açıları toplamı 180° olduğuna göre,

x + x + 33° + x + 33° = 180°

3x + 66° = 180°

3x = 114° ⇒ x = 38° bulunur.

5. Eşkenar üçgenin tüm kenar uzunlukları eşit olduğundan tüm iç açılarının ölçüsü 60 ar derecedir.

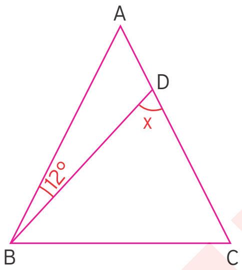


Şekildeki ABC üçgeni eşkenar üçgen olduğundan

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = 60^\circ$

dir.

örnek soru

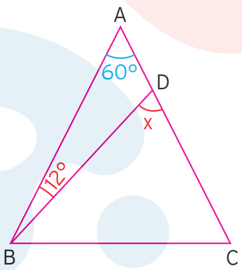


ABC bir eşkenar üçgen

$m(\widehat{ABD}) = 12^\circ$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BDC}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



ABC üçgeni eşkenar üçgen olduğundan tüm iç açılar 60 ar derecedir.

Bu durumda

$m(\widehat{A}) = 60^\circ$ olur.

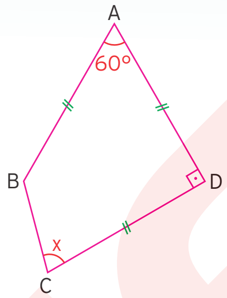
ABD üçgeninde iki iç açının toplamı kendilerine komşu olmayan dış açıya eşit olduğundan

$m(\widehat{BDC}) = m(\widehat{BAD}) + m(\widehat{ABD})$

$x = 60^\circ + 12^\circ$

$x = 72^\circ$ bulunur.

örnek soru



ABCD bir dörtgen

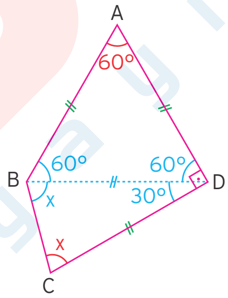
$m(\widehat{BAD}) = 60^\circ$

$[AD] \perp [CD]$

$|AB| = |AD| = |CD|$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BCD}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



[BD] doğru parçası çizilirse |AB| = |AD| olduğundan

$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{ADB}) = \dfrac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$ olur.

ABD üçgeninin tüm iç açıları 60 ar derece olduğuna göre ABD üçgeni eşkenardır.

Dolayısıyla |BD| = |AB| = |AD| = |DC| olur.

Ayrıca $[AD] \perp [CD]$, yani $m(\widehat{ADC}) = 90^\circ$ olduğuna göre,

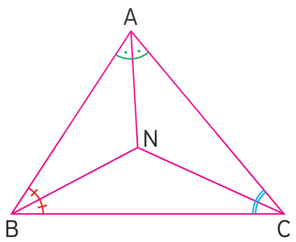
$m(\widehat{BDC}) = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ olur.

|BD| = |CD| olduğundan $m(\widehat{DBC}) = m(\widehat{BCD}) = x$ olur.

BCD üçgeninde iç açılar toplamı

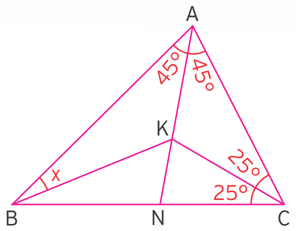
$2x + 30^\circ = 180^\circ$ olduğundan $x = 75^\circ$ bulunur.

6. Bir üçgenin iç açıortayları bir noktada kesişir.



ABC üçgeninde [AN] ve [BN] açıortay ise, [CN] de açıortaydır.

örnek soru



ABC bir üçgen

[AN] ve [CK]

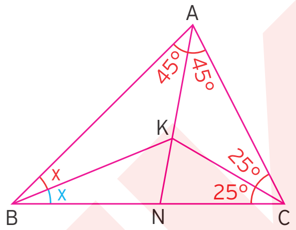
açıortay

$m(\widehat{BAN}) = m(\widehat{NAC}) = 45°$

$m(\widehat{ACK}) = m(\widehat{KCN}) = 25°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ABK}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



[AN] ve [CK] iç açıortayları K noktasında kesiştiğine göre, [BK] da iç açıortaydır.

Dolayısıyla

$m(\widehat{NBK}) = m(\widehat{ABK}) = x$ olur.

ABC üçgeninin iç açıları toplamı

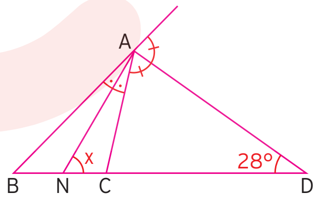
$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 90° + 2x + 50° = 180°$

$2x = 40°$

$x = 20°$ olur.

7. Bütünler iki açının açıortayları arasındaki açının ölçüsü 90° dir.

örnek soru



ABC üçgeninde

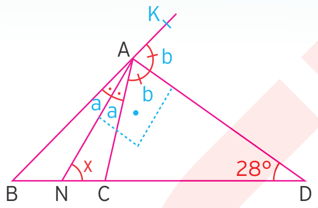
[AN] iç açıortay

[AD] dış açıortay

$m(\widehat{ADB}) = 28°$

olduğuna göre, $m(\widehat{ANC}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



[AN] iç açıortay olduğundan

$m(\widehat{BAN}) = m(\widehat{NAC}) = a$

[AD] dış açıortay olduğundan

$m(\widehat{CAD}) = m(\widehat{DAK}) = b$

olsun.

BAK açısı doğru açı olduğundan ölçüsü 180° dir.

Dolayısıyla, $2a + 2b = 180° \Rightarrow a + b = 90°$ bulunur.

$m(\widehat{NAD}) = a + b$ olduğundan $m(\widehat{NAD}) = 90°$ dir.

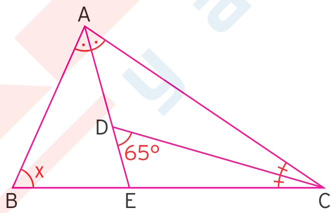
AND üçgeninin iç açıları toplamı 180° olduğuna göre,

$m(\widehat{AND}) + m(\widehat{NAD}) + m(\widehat{ADN}) = 180°$

$x + 90° + 28° = 180°$

$x = 62°$ bulunur.

örnek soru



ABC bir üçgen

AE ve CD açıortay

$m(\widehat{EDC}) = 65°$

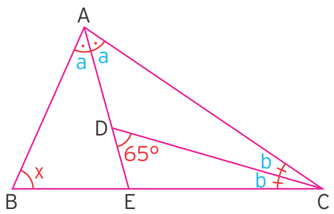
$m(\widehat{ABC}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 50 B) 45 C) 40 D) 35 E) 30

(2009 MAT2)

çözüm



AE ve CD açıortay olduğundan

$m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{EAC}) = a$

ve

$m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{DCE}) = b$

olsun.

DAC üçgeninde iki iç açının toplamı kendilerine komşu olmayan dış açıya eşit olduğundan

$a + b = 65°$ dir.

ABC üçgeninin iç açıları toplamı 180° olduğundan

$2a + 2b + x = 180° \Rightarrow 2(a + b) + x = 180°$

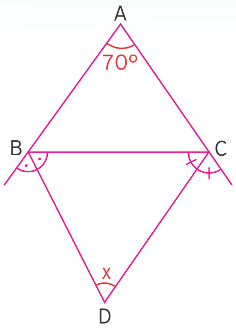
$2 \cdot 65° + x = 180°$

$130° + x = 180°$

$x = 50°$ bulunur.

Cevap A

örnek soru



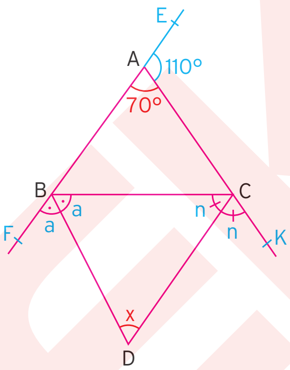
ABC üçgeninde

[BD] ve [CD] dış açıortay

$m(\widehat{BAC}) = 70°$

olduğuna göre, $m(\widehat{BDC}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



[BD] ve [CD] dış açıortay olduğundan

$m(\widehat{FBD}) = m(\widehat{DBC}) = a$ ve

$m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{DCK}) = n$ olsun.

$m(\widehat{BAC}) = 70°$ olduğundan $m(\widehat{CAE}) = 110°$ dir.

Bir üçgenin dış açıları toplamı 360° olduğuna göre, ABC üçgeninin dış açıları toplanırsa,

$2a + 2n + 110° = 360° \Rightarrow 2a + 2n = 250°$

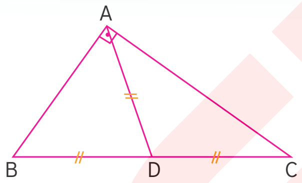
$a + n = 125°$ bulunur.

BDC üçgeninde iç açılar toplamı 180° olduğundan

$x + a + n = 180° \Rightarrow x + 125° = 180°$

$x = 55°$ bulunur.

Dik üçgende hipotenüse ait kenarortay uzunluğu hipotenüs uzunluğunun yarısına eşittir.



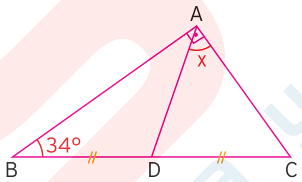
$[BA] \perp [AC]$ ve

$|BD| = |DC|$ ise,

$|AD| = |BD| = |DC|$

olur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

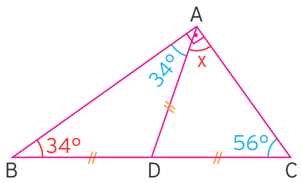
$[BA] \perp [AC]$

$|BD| = |DC|$

$m(\widehat{ABC}) = 34°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{DAC}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



Dik üçgende hipotenüse ait kenarortay uzunluğu hipotenüs uzunluğunun yarısına eşit olduğu için

$|AD| = |BD| = |DC|$

olur.

Bu durumda DAB ve DAC üçgenleri ikizkenar üçgen olur.

$|DB| = |DA|$ olduğundan,

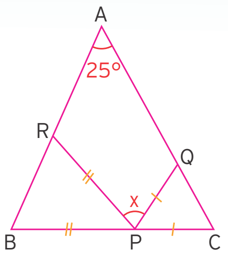
$m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{DBA}) = 34°$ olur.

$m(\widehat{BAC}) = 90°$ olduğundan

$m(\widehat{DAC}) = 90° - m(\widehat{DAB})$

$x = 90° - 34° = 56°$ bulunur.

örnek soru



ABC bir üçgen

$|BP| = |PR|$

$|CP| = |PQ|$

$m(\widehat{BAC}) = 25^\circ$

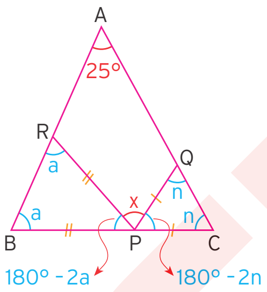
$m(\widehat{RPQ}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 150 B) 135 C) 130 D) 120 E) 108

(ÖSS 2007 I)

çözüm



$|BP| = |PR|$ olduğundan

$m(\widehat{PRB}) = m(\widehat{PBR}) = a$

$|CP| = |PQ|$ olduğundan

$m(\widehat{PQC}) = m(\widehat{PCQ}) = n$

Bu durumda

$m(\widehat{BPR}) = 180^\circ - 2a$ ve

$m(\widehat{CPQ}) = 180^\circ - 2n$ olur.

ABC üçgeninin iç açıları toplamı 180° olduğundan

$25^\circ + a + n = 180^\circ \Rightarrow a + n = 155^\circ$ dir.

B, P, C noktaları doğrusal olduğundan

$m(\widehat{BPC}) = 180^\circ$ yani

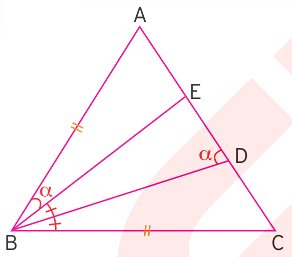
$180^\circ - 2a + x + 180^\circ - 2n = 180^\circ \Rightarrow x = 2a + 2n - 180^\circ$ olur.

$a + n = 155^\circ$ olduğundan $2a + 2n = 310^\circ$ olur.

O halde, $x = 2a + 2n - 180^\circ = 310^\circ - 180^\circ = 130^\circ$ bulunur.

Cevap C

örnek soru

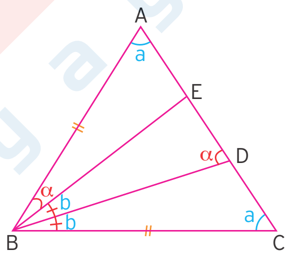


$|AB| = |BC|$

$m(\widehat{EBD}) = m(\widehat{DBC})$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{BDA}) = \alpha$ nın kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



ABC ikizkenar üçgen olduğundan,

$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BCD}) = a$

[BD] açıortay olduğundan,

$m(\widehat{EBD}) = m(\widehat{DBC}) = b$

BDC üçgeninde, iki iç açının toplamı kendilerine komşu olmayan dış açıya eşit olduğundan

$\alpha = a + b$

ABC üçgeninde iç açılar toplamı 180° olduğundan,

$2a + 2b + \alpha = 180^\circ$, $2(a + b) + \alpha = 180^\circ$

$2\alpha + \alpha = 180^\circ$

$\alpha = 60^\circ$ bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 1, 2, 3, 7, 11 / Genel Tekrar Testi 1, 2, 8, 9, 11, 21 nolu soruları hemen çözelim.

BU KONUDA ÖZETLE...

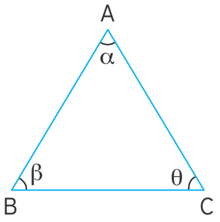
Konuların ve Kavramların Özeti

Üçgenin tanımı

Doğrusal olmayan üç noktayı birleştiren doğru parçalarının birleşim kümesine üçgen denir.

Üçgenin iç açılar toplamı 180° dir.

Üçgenin dış açılar toplamı 360° dir.



$\alpha + \beta + \theta = 180°$

Açılarına göre üçgen çeşitleri

a. Dar açılı üçgen: İç açılarının herbiri 90° den küçük olan üçgene dar açılı üçgen denir.

b. Dik üçgen: Açılarından biri 90° olan üçgene dik üçgen denir.

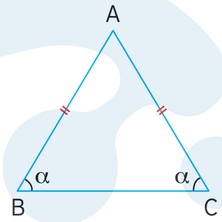
c. Geniş açılı üçgen: Açılarından birinin ölçüsü 90° den büyük olan üçgene geniş açılı üçgen denir.

Kenarlarına göre üçgen çeşitleri

a. Çeşitkenar üçgen: Kenar uzunlukları ve açıları farklı olan üçgenlere çeşitkenar üçgen denir.

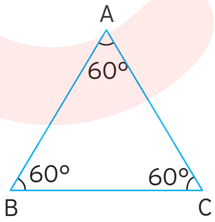
b. İkizkenar üçgen: Kenarlarından ikisinin uzunluğu birbirine eşit olan üçgene ikizkenar üçgen denir.

c. Eşkenar üçgen: Üç kenarı ve üç iç açısı eşit olan üçgene eşkenar üçgen denir.



$|AB| = |AC|$ ise,

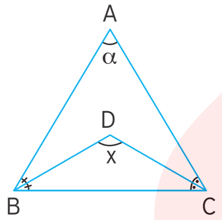
$m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = \alpha$



ABC eşkenar üçgen ise,

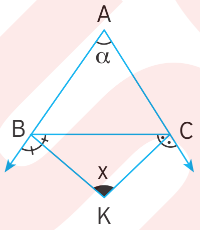
$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = 60°$

1. [BD] ve [CD] iç açıortay ise,



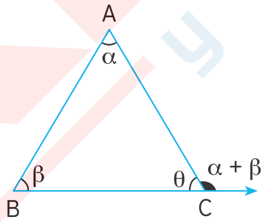
$x = 90° + \dfrac{\alpha}{2}$

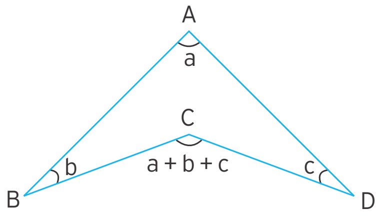
2. [BK] ve [CK] dış açıortay ise,



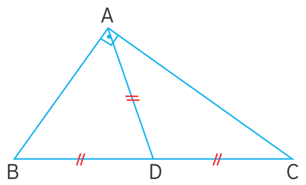
$x = 90° - \dfrac{\alpha}{2}$

3. Bir üçgende iki iç açının toplamı kendilerine komşu olmayan dış açıya eşittir.





4. Dik üçgende hipotenüse ait kenarortay uzunluğu hipotenüs uzunluğunun yarısına eşittir.



$[BA] \perp [AC]$ ve

$|BD| = |DC|$ ise,

$|AD| = |BD| = |DC|$

olur.

ÖĞRENDİKLERİMİZİ TEST EDELİM

Kavrama Testi 1 (2.1 - 2.3)

Kavrama Testi 2 (2.1 - 2.3)

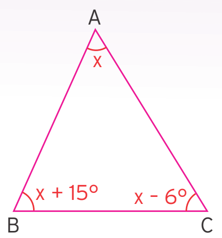
Genel Tekrar Testi (2.1 - 2.3)

Sınavlarda (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) Sorulmuş Sorular

Sınavlarda Sorulabilecek Sorular

KAVRAMA TESTİ 1

1.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{BAC}) = x$

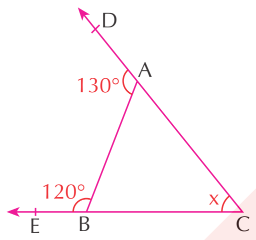
$m(\widehat{ABC}) = x + 15°$

$m(\widehat{ACB}) = x - 6°$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 48 B) 51 C) 54 D) 57 E) 60

2.



ABC bir üçgen

C, A, D ve

C, B, E doğrusal

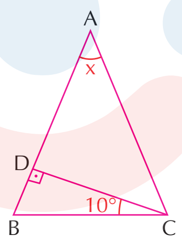
$m(\widehat{DAB}) = 130°$

$m(\widehat{ABE}) = 120°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ACB}) = x$ kaç derecedir?

A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

3.



ABC ikizkenar üçgen

$|AB| = |AC|$

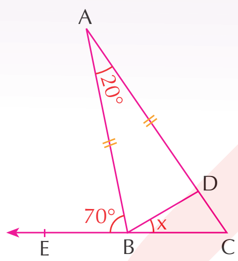
$[CD] \perp [AB]$

$m(\widehat{DCB}) = 10°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BAC}) = x$ kaç derecedir?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

4.



ABC bir üçgen

$|AB| = |AD|$

C, B, E doğrusal

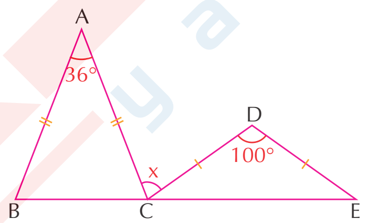
$m(\widehat{BAC}) = 20°$

$m(\widehat{ABE}) = 70°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{DBC}) = x$ kaç derecedir?

A) 30 B) 25 C) 20 D) 15 E) 10

5.



ABC ve DCE birer üçgen

$|AB| = |AC|$

$|DC| = |DE|$

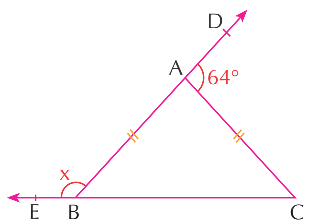
$m(\widehat{BAC}) = 36°$

$m(\widehat{CDE}) = 100°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ACD}) = x$ kaç derecedir?

A) 60 B) 62 C) 64 D) 66 E) 68

6.



ABC bir üçgen

C, B, E ve B, A, D

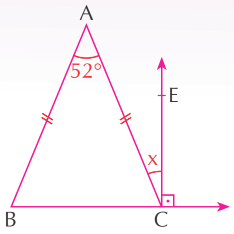
doğrusal

$m(\widehat{DAC}) = 64°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ABE}) = x$ kaç derecedir?

A) 144 B) 148 C) 152 D) 156 E) 160

7.



ABC ikizkenar üçgen

|AB| = |AC|

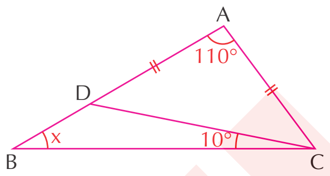
[CE ⊥ [BC

m($\widehat{BAC}$) = 52°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{ACE}$) = x kaç derecedir?

A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

8.



ABC bir üçgen

|AD| = |AC|

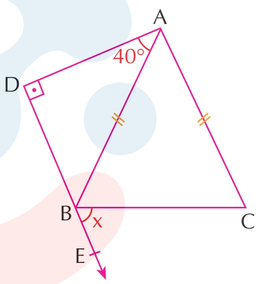
m($\widehat{BAC}$) = 110°

m($\widehat{DCB}$) = 10°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{ABC}$) = x kaç derecedir?

A) 25 B) 20 C) 15 D) 10 E) 5

9.



Şekilde

[AC] // [DE

|AB| = |AC|

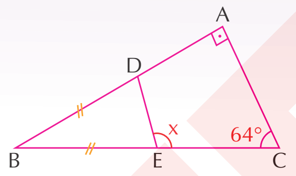
[AD] ⊥ [DE

m($\widehat{DAB}$) = 40°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{CBE}$) = x kaç derecedir?

A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

10.



ABC dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

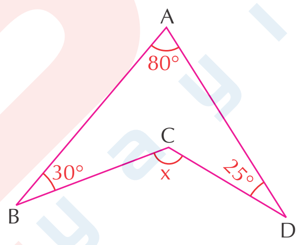
|BD| = |BE|

m($\widehat{ACB}$) = 64°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{DEC}$) = x kaç derecedir?

A) 94 B) 97 C) 100 D) 103 E) 106

11.



Şekilde

m($\widehat{BAD}$) = 80°

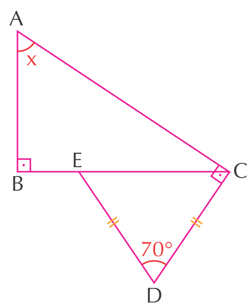
m($\widehat{ABC}$) = 30°

m($\widehat{ADC}$) = 25°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{BCD}$) = x kaç derecedir?

A) 125 B) 130 C) 135 D) 140 E) 145

12.



ABC ve EDC birer üçgen

[AB] ⊥ [BC]

[AC] ⊥ [DC]

|ED| = |DC|

m($\widehat{EDC}$) = 70°

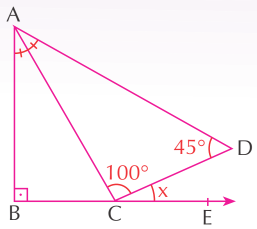
Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{BAC}$) = x kaç derecedir?

A) 35 B) 40 C) 45 D) 50 E) 55

D - E - C / A - E - B / B - A - D / D - C - E

KAVRAMA TESTİ 2

1.



ABC dik üçgen

[AC] açıortay

B, C, E doğrusal

[AB] ⊥ [BE

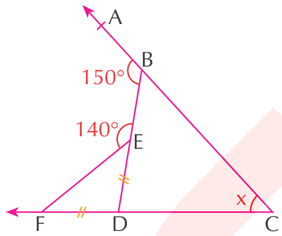
$m(\widehat{ACD}) = 100°$

$m(\widehat{ADC}) = 45°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{DCE}) = x$ kaç derecedir?

A) 35 B) 30 C) 25 D) 20 E) 15

2.



Şekilde

$m(\widehat{ABD}) = 150°$

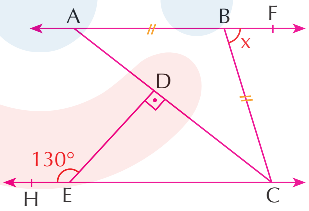
$m(\widehat{BEF}) = 140°$

|FD| = |DE|

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ACF}) = x$ kaç derecedir?

A) 55 B) 60 C) 65 D) 70 E) 75

3.



AF // EC

|AB| = |BC|

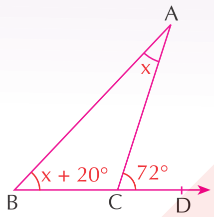
[ED] ⊥ [AC]

$m(\widehat{DEH}) = 130°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CBF}) = x$ kaç derecedir?

A) 65 B) 70 C) 75 D) 80 E) 85

4.



ABC üçgeninde

$m(\widehat{BAC}) = x$

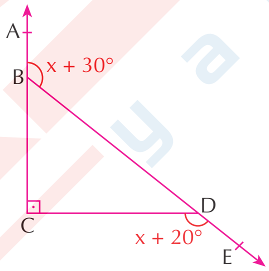
$m(\widehat{ABD}) = x + 20°$

$m(\widehat{ACD}) = 72°$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

5.



BCD dik üçgen

[CA ⊥ [CD]

B, D, E doğrusal

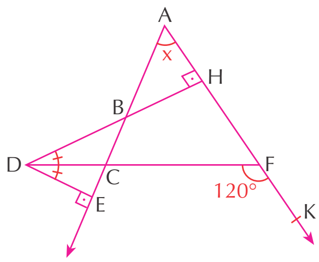
$m(\widehat{ABD}) = x + 30°$

$m(\widehat{CDE}) = x + 20°$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 110 B) 115 C) 120 D) 125 E) 130

6.



Şekilde

[DH] ⊥ [AK

[DE] ⊥ [AE

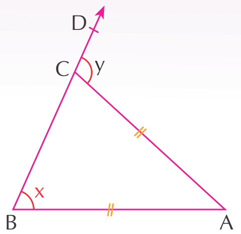
[DF] açıortay

$m(\widehat{DFK}) = 120°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{EAK}) = x$ kaç derecedir?

A) 60 B) 65 C) 70 D) 75 E) 80

7.



ABC ikizkenar üçgen

$|AB| = |AC|$

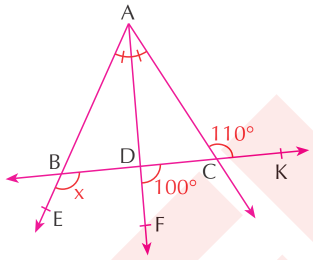
$m(\widehat{ABC}) = x$

$m(\widehat{ACD}) = y$

Yukarıdaki verilere göre, x + y toplamı kaç derecedir?

A) 120 B) 150 C) 180 D) 210 E) 240

8.



[AF, BAC açısının açıortayı

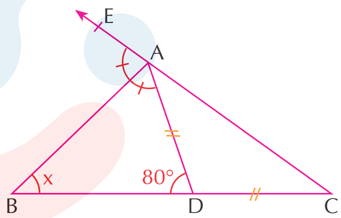
$m(\widehat{ACK}) = 110°$

$m(\widehat{FDC}) = 100°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{EBD}) = x$ kaç derecedir?

A) 110 B) 120 C) 130 D) 140 E) 150

9.



ABC bir üçgen

[AB] açıortay

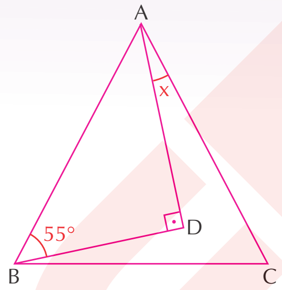
$|AD| = |DC|$

$m(\widehat{ADB}) = 80°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

10.



ABC eşkenar üçgen

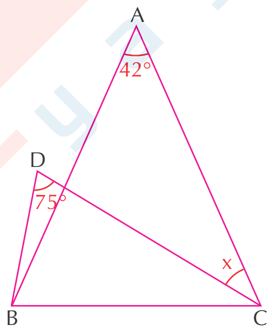
$[AD] \perp [BD]$

$m(\widehat{ABD}) = 55°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{DAC}) = x$ kaç derecedir?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

11.



ABC ve DBC ikizkenar üçgen

$|AB| = |AC|$

$|DC| = |BC|$

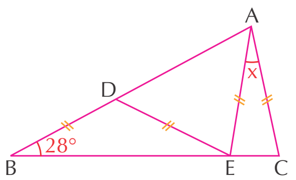
$m(\widehat{BAC}) = 42°$

$m(\widehat{CDB}) = 75°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ACD}) = x$ kaç derecedir?

A) 39 B) 37 C) 35 D) 33 E) 31

12.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{ABC}) = 28°$

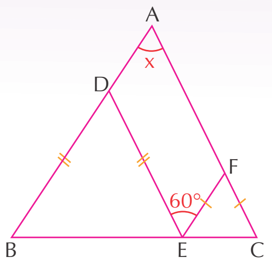
$|DB| = |DE| = |AE| = |AC|$ olduğuna göre, $m(\widehat{EAC}) = x$ kaç derecedir?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

C - D - D / B - A - A / C - C - D / D - A - A

GENEL TEKRAR TESTİ

1.



ABC bir üçgen

|BD| = |DE|

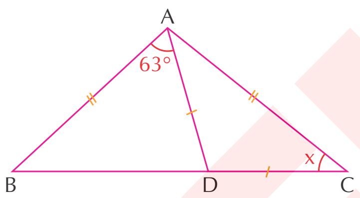
|FE| = |FC|

$m(\widehat{DEF}) = 60°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BAC}) = x$ kaç derecedir?

A) 30 B) 45 C) 60 D) 75 E) 90

2.



ABC üçgeninde

|AB| = |AC|

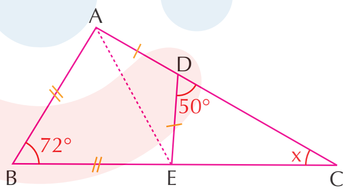
|AD| = |DC|

$m(\widehat{BAD}) = 63°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ACB}) = x$ kaç derecedir?

A) 39 B) 42 C) 45 D) 48 E) 51

3.



ABC bir üçgen

|AB| = |BE|

|AD| = |DE|

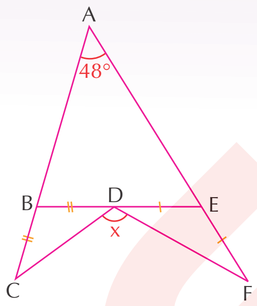
$m(\widehat{ABC}) = 72°$

$m(\widehat{EDC}) = 50°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ACB}) = x$ kaç derecedir?

A) 27 B) 29 C) 31 D) 33 E) 35

4.



ABE bir üçgen

A, B, C ve A, E, F doğrusal

|BC| = |BD|

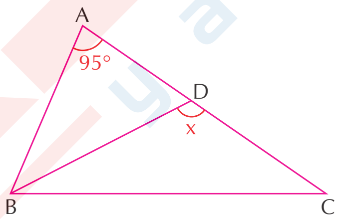
|DE| = |EF|

$m(\widehat{CAF}) = 48°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CDF}) = x$ kaç derecedir?

A) 106 B) 108 C) 110 D) 112 E) 114

5.



ABC bir üçgen

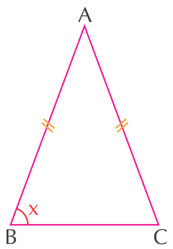
$m(\widehat{BAC}) = 95°$

$m(\widehat{BDC}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in <u>en küçük</u> tam sayı değeri kaç derecedir?

A) 94 B) 95 C) 96 D) 97 E) 98

6.



ABC ikizkenar üçgen

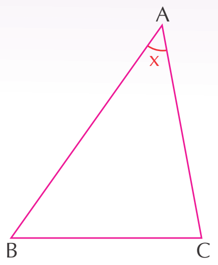
|AB| = |AC|

$m(\widehat{ABC}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in <u>en büyük</u> tam sayı değeri kaç derecedir?

A) 89 B) 88 C) 87 D) 86 E) 85

7.



ABC üçgeninde

$m(\widehat{B}) < 60°$

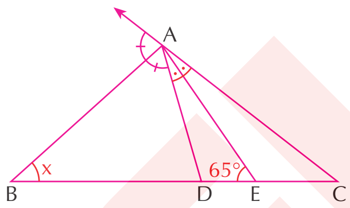
$m(\widehat{C}) < 70°$

$m(\widehat{BAC}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x tam sayı olarak <u>en az</u> kaç derecedir?

A) 45 B) 47 C) 49 D) 51 E) 53

8.



ADC üçgeninde

[AB] dış açıortay

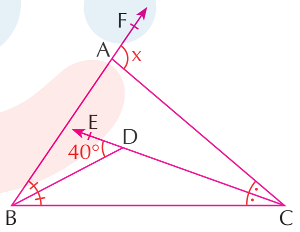
[AE] iç açıortay

$m(\widehat{AEB}) = 65°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?

A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

9.



ABC bir üçgen

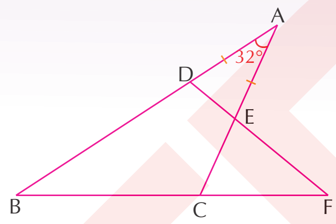
[BD] ve [CE iç açıortay

$m(\widehat{BDE}) = 40°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CAF}) = x$ kaç derecedir?

A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

10.



Şekilde

|BD| = |DF|

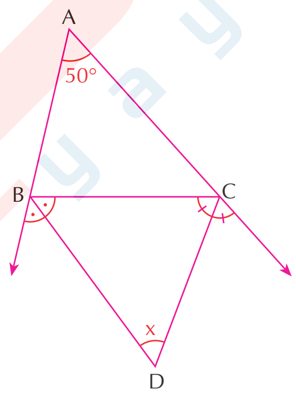
|AD| = |AE|

$m(\widehat{BAC}) = 32°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BFD})$ kaç derecedir?

A) 35 B) 36 C) 37 D) 38 E) 39

11.



ABC üçgeninde

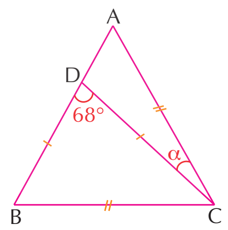
[BD] ve [CD] dış açıortay

$m(\widehat{BAC}) = 50°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BDC}) = x$ kaç derecedir?

A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

12.



|BD| = |DC|

|AC| = |BC|

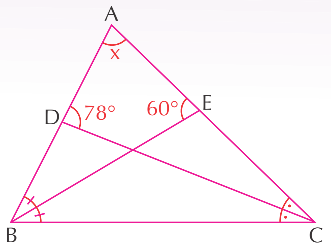
$m(\widehat{BDC}) = 68°$

$m(\widehat{ACD}) = \alpha$

Yukarıdaki verilere göre, α kaç derecedir?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

13.



ABC bir üçgen

[BE] ve [CD] iç açıortay

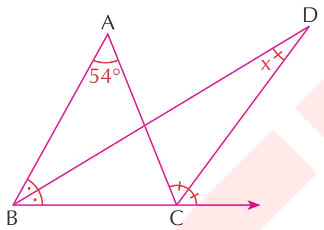
$m(\widehat{ADC}) = 78°$

$m(\widehat{AEB}) = 60°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BAC}) = x$ kaç derecedir?

A) 90 B) 88 C) 86 D) 84 E) 82

14.



ABC üçgeninde

[BD] iç açıortay

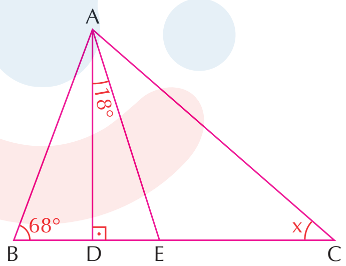
[CD] dış açıortay

$m(\widehat{BAC}) = 54°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BDC}) = x$ kaç derecedir?

A) 36 B) 33 C) 30 D) 27 E) 24

15.



ABC üçgeninde

[AD] ⊥ [BC]

$m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{EAC})$

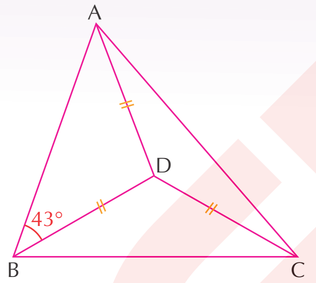
$m(\widehat{ABC}) = 68°$

$m(\widehat{DAE}) = 18°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ACB}) = x$ kaç derecedir?

A) 32 B) 34 C) 36 D) 38 E) 40

16.



ABC üçgeninde

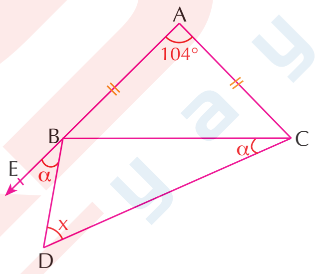
|AD| = |BD| = |DC|

$m(\widehat{ABD}) = 43°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ACB})$ kaç derecedir?

A) 39 B) 41 C) 43 D) 45 E) 47

17.



ABC ikizkenar üçgen

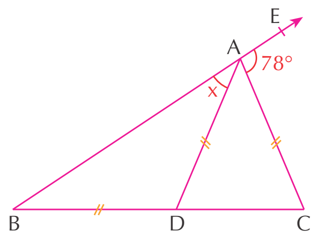
$m(\widehat{EBD}) = m(\widehat{BCD}) = \alpha$

$m(\widehat{BAC}) = 104°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BDC}) = x$ kaç derecedir?

A) 46 B) 42 C) 38 D) 34 E) 30

18.



ABC bir üçgen

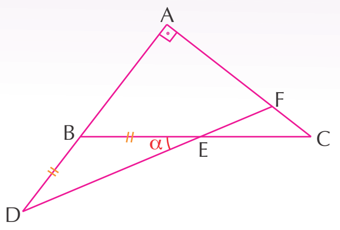
|AD| = |BD| = |AC|

$m(\widehat{CAE}) = 78°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BAD}) = x$ kaç derecedir?

A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

19.



ABC ikizkenar dik üçgen

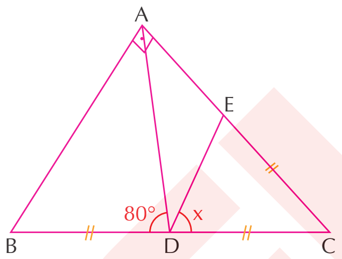
|AB| = |AC|

|DB| = |BE|

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{BED}$) = α kaç derecedir?

A) 32,5 B) 30 C) 27,5 D) 25 E) 22,5

20.



ABC dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

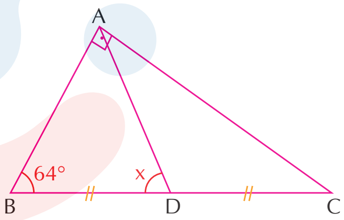
|BD| = |DC| = |EC|

m($\widehat{ADB}$) = 80°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{EDC}$) = x kaç derecedir?

A) 75 B) 70 C) 65 D) 60 E) 55

21.



ABC dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

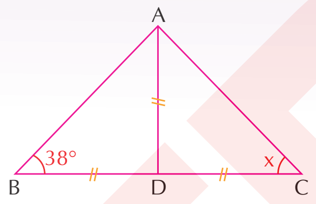
|BD| = |DC|

m($\widehat{ABC}$) = 64°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{ADB}$) = x kaç derecedir?

A) 42 B) 44 C) 48 D) 52 E) 54

22.



ABC bir üçgen

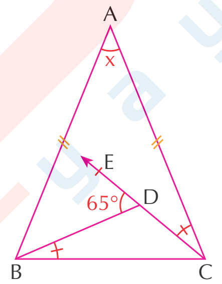
|AD| = |BD| = |DC|

m($\widehat{ABC}$) = 38°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{ACB}$) = x kaç derecedir?

A) 48 B) 50 C) 52 D) 54 E) 56

23.



ABC ikizkenar üçgen

|AB| = |AC|

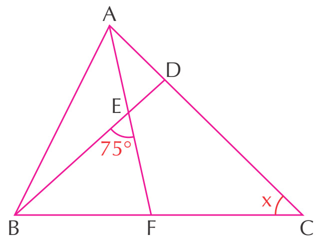
m($\widehat{DBC}$) = m($\widehat{ACE}$)

m($\widehat{BDE}$) = 65°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{BAC}$) = x kaç derecedir?

A) 35 B) 40 C) 45 D) 50 E) 65

24.



ABC üçgeninde

|BD| = |DC|

|AF| = |FC|

m($\widehat{BEF}$) = 75°

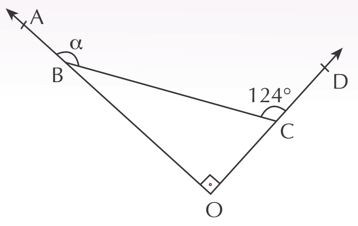
Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{ACB}$) = x kaç derecedir?

A) 35 B) 40 C) 45 D) 50 E) 60

C - A - B / E - C - A / D - A - E / C - D - A / B - D - A / E - C - B / E - B - D / C - D - A

SINAVLARDA (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) SORULMUŞ SORULAR

1.



$B \in [OA$

$C \in [OD$

$[OA \perp [OD$

$m(\widehat{BCD}) = 124°$

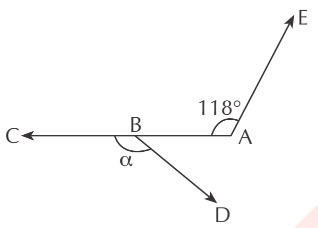
$m(\widehat{ABC}) = \alpha$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ABC}) = \alpha$ kaç derecedir?

A) 138 B) 146 C) 148 D) 152 E) 154

(ÖSS 1994)

2.



A, B, C, D, E noktaları düzlemseldir.

$[AE \perp [BD$

$m(\widehat{CAE}) = 118°$

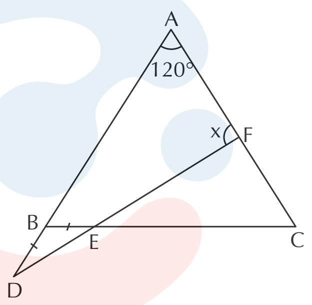
$m(\widehat{CBD}) = \alpha$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CBD}) = \alpha$ kaç derecedir?

A) 152 B) 150 C) 148 D) 146 E) 144

(ÖYS 1994)

3.



$m(\widehat{BAC}) = 120°$

$|DB| = |BE|$

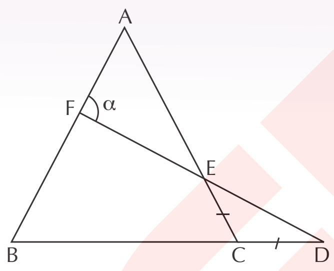
$m(\widehat{AFD}) = x$

Yukarıdaki şekilde $|AB| = |AC|$ olduğuna göre, $m(\widehat{AFD}) = x$ kaç derecedir?

A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

(ÖSS 1997)

4.



$|EC| = |DC|$

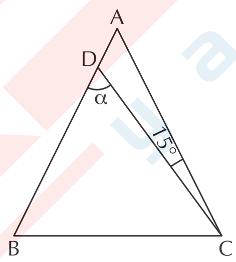
$m(\widehat{AFD}) = \alpha$

Yukarıdaki şekilde ABC bir eşkenar üçgen olduğuna göre, α kaç derecedir?

A) 110 B) 105 C) 100 D) 95 E) 90

(ÖYS 1997)

5.



Şekilde;

$m(\widehat{DCA}) = 15°$

$m(\widehat{BDC}) = \alpha$

$|AB| = |AC|$

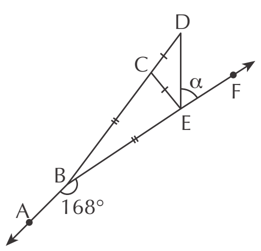
$|BD| = |BC|$

olduğuna göre, $m(\widehat{BDC}) = \alpha$ kaç derecedir?

A) 35 B) 40 C) 45 D) 50 E) 55

(ÖSS 1998)

6.



Şekilde;

A, B, C, D noktaları doğrusal ve

B, E, F doğrusal

$|BC| = |BE|$

$|CD| = |CE|$

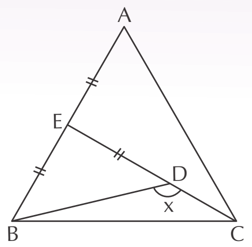
$m(\widehat{ABF}) = 168°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{DEF}) = \alpha$ kaç derecedir?

A) 50 B) 54 C) 58 D) 60 E) 64

(ÖSS 1999 ipt.)

7.



|AE| = |EB| = |ED|

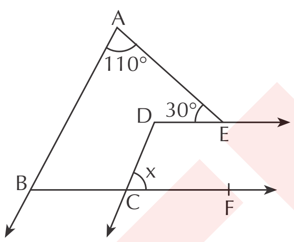
$m(\widehat{BDC}) = x$

Yukarıdaki ABC üçgeni bir eşkenar üçgen olduğuna göre, x kaç derecedir?

A) 100 B) 105 C) 120 D) 135 E) 150

(ÖSS 2005)

8.



AB // DC

DE // CF

$m(\widehat{BAE}) = 110°$

$m(\widehat{AED}) = 30°$

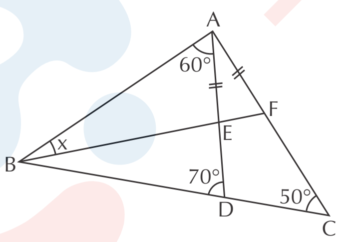
$m(\widehat{DCF}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

(ÖSS 2006 Mat-1)

9.



ABC bir üçgen

|AE| = |AF|

$m(\widehat{BAD}) = 60°$

$m(\widehat{ADB}) = 70°$

$m(\widehat{ACB}) = 50°$

$m(\widehat{ABF}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

(ÖSS 2008 Mat-1)

10. Bir ABC üçgeninin iç açılarının ölçüleri a°, b°, c° ve

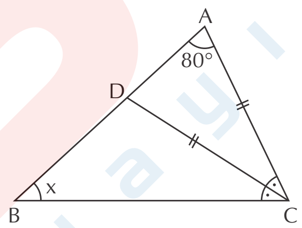
$4c - b \leq a$

olduğuna göre, c en çok kaçtır?

A) 25 B) 30 C) 36 D) 42 E) 45

(ÖSS 2009)

11.



ABC bir üçgen

|CA| = |CD|

$m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{DCB})$

$m(\widehat{BAC}) = 80°$

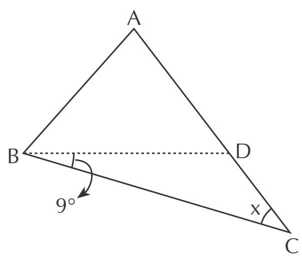
$m(\widehat{ABC}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 40 B) 45 C) 50 D) 60 E) 75

(LYS 2010)

12.



ABC bir ikizkenar üçgen

|AB| = |AD|

$m(\widehat{DBC}) = 9°$

$m(\widehat{BCD}) = x$

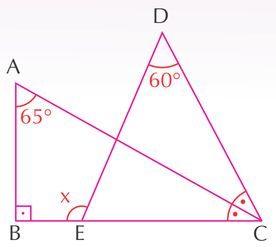
Yukarıdaki şekilde |AC| = |BC| olduğuna göre, x kaç derecedir?

A) 36 B) 39 C) 48 D) 51 E) 54

(LYS 2010)

B - A - D / E - E - B / D - A - C / C - D - C

SINAVLARDA SORULABİLECEK SORULAR

1. 

ABC dik üçgen

DEC bir üçgen

[CA] açıortay

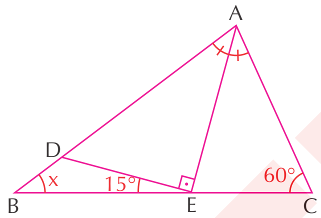
[AB] ⊥ [BC]

$m(\widehat{BAC}) = 65°$

$m(\widehat{EDC}) = 60°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BED}) = x$ kaç derecedir?

A) 105 B) 110 C) 115 D) 120 E) 125

2. 

ABC bir üçgen

[AE] açıortay

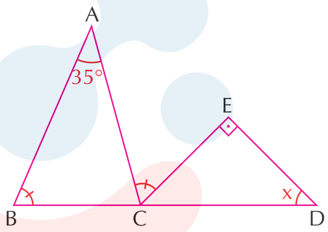
[AE] ⊥ [DE]

$m(\widehat{ACB}) = 60°$

$m(\widehat{DEB}) = 15°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

3. 

ABC ve ECD birer üçgen

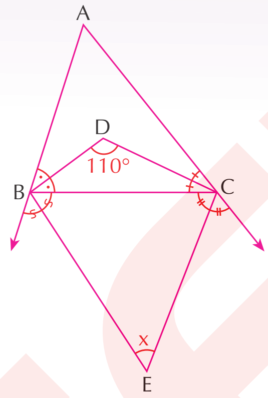
B, C, D doğrusal

$m(\widehat{BAC}) = 35°$

[CE] ⊥ [ED]

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ACE})$ olduğuna göre, $m(\widehat{CDE}) = x$ kaç derecedir?

A) 35 B) 45 C) 55 D) 65 E) 75

4. 

ABC üçgeninde

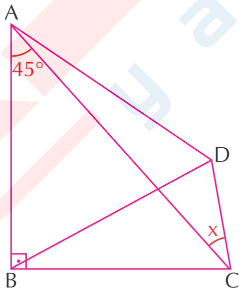
[BD] ve [CD] iç açıortay

[BE] ve [CE] dış açıortay

$m(\widehat{BDC}) = 110°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BEC}) = x$ kaç derecedir?

A) 75 B) 70 C) 65 D) 60 E) 55

5. 

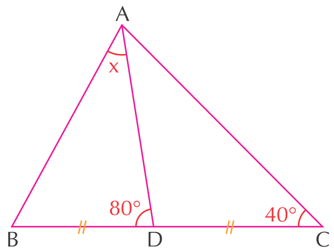
ABD eşkenar üçgen

[AB] ⊥ [BC]

$m(\widehat{BAC}) = 45°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ACD}) = x$ kaç derecedir?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

6. 

ABC bir üçgen

|BD| = |DC|

$m(\widehat{ACB}) = 40°$

$m(\widehat{ADB}) = 80°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BAD}) = x$ kaç derecedir?

A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

B - E - C / B - D - C

KAZANMIŞ OLMAMIZ GEREKEN BİLGİ ve BECERİLER

	+	∓	−
Üçgenin temel elemanlarını ve yardımcı elemanlarını tanımlayabilme			
Dar, dik ve geniş açılı üçgenleri tanımlayabilme			
Üçgenleri kenar uzunluklarına göre sınıflandırabilme			
Üçgenin iç açılar toplamının 180° olmasını kullanabilme			
Üçgenin dış açılar toplamının 360° olmasını kullanabilme			
İki iç açının toplamının bır dış açıya eşit olduğunu kullanabilme			
İkizkenar ve eşkenar üçgene ait açı özelliklerini kullanabilme			
Açıortay bulanan üçgenlerde açı özelliklerini kullanabilme			
Gerektiğinde ek paralel doğruların hangi durumlarda çizilebileceğini bilme			
Birbirine komşu iç açı ile dış açının toplamının 180° olduğunu kullanabilme			

03 ÖZEL ÜÇGENLER

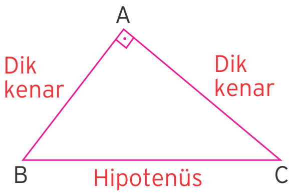
- Dik üçgeni tanımadan olmaz.
- Uzunluk hesaplamada en önemli teorem: Pisagor Teoremi
- Kenarları tam sayı olan bazı dik üçgenleri ezbere bil, zaman kazan!
- Dik köşeden dik inerse, öklid bağıntıları
- $30° - 60° - 90°$ üçgenini öğrenmek hiç de zor değil!
- $45° - 45° - 90°$ üçgeni halk arasında ikizkenar dik üçgen olarak bilinir.
- Dik üçgende trigonometrik oranlar
- İkizkenar üçgende hem kenarlar ikiz, hem açılar ikiz.
- İkizkenar üçgen ile ilgili 2 özellik daha!
- En düzgün üçgen: Eşkenar üçgen
- Eşkenar üçgen ile ilgili 2 özellik daha
- Dikkat! Bu üçgenler çok özel!

YÖRÜNGEDEKİ KAVRAMLAR

- dik üçgen s. 63
- dik kenar s. 63
- hipotenüs s. 63
- dikme s. 65
- sinüs s. 69
- kosinüs s. 69
- tanjant s. 69
- kotanjant s. 69
- ikizkenar üçgen s. 71
- eşkenar üçgen s. 74
- özel üçgen s. 77

ÖZEL ÜÇGENLER

3.1 *Dik üçgeni tanımadan olmaz.*

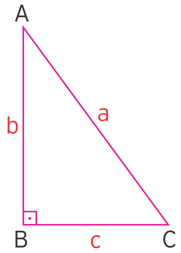


Açılarından birinin ölçüsü 90° olan üçgene dik üçgen denir.

Şekildeki ABC üçgeninde $m(\widehat{BAC}) = 90°$ olduğundan ABC üçgeni bir dik üçgendir. Dik üçgende 90° lik açının karşısındaki kenara hipotenüs denir. Hipotenüs, dik üçgenin en uzun kenarıdır. 90° lik açının kollarına ise dik kenar denir.

3.2 *Uzunluk hesaplamada en önemli teorem: Pisagor Teoremi*

Bir dik üçgende dik kenarların uzunluklarının kareleri toplamı, hipotenüs uzunluğunun karesine eşittir. Bu bağıntıya pisagor bağıntısı denir.



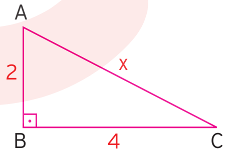
Yandaki ABC dik üçgeninde pisagor bağıntısı

$a^2 = b^2 + c^2$ dir.

Pisagor bağıntısını uygularken köklü sayılar çok sık kullanılır.

Eğer köklü sayılarla işlem konusunda kendinizi eksik görüyorsanız, pisagor teoremini ve dik üçgenle ilgili diğer bağıntıları iyi öğrenebilmek için öncelikle basit düzeyde de olsa köklü sayılarla işlem yapabilme yeteneği kazanmalısınız.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

$|AB| = 2$ cm

$|BC| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |AC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

ABC dik üçgeninde [AC] hipotenüstür. Pisagor bağıntısına göre, hipotenüsün karesi dik kenarların uzunluklarının kareleri toplamına eşit olduğundan

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 \Rightarrow x^2 = 2^2 + 4^2$

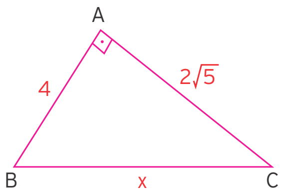
$x^2 = 4 + 16$

$x^2 = 20$

$x = \sqrt{20}$

$x = 2\sqrt{5}$ cm bulunur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

$[BA] \perp [AC]$

$|AB| = 4$ cm

$|AC| = 2\sqrt{5}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

Pisagor bağıntısına göre,

$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$

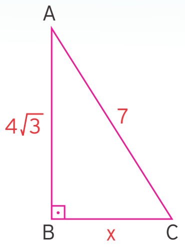
$x^2 = 4^2 + (2\sqrt{5})^2$

$x^2 = 16 + 20$

$x^2 = 36$

$x = 6$ cm bulunur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

$|AB| = 4\sqrt{3}$ cm

|AC| = 7 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

Pisagor bağıntısına göre,

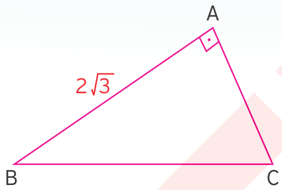
$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

$7^2 = (4\sqrt{3})^2 + x^2$

$49 = 48 + x^2$

$x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$ cm bulunur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

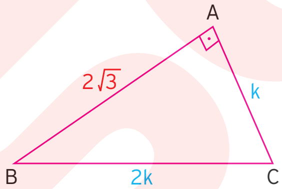
[BA] ⊥ [AC]

$|AB| = 2\sqrt{3}$ cm

|BC| = 2|AC|

Yukarıdaki verilere göre, |BC| uzunluğunun kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



|BC| = 2|AC|

verildiğine göre,

|AC| = k alınırsa,

|BC| = 2k olur.

Pisagor bağıntısı uygulanırsa,

$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$

$(2k)^2 = (2\sqrt{3})^2 + k^2$

$4k^2 = 12 + k^2 \Rightarrow 3k^2 = 12 \Rightarrow k^2 = 4$

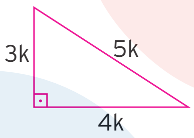
k = 2 cm olur.

O halde, |BC| = 2k = 2·2 = 4 cm bulunur.

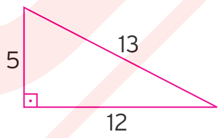
Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 1, 2, 6, 11 nolu soruları hemen çözelim.

3.3 *Kenarları tam sayı olan bazı dik üçgenleri ezbere bil, zaman kazan!*

3 - 4 - 5 üçgeni



5 - 12 - 13 üçgeni



k = 1 iken 3, 4, 5 üçgeni

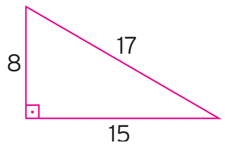
k = 2 iken 6, 8, 10 üçgeni

k = 3 iken 9, 12, 15 üçgeni

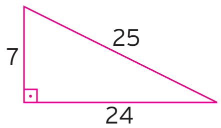
k = 4 iken 12, 16, 20 üçgeni

k = 5 iken 15, 20, 25 üçgeni

8 - 15 - 17 üçgeni

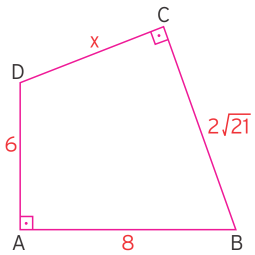


7 - 24 - 25 üçgeni



Kenarları tam sayı olan dik üçgenlerin kenar uzunlukları pisagor bağıntısı yardımıyla da hesaplanır. Ancak soruları hızlı çözebilmek için ezbere bilmekte büyük fayda var.

örnek soru



ABCD bir dörtgen

[DA] ⊥ [AB]

[DC] ⊥ [CB]

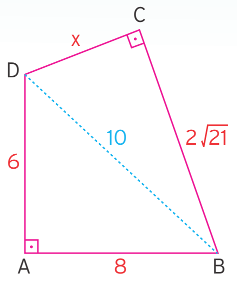
|DA| = 6 cm

|AB| = 8 cm

$|BC| = 2\sqrt{21}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |DC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[DB] çizilirse, DAB ve DBC dik üçgenleri elde edilir.

DAB dik üçgeninde

|DA| = 6 cm ve

|AB| = 8 cm olduğundan

|DB| = 10 cm olur.

(6 - 8 - 10 üçgeni)

DBC dik üçgeninde x i bulabilmek için pisagor bağıntısı uygularız.

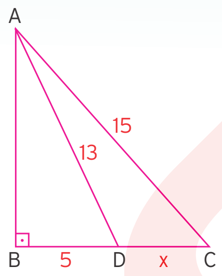
$|BD|^2 = |DC|^2 + |BC|^2 \Rightarrow 10^2 = x^2 + (2\sqrt{21})^2$

$100 = x^2 + 84$

$x^2 = 16$

x = 4 cm bulunur.

örnek soru



ABC dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

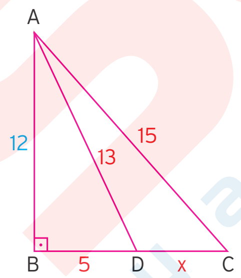
|AD| = 13 cm

|AC| = 15 cm

|BD| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, |DC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ABD dik üçgeninin hipotenüsü |AD| = 13 cm, dik kenarlarından biri |BD| = 5 cm olduğundan diğer dik kenarı |AB| = 12 cm olur. (5 - 12 - 13 üçgeni)

ABC dik üçgeninin hipotenüsü |AC| = 15 cm, dik kenarlarından biri |AB| = 12 cm olduğundan diğer dik kenarı |BC| = 9 cm olur (9 - 12 - 15 üçgeni).

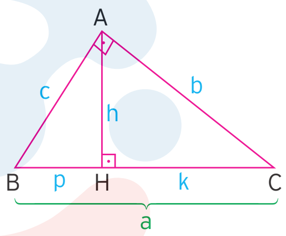
O halde, |DC| = |BC| - |BD|

x = 9 - 5 = 4 cm bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 3, 4, 5, 7, 10 / Genel Tekrar Testi 1, 2, 4 nolu soruları hemen çözelim.

3.4 Dik köşeden dik inerse, öklid bağıntıları

Bir dik üçgende 90° nin bulunduğu köşeden hipotenüse bir dikme inilmişse öklid bağıntıları uygulanır.



[BA] ⊥ [AC] iken

[AH] ⊥ [BC] ise,

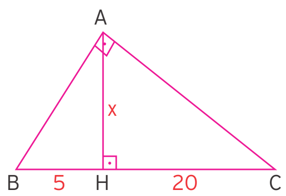
öklid bağıntıları uygulanır.

1. $h^2 = p \cdot k$ (öklid'in yükseklik bağıntısı)

2. $b^2 = k \cdot a$, $c^2 = p \cdot a$ } Öklid'in dik kenar bağıntıları

3. $a \cdot h = b \cdot c$ (Bu bağıntı bir öklid bağıntısı değildir, ancak dik üçgenlerde hipotenüse ait yükseklik hesaplanırken sıkça kullanılır.)

örnek soru



ABC bir dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

|AH| ⊥ [BC]

|BH| = 5 cm

|HC| = 20 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AH| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

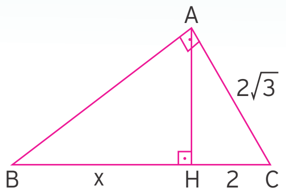
Öklid'in yükseklik bağıntısını uygularsak,

$|AH|^2 = |BH| \cdot |HC| \Rightarrow x^2 = 5 \cdot 20$

$x^2 = 100$

x = 10 cm bulunur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

$[BA] \perp [AC]$

$[AH] \perp [BC]$

$|AC| = 2\sqrt{3}$ cm

$|HC| = 2$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |BH| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

Öklid'in dik kenar bağıntısını uygularsak,

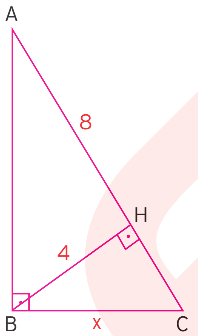
$|AC|^2 = |CH| \cdot |CB| \Rightarrow (2\sqrt{3})^2 = 2 \cdot (2 + x)$

$12 = 4 + 2x$

$8 = 2x$

$x = 4$ cm bulunur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

$[AB] \perp [BC]$

$[BH] \perp [AC]$

$|AH| = 8$ cm

$|BH| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

Önce, Öklid'in yükseklik bağıntısını kullanarak |HC| uzunluğunu bulalım.

$|BH|^2 = |AH| \cdot |HC| \Rightarrow 4^2 = 8 \cdot |HC|$

$16 = 8 \cdot |HC|$

$|HC| = 2$ cm olur.

Şimdi de Öklid'in dik kenar bağıntısını kullanarak x uzunluğunu bulalım.

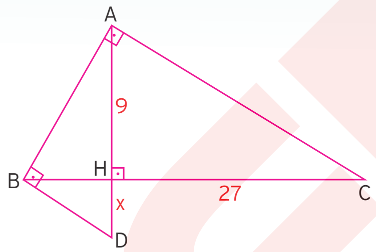
$|BC|^2 = |CH| \cdot |CA|$

$x^2 = 2 \cdot (2 + 8)$

$x^2 = 20 \Rightarrow x = 2\sqrt{5}$ cm bulunur.

Yaptığımız bu ikinci işlemin yerine, BHC dik üçgeninde pisagor teoremini de kullanabilirdik.

örnek soru



ABC ve BAD birer dik üçgen

$[BA] \perp [AC]$

$[DB] \perp [BA]$

$[AD] \perp [BC]$

|AH| = 9 cm ve |HC| = 27 cm olduğuna göre, |HD| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

Önce ABC dik üçgeninde Öklid'in yükseklik bağıntısını kullanarak |BH| uzunluğunu bulalım.

$|AH|^2 = |BH| \cdot |HC| \Rightarrow 9^2 = |BH| \cdot 27$

$81 = |BH| \cdot 27$

$|BH| = \dfrac{81}{27} = 3$ cm olur.

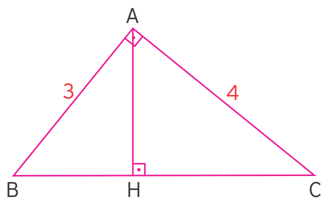
Şimdi de BAD dik üçgeninde öklidin yükseklik bağıntısını kullanarak x uzunluğunu hesaplayalım.

$|BH|^2 = |HD| \cdot |AH| \Rightarrow 3^2 = x \cdot 9$

$9 = x \cdot 9$

$x = 1$ cm bulunur.

örnek soru



ABC dik üçgen

$[BA] \perp [AC]$

$[AH] \perp [BC]$

$|AB| = 3$ cm

$|AC| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $\dfrac{|BH|}{|HC|}$ oranını bulalım.

çözüm

Öklid'in yükseklik bağıntısını kullanırsak

I. $3^2 = |BH| \cdot |BC|$

II. $4^2 = |HC| \cdot |BC|$

eşitlikleri elde edilir.

Taraf tarafa bölme işlemi yapılırsa,

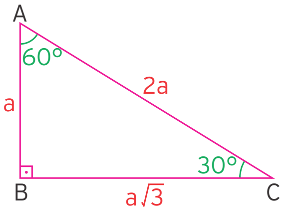
$\dfrac{9}{16} = \dfrac{|BH| \cdot |BC|}{|HC| \cdot |BC|}$

$\dfrac{|BH|}{|HC|} = \dfrac{9}{16}$ bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 2 1, 2, 3, 4, 5 / Genel Tekrar Testi 5 nolu soruları hemen çözelim.

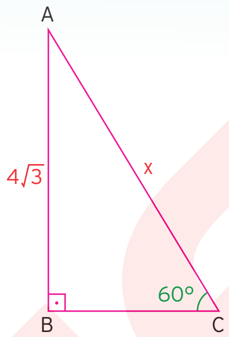
3.5 30° – 60° – 90° üçgenini öğrenmek hiç de zor değil!

Bir dik üçgenin açılarından biri 30° veya 60° oluyorsa bu dik üçgen 30° - 60° - 90° dik üçgenidir. Bu üçgenin kenarları arasında aşağıdaki şekilde verilen oranlar mevcuttur.



90° nin karşısı (hipotenüs), 30° nin karşısındaki dik kenarın her zaman 2 katıdır. 60° nin karşısındaki dik kenarın uzunluğu ise 30° nin karşısındaki dik kenarın her zaman $\sqrt{3}$ katıdır.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

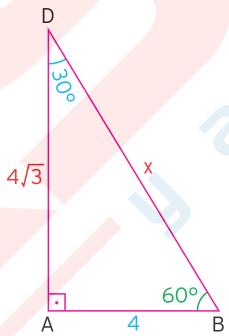
$[AB] \perp [BC]$

$m(\widehat{ACB}) = 60°$

$|AB| = 4\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |AC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



60° nin karşısı $a\sqrt{3}$ iken 90° nin karşısı 2a idi.

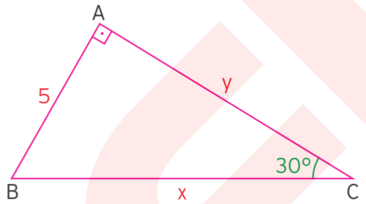
$a\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ ise,

a = 4 cm olur. (30 nin karşısı)

O halde, 90° nin karşısı

$x = 2a = 2 \cdot 4 = 8$ cm bulunur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

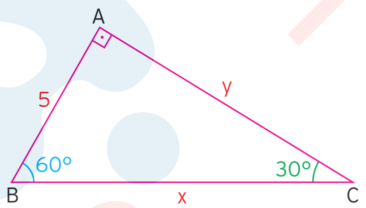
$[BA] \perp [AC]$

$m(\widehat{ACB}) = 30°$

$|AB| = 5$ cm

|BC| = x ve |AC| = y olduğuna göre, x ve y uzunluklarının kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



$[BA] \perp [AC]$ ve $m(\widehat{ACB}) = 30°$ olduğundan $m(\widehat{ABC}) = 60°$ olur.

90° nin karşısı, her zaman 30° nin karşısının 2 katı olduğundan

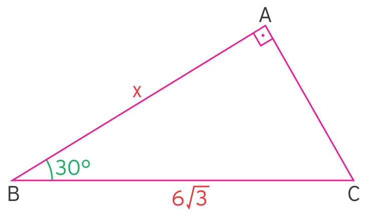
$|BC| = 2 \cdot |AB|$ yani

$x = 2 \cdot 5 = 10$ cm dir.

60° nin karşısı ise, her zaman 30° nin karşısının $\sqrt{3}$ katı olduğundan

$|AC| = \sqrt{3} \cdot |AB|$ yani $y = \sqrt{3} \cdot 5 = 5\sqrt{3}$ cm bulunur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

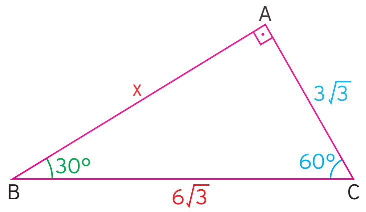
$[BA] \perp [AC]$

$m(\widehat{ABC}) = 30°$

$|BC| = 6\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |AB| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



90° nin karşısı 2a iken 60° nin karşısı $a\sqrt{3}$ idi.

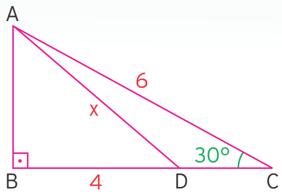
$2a = 6\sqrt{3}$ ise,

$a = 3\sqrt{3}$ cm olur (30 nin karşısı).

O halde 60° nin karşısı

$x = a\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 9$ cm bulunur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

$[AB] \perp [BC]$

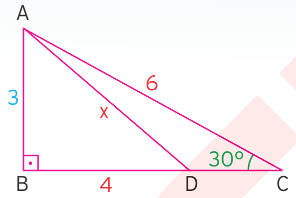
$m(\widehat{ACB}) = 30°$

$|AC| = 6$ cm

$|BD| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AD| = x$ in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



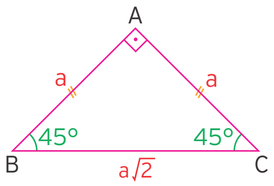
ABC dik üçgeninde $|AC| = 2a$ iken $|AB| = a$ olur. Çünkü 90° nin karşısı 2a iken 30° nin karşısı a idi.

$2a = 6$ cm ise, $a = 3$ cm olur. (30° nin karşısı)

ABD dik üçgeninde $|AB| = 3$ cm ve $|BD| = 4$ cm ise, $|AD| = x = 5$ cm bulunur. (3 - 4 - 5 üçgeni)

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 3 1, 2, 3, 4, 9, 12 / Genel Tekrar Testi 7 nolu soruları hemen çözelim.

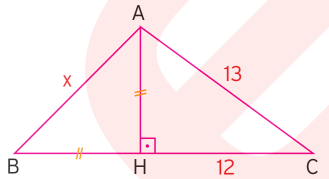
3.6 45° – 45° – 90° üçgeni halk arasında ikizkenar dik üçgen olarak bilinir.



Dik kenarları birbirine eşit olan dik üçgene ikizkenar dik üçgen denir. İkizkenar dik üçgenin açıları 45° - 45° - 90° dir.

İkizkenar dik üçgenin dik kenarları a cm ise, hipotenüs uzunluğu $a\sqrt{2}$ cm dir.

örnek soru



ABC bir üçgen

$[AH] \perp [BC]$

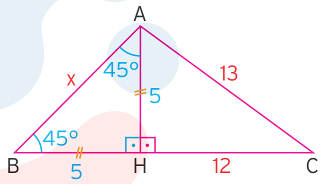
$|AC| = 13$ cm

$|HC| = 12$ cm

$|AH| = |BH|$

Yukarıdaki verilere göre, $|AB| = x$ in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



AHC dik üçgeninde

$|AC| = 13$ cm ve

$|HC| = 12$ cm ise,

$|AH| = 5$ cm olur.

(5 - 12 - 13 üçgeni)

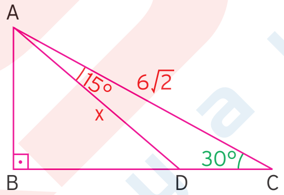
$|BH| = |AH|$ verildiğinden $|BH| = 5$ cm ve

$m(\widehat{ABH}) = m(\widehat{BAH}) = 45°$ dir.

45° - 45° - 90° üçgeninde 45° nin karşısı a cm iken 90° nin karşı $a\sqrt{2}$ cm idi.

Buna göre, ABH dik üçgeninde 45° nin karşısı 5 cm iken 90° nin karşısı $|AB| = x = 5\sqrt{2}$ cm bulunur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

$[AB] \perp [BC]$

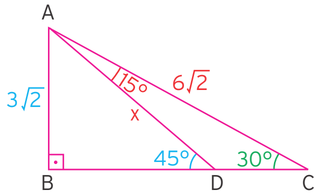
$m(\widehat{ACB}) = 30°$

$m(\widehat{DAC}) = 15°$

$|AC| = 6\sqrt{2}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AD| = x$ in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ADC üçgeninde iki iç açının toplamı kendilerine komşu olmayan dış açıya eşit olduğundan

$m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{DAC}) + m(\widehat{ACD})$

$m(\widehat{ADB}) = 15° + 30° = 45°$ dir.

Buna göre, ABC dik üçgeni 30° - 60° - 90° üçgeni, ABD dik üçgeni ise 45° - 45° - 90° üçgenidir.

Bu durumda

$|AB| = \frac{1}{2} \cdot |AC| \Rightarrow |AB| = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ cm olur.

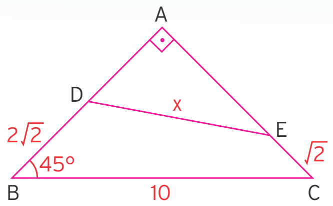
Çünkü 30° - 60° - 90° üçgeninde 30° nin karşısı 90° nin karşısının yarısıdır.

45° - 45° - 90° üçgeninde ise, 90° nin karşısı 45° nin karşısının $\sqrt{2}$ katı olduğundan

$|AD| = \sqrt{2} \cdot |AB| \Rightarrow |AD| = \sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2}$

$x = 6$ cm bulunur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

$m(\widehat{ABC}) = 45°$

$|BC| = 10$ cm

$|BD| = 2\sqrt{2}$ cm

$|EC| = \sqrt{2}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |DE| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

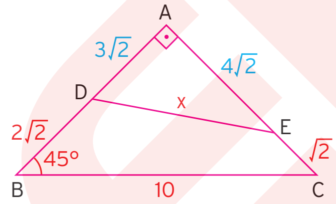
çözüm

ABC dik üçgeninde $m(\widehat{ABC}) = 45°$ olduğundan bu üçgen 45° – 45° – 90° üçgenidir. 45° nin karşısındaki uzunluk a cm iken, 90° nin karşısındaki uzunluk $a\sqrt{2}$ cm idi.

Şekle göre, $|BC| = a\sqrt{2} = 10$ cm ise,

$a = \dfrac{10}{\sqrt{2}} = \dfrac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$ cm olur.

O halde, $|AB| = |AC| = 5\sqrt{2}$ cm dir.



Bu durumda

$|AD| = |AB| - |DB| = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ cm

$|AE| = |AC| - |EC| = 5\sqrt{2} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ cm dir.

ADE dik üçgeninde pisagor bağıntısı uygulanırsa

$|DE|^2 = |AD|^2 + |AE|^2 \Rightarrow x^2 = (3\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2$

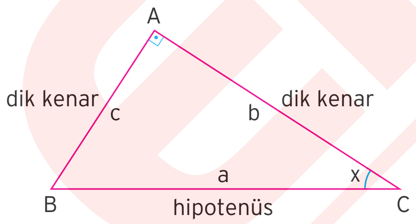
$x^2 = 18 + 32$

$x^2 = 50$

$x = 5\sqrt{2}$ cm bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 3 5, 6, 7, 8, 10 / Genel Tekrar Testi 13, 21 nolu soruları hemen çözelim.

3.7 *Dik üçgende trigonometrik oranlar*



Şekildeki ABC dik üçgeninde $m(\widehat{A}) = 90°$ ve $m(\widehat{C}) = x$ ise, x açısının karşı dik kenarı [AB], komşu dik kenarı [AC] dir.

Buna göre,

x açısının sinüsü

$$\sin x = \frac{\text{karşı dik kenar}}{\text{hipotenüs}} = \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{c}{a}$$

x açısının kosinüsü

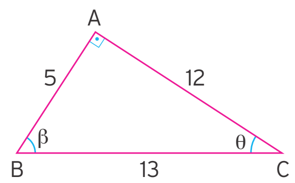
$$\cos x = \frac{\text{komşu dik kenar}}{\text{hipotenüs}} = \frac{|AC|}{|BC|} = \frac{b}{a}$$

x açısının tanjantı

$$\tan x = \frac{\text{karşı dik kenar}}{\text{komşu dik kenar}} = \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{c}{b}$$

x açısının kotanjantı

$$\cot x = \frac{\text{komşu dik kenar}}{\text{karşı dik kenar}} = \frac{|AC|}{|AB|} = \frac{b}{c}$$



Şekildeki ABC dik üçgeninde $m(\widehat{B}) = \beta$, $m(\widehat{C}) = \theta$ olsun.

Buna göre,

$\sin\theta = \dfrac{5}{13}$	$\sin\beta = \dfrac{12}{13}$
$\cos\theta = \dfrac{12}{13}$	$\cos\beta = \dfrac{5}{13}$
$\tan\theta = \dfrac{5}{12}$	$\tan\beta = \dfrac{12}{5}$
$\cot\theta = \dfrac{12}{5}$	$\cot\beta = \dfrac{5}{12}$

Bu örnekte $\beta + \theta = 90°$ olduğundan,

β nın sinüsü θ nın kosinüsüne

β nın kosinüsü θ nın sinüsüne

β nın tanjantı θ nın kotanjantına

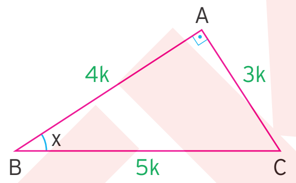
β nın kotanjantı θ nın tanjantına eşittir.

örnek soru

Bir ABC dik üçgeninde $m(\widehat{A}) = 90°$ ve $m(\widehat{B}) = x$ tir.

$\tan x = \dfrac{3}{4}$ ve $|BC| = 30$ cm olduğuna göre, $|AC|$ kaç cm dir?

çözüm



Önce verilen koşullara uygun bir ABC dik üçgeni çizelim.

$\tan x = \dfrac{3}{4}$ yani $\dfrac{|AC|}{|AB|} = \dfrac{3}{4}$

olduğundan

$|AC| = 3k$ alınırsa,

$|AB| = 4k$ olur.

Bu durumda $|BC| = 5k$ dır. (3 - 4 - 5 üçgeni)

$|BC| = 30$ cm verildiğine göre,

$5k = 30$ cm

$k = 6$ cm olur.

O halde, sorunun cevabı

$|AC| = 3k = 3 \cdot 6 = 18$ cm

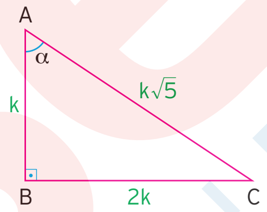
bulunur.

örnek soru

Bir ABC dik üçgeninde $m(\widehat{B}) = 90°$ $m(\widehat{A}) = \alpha$ dır.

$\tan\alpha = 2$ olduğuna göre, $(\sin\alpha)\cdot(\cos\alpha)$ çarpımının değeri kaçtır?

çözüm



$\tan\alpha = 2$ yani $\dfrac{|BC|}{|AB|} = 2$ olduğundan

$|AB| = k$ alınırsa,

$|BC| = 2k$ olur.

ABC dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

yani $|AC|^2 = k^2 + (2k)^2$

$|AC|^2 = k^2 + 4k^2$

$|AC|^2 = 5k^2$

$|AC| = k\sqrt{5}$ cm bulunur.

Bu durumda $\sin\alpha = \dfrac{|BC|}{|AC|} = \dfrac{2k}{k\sqrt{5}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$

$\cos\alpha = \dfrac{|AB|}{|AC|} = \dfrac{k}{k\sqrt{5}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ tir.

O halde, $(\sin\alpha)\cdot(\cos\alpha) = \dfrac{2}{\sqrt{5}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{5}} = \dfrac{2}{5}$ bulunur.

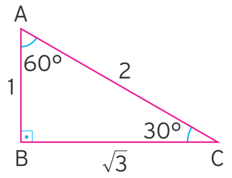
örnek soru

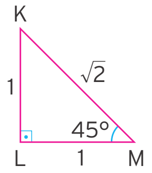
$(\sin30° \cdot \cos60° + \sin60° \cdot \cos30°) \cdot \tan45°$

işleminin sonucu kaçtır?

çözüm

30°, 45° ve 60° nin trigonometrik oranlarını aşağıdaki dik üçgenlerden faydalanarak bulalım.





$$\sin 30° = \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 60° = \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{1}{2}$$

$$\sin 60° = \frac{|BC|}{|AC|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 30° = \frac{|BC|}{|AC|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 45° = \frac{|KL|}{|LM|} = \frac{1}{1} = 1$$

O halde,

$(\sin 30° \cdot \cos 60° + \sin 60° \cdot \cos 30°) \cdot \tan 45°$

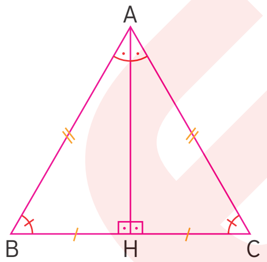
$$= \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot 1$$

$$= \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right)\cdot 1$$

$= 1$ bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 7, 11 nolu soruları hemen çözelim.

3.8 İkizkenar üçgende hem kenarlar ikiz, hem açılar ikiz.



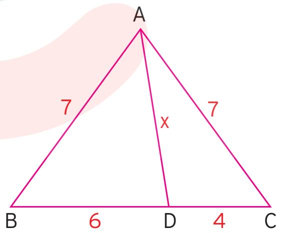
Kenarlarından ikisi birbirine eşit olan üçgene ikizkenar üçgen denir. Şekildeki ABC ikizkenar üçgeninde, [AB] ile [AC] eş kenarlar, [BC] ise tabandır.

$\widehat{B}$ ve $\widehat{C}$ taban açıları, $\widehat{A}$ ise tepe açısıdır. İkizkenar üçgende $m(\widehat{B}) = m(\widehat{C})$ olduğunu biliyorsunuz.

Şimdi size çok önemli bir kuralı hatırlatıyorum.

İkizkenar üçgenin tabanına çizilen [AH] dikmesi; hem yükseklik, hem açıortay, hem de kenarortaydır.

örnek soru



ABC bir üçgen

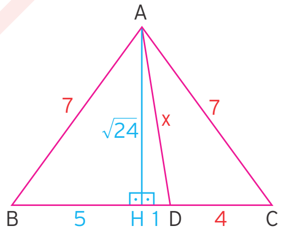
|AB| = |AC| = 7 cm

|BD| = 6 cm

|DC| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AD| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ABC ikizkenar üçgen olduğuna göre,

[AH] ⊥ [BC] olacak şekilde [AH] çizilirse, [AH] aynı zamanda kenarortay olur.

Buna göre,

$|BH| = |HC| = \frac{|BC|}{2} = \frac{6+4}{2} = 5$ cm olur.

$|HD| = |HC| - |DC| = 5 - 4 = 1$ cm dir.

ABH dik üçgeninde pisagor teoremi uygulayıp |AH| uzunluğunu bulalım.

$|AB|^2 = |BH|^2 + |AH|^2 \Rightarrow 7^2 = 5^2 + |AH|^2$

$|AH|^2 = 24$

$|AH| = \sqrt{24}$ cm

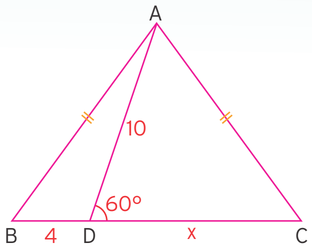
AHD dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$|AD|^2 = |AH|^2 + |HD|^2$

$x^2 = 24 + 1$

$x = 5$ cm bulunur.

örnek soru



ABC bir ikizkenar üçgen

|AB| = |AC|

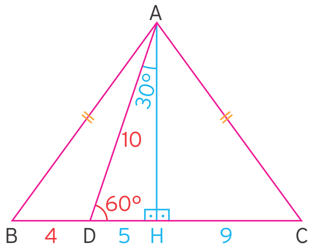
$m(\widehat{ADC}) = 60°$

|AD| = 10 cm

|BD| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |DC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ABC ikizkenar üçgen olduğuna göre, [AH] ⊥ [BC] olacak şekilde [AH] çizilirse, [AH] aynı zamanda [BC] kenarına ait kenarortay olur.

Ayrıca, ADH dik üçgeni 30° - 60° - 90° üçgenidir.

ADH dik üçgeninde 90° nin karşısı |AD| = 10 cm ise,

30° nin karşısı $|DH| = \frac{10}{2} = 5$ cm olur.

Bu durumda |BH| = 4 + 5 = 9 cm dir.

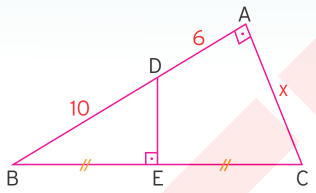
[AH] kenarortay olduğundan

|CH| = |BH| = 9 cm olur.

O halde, |DC| = |DH| + |HC|

x = 5 + 9 = 14 cm bulunur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

[DE] ⊥ [BC]

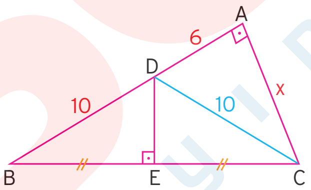
|BE| = |EC|

|BD| = 10 cm

|AD| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[DE], [BC] doğru parçasına tam ortasında dik olduğu için [DE] üzerindeki tüm noktalar B ve C noktalarına eş uzaklıktadır.

Bu kurala göre, D noktasının B ve C noktalarına uzaklıkları eşit olup, |DB| = |DC| = 10 cm dir.

ADC dik üçgeninde

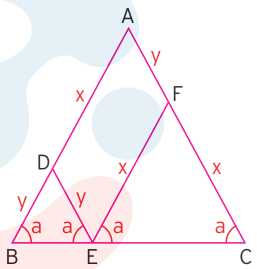
|AD| = 6 cm ve |DC| = 10 cm olduğundan

|AC| = x = 8 cm olur. (6 - 8 - 10 üçgeni)

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 4 1, 2, 5, 6, 12 nolu soruları hemen çözelim.

3.9 İkizkenar üçgen ile ilgili 2 özellik daha!

1.



|AB| = |AC| olmak üzere, ABC ikizkenar üçgeninin tabanındaki bir noktadan eş kenarlara paralel doğru parçaları çizilirse, yeni ikizkenar üçgenler oluşur.

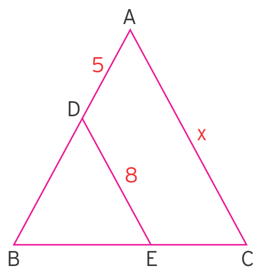
[EF] // [AB] olacak şekilde [EF] çizilirse, FEC ikizkenar üçgen olur. (|FE| = |FC| = x)

[DE] // [AC] olacak şekilde [DE] çizilirse,

DBE ikizkenar üçgen olur. (|DB| = |DE| = y)

ADEF dörtgeni ise bir paralelkenar olur.

örnek soru



ABC ikizkenar üçgen

|AB| = |AC|

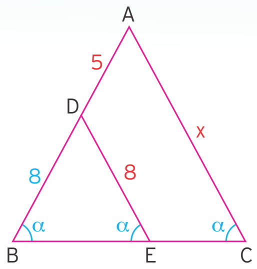
|AD| = 5 cm

|DE| = 8 cm

[DE] // [AC]

Yukarıdaki verilere göre, |AC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ABC ikizkenar üçgen ve $|AB| = |AC|$ olduğundan

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ACB}) = \alpha$ olsun.

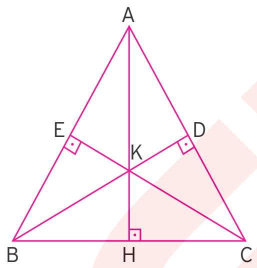
$[DE] \mathbin{//} [AC]$ olduğundan

$m(\widehat{DEB}) = m(\widehat{ACB}) = \alpha$ olur. (Yöndeş açılar eşittir.)

$m(\widehat{DBE}) = m(\widehat{DEB}) = \alpha$ olduğundan $|DB| = |DE| = 8$ cm olur.

$|AB| = |AC|$ olduğuna göre, $5 + 8 = x \Rightarrow x = 13$ cm bulunur.

2. İkizkenar üçgenin eş kenarlarına ait yükseklikler eşittir.



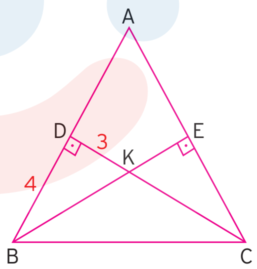
ABC ikizkenar üçgeninde $|AB| = |AC|$ ise, AB ve AC kenarlarına ait BD ve CE yükseklikleri eşittir, yani $|BD| = |CE|$ dir.

Ayrıca,

$|BE| = |DC|$, $|AE| = |AD|$, $|EK| = |DK|$ ve $|BK| = |CK|$ dir.

Çünkü [AH] şeklin simetri eksenidir.

örnek soru



ABC ikizkenar üçgen

$|AB| = |AC|$

$[CD] \perp [AB]$

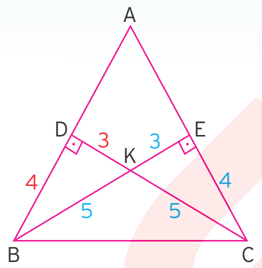
$[BE] \perp [AC]$

$|DB| = 4$ cm

$|DK| = 3$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|BE| + |CD|$ toplamının kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[BE] ve [CD] eş kenarlara ait yükseklikler olduğundan $|BE| = |CD|$ dir.

Ayrıca,

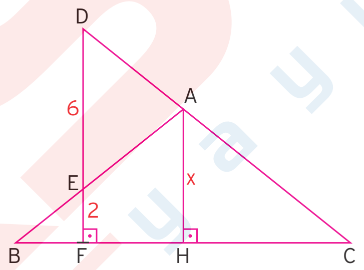
$|DK| = |EK| = 3$ cm

$|DB| = |CE| = 4$ cm dir.

DBK ve EKC üçgenleri 3 - 4 - 5 üçgeni olduğundan $|BK| = |KC| = 5$ cm dir.

O halde, sorunun cevabı $|BE| + |CD| = 8 + 8 = 16$ cm bulunur.

örnek soru



ABC bir ikizkenar üçgen

$[DF] \perp [BC]$

$[AH] \perp [BC]$

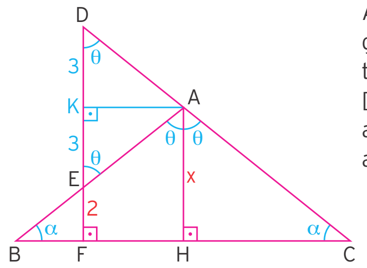
D, A, C doğrusal

$|DE| = 6$ cm

$|EF| = 2$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AH| = x$ in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ABC ikizkenar üçgen olduğundan, tabana ait olan [AH] yüksekliği aynı zamanda açıortaydır.

$m(\widehat{BAH}) = m(\widehat{HAC}) = \theta$

[AH] ve [DF], [BC] ye dik oldukları için

$[AH] \mathbin{//} [DE]$ dir.

Bu durumda $m(\widehat{FDA}) = m(\widehat{HAC}) = \theta$ (yöndeş açılar eşittir.)

$m(\widehat{DEA}) = m(\widehat{EAH}) = \theta$ (iç ters açılar eşittir.)

ADE üçgeninde $m(\widehat{EDA}) = m(\widehat{DEA}) = \theta$ olduğundan ADE üçgeni ikizkenardır ve [AK] yüksekliği çizilirse, aynı zamanda kenarortay olduğundan

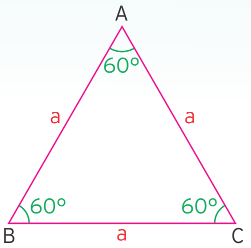
$|DK| = |EK| = 3$ cm olur.

FHAK bir dikdörtgen ve $|AH| = |KF|$ olduğundan

$x = 3 + 2 = 5$ cm bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 4 3, 4, 8, 11 / Genel Tekrar Testi 15 nolu soruları hemen çözelim.

3.10 *En düzgün üçgen: Eşkenar üçgen*

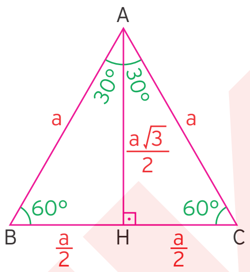


Üç kenarının uzunluğu birbirine eşit olan üçgenlere **eşkenar üçgen** denir.

$|AB| = |AC| = |BC| = a$

Eşkenar üçgenlerin tüm iç açıları birbirine eşit ve herbiri 60° dir.

Eşkenar üçgenin yüksekliği

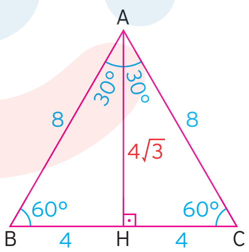


Bir kenarının uzunluğu a br olan şekildeki ABC eşkenar üçgeninde $[AH] \perp [BC]$ olacak şekilde, [AH] yüksekliğini çizelim. İkizkenar üçgende olduğu gibi, yükseklik hem kenarortay, hem de açıortaydır. Bir kenarı a br olan eşkenar üçgenin yüksekliği $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ br dir. Eşkenar üçgenin bütün yükseklikleri birbirine eşittir.

örnek soru

Yüksekliği $4\sqrt{3}$ cm olan eşkenar üçgenin çevre uzunluğu kaç cm dir?

çözüm



Kenar uzunluğu a cm olan eşkenar üçgenin yüksekliği $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ idi.

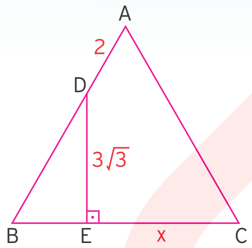
Buna göre,

$\frac{a\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$ ise,

$\frac{a}{2} = 4 \Rightarrow a = 8$ olur.

O halde, Çevre(ABC) $= 3 \cdot a = 3 \cdot 8 = 24$ cm bulunur.

örnek soru



ABC bir eşkenar üçgen

$[DE] \perp [BC]$

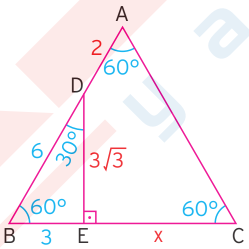
$|AD| = 2$ cm

$|DE| = 3\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|EC| = x$ in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

Eşkenar üçgen sorularını çözerken verilen şeklin üzerine, üçgenin açılarının 60 ar derece olduğu yazılmalıdır.



Açılar yazıldığında DBE dik üçgeni 30° - 60° - 90° üçgeni olur. 60° nin karşısı $a\sqrt{3}$ cm iken 30° nin karşısı a, 90° nin karşısı 2a idi.

Buna göre,

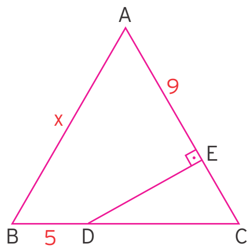
$|DE| = a\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ cm ise,

$|BE| = a = 3$ cm ve $|DB| = 2a = 6$ cm olur.

Bu durumda $|AB| = 2 + 6 = 8$ cm,

dolayısıyla $|BC| = x + 3 = 8 \Rightarrow x = 5$ cm bulunur.

örnek soru



ABC eşkenar üçgen

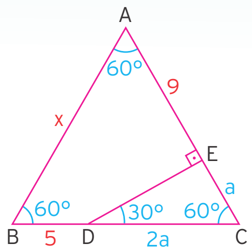
$[DE] \perp [AC]$

$|AE| = 9$ cm

$|BD| = 5$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AB| = x$ in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ABC eşkenar üçgen olduğundan

$m(\widehat{ACD}) = 60°$ dir.

Bu durumda DEC dik üçgeni 30° - 60° - 90° üçgeni olur.

Dolayısıyla 30° nin karşısı $|EC| = a$ alınırsa, 90° nin karşısı $|DC| = 2a$ olur.

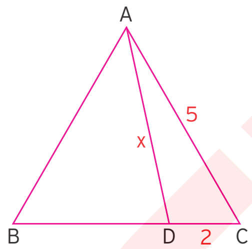
Eşkenar üçgenin kenar uzunlukları eşit olduğundan

$|BC| = |AC|$ yani $5 + 2a = 9 + a$ olur.

Buradan $a = 4$ cm bulunur.

O halde, $|AB| = |AC| = 9 + a = 9 + 4 = 13$ cm bulunur.

örnek soru



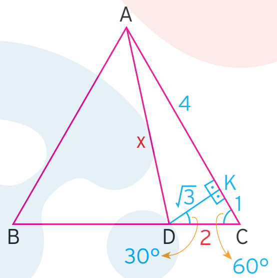
ABC eşkenar üçgen

$|AC| = 5$ cm

$|DC| = 2$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AD| = x$ in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ABC eşkenar üçgen olduğundan

$m(\widehat{ACB}) = 60°$ dir.

$[DK] \perp [AC]$ olacak şekilde, [DK] çizilirse,

DKC üçgeni

30° - 60° - 90° üçgeni olur.

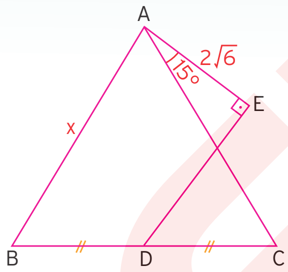
90° nin karşısı $|DC| = 2$ cm olduğundan 30° nin karşısı $|KC| = 1$ cm ve 60° nin karşısı $|DK| = \sqrt{3}$ cm olur.

Bu durumda $|AK| = |AC| - |KC| = 5 - 1 = 4$ cm olur.

ADK dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$$|AD|^2 = |AK|^2 + |DK|^2 \Rightarrow x^2 = 4^2 + \sqrt{3}^2$$
$$x^2 = 16 + 3$$
$$x^2 = 19$$
$$x = \sqrt{19} \text{ cm bulunur.}$$

örnek soru



ABC bir eşkenar üçgen

$[AE] \perp [DE]$

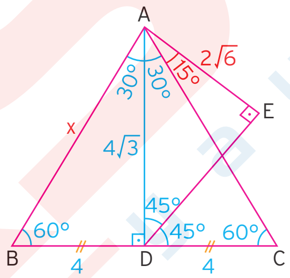
$m(\widehat{EAC}) = 15°$

$|BD| = |DC|$

$|AE| = 2\sqrt{6}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AB| = x$ in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ABC eşkenar üçgeninde [AD] çizilirse,

$|BD| = |DC|$ olduğundan [AD] kenarortaydır. Eşkenar üçgende [AD] kenarortayı hem açıortay, hem de yükseklik olduğundan

$[AD] \perp [BC]$ ve $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC}) = 30°$ olur.

Bu durumda $m(\widehat{DAE}) = 30° + 15° = 45°$ dir.

Dolayısıyla AED dik üçgeninde $m(\widehat{ADE}) = 45°$ olur. (45° - 45° - 90° üçgeni)

AED dik üçgeninde 45° nin karşısı $|AE| = 2\sqrt{6}$ cm ise,

90° nin karşısı

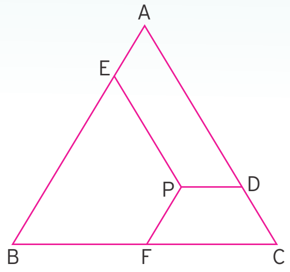
$|AD| = 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{12} = 2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ cm olur.

ABD dik üçgeni 30° - 60° - 90° üçgeni olduğundan 60° nin karşısı $|AD| = 4\sqrt{3}$ cm ise, 30° nin karşısı $|BD| = 4$ cm, dolayısıyla 90° nin karşısı

$|AB| = x = 2 \cdot 4 = 8$ cm bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 5 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 / Genel Tekrar Testi 8, 16, 18 nolu soruları hemen çözelim.

3.11 Eşkenar üçgen ile ilgili 2 özellik daha

1. 

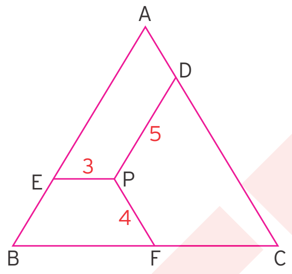
ABC eşkenar üçgeninin içinde herhangi bir P noktası alalım. P noktasından ABC üçgeninin kenarlarına paralel olarak çizilen [PD], [PE] ve [PF] doğru parçalarının uzunlukları toplamı, üçgenin bir kenar uzunluğuna eşittir.

Kısaca, ABC bir eşkenar üçgen ve

PD // BC, PE // AC ve PF // AB ise,

|PD| + |PE| + |PF| = |BC| = |AC| = |AB| dir.

örnek soru



ABC bir eşkenar üçgen

[PD] // [AB]

[PE] // [BC]

[PF] // [AC]

|PE| = 3 cm

|PD| = 5 cm

|PF| = 4 cm

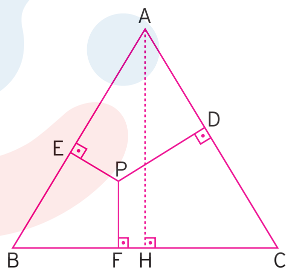
Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

Eşkenar üçgenin içindeki bir noktadan kenarlara paralel olarak çizilen doğru parçalarının uzunlukları toplamı bir kenara eşit olduğundan

|AB| = |AC| = |BC| = |PE| + |PD| + |PF| = 3 + 5 + 4 = 12 cm

olur.

2. 

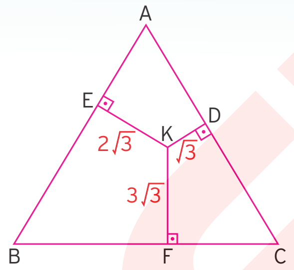
Eşkenar üçgenin içindeki bir noktadan kenarlara indirilen dikmelerin uzunlukları toplamı eşkenar üçgenin yüksekliğine eşittir.

Yukarıdaki şekilde ABC bir eşkenar üçgen,

[PE] ⊥ [AB], [PD] ⊥ [AC], [PF] ⊥ [BC] ise,

|PD| + |PE| + |PF| = |AH| dir.

örnek soru



ABC bir eşkenar üçgen

[KD] ⊥ [AC]

[KE] ⊥ [AB]

[KF] ⊥ [BC]

|KD| = $\sqrt{3}$ cm

|KE| = $2\sqrt{3}$ cm

|KF| = $3\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulalım.

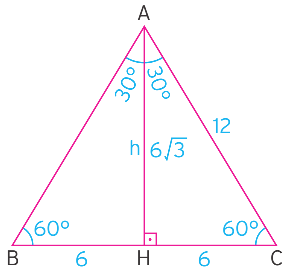
çözüm

Eşkenar üçgen içindeki K noktasından kenarlara indirilen dikmelerin uzunlukları toplamı eşkenar üçgenin yüksekliğine eşittir. Buna göre, verilen eşkenar üçgenin yüksekliği h ise,

h = |KD| + |KE| + |KF|

h = $\sqrt{3}$ + $2\sqrt{3}$ + $3\sqrt{3}$

h = $6\sqrt{3}$ cm olur.



ABC eşkenar üçgeninin yüksekliği $6\sqrt{3}$ cm ise, AHC dik üçgeninde

|HC| = 6 cm ve

|AC| = 12 cm olur.

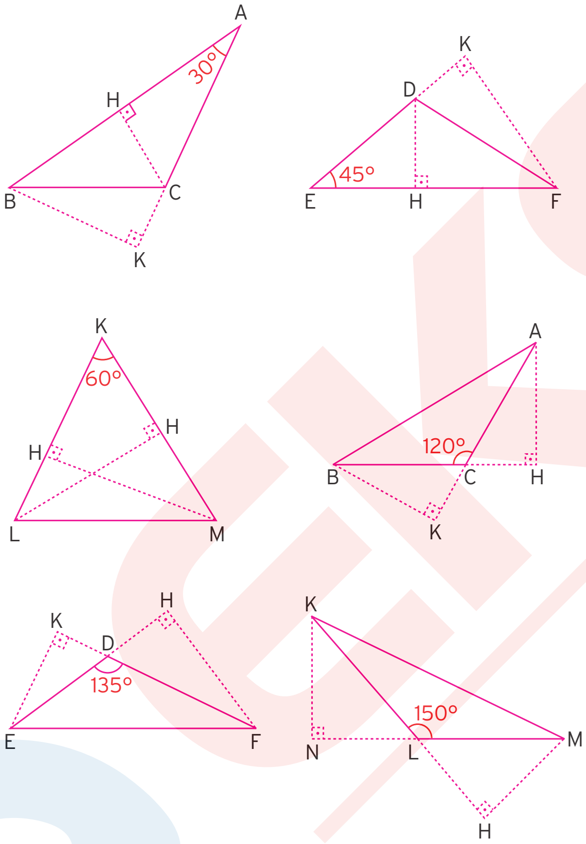
(30° - 60° - 90° üçgeni)

O halde, Çevre(ABC) = 3·12 = 36 cm bulunur.

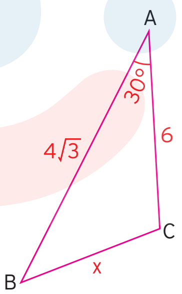
Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 5 11, 12 nolu soruları hemen çözelim.

3.12 Dikkat! Bu üçgenler çok özel!

Açılarından biri 30°, 45°, 60°, 120°, 135° ve 150° olan üçgenleri özel üçgenler olarak isimlendiriyoruz. Bu üçgenlerle ilgili olan soruları çözerken 30° - 60° - 90° ve 45° - 45° - 90° üçgenlerinin kenar özelliklerinden faydalanırız. Eğer açımız 30°, 45° veya 60° gibi dar bir özel açı ise, açının karşısına dikme inerek, 120°, 135° veya 150° gibi bir geniş açı ise, açının bütünlerini oluşturduktan sonra dış açının kollarından birine dikme ineriz. Daha sonra pisagor teoremini uygulayarak çözüme gideriz.



örnek soru



ABC bir üçgen

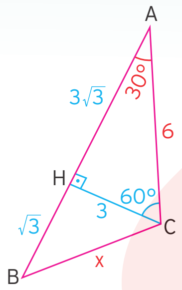
$m(\widehat{BAC}) = 30°$

$|AB| = 4\sqrt{3}$ cm

$|AC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



$[CH] \perp [AB]$ olacak şekilde [CH] dikmesi çizilirse, CHA dik üçgeni 30° - 60° - 90° üçgeni olur.

Buna göre,

$|AC| = 6$ cm iken,

30° nin karşısı

$|CH| = \frac{6}{2} = 3$ cm ve

60° nin karşısı $|AH| = 3\sqrt{3}$ cm

olur.

Bu durumda $|BH| = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$ cm olur.

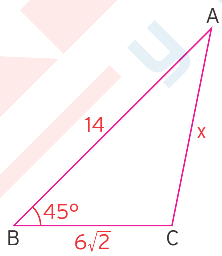
CHB dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$|BC|^2 = |BH|^2 + |CH|^2 \Rightarrow x^2 = \sqrt{3}^{\,2} + 3^2$

$x^2 = 3 + 9 = 12$

$x = 2\sqrt{3}$ cm bulunur.

örnek soru



ABC bir üçgen

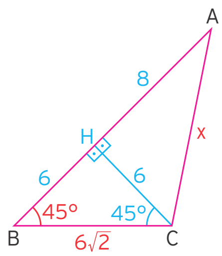
$m(\widehat{ABC}) = 45°$

$|AB| = 14$ cm

$|BC| = 6\sqrt{2}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |AC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



$[CH] \perp [AB]$ olacak şekilde [CH] çizilirse, HBC dik üçgeni 45° - 45° - 90° üçgeni yani ikizkenar dik üçgen olur.

45° - 45° - 90° üçgeninde

$|BC| = 6\sqrt{2}$ cm iken dik kenar uzunlukları

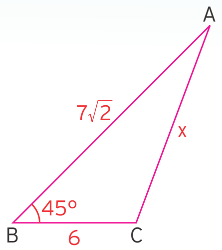
$|HB| = |HC| = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 6$ cm

olur.

Bu durumda $|AH| = 14 - 6 = 8$ cm bulunur.

Dikkat edilirse, AHC dik üçgeninin dik kenarlarının uzunlukları 6 cm ve 8 cm olduğundan hipotenüs uzunluğu $|AC| = x = 10$ cm olur. (6 - 8 - 10 üçgeni)

örnek soru



ABC bir üçgen

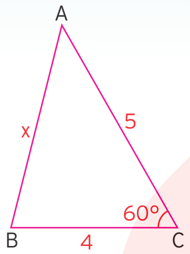
$m(\widehat{ABC}) = 45°$

$|AB| = 7\sqrt{2}$ cm

$|BC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AC| = x$ in kaç cm olduğunu bulalım.

örnek soru



ABC bir üçgen

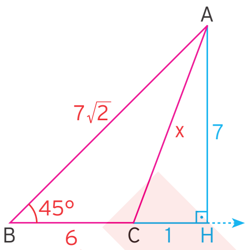
$m(\widehat{ACB}) = 60°$

$|AC| = 5$ cm

$|BC| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AB| = x$ in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



A noktasından BC ışınına dikme inilirse, ABH dik üçgeni oluşur. Oluşan bu dik üçgen 45° - 45° - 90° üçgeni olduğundan, hipotenüs uzunluğu

$|AB| = 7\sqrt{2}$ cm iken

$|AH| = |BH| = 7$ cm olur.

Bu durumda $|CH| = |BH| - |BC| = 7 - 6 = 1$ cm olur.

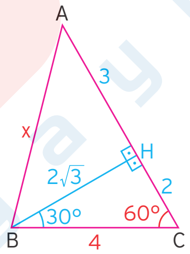
AHC dik üçgeninde pisagor teoremi uygularsak

$x^2 = 7^2 + 1^2$

$x^2 = 50$

$x = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ cm bulunur.

çözüm



A noktasından [BC] ye dikme inmek yerine, B noktasından [AC] ye dikme inelim. (A noktasından [BC] ye dikme inerseniz, oluşan dik üçgenin hipotenüsünün uzunluğu 5 cm (tek sayı) olur. Bu durumda, dik kenarlar kesirli sayılar olur ki işlem yapmak zorlaşır.)

$[BH] \perp [AC]$ olacak şekilde [BH] yi çizdiğimizde BHC dik üçgeni 30° - 60° - 90° üçgeni olur. BHC dik üçgeninde $|BC| = 4$ cm olduğundan 30° nin karşısı $|HC| = \dfrac{4}{2} = 2$ cm ve 60° nin karşısı $|BH| = 2\sqrt{3}$ cm olur.

Bu durumda $|AH| = |AC| - |HC| = 5 - 2 = 3$ cm dir.

ABH dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa

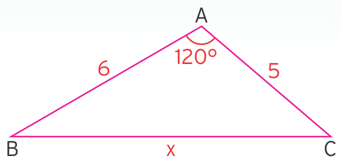
$|AB|^2 = |AH|^2 + |BH|^2$

$x^2 = 3^2 + (2\sqrt{3})^2$

$x^2 = 9 + 12$

$x^2 = 21 \Rightarrow x = \sqrt{21}$ cm bulunur.

örnek soru



ABC bir üçgen

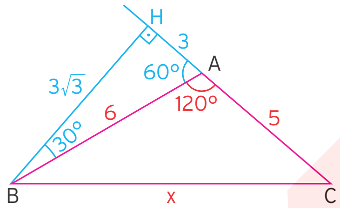
$m(\widehat{BAC}) = 120°$

$|AB| = 6$ cm

$|AC| = 5$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[CA uzatıldıktan sonra [BH] ⊥ [CH olacak şekilde [BH] çizilirse, BAH dik üçgeni 30° - 60° - 90° üçgeni olur. BAH üçgeninde 90° nin karşısı 6 cm olduğundan 30° nin karşısı

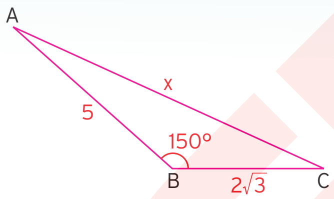
$|AH| = \dfrac{6}{2} = 3$ cm ve 60° nin karşısı

$|BH| = 3\sqrt{3}$ cm olur.

Son olarak HBC dik üçgeninde pisagor teoremi uygularsak,

$$|BC|^2 = |BH|^2 + |HC|^2 = x^2 = (3\sqrt{3})^2 + 8^2$$
$$x^2 = 27 + 64$$
$$x^2 = 91$$
$$x = \sqrt{91} \text{ cm bulunur.}$$

örnek soru



ABC bir üçgen

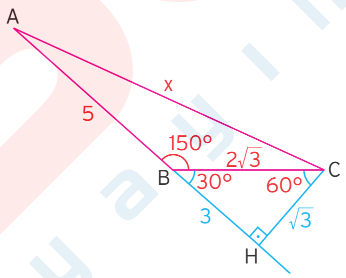
$m(\widehat{ABC}) = 150°$

$|AB| = 5$ cm

$|BC| = 2\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |AC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[AB uzatıldıktan sonra, [CH] ⊥ [AH olacak şekilde [CH] çizilirse, CBH dik üçgeni 30° - 60° - 90° üçgeni olur.

CBH üçgeninde hipotenüs uzunluğu $2\sqrt{3}$ cm olduğundan 30° nin karşısı $|CH| = \dfrac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ cm ve

60° nin karşısı $|BH| = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$ cm olur.

Oluşan AHC dik üçgeninde pisagor teoremi uygularsak,

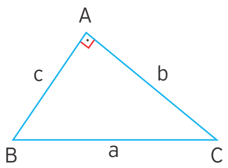
$$|AC|^2 = |AH|^2 + |CH|^2 \Rightarrow x^2 = 8^2 + \sqrt{3}^2$$
$$x^2 = 64 + 3$$
$$x = \sqrt{67} \text{ cm bulunur.}$$

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 6 1, 2, 3, 5, 6, 7, 12 / Genel Tekrar Testi 19, 22 nolu soruları hemen çözelim.

BU KONUDA ÖZETLE...

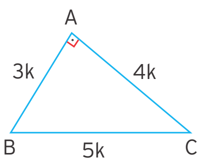
Konuların ve Kavramların Özeti

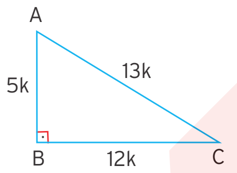
1. Pisagor Teoremi: Bir dik üçgende dik kenarların uzunluklarının kareleri toplamı, hipotenüs uzunluğunun karesine eşittir. Bu teoreme pisagor teoremi denir.

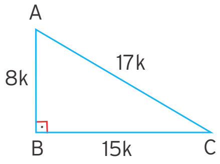


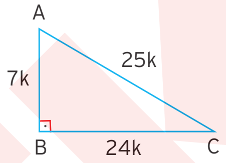
$a^2 = b^2 + c^2$

2. Kenarlarına Göre Özel Dik Üçgenler

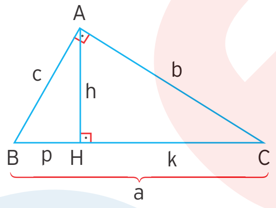








3. Öklid Bağıntıları



$h^2 = p \cdot k$

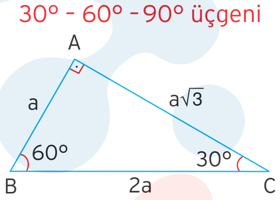
$b^2 = k(k + p)$

$c^2 = p(p + k)$

$a \cdot h = b \cdot c$

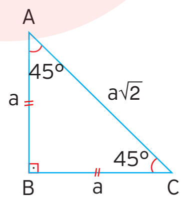
4. Açılarına Göre Özel Dik Üçgenler

30° - 60° - 90° üçgeni



90° nin karşısı (hipotenüs), 30° nin karşısındaki dik kenarın her zaman 2 katıdır. 60° nin karşısındaki dik kenarın uzunluğu ise 30° nin karşısındaki dik kenarın her zaman $\sqrt{3}$ katıdır.

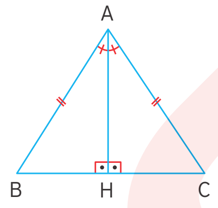
45° - 45° - 90° üçgeni



İkizkenar dik üçgenin açıları 45° - 45° - 90° dir. İkizkenar dik üçgenin dik kenarları a cm ise, hipotenüs uzunluğu $a\sqrt{2}$ cm dir.

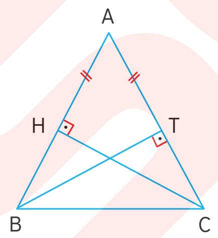
5. İkizkenar ve Eşkenar Üçgen

a.



$|AB| = |AC|$ ise, ABC ikizkenar üçgendir. [AH] : yükseklik, açıortay ve kenarortaydır.

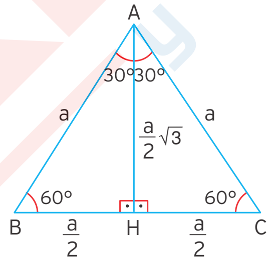
b.



$|AB| = |AC|$ ise,
$|CH| = |BT|$ ve
$|HB| = |TC|$ dir.

Eş kenarlara ait yükseklikler birbirine eşittir.

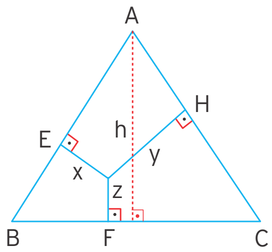
c.



$|AB| = |AC| = |BC|$ ise, ABC eşkenar üçgendir.

$$\text{Alan}(ABC) = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

d.

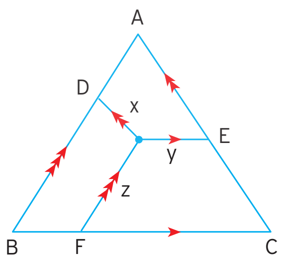


ABC eşkenar üçgen

$x + y + z = h$

Üçgenin içinde alınan bir noktadan kenarlara çizilen dikmelerin toplamı eşkenar üçgenin yüksekliğine eşittir.

e.



ABC eşkenar üçgen

$x + y + z = a$

Üçgenin içinde alınan bir noktadan kenarlara çizilen paralellerin toplamı eşkenar üçgenin bir kenarına eşittir.

ÖĞRENDİKLERİMİZİ TEST EDELİM

Kavrama Testi 1 (3.1 - 3.3)

Kavrama Testi 2 (3.4 - 3.4)

Kavrama Testi 3 (3.5 - 3.6)

Kavrama Testi 4 (3.7 - 3.8)

Kavrama Testi 5 (3.9 - 3.10)

Kavrama Testi 6 (3.11 - 3.11)

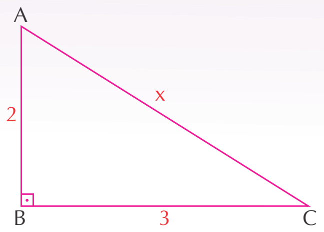
Genel Tekrar Testi (3.1 - 3.11)

Sınavlarda (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) Sorulmuş Sorular

Sınavlarda Sorulabilecek Sorular

KAVRAMA TESTİ 1

1.



ABC dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

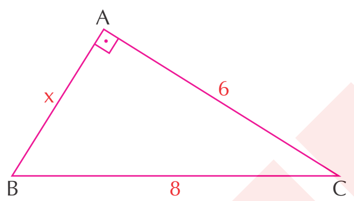
|AB| = 2 cm

|BC| = 3 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AC| = x kaç cm dir?

A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{13}$ C) $\sqrt{15}$ D) 4 E) 5

2.



ABC dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

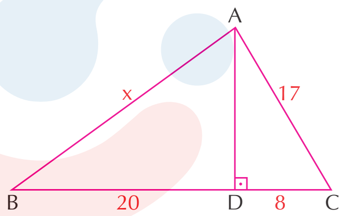
|AC| = 6 cm

|BC| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) $2\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{6}$ C) 5 D) $2\sqrt{7}$ E) $3\sqrt{3}$

3.



ABC bir üçgen

[AD] ⊥ [BC]

|AC| = 17 cm

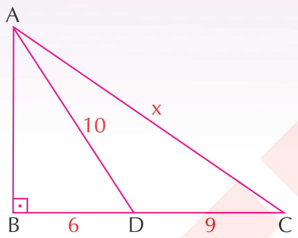
|DC| = 8 cm

|BD| = 20 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) 25 B) 26 C) 27 D) 30 E) 32

4.



ABC dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

|AD| = 10 cm

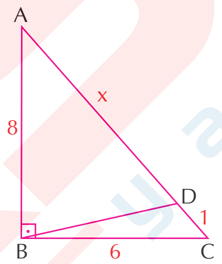
|BD| = 6 cm

|DC| = 9 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AC| = x kaç cm dir?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

5.



ABC dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

|AB| = 8 cm

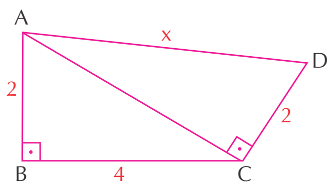
|BC| = 6 cm

|DC| = 1 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AD| = x kaç cm dir?

A) 12 B) 11 C) 10 D) $3\sqrt{10}$ E) 9

6.



ABC ve ACD dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

[AC] ⊥ [CD]

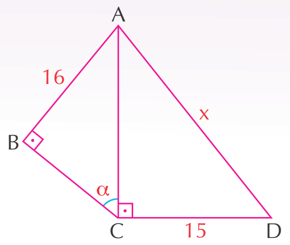
|AB| = |CD| = 2 cm

|BC| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AD| = x kaç cm dir?

A) $2\sqrt{5}$ B) $\sqrt{22}$ C) $2\sqrt{6}$ D) 5 E) $2\sqrt{7}$

7.



ABC ve ACD dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

[AC] ⊥ [CD]

$m(\widehat{BCA}) = \alpha$

|AB| = 16 cm

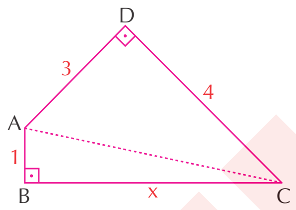
|CD| = 15 cm

$\cot\alpha = \frac{3}{4}$

Yukarıdaki verilere göre, |AD| = x kaç cm dir?

A) 17 B) 20 C) 24 D) 25 E) 27

8.



ABCD dörtgen

[AB] ⊥ [BC]

[AD] ⊥ [DC]

|AB| = 1 cm

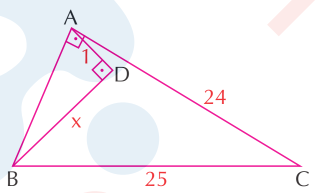
|AD| = 3 cm

|DC| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{6}$ D) 5 E) $3\sqrt{3}$

9.



ABC ve ABD dik üçgen

[AB] ⊥ [AC]

[AD] ⊥ [BD]

|AD| = 1 cm

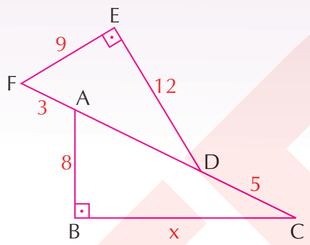
|AC| = 24 cm

|BC| = 25 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BD| = x kaç cm dir?

A) 7 B) $4\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{10}$ E) 6

10.



EFD ve ABC dik üçgen

[FE] ⊥ [ED]

[AB] ⊥ [BC]

|FE| = 9 cm

|ED| = 12 cm

|AF| = 3 cm

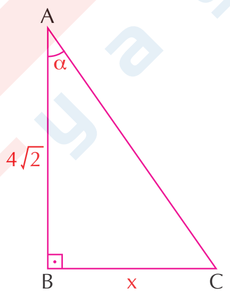
|DC| = 5 cm

|AB| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) 17 B) 16 C) 15 D) 14 E) 13

11.



ABC dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

$m(\widehat{A}) = \alpha$

$\sin\alpha = \frac{1}{3}$

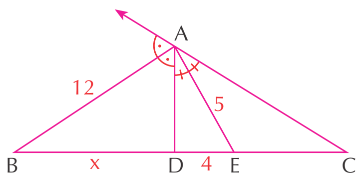
$|AB| = 4\sqrt{2}$ cm

|BC| = x

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) 4 B) $2\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{2}$ D) $\sqrt{5}$ E) 2

12.



ABC bir üçgen

[AB] ve [AE] açıortay

|AB| = 12 cm

|AE| = 5 cm

|DE| = 4 cm

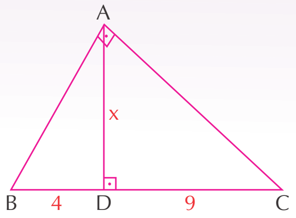
Yukarıdaki verilere göre, |BD| = x kaç cm dir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

B - D - A / E - E - C / D - C - B / C - E - D

KAVRAMA TESTİ 2

1.



ABC dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

[AD] ⊥ [BC]

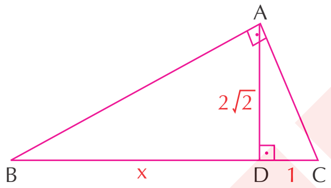
|BD| = 4 cm

|DC| = 9 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AD| = x kaç cm dir?

A) 6 B) $4\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{15}$ D) 8 E) $6\sqrt{2}$

2.



ABC dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

[AD] ⊥ [BC]

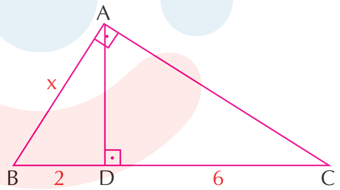
|DC| = 1 cm

|AD| = $2\sqrt{2}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |BD| = x kaç cm dir?

A) $5\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{15}$ D) 8 E) 9

3.



ABC dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

[AD] ⊥ [BC]

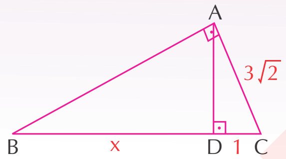
|BD| = 2 cm

|DC| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) 3 B) $\sqrt{10}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 4 E) $3\sqrt{2}$

4.



ABC dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

[AD] ⊥ [BC]

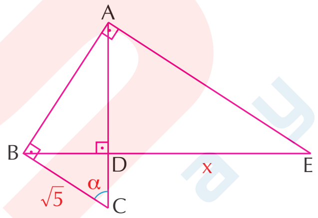
|AC| = $3\sqrt{2}$ cm

|DC| = 1 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BD| = x kaç cm dir?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

5.



ABE ve ABC dik üçgen

[BA] ⊥ [AE]

[CB] ⊥ [AB]

[AC] ⊥ [BE]

$m(\widehat{BCA}) = \alpha$

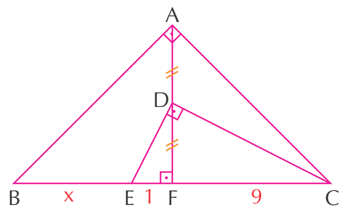
$\tan\alpha = 2$

|BC| = $\sqrt{5}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |DE| = x kaç cm dir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

6.



ABC dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

[AF] ⊥ [BC]

[ED] ⊥ [DC]

|AD| = |DF|

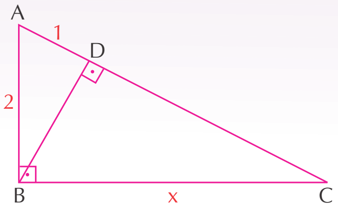
|EF| = 1 cm

|FC| = 9 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BE| = x kaç cm dir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

7.



ABC dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

[BD] ⊥ [AC]

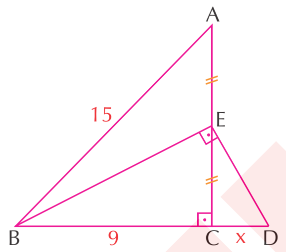
|AD| = 1 cm

|AB| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) 4 D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{5}$

8.



ABC ve BED dik üçgen

[AC] ⊥ [BD]

[BE] ⊥ [ED]

|AE| = |EC|

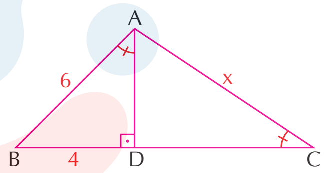
|AB| = 15 cm

|BC| = 9 cm

Yukarıdaki verilere göre, |CD| = x kaç cm dir?

A) 4 B) $2\sqrt{3}$ C) 3 D) $2\sqrt{2}$ E) $\sqrt{6}$

9.



ABC bir üçgen

[AD] ⊥ [BC]

$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{ACB})$

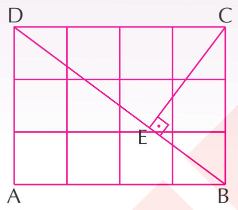
|AB| = 6 cm

|BD| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AC| = x kaç cm dir?

A) 6 B) $2\sqrt{10}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $3\sqrt{6}$ E) $2\sqrt{15}$

10.



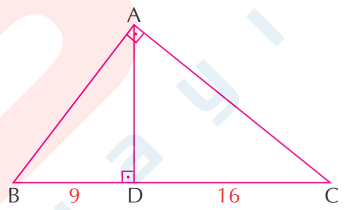
ABCD dikdörtgeni birim karelerden oluşturulmuştur.

[CE] ⊥ [BD]

Yukarıdaki verilere göre, |CE| kaç birimdir?

A) $\frac{8}{5}$ B) $\frac{9}{5}$ C) 2 D) $\frac{12}{5}$ E) $\frac{16}{5}$

11.



ABC dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

[AD] ⊥ [BC]

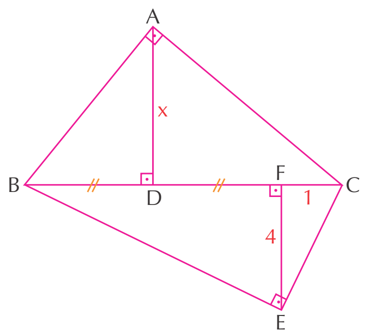
|BD| = 9 cm

|DC| = 16 cm

Yukarıdaki verilere göre, $\frac{|AB|}{|AC|}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

12.



ABC ve BEC dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

[AD] ⊥ [BC]

[BE] ⊥ [EC]

[EF] ⊥ [BC]

|BD| = |DF|

|EF| = 4 cm

|FC| = 1 cm

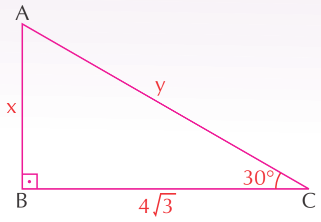
Yukarıdaki verilere göre, |AD| = x kaç cm dir?

A) $3\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{15}$ C) 8 D) $2\sqrt{17}$ E) $6\sqrt{2}$

A - D - D / B - C - D / B - A - C / D - B - E

KAVRAMA TESTİ 3

1.



ABC dik üçgen

$[AB] \perp [BC]$

$m(\widehat{ACB}) = 30°$

$|BC| = 4\sqrt{3}$ cm

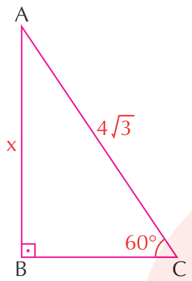
$|AC| = y$

$|AB| = x$

Yukarıdaki verilere göre, x + y toplamı kaç cm dir?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

2.



ABC dik üçgen

$[AB] \perp [BC]$

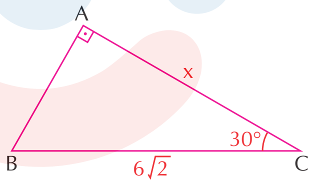
$m(\widehat{ACB}) = 60°$

$|AC| = 4\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

A) 4 B) 5 C) $4\sqrt{2}$ D) 6 E) $6\sqrt{2}$

3.



ABC dik üçgen

$[BA] \perp [AC]$

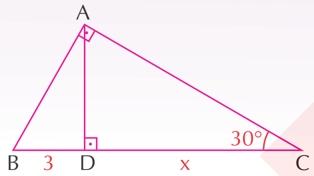
$m(\widehat{ACB}) = 30°$

$|BC| = 6\sqrt{2}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

A) 6 B) $4\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{6}$ D) $6\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{3}$

4.



ABC dik üçgen

$[BA] \perp [AC]$

$[AD] \perp [BC]$

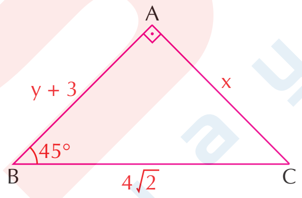
$m(\widehat{ACB}) = 30°$

$|BD| = 3$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|DC| = x$ kaç cm dir?

A) 6 B) 9 C) $6\sqrt{2}$ D) $6\sqrt{3}$ E) $9\sqrt{3}$

5.



ABC dik üçgen

$[BA] \perp [AC]$

$m(\widehat{ABC}) = 45°$

$|BC| = 4\sqrt{2}$ cm

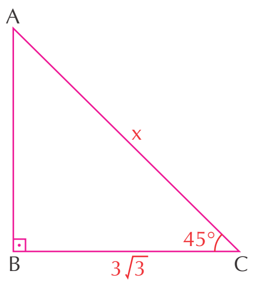
$|AC| = x$

$|AB| = y + 3$ cm

Yukarıdaki verilere göre, x + y toplamı kaç cm dir?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

6.



ABC dik üçgen

$[BA] \perp [BC]$

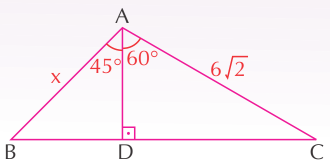
$m(\widehat{ACB}) = 45°$

$|BC| = 3\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

A) 6 B) $3\sqrt{5}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $5\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{6}$

7.



ABC bir üçgen

[AD] ⊥ [BC]

$m(\widehat{BAD}) = 45°$

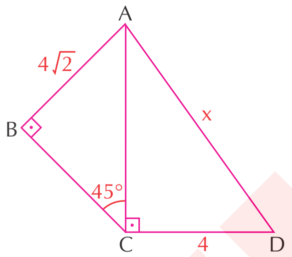
$m(\widehat{DAC}) = 60°$

$|AC| = 6\sqrt{2}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) 6 B) $4\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{7}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{2}$

8.



ABC ve ACD dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

[AC] ⊥ [CD]

$m(\widehat{ACB}) = 45°$

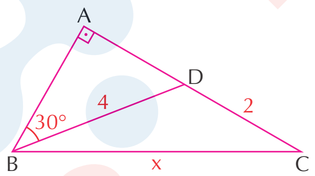
$|AB| = 4\sqrt{2}$ cm

|CD| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AD| = x kaç cm dir?

A) $4\sqrt{6}$ B) $4\sqrt{5}$ C) 8 D) $2\sqrt{13}$ E) $4\sqrt{3}$

9.



ABC dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

$m(\widehat{ABD}) = 30°$

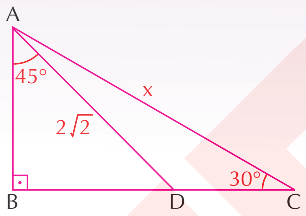
|BD| = 4 cm

|DC| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) $2\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{6}$ D) $2\sqrt{7}$ E) $4\sqrt{2}$

10.



ABC dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

$m(\widehat{BAD}) = 45°$

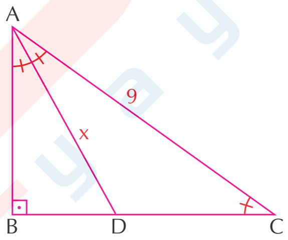
$m(\widehat{ACB}) = 30°$

$|AD| = 2\sqrt{2}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |AC| = x kaç cm dir?

A) 4 B) $2\sqrt{6}$ C) $4\sqrt{2}$ D) 6 E) $4\sqrt{3}$

11.



ABC dik üçgen

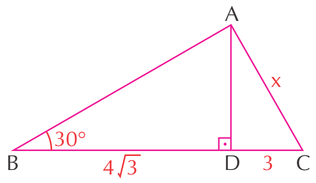
[AB] ⊥ [BC]

|AC| = 9 cm

$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{ACB})$ olduğuna göre, |AD| = x kaç cm dir?

A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{6}$ C) $3\sqrt{3}$ D) 6 E) $6\sqrt{2}$

12.



ABC bir üçgen

[AD] ⊥ [BC]

$m(\widehat{ABC}) = 30°$

$|BD| = 4\sqrt{3}$ cm

|DC| = 3 cm

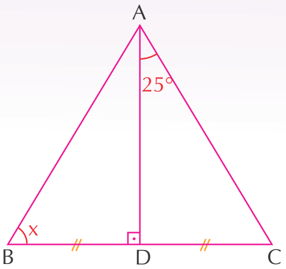
Yukarıdaki verilere göre, |AC| = x kaç cm dir?

A) $5\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) 6 D) 5 E) 4

B - D - C / B - E - E / A - B - D / A - C - D

KAVRAMA TESTİ 4

1.



ABC bir üçgen

[AD] ⊥ [BC]

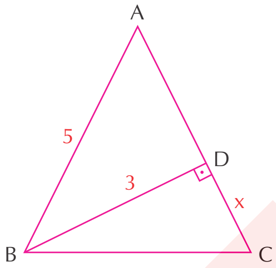
|BD| = |DC|

m($\widehat{DAC}$) = 25°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{ABC}$) = x kaç derecedir?

A) 45 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

2.



ABC üçgeninde

|AB| = |AC|

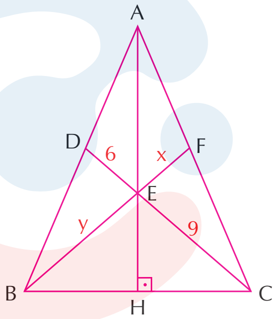
|AB| = 5 cm

|BD| = 3 cm

Yukarıdaki verilere göre, |DC| = x kaç cm dir?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) 3

3.



ABC bir üçgen

|AB| = |AC|

[AH] ⊥ [BC]

|DE| = 6 cm

|EC| = 9 cm

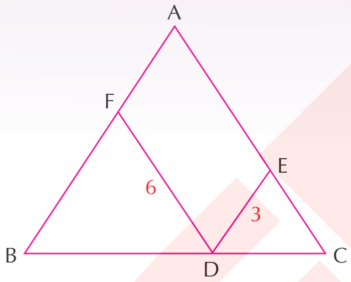
|EF| = x

|BE| = y

Yukarıdaki verilere göre, y – x farkı kaç cm dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4.



ABC ikizkenar üçgen

|AB| = |AC|

[DF] // [AC]

[DE] // [AB]

|DE| = 3 cm

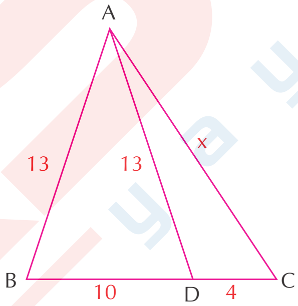
|FD| = 6 cm

|BC| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, Çevre(ABC) kaç cm dir?

A) 26 B) 28 C) 30 D) 32 E) 34

5.



ABC bir üçgen

|AB| = |AD| = 13 cm

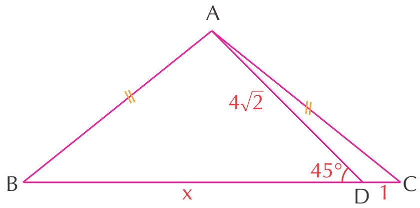
|BD| = 10 cm

|DC| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AC| = x kaç cm dir?

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

6.



ABC ikizkenar üçgen

|AB| = |AC|

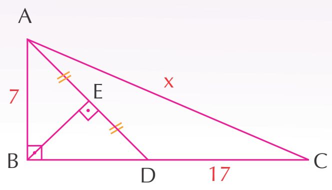
m($\widehat{ADB}$) = 45°

|AD| = $4\sqrt{2}$ cm ve |DC| = 1 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BD| = x kaç cm dir?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

7.



ABC dik üçgen

$[AB] \perp [BC]$

$[BE] \perp [AD]$

$|AE| = |ED|$

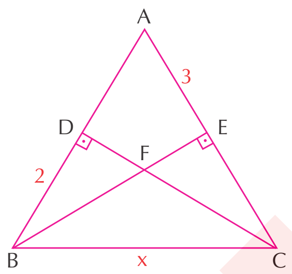
$|AB| = 7$ cm

$|DC| = 17$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

A) 25 B) 26 C) 27 D) 28 E) 30

8.



ABC ikizkenar üçgen

$[BE] \perp [AC]$

$[CD] \perp [AB]$

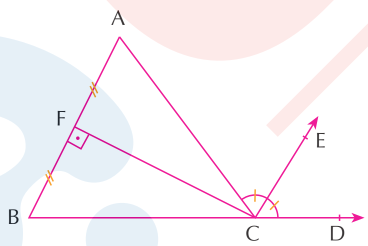
$|AE| = 3$ cm

$|BD| = 2$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|BC| = x$ kaç cm dir?

A) $2\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{7}$ D) $4\sqrt{2}$ E) 6

9.



ABC bir üçgen

$[CF] \perp [AB]$

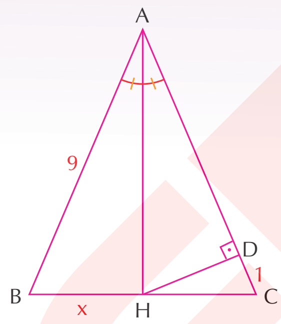
$|AF| = |FB|$

[CE açıortay

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{FCE})$ kaç derecedir?

A) 60 B) 75 C) 90 D) 105 E) 120

10.



ABC ikizkenar üçgen

[AH] açıortay

$|AB| = |AC|$

$[HD] \perp [AC]$

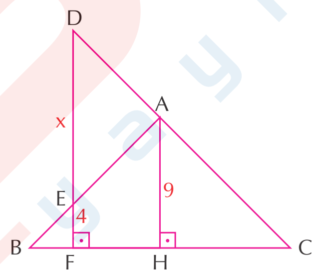
$|DC| = 1$ cm

$|AB| = 9$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|BH| = x$ kaç cm dir?

A) $\sqrt{6}$ B) 3 C) $\frac{9}{2}$ D) $3\sqrt{3}$ E) 6

11.



DFC dik üçgen

ABC ikizkenar üçgen

$|AB| = |AC|$

$[DF] \perp [BC]$

$[AH] \perp [BC]$

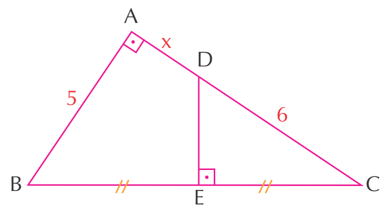
$|AH| = 9$ cm

$|EF| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|DE| = x$ kaç cm dir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

12.



ABC dik üçgen

$[BA] \perp [AC]$

$[DE] \perp [BC]$

$|BE| = |EC|$

$|AB| = 5$ cm

$|DC| = 6$ cm

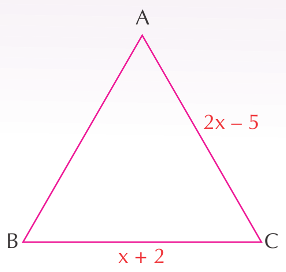
Yukarıdaki verilere göre, $|AD| = x$ kaç cm dir?

A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) $\sqrt{10}$ D) $\sqrt{11}$ E) $2\sqrt{3}$

D - A - C / B - B - D / A - A - C / B - C - D

KAVRAMA TESTİ 5

1.



ABC eşkenar üçgen

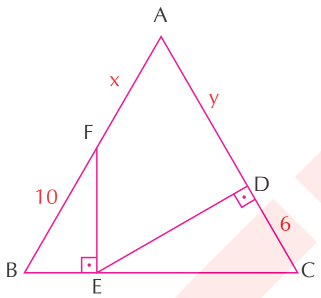
$|AC| = 2x - 5$ cm

$|BC| = x + 2$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Çevre(ABC) kaç cm dir?

A) 21 B) 24 C) 27 D) 30 E) 33

2.



ABC eşkenar üçgen

$[FE] \perp [BC]$

$[ED] \perp [AC]$

$|BF| = 10$ cm

$|DC| = 6$ cm

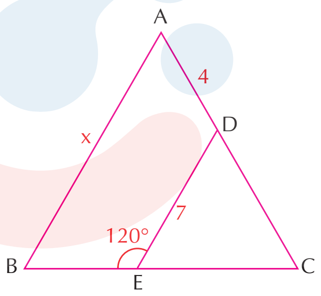
$|AF| = x$

$|AD| = y$

Yukarıdaki verilere göre, x + y toplamı kaç cm dir?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

3.



ABC eşkenar üçgen

$m(\widehat{BED}) = 120°$

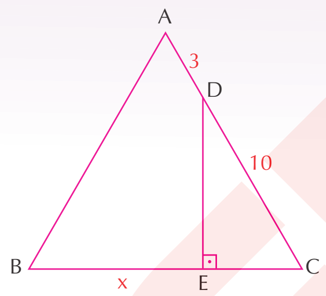
$|AD| = 4$ cm

$|DE| = 7$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

4.



ABC eşkenar üçgen

$[DE] \perp [BC]$

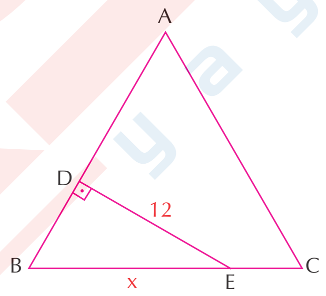
$|AD| = 3$ cm

$|DC| = 10$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |BE| = x kaç cm dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

5.



ABC eşkenar üçgen

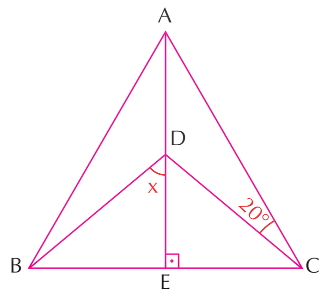
$[ED] \perp [AB]$

$|DE| = 12$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |BE| = x kaç cm dir?

A) 8 B) 9 C) $6\sqrt{3}$ D) $7\sqrt{3}$ E) $8\sqrt{3}$

6.



ABC eşkenar üçgen

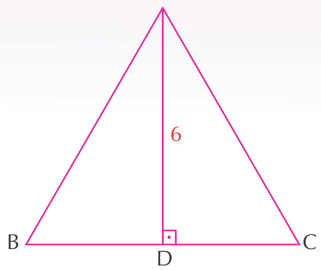
$[AE] \perp [BC]$

$m(\widehat{ACD}) = 20°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BDE}) = x$ kaç derecedir?

A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

7.



ABC eşkenar üçgen

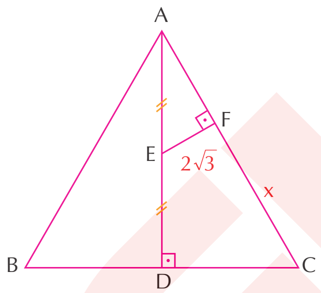
[AD] ⊥ [BC]

|AD| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, Çevre(ABC) kaç cm dir?

A) $24\sqrt{3}$ B) $21\sqrt{3}$ C) $18\sqrt{3}$ D) $15\sqrt{3}$ E) $12\sqrt{3}$

8.



ABC eşkenar üçgen

[AD] ⊥ [BC]

[EF] ⊥ [AC]

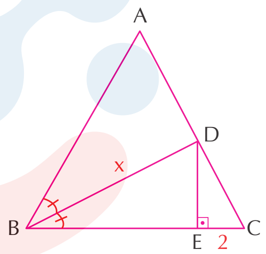
|AE| = |ED|

|EF| = $2\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |FC| = x kaç cm dir?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

9.



ABC eşkenar üçgen

[BD] açıortay

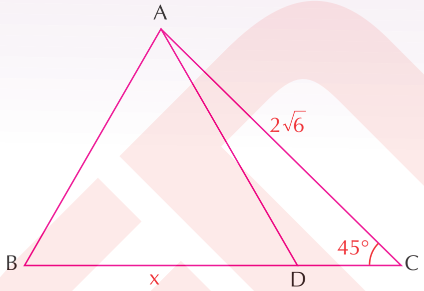
[DE] ⊥ [BC]

|EC| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BD| = x kaç cm dir?

A) $3\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $5\sqrt{3}$ D) $6\sqrt{3}$ E) $7\sqrt{3}$

10.



ABC bir üçgen

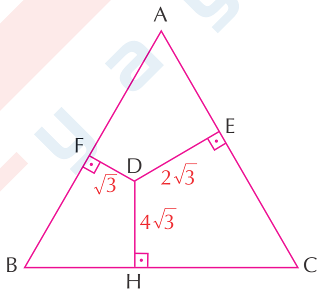
ABD eşkenar üçgen

$m(\widehat{ACB}) = 45°$ ve |AC| = $2\sqrt{6}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |BD| = x kaç cm dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) $3\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

11.



ABC eşkenar üçgen

[DH] ⊥ [BC]

[DE] ⊥ [AC]

[DF] ⊥ [AB]

|FD| = $\sqrt{3}$ cm

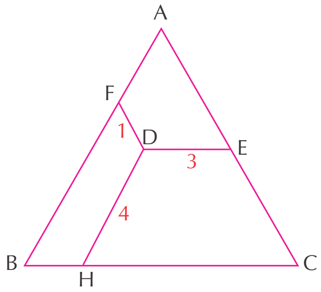
|DE| = $2\sqrt{3}$ cm

|DH| = $4\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Çevre(ABC) kaç cm dir?

A) 30 B) 33 C) 36 D) 39 E) 42

12.



ABC eşkenar üçgen

[DE] // [BC]

[DF] // [AC]

[DH] // [AB]

|FD| = 1 cm

|DE| = 3 cm

|DH| = 4 cm

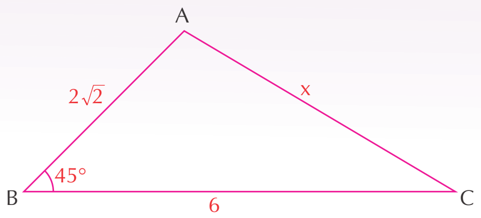
Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin yüksekliği kaç cm dir?

A) $3\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $5\sqrt{3}$ D) 8 E) $8\sqrt{3}$

C - B - C / D - E - C / E - D - B / B - E - B

KAVRAMA TESTİ 6

1.



ABC bir üçgen

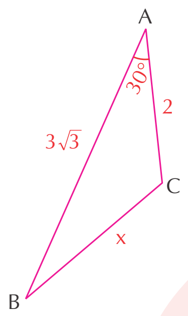
$m(\widehat{ABC}) = 45°$

$|AB| = 2\sqrt{2}$ cm ve $|BC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

A) $2\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{6}$ C) 5 D) $2\sqrt{7}$ E) $4\sqrt{2}$

2.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{BAC}) = 30°$

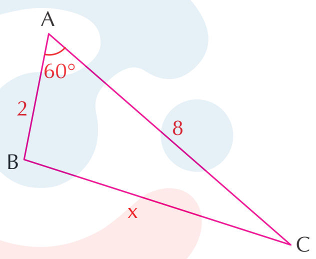
$|AB| = 3\sqrt{3}$ cm

$|AC| = 2$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|BC| = x$ kaç cm dir?

A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{13}$ C) $\sqrt{15}$ D) 4 E) $2\sqrt{5}$

3.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{BAC}) = 60°$

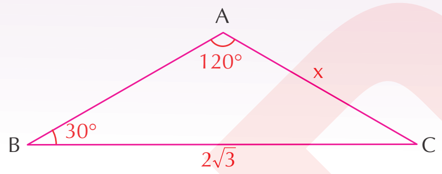
$|AB| = 2$ cm

$|AC| = 8$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|BC| = x$ kaç cm dir?

A) $2\sqrt{10}$ B) $3\sqrt{5}$ C) 7 D) $2\sqrt{13}$ E) $2\sqrt{14}$

4.



ABC bir üçgen

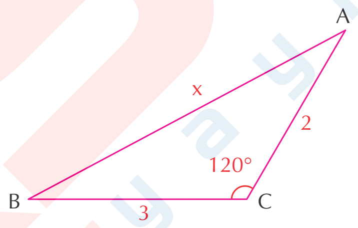
$m(\widehat{BAC}) = 120°$, $m(\widehat{ABC}) = 30°$ ve

$|AC| = 2\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\sqrt{6}$ E) $2\sqrt{2}$

5.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{ACB}) = 120°$

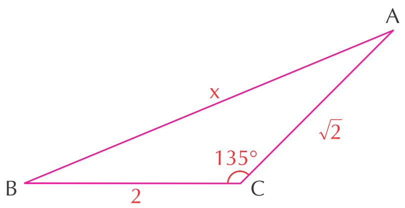
$|AC| = 2$ cm

$|BC| = 3$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

A) $2\sqrt{6}$ B) $\sqrt{22}$ C) $\sqrt{21}$ D) $2\sqrt{5}$ E) $\sqrt{19}$

6.



ABC bir üçgen

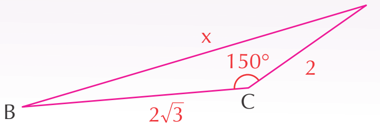
$m(\widehat{ACB}) = 135°$

$|AC| = \sqrt{2}$ cm ve $|BC| = 2$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

A) $\sqrt{15}$ B) $\sqrt{13}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $\sqrt{11}$ E) $\sqrt{10}$

7.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{ACB}) = 150°$

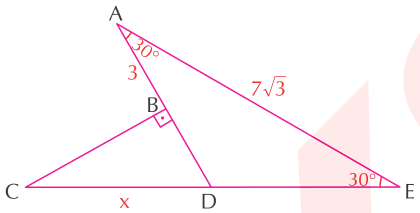
$|AC| = 2$ cm

$|BC| = 2\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

A) $2\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{7}$ D) $4\sqrt{2}$ E) 6

8.



ADE ve CBD birer üçgen

$[CB] \perp [AD]$

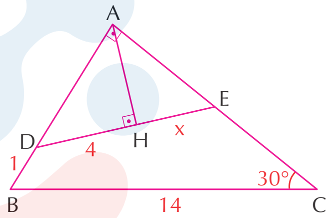
$m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{AEC}) = 30°$

$|AE| = 7\sqrt{3}$ cm ve $|AB| = 3$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|CD| = x$ kaç cm dir?

A) 6 B) $2\sqrt{10}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{3}$ E) 8

9.



ABC dik üçgen

$[AB] \perp [AC]$

$[AH] \perp [DE]$

$|BC| = 14$ cm

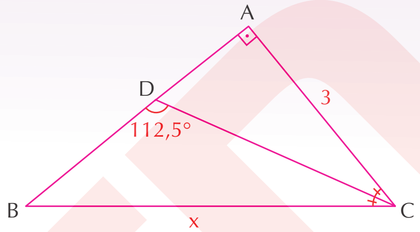
$|BD| = 1$ cm

$|DH| = 4$ cm

$m(\widehat{ACB}) = 30°$ olduğuna göre, $|HE| = x$ kaç cm dir?

A) 3,5 B) 4 C) 4,5 D) 5 E) 5,5

10.



ABC dik üçgen

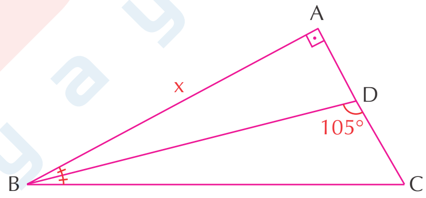
$[BA] \perp [AC]$ ve $[CD]$ açıortay

$m(\widehat{BDC}) = 112{,}5°$, $|AC| = 3$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|BC| = x$ kaç cm dir?

A) $3\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{3}$ C) 6 D) $6\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{3}$

11.



ABC dik üçgen

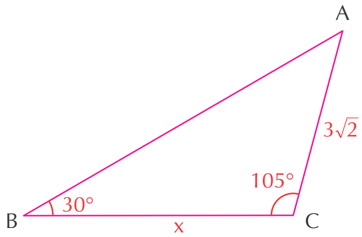
$[BA] \perp [AC]$ ve $[BD]$ açıortay

$m(\widehat{BDC}) = 105°$

$|AC| + |BC| = 6$ cm olduğuna göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) 4 D) $4\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{3}$

12.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{ABC}) = 30°$

$m(\widehat{ACB}) = 105°$

$|AC| = 3\sqrt{2}$ cm

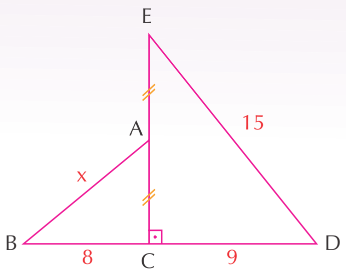
Yukarıdaki verilere göre, $|BC| = x$ kaç cm dir?

A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{6}$ C) $\sqrt{30}$ D) 6 E) $6\sqrt{2}$

A - B - D / C - E - E / C - E - D / A - B - D

GENEL TEKRAR TESTİ

1.



ECD ve ABC dik üçgen

[EC] ⊥ [BD]

|EA| = |AC|

|ED| = 15 cm

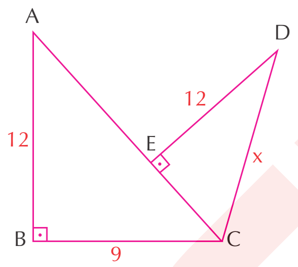
|CD| = 9 cm

|BC| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) 9 B) 10 C) 12 D) 13 E) 15

2.



ABC ve DEC dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

[DE] ⊥ [AC]

|AE| = 2|EC|

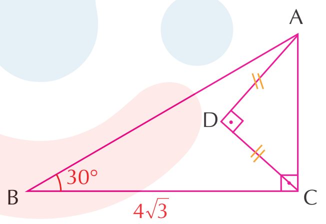
|AB| = |DE| = 12 cm

|BC| = 9 cm

Yukarıdaki verilere göre, |DC| = x kaç cm dir?

A) 10 B) 12 C) 13 D) 15 E) 17

3.



ABC dik üçgen

[AC] ⊥ [BC]

[AD] ⊥ [DC]

|AD| = |DC|

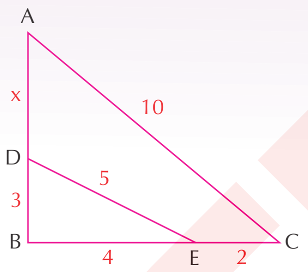
$m(\widehat{ABC}) = 30°$

$|BC| = 4\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |DC| kaç cm dir?

A) $4\sqrt{2}$ B) 4 C) $2\sqrt{3}$ D) 3 E) $2\sqrt{2}$

4.



ABC bir üçgen

|BD| = 3 cm

|BE| = 4 cm

|DE| = 5 cm

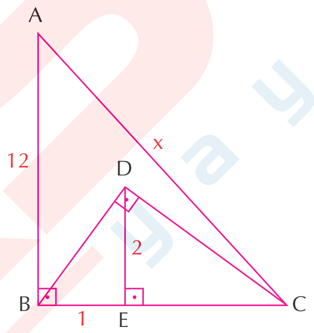
|EC| = 2 cm

|AC| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AD| = x kaç cm dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5.



ABC ve DBC dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

[BD] ⊥ [DC]

[DE] ⊥ [BC]

|DE| = 2 cm

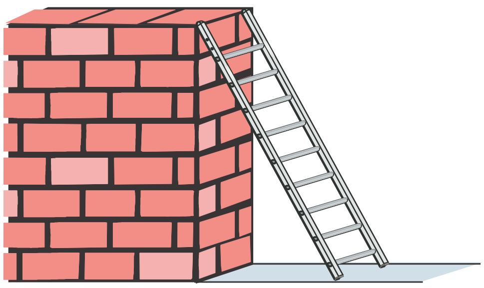
|BE| = 1 cm

|AB| = 12 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AC| = x kaç cm dir?

A) 20 B) 17 C) 16 D) 15 E) 13

6.

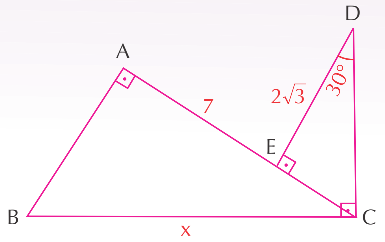


Yüksekliği 24 metre olan duvara 25 metre uzunluğunda bir merdiven şekildeki gibi yerleştirilmiştir.

Merdivenin alt kısmı, duvardan 8 metre daha uzaklaştırılırsa merdivenin üst kısmı kaç metre aşağıya iner?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7.



ABC ve DEC dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

[DE] ⊥ [AC]

[DC] ⊥ [BC]

$m(\widehat{EDC}) = 30°$

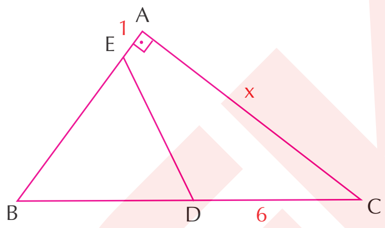
$|DE| = 2\sqrt{3}$ cm

$|AE| = 7$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|BC| = x$ kaç cm dir?

A) 6 B) $4\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $6\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{3}$

8.



ABC dik üçgen

EBD eşkenar üçgen

[BA] ⊥ [AC]

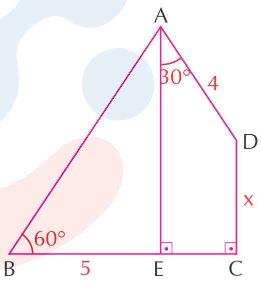
$|AE| = 1$ cm

$|DC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

A) $4\sqrt{3}$ B) $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$ C) $5\sqrt{3}$ D) $6\sqrt{3}$ E) 9

9.



Şekilde

[AE] ⊥ [BC]

[DC] ⊥ [BC]

$m(\widehat{ABC}) = 60°$

$m(\widehat{EAD}) = 30°$

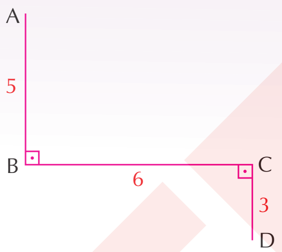
$|BE| = 5$ cm

$|AD| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|DC| = x$ kaç cm dir?

A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{3}$ D) 4 E) 5

10.



Şekilde

[AB] ⊥ [BC]

[BC] ⊥ [CD]

$|AB| = 5$ cm

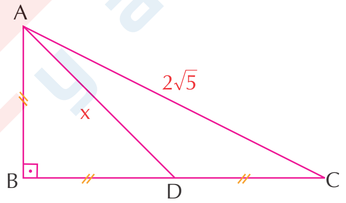
$|BC| = 6$ cm

$|CD| = 3$ cm

Yukarıdaki verilere göre, A ile D noktası arasındaki uzaklık kaç cm dir?

A) 14 B) 13 C) 11 D) 10 E) 9

11.



ABC dik üçgen

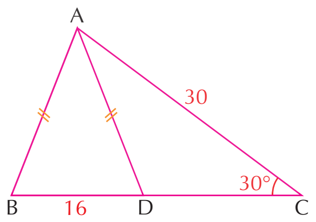
[AB] ⊥ [BC]

$|AC| = 2\sqrt{5}$ cm

$|AB| = |BD| = |DC|$ olduğuna göre, $|AD| = x$ kaç cm dir?

A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 4 E) $3\sqrt{2}$

12.



ABC bir üçgen

$|AB| = |AD|$

$m(\widehat{ACB}) = 30°$

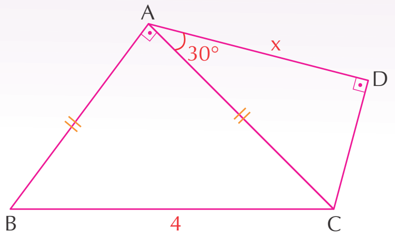
$|AC| = 30$ cm

$|BD| = 16$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Çevre(ABD) kaç cm dir?

A) 50 B) 52 C) 54 D) 56 E) 58

13.



ABC ve ADC bir üçgen

[BA] ⊥ [CA]

[AD] ⊥ [CD]

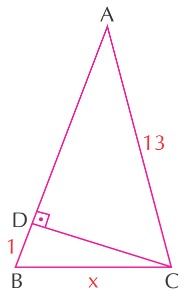
|AB| = |AC|

|BC| = 4 cm

$m(\widehat{CAD}) = 30°$ olduğuna göre, |AD| = x kaç cm dir?

A) 2 B) $\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{3}$ E) 3

14.



ABC ikizkenar üçgen

|AB| = |AC|

[CD] ⊥ [AB]

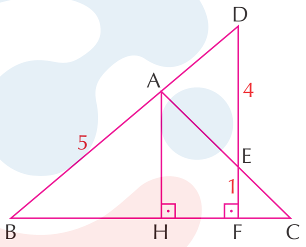
|AC| = 13 cm

|BD| = 1 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) $\sqrt{21}$ B) $2\sqrt{6}$ C) 5 D) $\sqrt{26}$ E) $3\sqrt{3}$

15.



ABC ikizkenar üçgen

DBF dik üçgen

[AH] ⊥ [BC]

[DF] ⊥ [BC]

|DE| = 4 cm

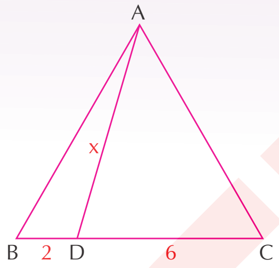
|EF| = 1 cm

|AB| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| kaç cm dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

16.



ABC eşkenar üçgen

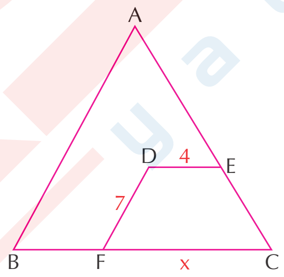
|BD| = 2 cm

|DC| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AD| = x kaç cm dir?

A) 6 B) $2\sqrt{10}$ C) $2\sqrt{11}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{13}$

17.



ABC eşkenar üçgen

[DE] // [BC]

[DF] // [AB]

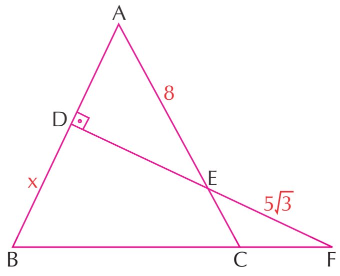
|DE| = 4 cm

|DF| = 7 cm

Yukarıdaki verilere göre, |FC| = x kaç cm dir?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

18.



ABC eşkenar üçgen

DBF dik üçgen

[FD] ⊥ [AB]

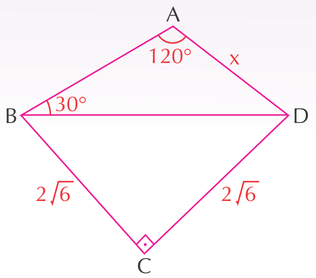
|AE| = 8 cm

|EF| = $5\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |BD| = x kaç cm dir?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

19.



ABD ve BCD birer üçgen

[BC] ⊥ [CD]

$m(\widehat{BAD}) = 120°$

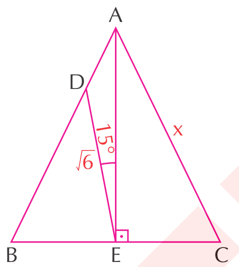
$m(\widehat{ABD}) = 30°$

$|BC| = |CD| = 2\sqrt{6}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |AD| = x kaç cm dir?

A) 4 B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{6}$ D) $3\sqrt{3}$ E) 6

20.



ABC eşkenar üçgen

[AE] ⊥ [BC]

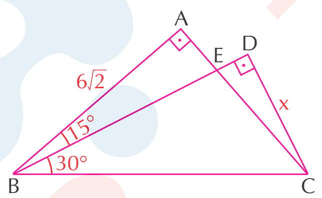
$m(\widehat{AED}) = 15°$

$|DE| = \sqrt{6}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |AC| = x kaç cm dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

21.



ABC ve DBC dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

[BD] ⊥ [DC]

$m(\widehat{ABD}) = 15°$

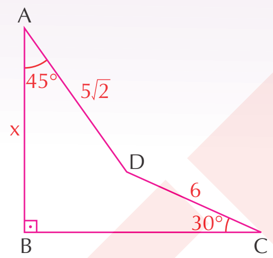
$m(\widehat{DBC}) = 30°$

$|AB| = 6\sqrt{2}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |DC| = x kaç cm dir?

A) 6 B) $4\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{6}$ E) 4

22.



Şekilde

[AB] ⊥ [BC]

$m(\widehat{BAD}) = 45°$

$m(\widehat{DCB}) = 30°$

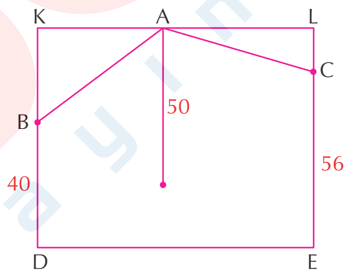
$|AD| = 5\sqrt{2}$ cm

$|DC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

23.



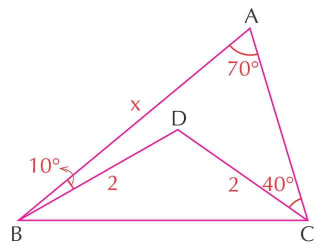
Yüksekliği 70 cm olan bir kutunun tavanına 50 cm uzunluğunda bir sarkaç asılmıştır.

Bu sarkaç sallandığında kutunun karşılıklı yan yüzeylerindeki B ve C noktalarına çarpmaktadır.

|BD| = 40 cm ve |EC| = 56 cm olduğuna göre, |KL| kaç cm dir?

A) 84 B) 86 C) 88 D) 90 E) 92

24.



ABC üçgeninde

$m(\widehat{BAC}) = 70°$

$m(\widehat{ABD}) = 10°$

$m(\widehat{ACD}) = 40°$

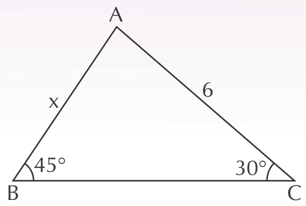
|BD| = |DC| = 2 cm olduğuna göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) $3\sqrt{5}$ B) 6 C) $2\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{3}$ E) 5

B - C - E / C - E - D / E - C - B / D - B - A / B - D - D / E - B - C / A - B - A / C - C - C

SINAVLARDA (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) SORULMUŞ SORULAR

1.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{ABC}) = 45°$

$m(\widehat{BCA}) = 30°$

$|AC| = 6$ cm

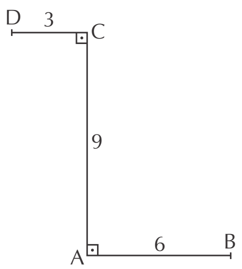
$|AB| = x$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

A) $3\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) 3 D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

(ÖYS 1996)

2.



$m(\widehat{DCA}) = 90°$

$m(\widehat{CAB}) = 90°$

$|DC| = 3$ cm

$|AB| = 6$ cm

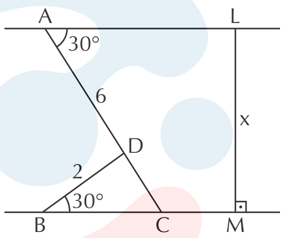
$|AC| = 9$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|DB|$ kaç cm dir?

A) 6 B) 9 C) $6\sqrt{2}$ D) $9\sqrt{2}$ E) $10\sqrt{2}$

(ÖYS 1998)

3.



AL // BM

LM ⊥ BM

$m(\widehat{LAD}) = 30°$

$m(\widehat{DBC}) = 30°$

$|AD| = 6$ cm

$|BD| = 2$ cm

$|LM| = x$ cm

Yukarıdaki verilenlere göre, x kaç cm dir?

A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

(ÖSS 1999)

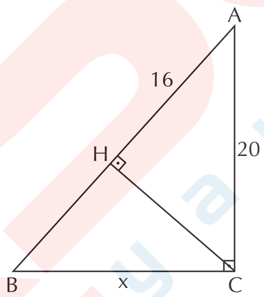
4. 16 m uzunluğundaki bir merdiven yer ile 45° lik açı yapacak şekilde, yere dik bir duvara dayandırılıyor.

Buna göre, merdiven ayağının duvara olan uzaklığı kaç m dir?

A) $4\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{2}$ C) $7\sqrt{2}$ D) $8\sqrt{2}$ E) $10\sqrt{2}$

(ÖSS 1999 ipt.)

5.



ABC bir dik üçgen

$m(\widehat{BCA}) = 90°$

$m(\widehat{BHC}) = 90°$

$|AC| = 20$ cm

$|AH| = 16$ cm

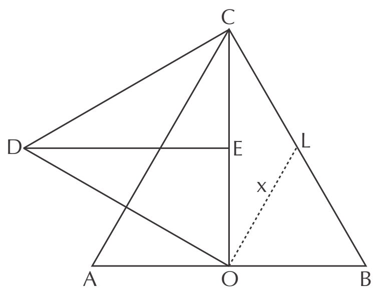
$|BC| = x$ cm

Yukarıdaki verilenlere göre, x kaç cm dir?

A) 9 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

(ÖSS 1999 ipt.)

6.



$|CL| = |LB|$

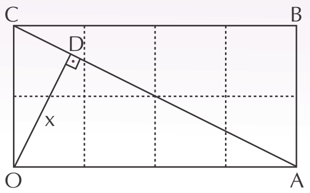
$|AO| = |OB|$

Yukarıdaki şekilde ABC ve DOC eşkenar üçgenler, [DE] // [AB] ve $|DE| = 8$ cm olduğuna göre, $|OL| = x$ kaç cm dir?

A) $\frac{16}{3}$ B) $\frac{28}{3}$ C) 10 D) 12 E) 14

(ÖSS 1996)

7.



OABC bir dikdörtgen

OD ⊥ CA

|OD| = x

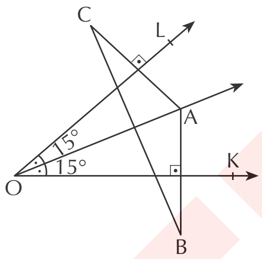
OABC dikdörtgeni şekildeki gibi 8 birim kareye bölünmüştür.

Buna göre, x kaç birimdir?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ E) $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

(ÖSS 2002)

8.



$m(\widehat{LOA}) = m(\widehat{AOK}) = 15°$

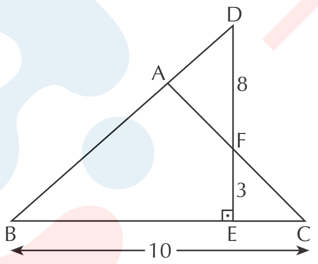
Yandaki şekilde A noktasının OK ye göre simetriği B, OL ye göre simetriği C dir.

|OA| = 5 cm olduğuna göre, |CB| kaç cm dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) 12

(ÖSS 2001)

9.



ABC ikizkenar üçgen

[DE] ⊥ [BC]

|DF| = 8 cm

|FE| = 3 cm

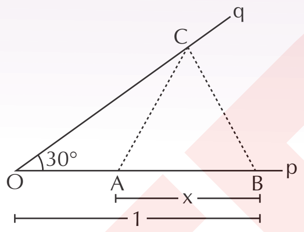
|BC| = 10 cm

Yukarıdaki şekilde |AB| = |AC| olduğuna göre, ABC üçgeninin alanı kaç cm² dir?

A) 16 B) 20 C) 32 D) 35 E) 40

(ÖSS 2004)

10.



[AB] ∈ p

C ∈ q

$m(\widehat{pOq}) = 30°$

|OB| = 1 br

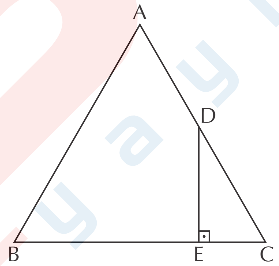
|AB| = x br

ABC eşkenar üçgen olduğuna göre, |AB| = x kaç br dir?

A) $\sqrt{3} - 1$ B) $\sqrt{2} - 1$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

(ÖSS 1992)

11.



ABC eşkenar üçgen

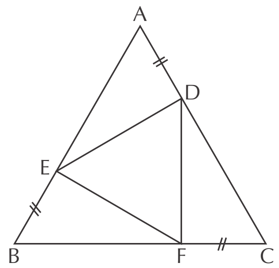
[DE] ⊥ [BC]

Şekildeki ABC eşkenar üçgeninde $\frac{|DC|}{|DA|} = \frac{2}{3}$ olduğuna göre, $\frac{|EB|}{|EC|}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{7}{2}$ C) 4 D) 5 E) 6

(ÖSS 1997)

12.



ABC bir eşkenar üçgen

|AD| = |CF| = |BE|

Yukarıdaki şekilde |BF| = 2|FC| olduğuna göre, ABC eşkenar üçgeninin çevresinin uzunluğunun DEF üçgeninin çevresinin uzunluğuna oranı kaçtır?

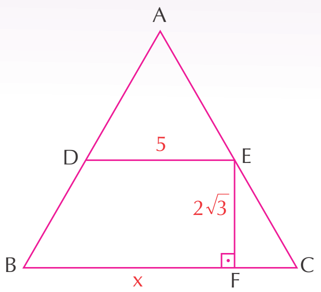
A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{2}$

(ÖSS 2004)

D - D - D / D - C - A / D - A - D / C - C - A

SINAVLARDA SORULABİLECEK SORULAR

1.



ABC eşkenar üçgen

[DE] // [BC]

[EF] ⊥ [BC]

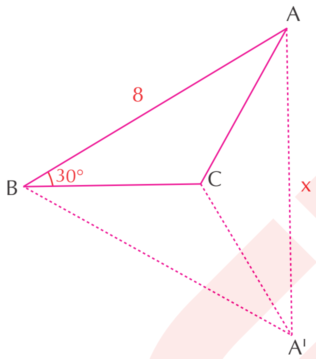
|DE| = 5 cm

|EF| = $2\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |BF| = x kaç cm dir?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

2.



ABC üçgeninde [AB] nin [BC] kenarına göre simetriği alındığında [BA'] elde ediliyor.

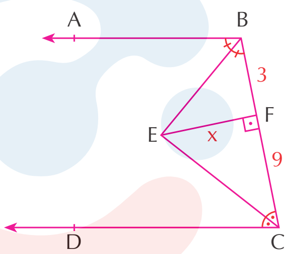
m($\widehat{ABC}$) = 30°

|AB| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AA'| = x kaç cm dir?

A) 6 B) $6\sqrt{2}$ C) $6\sqrt{3}$ D) 8 E) $8\sqrt{2}$

3.



[BA // [CD

[BE] ve [CE] açıortay

[EF] ⊥ [BC]

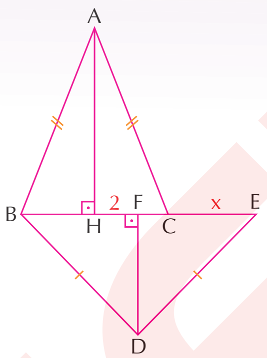
|BF| = 3 cm

|FC| = 9 cm

Yukarıdaki verilere göre, |EF| = x kaç cm dir?

A) 6 B) $3\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$ D) 4 E) 3

4.



ABC ve BDE ikizkenar üçgen

[AH] ⊥ [BE]

[DF] ⊥ [BE]

|AB| = |AC|

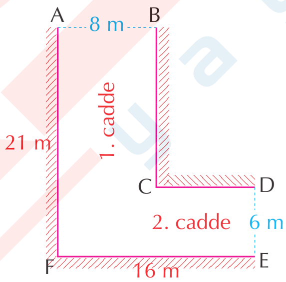
|BD| = |DE|

|HF| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, |CE| = x kaç cm dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) $2\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

5.

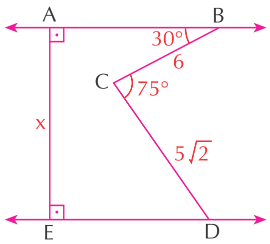


Yandaki şekilde birbiriyle dik kesişen 1. ve 2. caddeler verilmiştir. 1. caddenin genişliği 8 m, 2. caddenin genişliği 6 m dir.

|FE| = 16 m ve |AF| = 21 m olduğuna göre, A noktasındaki bir kişi <u>en az</u> kaç metre yürüyerek E noktasına ulaşır?

A) 21 B) 23 C) 25 D) 27 E) 29

6.



AB // ED

m($\widehat{ABC}$) = 30°

m($\widehat{BCD}$) = 75°

|BC| = 6 cm

|CD| = $5\sqrt{2}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |AE| = x kaç cm dir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

A - D - B / A - D - A

KAZANMIŞ OLMAMIZ GEREKEN BİLGİ ve BECERİLER

	+	∓	−
Dik üçgende pisagor teoreminin ne zaman kullanıldığını bilme			
Dik üçgende pisagor teoreminin nasıl uygulandığını bilme			
Kenarları tam sayı olan özel dik üçgenleri ezbere bilme			
Hangi durumda öklid bağıntılarının kullanılacağını bilme			
Öklid'in yükseklik bağıntısının nasıl kullanıldığını bilme			
Öklid'in dik kenar bağıntısının nasıl kullanıldığını bilme			
30° - 60° - 90° üçgeninin kenarları arasındaki orantıyı bilme			
45° - 45° - 90° üçgeninin kenarları arasındaki orantıyı bilme			
Dik üçgende trigonometrik oranları kullanabilme			
İkizkenar üçgene ait temel özellikleri kullanabilme			
Kenar uzunluğu bilinen eşkenar üçgenin yüksekliğini bulabilme			
Eşkenar üçgene ait diğer özellikleri kullanabilme			
30°, 45°, 60°, 120°, 135° ve 150° lik açıların bulunduğu üçgenlerde uygulama yapabilme			

04 AÇI - KENAR BAĞINTILARI

- Üçgenlerin kenarları ile açıları arasındaki ilişkileri inceliyoruz.
- Üçgenin çizilebilmesinin temel şartı
- Pisagor teoremi burada da karşımıza çıktı.

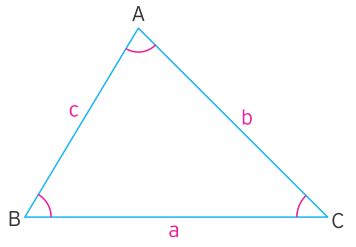
YÖRÜNGEDEKİ KAVRAMLAR

- açı - kenar ilişkisi s. 105
- üçgen eşitsizliği s. 106

AÇI - KENAR BAĞINTILARI

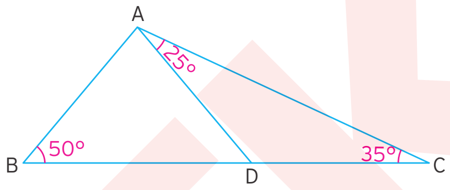
4.1 *Üçgenlerin kenarları ile açıları arasındaki ilişkileri inceliyoruz.*

Bir üçgende büyük açının karşısında büyük kenar bulunur.



ABC üçgeninde $m(\widehat{A}) > m(\widehat{B}) > m(\widehat{C}) \Leftrightarrow a > b > c$ dir. Yani büyük açının karşısında büyük kenar küçük açının karşısında küçük kenar olur. Aynı kuralı tersten de söyleyebiliriz. Büyük kenarın karşısında büyük açı, küçük kenarın karşısında küçük açı bulunur.

örnek soru



ADC bir üçgen

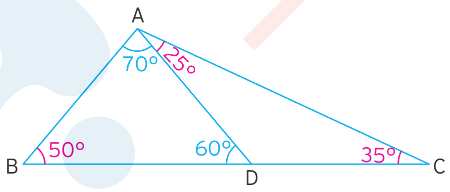
$m(\widehat{ACD}) = 35°$, $m(\widehat{ABC}) = 50°$ ve $m(\widehat{DAC}) = 25°$

Yukarıdaki taslak çizimde verilenlere göre, aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) $|AC| > |AB|$ B) $|AB| > |BD|$ C) $|AC| > |AD|$

D) $|AC| > |DC|$ E) $|BD| > |AD|$

çözüm



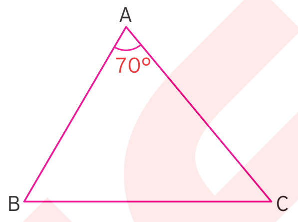
ADC üçgeninde "iki iç açının toplamı kendilerine komşu olmayan dış açıya eşittir" kuralına göre, $m(\widehat{ADB}) = 25° + 35° = 60°$ bulunur.

ABD üçgeninde iç açılar toplamından $m(\widehat{BAD}) = 70°$ bulunur.

ABD üçgeninde $70° > 60°$ olduğundan $|BD| > |AB|$ olur. Ancak B seçeneğinde tam tersi verildiği için, sorunun cevabı B seçeneğidir.

Cevap B

örnek soru



ABC bir üçgen

$m(\widehat{BAC}) = 70°$

$|AC| > |BC|$

Yukarıdaki verilere göre, C açısının ölçüsünün tam sayı olarak <u>en çok</u> kaç derece olabileceğini bulalım.

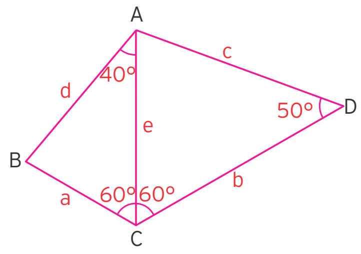
çözüm

C açısının ölçüsünün en büyük değerini bulmak için B açısının ölçüsünün en küçük değerini bulmamız gerekir.

$|AC| > |BC|$ olduğundan $m(\widehat{B}) > m(\widehat{A})$ yani $m(\widehat{B}) > 70°$ dir. Bu durumda B açısının ölçüsü en az 71° alınabilir.

$m(\widehat{B}) = 71°$ alındığında $m(\widehat{C}) = 39°$ olur.

örnek soru



ABCD bir dörtgen

$m(\widehat{BAC}) = 40°$, $m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{ACD}) = 60°$

$m(\widehat{ADC}) = 50°$

Yukarıdaki verilere göre, a, b, c, d, e uzunluklarından hangisinin <u>en uzun</u> olduğunu bulalım.

çözüm

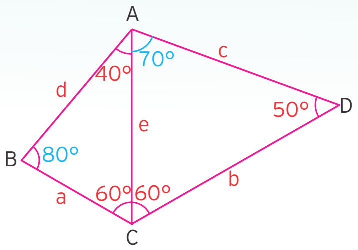
Önce bilinmeyen açıların ölçülerini bulalım.

ABC üçgeninde

$m(\widehat{ABC}) + 40° + 60° = 180° \Rightarrow m(\widehat{ABC}) = 80°$ olur.

ADC üçgeninde

$m(\widehat{CAD}) + 60° + 50° = 180° \Rightarrow m(\widehat{CAD}) = 70°$ olur.



ABC üçgeninde açılara göre sıralama yapılırsa, 40° < 60° < 80° olduğundan a < d < e olur.

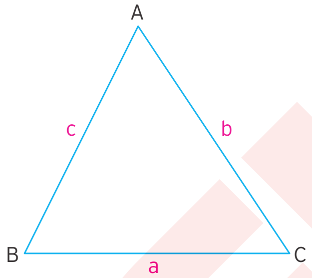
Aynı işlem ADC üçgeninde yapılırsa, 50° < 60° < 70° olduğundan e < c < b olur.

Bu durumda en uzun kenar b dir.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 3 1, 2, 8 nolu soruları hemen çözelim.

4.2 *Üçgenin çizilebilmesinin temel şartı*

Bir üçgende herhangi iki kenarın toplam uzunluğu üçüncü kenardan daha fazla, herhangi iki kenarın uzunlukları farkı üçüncü kenardan daha az olmak zorundadır. Bu kurala "üçgen eşitsizliği" denir. Üçgen eşitsizliği üçgenin çizilebilmesinin temel şartıdır.

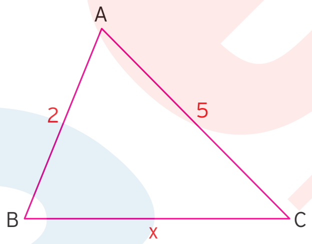


$|b - c| < a < b + c$

$|a - c| < b < a + c$

$|a - b| < c < a + b$

örnek soru



ABC bir üçgen
$|AB| = 2$ cm
$|AC| = 5$ cm
$|BC| = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in alabileceği kaç farklı tam sayı olabileceğini bulalım.

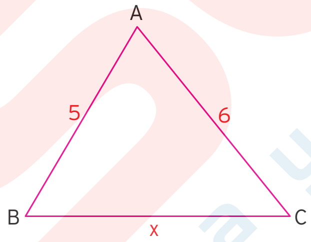
çözüm

Üçgen eşitsizliğine göre, $5 - 2 < x < 5 + 2$

$3 < x < 7$ olmalıdır.

x in alabileceği değerler 4, 5, 6 olduğundan üç tanedir.

örnek soru



ABC bir üçgen
$|AB| = 5$ cm
$|AC| = 6$ cm
$|BC| = x$

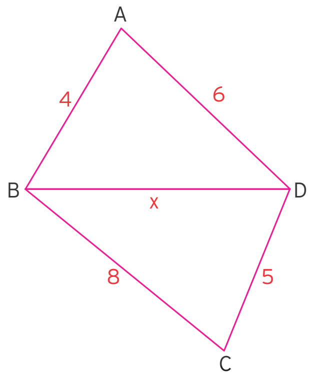
$m(\widehat{A}) > m(\widehat{B})$ olduğuna göre, x in alabileceği tam sayılar toplamının kaç olduğunu bulalım.

çözüm

Üçgen eşitsizliğine göre, $6 - 5 < x < 6 + 5 \Rightarrow 1 < x < 11$ bulunur.

Ayrıca $m(\widehat{A}) > m(\widehat{B})$ olduğundan $|BC| > |AC| \Rightarrow x > 6$ olur. Bu durumda x in alabileceği değerler 7, 8, 9, 10 olur. O halde sorunun cevabı $7 + 8 + 9 + 10 = 34$ bulunur.

örnek soru



ABCD bir dörtgen

$|AB| = 4$ cm

$|BC| = 8$ cm

$|AD| = 6$ cm

$|CD| = 5$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|BD| = x$ in alabileceği en küçük tam sayı değeri ile en büyük tam sayı değerinin toplamını bulalım.

çözüm

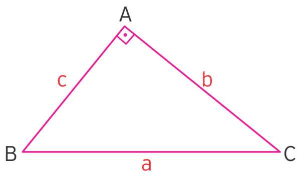
ABD üçgeninde üçgen eşitisiliği uygulanırsa,
$6 - 4 < x < 6 + 4 \Rightarrow 2 < x < 10$ olur.

Aynı işlem DBC üçgeninde uygulanırsa,
$8 - 5 < x < 8 + 5 \Rightarrow 3 < x < 13$ olur.

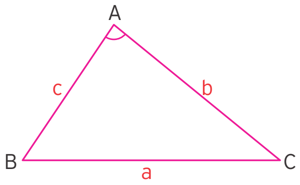
Elde edilen eşitsizliklerin kesişim bölgesi alınırsa $3 < x < 10$ sonucuna ulaşılır. Bu durumda x in en küçük değeri 4 ve en büyük değeri 9 cm olduğundan sorunun cevabı 4 + 9 = 13 bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 3 3, 4, 5, 6, 9 / Genel Tekrar Testi 22 nolu soruları hemen çözelim.

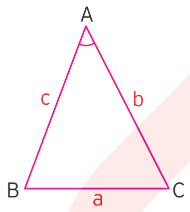
4.3 *Pisagor teoremi burada da karşımıza çıktı.*



$m(\widehat{A}) = 90°$ ise,
$a^2 = b^2 + c^2$ dir.

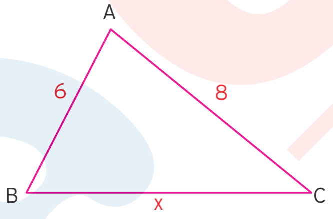


$m(\widehat{A}) > 90°$ ise,
$a^2 > b^2 + c^2$ olur.



$m(\widehat{A}) < 90°$ ise,
$a^2 < b^2 + c^2$ olur.

örnek soru



ABC bir üçgen

|AB| = 6 cm

|AC| = 8 cm

|BC| = x

$m(\widehat{A}) > 90°$ olduğuna göre, x in alabileceği kaç farklı tam sayı olduğunu bulalım.

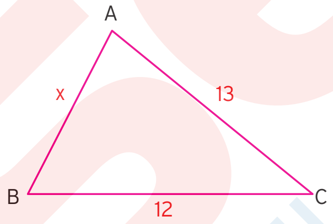
çözüm

Üçgen eşitsizliğine göre, $8 - 6 < x < 8 + 6 \Rightarrow 2 < x < 14$ olur.

$m(\widehat{A}) > 90°$ olduğundan $x^2 > 8^2 + 6^2 \Rightarrow x^2 > 100$
$x > 10$ olur.

Bu durumda x in alabileceği tam sayı değerleri 11, 12, 13 olduğundan 3 tanedir.

örnek soru



ABC bir üçgen

|AC| = 13 cm

|BC| = 12 cm

|AB| = x

$m(\widehat{B}) < 90°$ olduğuna göre, x in alabileceği kaç farklı tam sayı olduğunu bulalım.

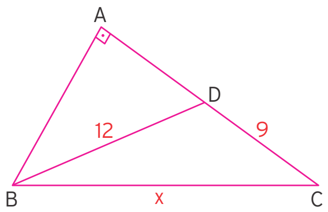
çözüm

Üçgen eşitsizliğine göre, $13 - 12 < x < 13 + 12$
$1 < x < 25$ olur.

$m(\widehat{B}) < 90°$ olduğuna göre, $13^2 < 12^2 + x^2$
$169 < 144 + x^2$
$25 < x^2 \Rightarrow 5 < x$ yani $x > 5$ tir.

x, 5 ten büyük ve 25 ten küçük olduğuna göre, x in alabileceği 25 − 5 − 1 = 19 farklı tam sayı vardır.

örnek soru



ABC dik üçgen

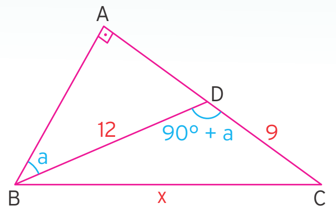
[BA] ⊥ [AC]

|BD| = 12 cm

|DC| = 9

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x in alabileceği farklı tam sayı değerlerini bulalım.

çözüm



İlk önce DBC üçgeninde üçgen eşitsizliğini uygulayalım.

$12 - 9 < x < 12 + 9$

$3 < x < 21$

$m(\widehat{ABD}) = a$ alınırsa $m(\widehat{BDC}) = 90° + a$ olur. (iki iç açının toplamı kendilerine komşu olmayan dış açıya eşittir.)

$m(\widehat{BDC}) > 90°$ büyük olduğun için,

$x^2 > 12^2 + 9^2$

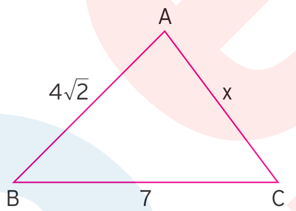
$x^2 > 144 + 81$

$x^2 > 225$

$x > 15$

Sonuç olarak $15 < x < 21$ olur. x; 16, 17, 18, 19, 20 olabilir.

örnek soru



ABC bir üçgen

$m(\widehat{ABC}) > 45°$

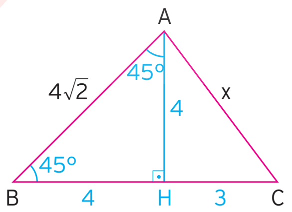
$|AB| = 4\sqrt{2}$ cm

$|BC| = 7$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AC| = x$ in alabileceği en küçük tam sayı değeri kaç cm dir?

çözüm

$m(\widehat{ABC}) > 45°$ verilmiş. Ancak biz $m(\widehat{ABC}) = 45°$ iken, $|AC| = x$ in kaç cm olacağını bulalım.



$[AH] \perp [BC]$ olacak şekilde [AH] çizilirse, ABH dik üçgeni $45° - 45° - 90°$ üçgeni olur.

$|AB| = 4\sqrt{2}$ cm olduğundan, $|AH| = |BH| = 4$ cm olur.

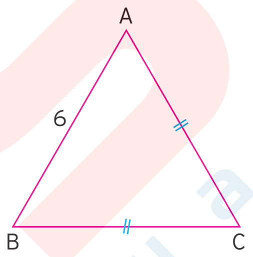
Bu durumda $|HC| = 7 - 4 = 3$ cm dir.

Oluşan AHC dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa, $x = 5$ cm bulunur. (3 - 4 - 5 üçgeni).

Ancak $m(\widehat{ABC}) > 45°$ verildiğine göre, $x > 5$ cm dir.

Bu durumda x in alabileceği en küçük tam sayı değeri 6 cm dir.

örnek soru



ABC bir ikizkenar üçgen

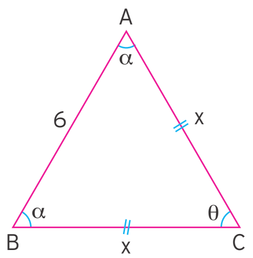
$|AC| = |BC|$

$|AB| = 6$ cm

$m(\widehat{ACB}) < 60°$

Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin çevresinin en küçük tam sayı değeri kaç cm dir?

çözüm



$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = \alpha$ ve

$m(\widehat{C}) = \theta$, ayrıca,

$|AC| = |BC| = x$ olsun.

$\theta < 60°$ olduğundan

$2\alpha > 120°$

$\alpha > 60°$ olur.

Bu durumda $\alpha > \theta$ dolayısıyla $x > 6$ cm olur.

Burada |AC| ve |BC| uzunluklarının tam sayı olma koşulu olmadığı için x e 7 veremeyiz.

Çevre(ABC) = (2x + 6) cm olduğundan, $x > 6$ eşitsizliğinin her iki tarafını 2 ile çarpıp 6 eklersek,

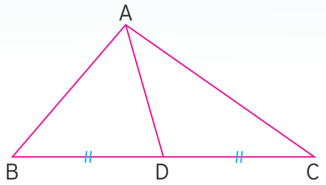
$2x > 12$

$2x + 6 > 18$ yani,

Çevre(ABC) > 18 elde edilir.

Buna göre, ABC üçgeninin çevresinin en küçük tam sayı değeri 19 cm dir.

Özellik



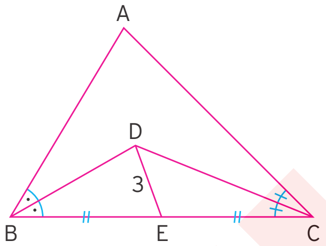
ABC üçgeninde [AD] kenarortay olmak üzere,

$m(\widehat{A}) = 90°$ ise, $|AD| = |BD| = |DC|$

$m(\widehat{A}) = 90°$ ise, $|AD| < |BD|$

$m(\widehat{A}) = 90°$ ise, $|AD| > |BD|$

örnek soru



ABC bir üçgen

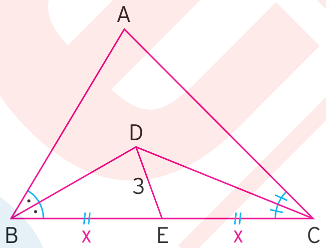
[BD] ve [CD] açıortay

$|BE| = |EC|$

$|DE| = 3$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| nin <u>en küçük</u> tam sayı değeri kaç cm dir?

çözüm



$|BE| = |EC| = x$ alırsak, $|BC| = 2x$ olur.

[BD] ve [CD] açıortay olduğundan

$m(\widehat{BDC}) = 90° + \dfrac{m(\widehat{A})}{2}$

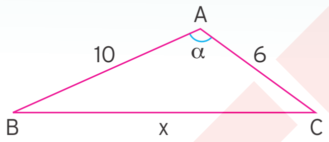
olduğundan $m(\widehat{BDC}) > 90°$ dir.

BDC üçgeninin D açısı geniş açı olduğundan [DE] kenarortayı için $|DE| < |BE|$ yani $3 < x$ yazılır.

Bu durummda $2x > 6$ olur.

O halde, $|BC| = 2x$ in alabileceği en küçük tam sayı değeri 7 cm dir.

örnek soru



ABC bir üçgen

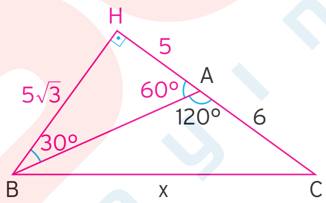
$|AB| = 10$ cm

$|AC| = 6$ cm

$m(\widehat{BAC}) = \alpha$

Yukarıdaki şekilde, $\alpha > 110°$ olduğuna göre, $|BC| = x$ in alabileceği <u>en küçük</u> tam sayı değeri kaç cm dir?

çözüm



Önce $\alpha = 120°$ olduğu durumdaki |BC| uzunluğunu bulalım.

$[BH] \perp [HC]$ olacak şekilde [BH] ve [HA] çizilip HBC dik üçgeni oluşturulursa,

HBA dik üçgeni 30° - 60° - 90° üçgeni olur.

$|AB| = 10$ cm olduğundan

$|HA| = 5$ cm ve $|BH| = 5\sqrt{3}$ cm olur.

HBC dik üçgeninde pisagor bağıntısı uygulanırsa,

$|BC|^2 = |BH|^2 + |HC|^2$ yani

$x^2 = (5\sqrt{3})^2 + 11^2$

$x^2 = 75 + 121$

$x^2 = 196$

$x = 14$ cm olur.

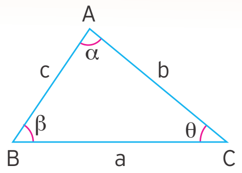
Ancak, soruda A açısının ölçüsü 120° den büyük verildiği için, $|BC| > 14$ cm olur.

O halde, x in en küçük tam sayı değeri 15 cm olur.

BU KONUDA ÖZETLE...

Konuların ve Kavramların Özeti

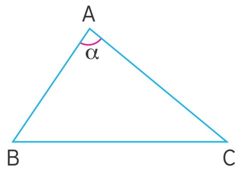
1.



ABC üçgeninde büyük açının karşısında büyük kenar, küçük açının karşısında küçük kenar bulunur. Tam tersine, büyük kenarın karşısında büyük açı, küçük kenarın karşısında küçük açı bulunur.

Yani, $m(\widehat{A}) > m(\widehat{B}) > m(\widehat{C}) \Leftrightarrow a > b > c$ dir.

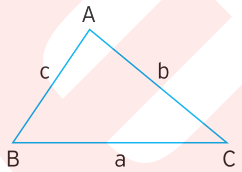
2.



ABC üçgeni geniş açılı üçgen ise, yani açılardan birinin ölçüsü 90° den fazla ise, geniş açının karşısındaki kenar, ABC üçgeninin en uzun kenarıdır.

$m(\widehat{A}) = \alpha > 90°$ ise, BC kenarı ABC üçgeninin en uzun kenarıdır.

3.



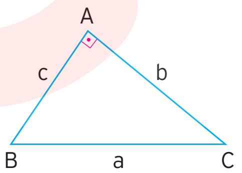
Bir üçgende herhangi iki kenarın uzunlukları toplamı üçüncü kenardan daha fazla, herhangi iki kenarın uzunlukları farkı ise, üçüncü kenardan daha azdır. Bu kurala üçgen eşitsizliği denir.

$|b - c| < a < b + c$

$|a - c| < b < a + c$

$|a - b| < c < a + b$

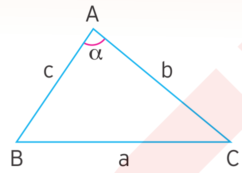
4. i)



ABC üçgeninde $m(\widehat{A}) = 90°$ ise,

$a^2 = b^2 + c^2$ dir. (Pisagor teoremi)

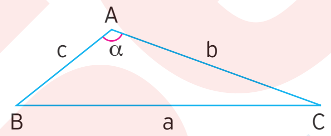
ii)



ABC üçgeninde $m(\widehat{A}) < 90°$ ise,

$a^2 < b^2 + c^2$ dir.

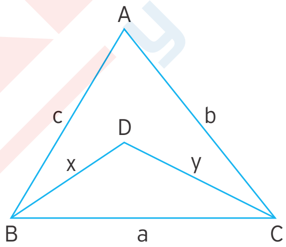
iii)



ABC üçgeninde $m(\widehat{A}) > 90°$ ise,

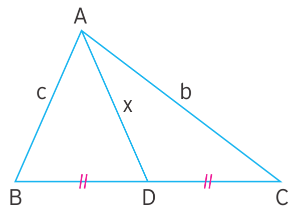
$a^2 > b^2 + c^2$ dir.

5.



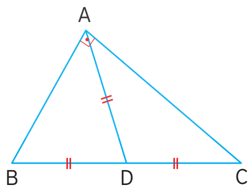
$a < x + y < b + c$

6.



$\frac{b-c}{2} < x < \frac{b+c}{2}$

7.



$m(\widehat{A}) = 90°$ ve

[AD] kenarortay ise,

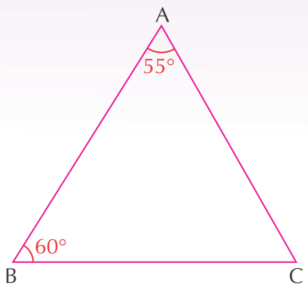
$|AD| = |BD| = |DC|$

ÖĞRENDİKLERİMİZİ TEST EDELİM

- Kavrama Testi (4.1 - 4.3)
- Genel Tekrar Testi (4.1 - 4.3)
- Sınavlarda Sorulabilecek Sorular

KAVRAMA TESTİ

1.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{ABC}) = 60°$

$m(\widehat{BAC}) = 55°$

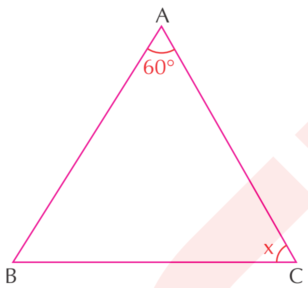
Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin kenarları arasındaki sıralama aşağıdakilerden hangisidir?

A) $|AC| > |BC| = |AB|$ B) $|AC| > |AB| > |BC|$

C) $|BC| > |AB| > |AC|$ D) $|AB| > |AC| > |BC|$

E) $|AB| > |BC| > |AC|$

2.



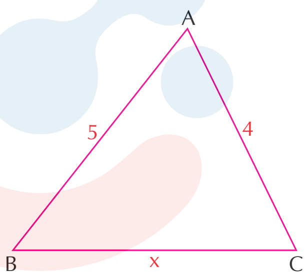
ABC bir üçgen

$m(\widehat{BAC}) = 60°$

$|AC| > |AB|$ olduğuna göre, $m(\widehat{ACB}) = x$ in alabileceği en büyük tam sayı değeri kaç derecedir?

A) 57 B) 58 C) 59 D) 60 E) 61

3.



ABC bir üçgen

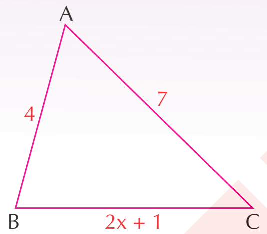
$|AB| = 5$ cm

$|AC| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|BC| = x$ in alabileceği en küçük tam sayı değeri kaç cm dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4.



ABC bir üçgen

$|AB| = 4$ cm

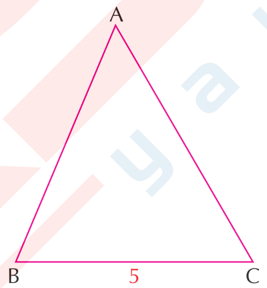
$|AC| = 7$ cm

$|BC| = 2x + 1$ cm

Yukarıdaki verilere göre, x in alabileceği tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

5.



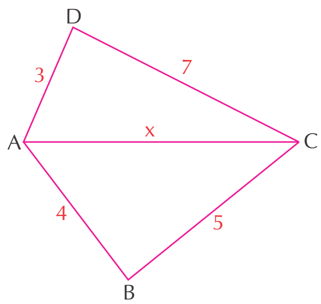
ABC bir üçgen

$|BC| = 5$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Çevre(ABC) nin en küçük tam sayı değeri kaç cm dir?

A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

6.



Şekilde

$|AD| = 3$ cm

$|DC| = 7$ cm

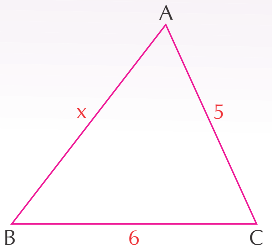
$|AB| = 4$ cm

$|BC| = 5$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AC| = x$ kaç farklı tam sayı değeri alabilir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

7.



ABC bir üçgen

|AC| = 5 cm

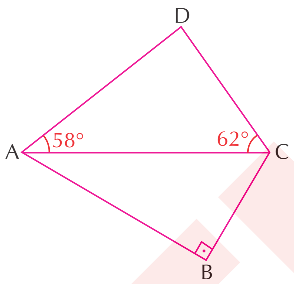
|BC| = 6 cm

$m(\widehat{C}) > m(\widehat{A})$

Yukarıdaki verilere göre, |AB| = x in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

8.



ABC ve DAC birer üçgen

[AB] ⊥ [BC]

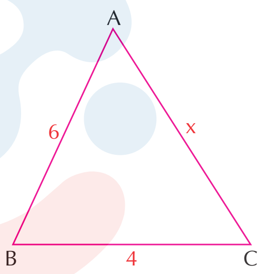
$m(\widehat{DAC}) = 58°$

$m(\widehat{DCA}) = 62°$

Yukarıdaki verilere göre, şekildeki <u>en uzun</u> kenar aşağıdakilerden hangisidir?

A) |AB| B) |BC| C) |CD| D) |DA| E) |AC|

9.



ABC bir üçgen

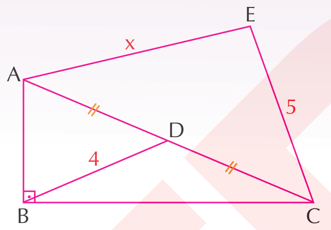
|AB| = 6 cm

|BC| = 4 cm

ABC üçgeni çeşitkenar üçgen olduğuna göre, |AC| = x in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

10.



ABC dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

|AD| = |DC|

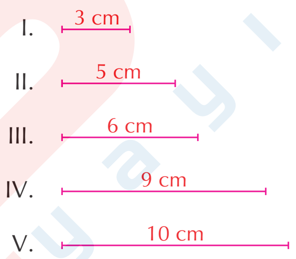
|BD| = 4 cm

|EC| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AE| = x in alabileceği en küçük ve en büyük tam sayı değerlerinin toplamı kaç cm dir?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

11.



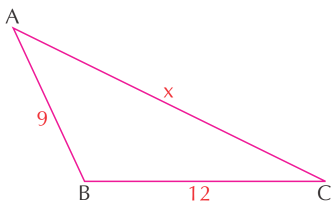
Yukarıdaki doğru parçalarından herhangi üçü seçilip üçgen oluşturulmak isteniyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi bir üçgen <u>belirtmez</u>?

A) I, II ve III B) I, II ve IV C) I, IV ve V

D) II, III, IV E) II, IV, V

12.



ABC bir üçgen

|AB| = 9 cm

|BC| = 12 cm

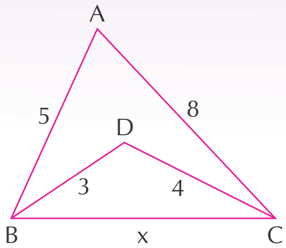
$m(\widehat{ABC}) > 90°$ olduğuna göre, |AC| = x in alabileceği <u>en küçük</u> tam sayı değeri kaç cm dir?

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

D - C - B / A - D - A / E - D - B / E - B - C

GENEL TEKRAR TESTİ

1.



D, ABC üçgeninin iç bölgesinde bir nokta

|AB| = 5 cm

|AC| = 8 cm

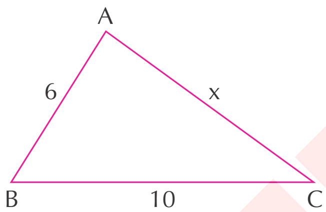
|DB| = 3 cm

|DC| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x in alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaç cm dir?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 25

2.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{A}) > 90°$

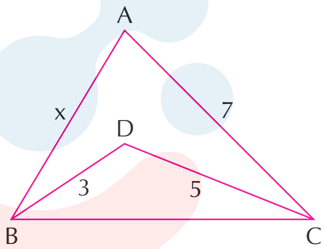
|AB| = 6 cm

|BC| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AC| = x in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3.



D, ABC üçgeninin iç bölgesinde bir nokta

|AC| = 7 cm

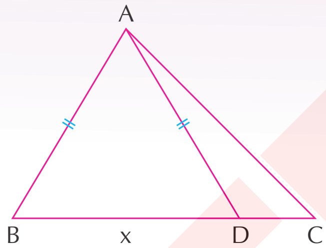
|DB| = 3 cm

|DC| = 5 cm

Yukarıdaki şekilde |AB| ve |BC| uzunlukları da cm cinsinden birer tam sayı olduğuna göre, |AB| = x in <u>en büyük</u> değeri kaç cm dir?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

4.



ABC bir üçgen

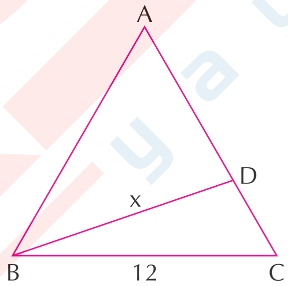
|AB| = |AD|

|AC| – |DC| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BD| = x in <u>en büyük</u> tam sayı değeri kaç cm dir?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

5.



ABC eşkenar üçgen

|BC| = 12 cm

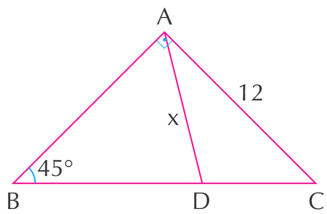
D, [AC] üzerinde bir nokta

|BD| = x

Yukarıdaki verilere göre, x in <u>en küçük</u> tam sayı değeri kaç cm dir?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

6.



ABC bir dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

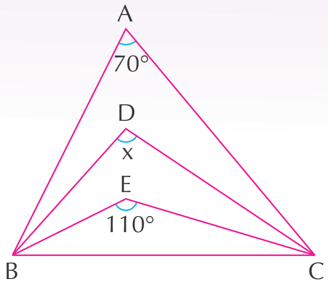
$m(\widehat{ABC}) = 45°$

|AC| = 12 cm

Yukarıdaki şekilde, D, [BC] üzerinde bir nokta olduğuna göre, |AD| = x in alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaç cm dir?

A) 50 B) 45 C) 42 D) 38 E) 30

7.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{BAC}) = 70°$

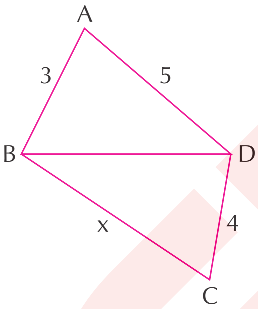
$m(\widehat{BEC}) = 110°$

$m(\widehat{BDC}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in <u>en küçük</u> ve <u>en büyük</u> tam sayı değerlerinin toplamı kaç derecedir?

A) 176 B) 178 C) 180 D) 182 E) 184

8.



ABCD bir dörtgen

[BD] köşegen

|AB| = 3 cm

|AD| = 5 cm

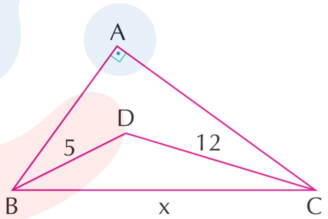
|DC| = 4 cm

|BC| = x

Yukarıdaki şekilde, |BD| nin alabileceği en küçük tam sayı değerine karşılık x in alabileceği <u>en büyük</u> tam sayı değeri kaç cm dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

9.



D, ABC üçgeni içinde bir nokta

$[BA] \perp [AC]$

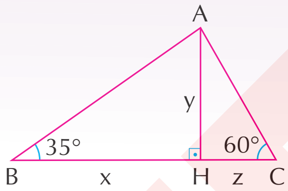
|BD| = 5 cm

|DC| = 12 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

10.



ABC bir üçgen

$[AH] \perp [BC]$

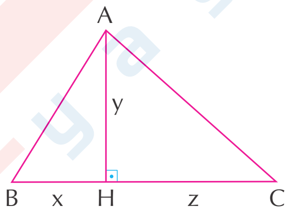
$m(\widehat{B}) = 35°$

$m(\widehat{C}) = 60°$

Yukarıdaki şekilde, |BH| = x, |AH| = y ve |HC| = z olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) x > y > z B) x > z > y C) y > x > z D) y > z > x E) z > x > y

11.



ABC bir üçgen

$[AH] \perp [BC]$

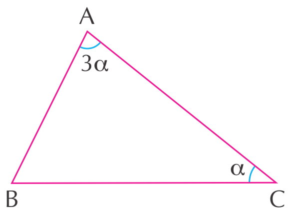
$m(\widehat{BAH}) < 45°$

|AC| > |AB|

Yukarıdaki şekilde |BH| = x, |AH| = y ve |HC| = z olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi <u>kesinlikle yanlıştır</u>?

A) y > x B) z > x C) y > z D) |AB| = z E) |AC| = x

12.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{A}) = 3\alpha$

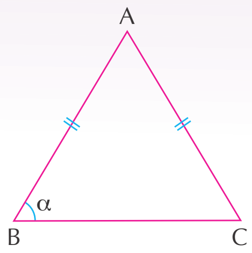
$m(\widehat{C}) = \alpha$

|AB| < |AC| < |BC|

Yukarıdaki şekilde verilen ABC üçgeninin tüm açılarının ölçüsü tam sayı olduğuna göre, ABC açısının ölçüsü <u>en az</u> kaç derece olabilir?

A) 37 B) 38 C) 39 D) 40 E) 41

13.



ABC bir üçgen

$|AB| = |AC|$

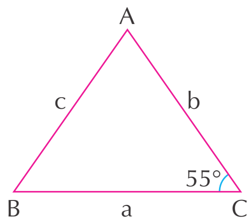
$|BC| < |AC|$

$m(\widehat{ABC}) = \alpha$

Yukarıdaki verilere göre, α nın en küçük tam sayı değeri kaç derecedir?

A) 61 B) 66 C) 71 D) 75 E) 76

14.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{C}) = 55°$

$|BC| = a$

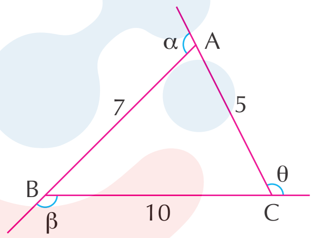
$|AC| = b$

$|AB| = c$

Yukarıdaki verilere göre, aşağıdakilerden hangisi a, b ve c nin tüm değerleri için yanlıştır?

A) $a < c < b$ B) $b < c < a$ C) $b < a < c$ D) $c < a < b$ E) $c < b < a$

15.



α, β ve θ ABC üçgeninin dış açıları

$|BC| = 10$ cm

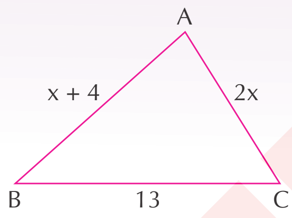
$|AB| = 7$ cm

$|AC| = 5$ cm

Yukarıdaki verilere göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $\theta < \alpha < \beta$ B) $\alpha < \theta < \beta$ C) $\beta < \alpha < \theta$ D) $\beta < \theta < \alpha$ E) $\alpha < \beta < \theta$

16.



ABC bir üçgen

$|AB| = x + 4$ cm

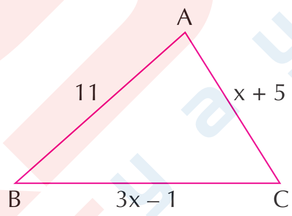
$|AC| = 2x$

$|BC| = 13$ cm

Yukarıdaki verilere göre, x in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

17.



ABC bir üçgen

$|AB| = 11$ cm

$|AC| = x + 5$ cm

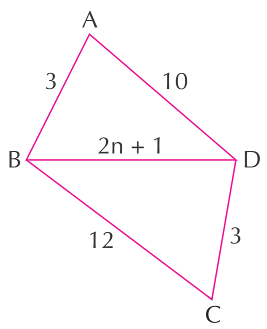
$|BC| = 3x - 1$ cm

x bir tam sayı

Yukarıdaki şekilde, $m(\widehat{A}) > m(\widehat{C}) > m(\widehat{B})$ olduğuna göre, Çevre(ABC) kaç cm dir?

A) 23 B) 27 C) 31 D) 35 E) 39

18.



ABCD bir dörtgen

$|AB| = |DC| = 3$ cm

$|AD| = 10$ cm

$|BC| = 12$ cm

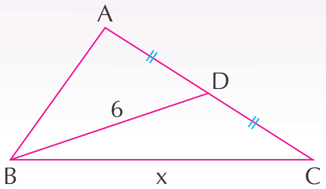
$|BD| = (2n + 1)$ cm

n bir tam sayı

Yukarıdaki verilere göre, $|BD|$ kaç cm dir?

A) 7 B) 9 C) 10 D) 11 E) 13

19.



ABC bir üçgen

m($\widehat{A}$) > 90°

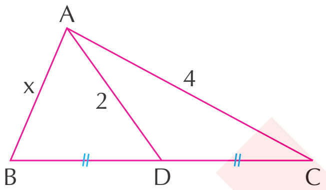
[BD] kenarortay

|BD| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 11 B) 9 C) 7 D) 6 E) 5

20.



ABC bir üçgen

[AD] kenarortay

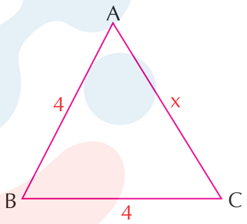
|AC| = 4 cm

|AD| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AB| = x in alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaç cm dir?

A) 36 B) 28 D) 22 D) 17 E) 13

21.



Şekilde,

|AB| = 4 cm

|BC| = 4 cm

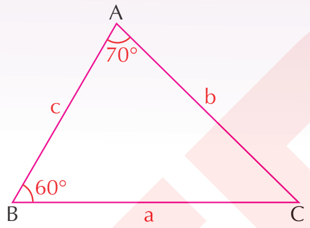
|AC| = x

m($\widehat{B}$) > 60°

Yukarıdaki verilere göre, x kaç farklı tamsayı değeri alabilir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

22.



ABC bir üçgen

m($\widehat{BAC}$) = 70°

m($\widehat{ABC}$) = 60°

|AC| = b

|AB| = c

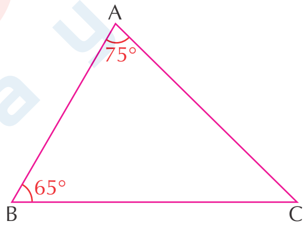
|BC| = a

Yukarıdaki verilere göre, |a – b| + |c – b| – |a – c| ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) a C) 2a

D) a + b E) 2a – 2c

23.



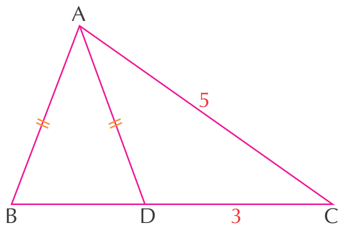
Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin yükseklikleri (h_a, h_b, h_c) arasındaki sıralama aşağıdakilerden hangisidir?

A) $h_a > h_b > h_c$ B) $h_a > h_c > h_b$

C) $h_b > h_a > h_c$ D) $h_c > h_b > h_a$

E) $h_b > h_c > h_a$

24.



ABC bir üçgen

|AB| = |AD|

|AC| = 5 cm

|DC| = 3 cm

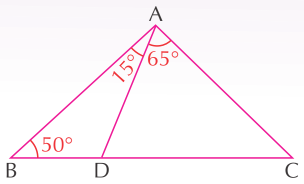
Yukarıdaki verilere göre, |AD| nin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

B - A - D / C - B - E / C - B - A / A - E - D / A - C - B / E - D - D / E - B - A / A - D - A

SINAVLARDA SORULABİLECEK SORULAR

1.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{BAD}) = 15°$

$m(\widehat{DAC}) = 65°$

$m(\widehat{ABC}) = 50°$

Yukarıdaki verilere göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

A) $|AB| = |AC|$ B) $|AB| = |DC|$

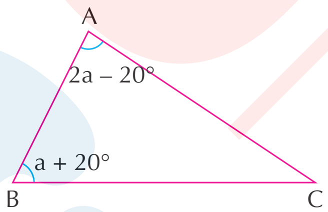
C) $|AC| > |AD|$ D) $|AD| > |BD|$

E) $|AB| > |DC|$

2. **Çevresi 8 cm ve kenar uzunlukları tam sayı olan kaç farklı üçgen çizilebilir?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3.



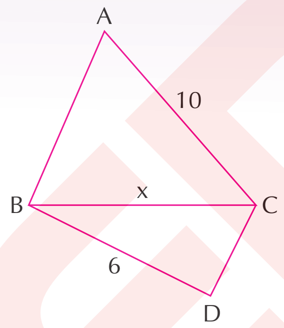
Yukarıdaki şekilde, A açısı geniş açı olan bir ABC üçgeni verilmiştir.

$m(\widehat{A}) = 2a - 20°$ ve $m(\widehat{B}) = a + 20°$ olduğuna göre, a nın değer alabileceği en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) (55, 60) B) (55, 70) C) (60, 70)

D) (45, 60) E) (45, 70)

4.

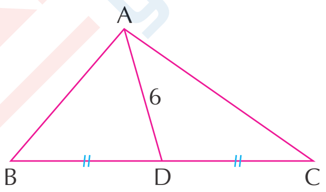


ABC üçgeninde ölçüsü en küçük olan açı A açısı, BCD üçgeninde ölçüsü en büyük olan açı D açısıdır.

$|AC| = 10$ cm ve $|BD| = 6$ cm olduğuna göre, $|BC| = x$ in alabileceği tam sayıların toplamı kaç cm dir?

A) 17 B) 21 C) 24 D) 28 E) 30

5.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{BAC}) > 90°$

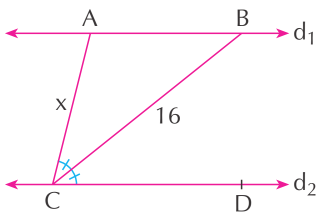
[AD] kenarortay

$|AD| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|BC|$ nin en küçük tam sayı değeri kaç cm dir?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

6.



$d_1 // d_2$

$m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{BCD})$

$|BC| = 16$ cm

$|AC| = x$

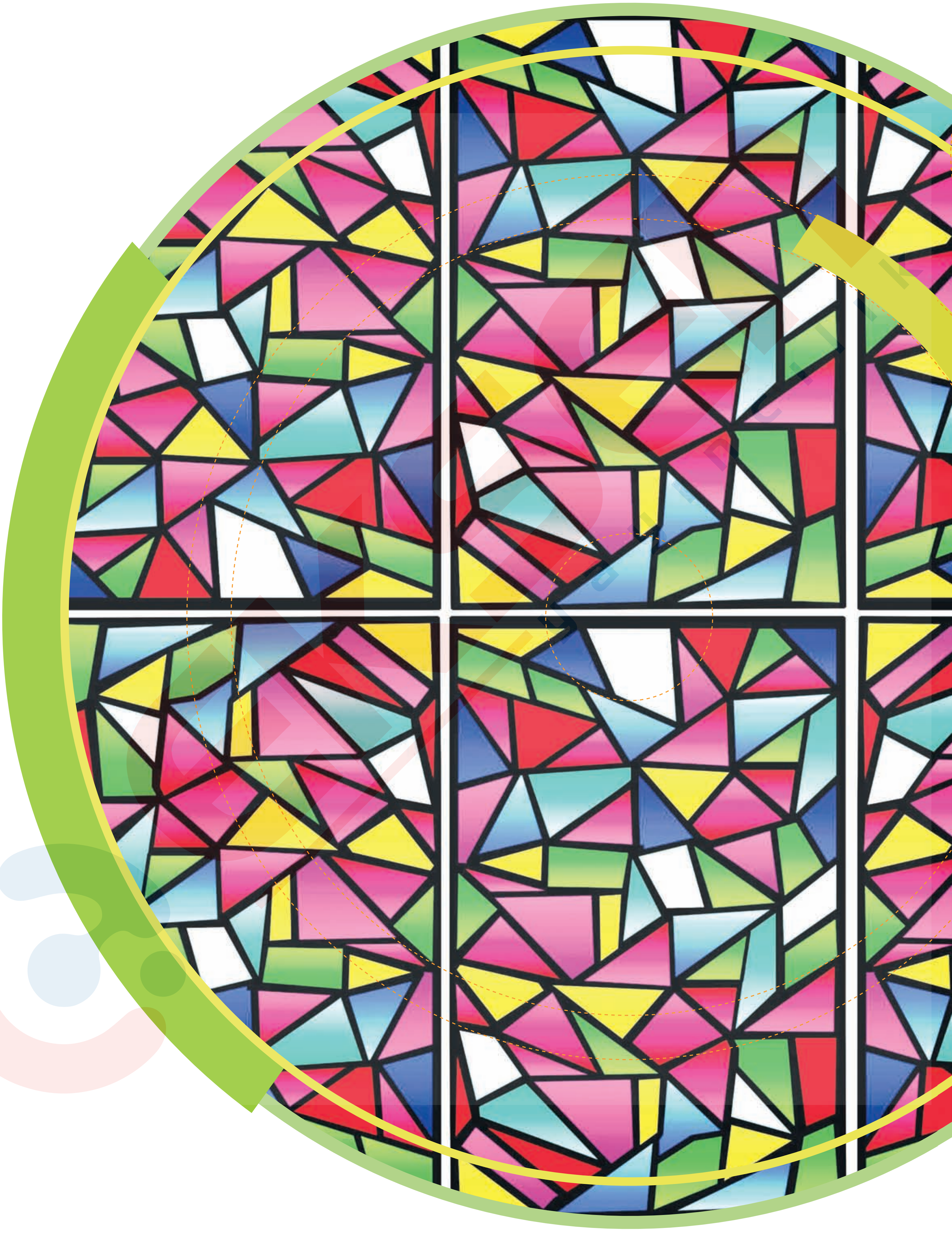
Yukarıdaki verilere göre, x in alabileceği en küçük tam sayı değeri kaç cm dir?

A) 16 B) 14 C) 12 D) 10 E) 9

E - A - A / C - B - E

KAZANMIŞ OLMAMIZ GEREKEN BİLGİ ve BECERİLER

	+	∓	−
Dik üçgenin kenarortay özelliklerini bilme			
Üçgenin kenarları ile açıları arasındaki ilişkiyi bilme			
Üçgende üçgen eşitsizliği kuralını uygulayabilme			
Gerektiğinde pisagor teoremini üçgen eşitsizliği ile birlikte kullanabilme			



05 ÜÇGENİN ALANI

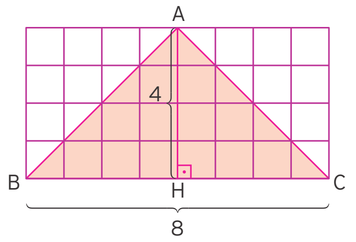
- Alan kavramı ve üçgensel bölgenin alanı
- Dik üçgenin alanı dik kenarların çarpımının yarısıdır.
- Geniş açılı üçgenin alanını hesaplarken yüksekliği görmek marifet ister.
- Kenar uzunlukları bilinen ikizkenar üçgenin alanını nasıl hesaplarız?
- Eşkenar üçgenin alanını hesaplarken formül bilmeniz yeterli.
- Özel açılı üçgenlerin alanlarını hesaplarken dikme ineriz.
- Üçgenlerin yükseklikleri aynı ise, tabanları oranı alanları oranıdır.

YÖRÜNGEDEKİ KAVRAMLAR

- taban s. 123
- yükseklik s. 123
- birimkare (br^2) s. 123
- santimetrekare (cm^2) s. 123
- metrekare (m^2) s. 123

ÜÇGENİN ALANI

5.1 *Alan kavramı ve üçgensel bölgenin alanı*



Bir üçgenin alanı, bir kenarının uzunluğu ile o kenarına ait yüksekliğinin çarpımının yarısına eşittir.

Şekildeki ABC üçgeninin alanı $\frac{|BC| \cdot |AH|}{2}$ ile bulunur.

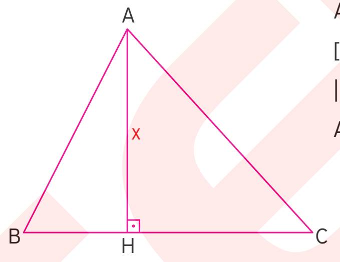
Şekilde ABC üçgeninde |BC| = 8 br ve |AH| = 4 br olduğuna göre,

$\text{Alan(ABC)} = \frac{|BC| \cdot |AH|}{2} = \frac{8 \cdot 4}{2} = \frac{32}{2} = 16 \text{ br}^2$ bulunur.

Şekildeki tüm taralı kareleri saydığımızda 16 tane birimkare olduğunu görürüz.

Bir kenarı 1 cm olan karenin alanı 1 cm^2, bir kenarı 1 m olan karenin alanı 1 m^2 dir.

örnek soru



ABC bir üçgen
[AH] ⊥ [BC]
|BC| = 16 cm
Alan(ABC) = 40 cm^2

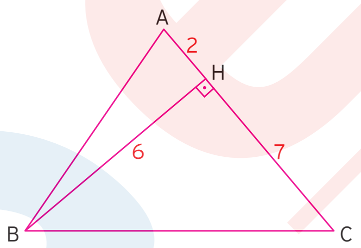
Yukarıdaki verilere göre, [AH] yüksekliğinin uzunluğunu bulalım.

çözüm

$\text{Alan(ABC)} = \frac{|BC| \cdot |AH|}{2}$ olduğuna göre, bu eşitlikte verilen değerleri yerine yazarsak

$40 = \frac{16 \cdot x}{2} \Rightarrow 40 = 8x \Rightarrow x = 5$ cm bulunur.

örnek soru



ABC bir üçgen
[BH] ⊥ [AC]
|AH| = 2 cm
|HC| = 7 cm
|BH| = 6 cm

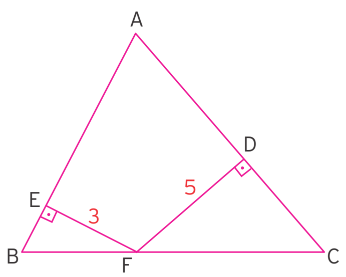
Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin alanını bulalım.

çözüm

Şekildeki ABC üçgenine ait [AC] kenarının uzunluğu ve [AC] kenarına ait yükseklik verildiğine göre,

$\text{Alan(ABC)} = \frac{|AC| \cdot |BH|}{2} = \frac{9 \cdot 6}{2} = \frac{54}{2} = 27 \text{ cm}^2$ bulunur.

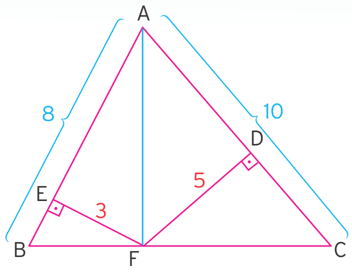
örnek soru



ABC bir üçgen
[FE] ⊥ [AB]
[FD] ⊥ [AC]
|AB| = 8 cm
|AC| = 10 cm
|FE| = 3 cm
|FD| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



[AF] doğru parçasını çizersek ABC üçgenini iki üçgene ayırabiliriz. ABF üçgeni ile AFC üçgenlerinin alanları toplamı ABC üçgeninin alanına eşittir.

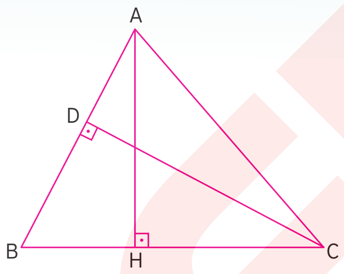
Buna göre, Alan(ABC) = Alan(ABF) + Alan(AFC)

$$\text{Alan(ABC)} = \frac{|AB|\cdot|FE|}{2} + \frac{|AC|\cdot|FD|}{2}$$

$$\text{Alan(ABC)} = \frac{8\cdot 3}{2} + \frac{10\cdot 5}{2} = 12 + 25 = 37 \ \text{cm}^2$$

bulunur.

örnek soru



ABC bir üçgen

[AH] ⊥ [BC]

[CD] ⊥ [AB]

|BC| = 15 cm

|AH| = 6 cm

|AB| = 9 cm

Yukarıdaki verilere göre, |CD| nin kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

ABC üçgeninin alanı $\frac{|BC|\cdot|AH|}{2}$ ile ya da $\frac{|AB|\cdot|CD|}{2}$ ile bulunabilir.

Buna göre, $\frac{|BC|\cdot|AH|}{2} = \frac{|AB|\cdot|CD|}{2}$

$$\frac{15\cdot 6}{2} = \frac{9\cdot|CD|}{2}$$

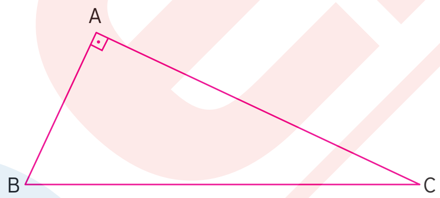
$$\frac{90}{2} = \frac{9\cdot|CD|}{2}$$

$$90 = 9\cdot|CD| \Rightarrow |CD| = 10 \ \text{cm}$$

bulunur.

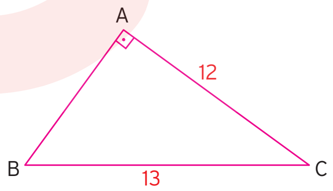
Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 1, 2, 3 nolu soruları hemen çözelim.

5.2 *Dik üçgenin alanı dik kenarların çarpımının yarısıdır.*



Yukarıdaki ABC dik üçgeninde [AB] ile [AC] dik kenarlar olduğuna göre, ABC üçgeninin alanı $\frac{|AB|\cdot|AC|}{2}$ ile bulunur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

|AC| = 12 cm

|BC| = 13 cm

Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm

Pisagor teoremini kullanarak önce |AB| uzunluğunu bulalım.

$$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2 \Rightarrow 13^2 = |AB|^2 + 12^2$$

$$169 = |AB|^2 + 144$$

$$|AB|^2 = 25$$

$|AB| = 5$ cm bulunur.

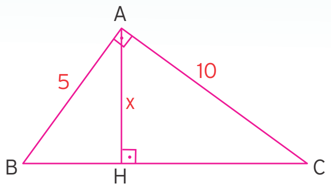
ABC dik üçgeninin 5 – 12 – 13 üçgeni olduğunu baştan fark ettiyseniz, pisagor teoremini kullanmanıza gerek yok.

Dik üçgenin alanı, dik kenarlar çarpımının yarısı olduğuna göre,

$$\text{Alan(ABC)} = \frac{|AB|\cdot|AC|}{2} = \frac{5\cdot 12}{2} = \frac{60}{2} = 30 \ \text{cm}^2$$

bulunur.

örnek soru



ABC bir üçgen

$[BA] \perp [AC]$

$[AH] \perp [BC]$

$|AB| = 5$ cm

$|AC| = 10$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AH| = x$ in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

Alan(ABC), $\dfrac{|AB|\cdot|AC|}{2}$ ile ya da $\dfrac{|BC|\cdot|AH|}{2}$ ile bulunabilir.

Buna göre, $\dfrac{|AB|\cdot|AC|}{2} = \dfrac{|BC|\cdot|AH|}{2}$ eşitliği yazılır.

Bu eşitliği kullanabilmek için önce pisagor teoremiyle $|BC|$ uzunluğunu hesaplamalıyız.

$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2 \Rightarrow |BC|^2 = 5^2 + 10^2$

$|BC|^2 = 25 + 100$

$|BC|^2 = 125 \Rightarrow |BC| = \sqrt{125}$

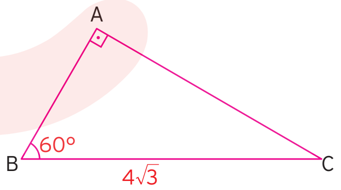
$|BC| = 5\sqrt{5}$ cm olur.

$\dfrac{|AB|\cdot|AC|}{2} = \dfrac{|BC|\cdot|AH|}{2}$ eşitliğinde bilinen değerleri yerine yazarsak

$\dfrac{5\cdot 10}{2} = \dfrac{5\sqrt{5}\cdot x}{2} \Rightarrow 10 = \sqrt{5}\cdot x$

$x = \dfrac{10}{\sqrt{5}} = \dfrac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$ cm bulunur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

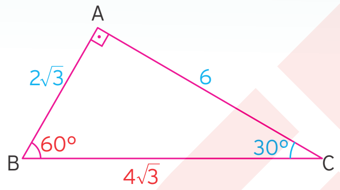
$[BA] \perp [AC]$

$m(\widehat{ABC}) = 60°$

$|BC| = 4\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



ABC dik üçgeninde $m(\widehat{ABC}) = 60°$ olduğundan $m(\widehat{ACB}) = 30°$ olur.

Buna göre, ABC üçgeni 30° – 60° – 90° üçgenidir.

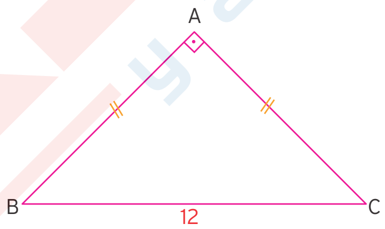
90° nin karşısı $|BC| = 4\sqrt{3}$ cm olduğundan, 30° nin karşısı $|AB| = \dfrac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ cm ve 60° nin karşısı

$|AC| = 2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3} = 6$ cm olur.

O halde $\text{Alan}(ABC) = \dfrac{|AB|\cdot|AC|}{2} = \dfrac{2\sqrt{3}\cdot 6}{2}$

$= \dfrac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ cm^2 bulunur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

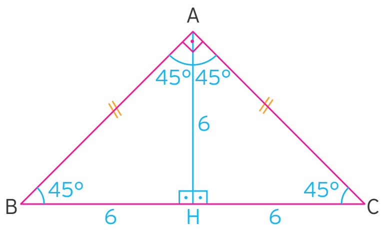
$[BA] \perp [AC]$

$|AB| = |AC|$

$|BC| = 12$ cm

Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



$|AB| = |AC|$ olduğundan ABC dik üçgeni ikizkenar dik üçgendir. O halde $m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = 45°$ dir.

İkizkenar üçgende tabana inen yükseklik, hem açıortay hem de kenarortay olduğundan

$[AH] \perp [BC]$ olacak şekilde $[AH]$ çizilirse,

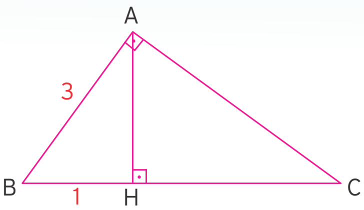
$m(\widehat{BAH}) = m(\widehat{HAC}) = 45°$ olur. Bu durumda

$|AH| = |BH| = |HC| = 6$ cm olur.

O halde, $\text{Alan}(ABC) = \dfrac{|BC|\cdot|AH|}{2} = \dfrac{12\cdot 6}{2} = 36$ cm^2

bulunur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

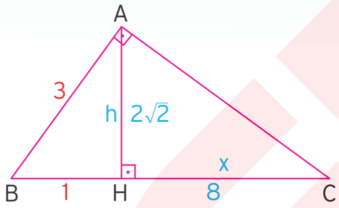
[AH] ⊥ [BC]

|AB| = 3 cm

|BH| = 1 cm

Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin alanının kaç cm² olduğunu bulalım.

çözüm



[BA] ⊥ [AC] ve [AH] ⊥ [BC] olduğundan üçgenin bilinmeyen uzunluklarını bulmak için öklid bağıntılarını kullanırız.

$|AB|^2 = |BH| \cdot |BC|$ olduğundan

$3^2 = 1 \cdot (1 + x) \Rightarrow 9 = 1 + x \Rightarrow x = 8$ cm olur.

$|AH| = h$ olsun. $|AH|^2 = |BH| \cdot |HC|$ olduğundan

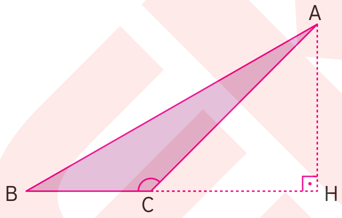
$h^2 = 1 \cdot 8 \Rightarrow h = 2\sqrt{2}$ cm olur.

O halde, $\text{Alan}(ABC) = \dfrac{|BC| \cdot |AH|}{2} = \dfrac{9 \cdot 2\sqrt{2}}{2} = 9\sqrt{2}\ \text{cm}^2$

bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 4, 5, 6, 9, 10 nolu soruları hemen çözelim.

5.3 *Geniş açılı üçgenin alanını hesaplarken yüksekliği görmek marifet ister.*

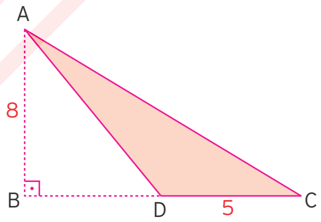


ABC üçgeninin C açısının ölçüsü 90° den büyük olduğu için ABC üçgeni geniş açılı üçgendir. Geniş açılı üçgenlerde, geniş açıyı oluşturan kenarlara ait yükseklikler üçgenin dış bölgesinde kalır. Yukarıdaki şekilde, A noktasından [BC] kenarı üzerindeki noktalara yükseklik çizilemez. (Çünkü çizilen tüm doğru parçaları BC kenarı ile 90° lik açı oluşturmaz). Ancak BC kenarı (şekildeki gibi sağa doğru) uzatılırsa [AH] yüksekliği BC kenarına ait yükseklik olur.

Buna göre ABC üçgeninin alanı $\dfrac{|BC| \cdot |AH|}{2}$ ile bulunur.

AC kenarına ait yüksekliği çizmek isterseniz, AC yi uzatıp B noktasından AC nin uzantısına dikme inebilirsiniz.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

|AB| = 8 cm

|DC| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, ADC üçgeninin alanının kaç cm² olduğunu bulalım.

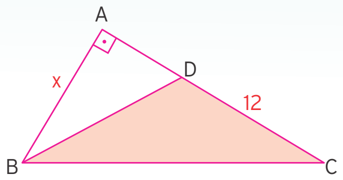
çözüm

ADC üçgeninin D açısı geniş açı olduğundan [DC] kenarına ait yükseklik [AB] dir.

Buna göre, $\text{Alan}(ADC) = \dfrac{|DC| \cdot |AB|}{2} = \dfrac{5 \cdot 8}{2} = 20\ \text{cm}^2$

bulunur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

|DC| = 12 cm

Alan(DBC) = 48 cm² olduğuna göre, |AB| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

Geniş açılı DBC üçgeninin [DC] kenarına ait yükseklik [AB] olduğundan

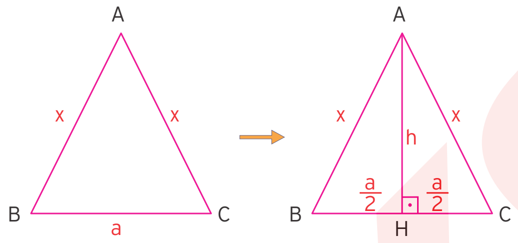
$$\text{Alan(DBC)} = \frac{|DC|\cdot|AB|}{2} \Rightarrow 48 = \frac{12\cdot x}{2}$$

$48 = 6x$

$x = 8$ cm bulunur.

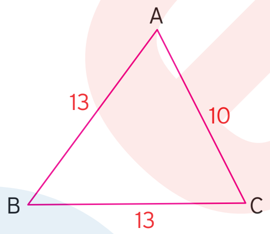
Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 8 / Genel Tekrar Testi 2, 4 nolu soruları hemen çözelim.

5.4 *Kenar uzunlukları bilinen ikizkenar üçgenin alanını nasıl hesaplarız?*



Kenar uzunlukları |AB| = |AC| = x ve |BC| = a olan ikizkenar üçgenin alanı bulunurken farklı uzunluktaki kenara ait yükseklik çizilir. Şekilde |BC| = a uzunluğu diğer kenarlardan farklı olduğundan [BC] ye ait [AH] yüksekliği çizilir. |AH| = h yi bulmak için AHC dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanır.

örnek soru



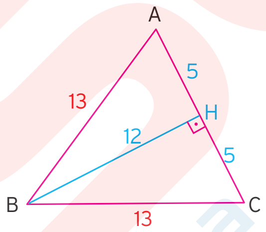
ABC ikizkenar üçgen

|AB| = |BC| = 13 cm

|AC| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin alanının kaç cm² olduğunu bulalım.

çözüm



[AC] kenarı farklı uzunlukta olduğu için, bu kenara ait [BH] yüksekliği çizilirse, [BH] aynı zamanda kenarortay olur.

|AC| = 10 cm olduğundan |AH| = |HC| = 5 cm olur.

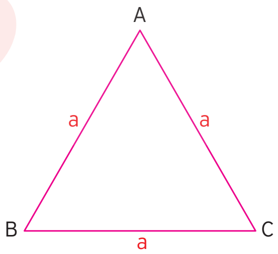
BHC dik üçgeninde |BC| = 13 cm ve |HC| = 5 cm olduğundan |BH| = 12 cm olur. (5 − 12 − 13 üçgeni)

O halde, $\text{Alan(ABC)} = \frac{|AC|\cdot|BH|}{2} = \frac{10\cdot 12}{2} = 60 \text{ cm}^2$

bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 12 / Kavrama Testi 2 10 / Genel Tekrar Testi 12 nolu soruları hemen çözelim.

5.5 *Eşkenar üçgenin alanını hesaplarken formül bilmeniz yeterli.*



Kenar uzunlukları a cm olan eşkenar üçgenin alanı bir kenarının karesinin $\sqrt{3}$ katının 4 e bölümüne eşittir. Buna göre, $\text{Alan(ABC)} = \frac{a^2\cdot\sqrt{3}}{4}$ tür.

örnek soru

Alanı $16\sqrt{3}$ cm² olan eşkenar üçgenin çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

Alanı $16\sqrt{3}$ cm^2 olan eşkenar üçgenin bir kenar uzunluğu a cm olsun.

Buna göre,

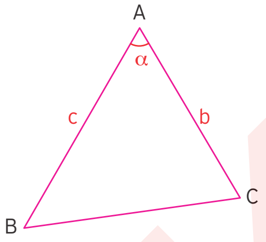
$$\frac{a^2\cdot\sqrt{3}}{4}=16\sqrt{3}\Rightarrow\frac{a^2}{4}=16\Rightarrow a^2=64\Rightarrow a=8\text{ cm olur.}$$

Bir kenar uzunluğu a = 8 cm olan eşkenar üçgenin çevresi $3\cdot a = 3\cdot 8 = 24$ cm bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Genel Tekrar Testi 16 nolu soruları hemen çözelim.

5.6 *Özel açılı üçgenlerin alanlarını hesaplarken dikme ineriz.*

Özel açılı bir üçgenin alanı hesaplanırken aşağıda verilen sinüslü formülü kullanabileceğimiz gibi, bilinen kenarlardan birine ait yüksekliği hesaplayarak da alanı bulabilirsiniz.



$m(\widehat{BAC}) = \alpha$, $|AB| = c$ ve $|AC| = b$ ise,

Alan(ABC) = $\frac{1}{2}\cdot c\cdot b\cdot \sin\alpha$ ile bulunur.

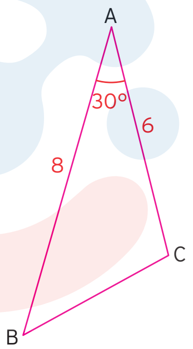
Bu formülde kullanacağınız sinüs değerleri aşağıda verilmiştir.

$$\sin30° = \sin150° = \frac{1}{2}$$

$$\sin45° = \sin135° = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin60° = \sin120° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

örnek soru



ABC bir üçgen

$m(\widehat{BAC}) = 30°$

$|AB| = 8$ cm

$|AC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

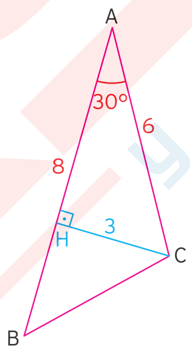
çözüm

Sinüslü alan formülünü uygularsak,

$$\text{Alan(ABC)} = \frac{1}{2}\cdot|AB|\cdot|AC|\cdot\sin30°$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 8\cdot 6\cdot\frac{1}{2} = 12\text{ cm}^2\text{ bulunur.}$$

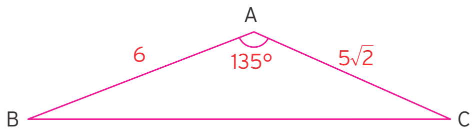
Bu formülü kullanmadan aşağıdaki yolla da çözebiliriz.



[CH] ⊥ [AB] olacak şekilde [CH] yi çizersek, AHC üçgeni 30° – 60° – 90° üçgeni olur. 90° nin karşısı |AC| = 6 cm olduğundan 30° nin karşısı $|HC| = \frac{6}{2} = 3$ cm olur.

O halde $\text{Alan(ABC)} = \frac{|AB|\cdot|CH|}{2} = \frac{8\cdot3}{2} = 12\text{ cm}^2$ bulunur.

örnek soru



ABC bir üçgen

$m(\widehat{BAC}) = 135°$

$|AB| = 6$ cm ve $|AC| = 5\sqrt{2}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

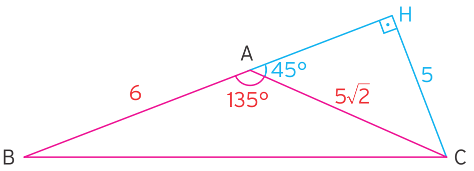
çözüm

Sinüslü alan formülünü kullanarak hesaplarsak,

$\text{Alan}(ABC) = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |AC| \cdot \sin 135°$

$= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 15 \text{ cm}^2$ bulunur.

Formül kullanmadan aşağıdaki gibi de çözebilirsiniz.

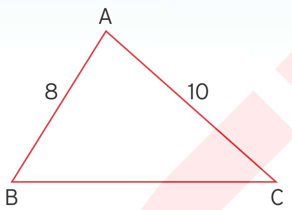


$m(\widehat{BAC}) = 135° > 90°$ olduğundan ABC geniş açılı üçgendir. Bu durumdan [AB] kenarına ait yükseklik üçgenin dışındaki [CH] doğru parçasıdır.

$m(\widehat{BAC}) = 135°$ olduğundan $m(\widehat{HAC}) = 45°$ olur. AHC dik üçgeni 45° – 45° – 90° üçgeni olduğundan 90° nin karşısı $|AC| = 5\sqrt{2}$ iken 45° nin karşısı $|CH| = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5$ cm olur.

O halde $\text{Alan}(ABC) = \frac{|AB| \cdot |CH|}{2} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15 \text{ cm}^2$ bulunur.

örnek soru



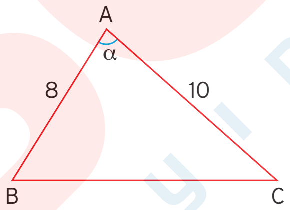
ABC bir üçgen

$|AB| = 8$ cm

$|AC| = 10$ cm

Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin alanı en fazla kaç cm^2 olabilir?

çözüm



$m(\widehat{BAC}) = x$ olsun. α nın değeri 90° ye yaklaştıkça ABC üçgeninin alanı artar, 90° den uzaklaştıkça ABC üçgeninin alanı azalır.

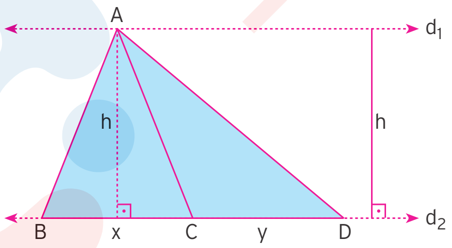
$\alpha = 90°$ olduğunda Alan(ABC) en büyük değerini alır.

$\alpha = 90°$ iken $\text{Alan}(ABC) = \frac{8 \cdot 10}{2} = 40 \text{ cm}^2$ dir.

Bu alt başlığın pekişmesi için Genel Tekrar Testi 9 nolu soruları hemen çözelim.

5.7 *Üçgenlerin yükseklikleri aynı ise, tabanları oranı alanları oranıdır.*

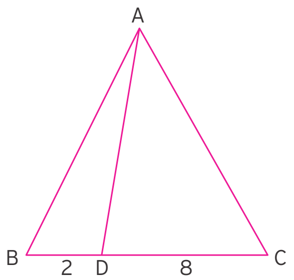
İki üçgenin yükseklikleri eşit ise bu üçgenlerin alanları oranı tabanları oranına eşittir.



$d_1 \parallel d_2$ olduğundan ABC ve ACD üçgenlerinin yükseklikleri eşittir ve h birimdir.

Bu durumda, $\frac{\text{Alan}(ABC)}{\text{Alan}(ACD)} = \frac{\frac{x \cdot h}{2}}{\frac{y.h}{2}} = \frac{x}{y}$ dir.

örnek soru



ABC bir üçgen

$|BD| = 2$ cm

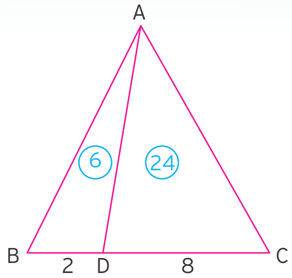
$|DC| = 8$ cm

Yukarıdaki şekilde ABD üçgeninin alanı 6 cm^2 olduğuna göre, ABC üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

(ÖSS – 1998)

çözüm



$|BD| = 2$ cm ve $|DC| = 8$ cm olduğuna göre,

$$\frac{\text{Alan}(ABD)}{\text{Alan}(ADC)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

olur.

Alan(ABD) = 6 cm^2 verildiğine göre, yukarıdaki eşitlikte yerine yazılırsa,

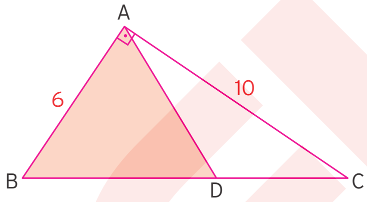
$$\frac{6}{\text{Alan}(ADC)} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{Alan}(ADC) = 24 \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

Bu durumda,

Alan(ABC) = Alan(ABD) + Alan(ADC) = 6 + 24 = 30 cm^2 bulunur.

Cevap: D

örnek soru



ABC bir dik üçgen

$[BA] \perp [AC]$

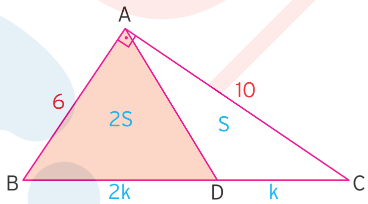
$|BA| = 6$ cm

$|AC| = 10$ cm

$|BD| = 2|DC|$

Yukarıdaki verilere göre, ABD üçgeninin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



$|BD| = 2|DC|$ ise $|DC| = k$ alınırsa, $|BD| = 2k$ olur. Bu durumda, Alan(ADC) = S alınırsa, Alan(ABD) = 2S olur.

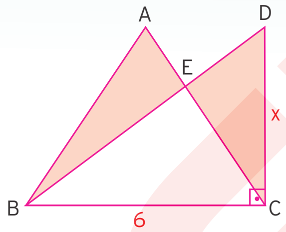
$$\text{Alan}(ABC) = \frac{|AB|\cdot|AC|}{2} \Rightarrow 3S = \frac{6\cdot 10}{2}$$

$$\Rightarrow 3S = 30$$

$$\Rightarrow S = 10 \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

O halde Alan(ABD) = 2·S = 2·10 = 20 cm^2 bulunur.

örnek soru



ABC eşkenar üçgen,

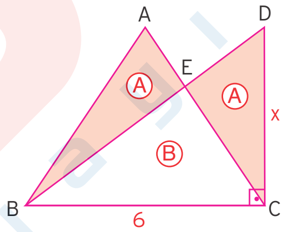
BCD dik üçgen

$[DC] \perp [BC]$

$|BC| = 6$ cm

Taralı bölgelerin alanları eşit olduğuna göre, $|DC| = x$ in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



Alan(ABE) = Alan(DEC) = A olsun.

Alan(EBC) = B olsun.

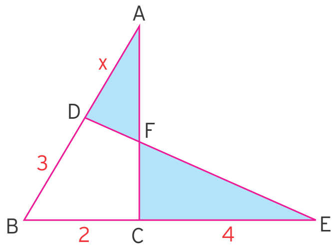
Dikkat edilirse Alan(ABC) = Alan(DBC) dir.

$$\frac{6^2\sqrt{3}}{4} = \frac{x\cdot 6}{2}$$

$$9\sqrt{3} = 3x$$

$$x = 3\sqrt{3} \text{ cm bulunur.}$$

örnek soru



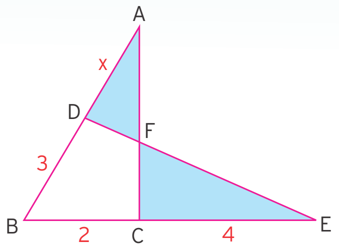
$|DB| = 3$ cm

$|BC| = 2$ cm

$|CE| = 4$ cm

ADF ve FCE üçgenlerinin alanları eşit olduğuna göre, $|AD| = x$ in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



Taralı alanlar eşit olduğu için

Alan(ABC) = Alan(DBE) dir.

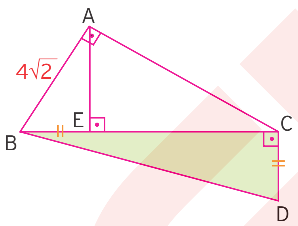
$\frac{1}{2}\cdot 2\cdot(3+x)\cdot \sin\widehat{B} = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 6\cdot \sin\widehat{B}$

$6 + 2x = 18$

$2x = 12$

$x = 6$ cm bulunur.

örnek soru



ABC ve BCD dik üçgen,

$[AB] \perp [AC]$

$[BC] \perp [CD]$

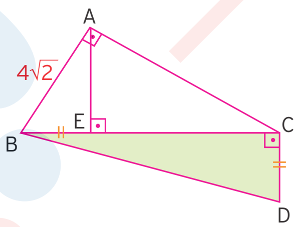
$[AE] \perp [BC]$

$|BE| = |CD|$

$|AB| = 4\sqrt{2}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, BCD üçgeninin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



ABC üçgeninde öklidin dik kenar bağıntısı uygulanır.

$(4\sqrt{2})^2 = |BE|.|BC| \Rightarrow 32 = |BE|\cdot|BC|$

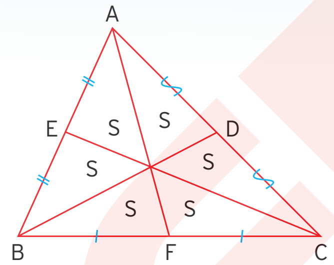
Alan(BCD) = $\dfrac{|DC|\cdot|BC|}{2}$ dir.

$|BE| = |CD|$ olduğu için

Alan(BCD) = $\dfrac{|BE|\cdot|BC|}{2} = \dfrac{32}{2} = 16\text{ cm}^2$ bulunur.

Kenarortay - Alan İlişkisi

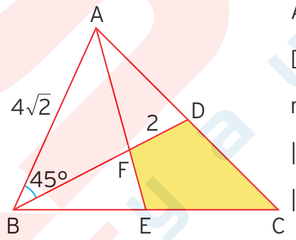
1.



Kenarortaylar üçgenin alanını birbirine eş beş parçaya böler.

Alan(ABC) = 6S

örnek soru



ABC bir üçgen

[AE] ve [BD] kenarortay

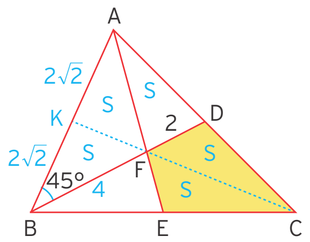
$m(\widehat{ABD}) = 45°$

$|AB| = 4\sqrt{2}$ cm

$|FD| = 2$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(EFDC) kaç cm^2 dir?

çözüm



[AE] ve [BD] kenarortay olduğundan F noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezidir. F noktasından geçen [CK] çizilirse, [CK] da kenarortay olur.

Dolayısıyla $|AK| = |BK| = 2\sqrt{2}$ cm dir.

Ayrıca F noktası ağırlık merkezi olduğundan

$|BF| = 2|FD| = 2\cdot 2 = 4$ cm dir.

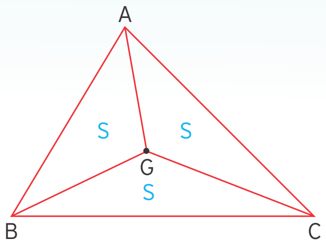
Alan(ABD) = $\frac{1}{2}\cdot|BA|\cdot|BD|\cdot\sin 45°$ olduğundan

$$3S = \frac{1}{2}\cdot 4\sqrt{2}\cdot 6\cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 12\text{ cm}^2$$

buradan da $S = 4\text{ cm}^2$ bulunur.

O halde, Alan(EFDC) = $2S = 2\cdot 4 = 8\text{ cm}^2$ dir.

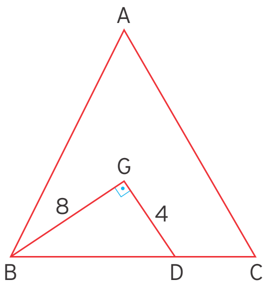
2.



G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi ise,

Alan(ABG) = Alan(ACG) = Alan(BCG) = S olur.

örnek soru



G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi

$[BG] \perp [GD]$

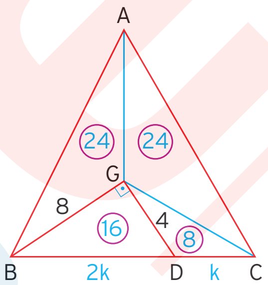
$|BD| = 2|DC|$

$|BG| = 8$ cm

$|GD| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

çözüm



GBD dik üçgeninde $|BG| = 8$ cm ve $|GD| = 4$ cm olduğundan

$$\text{Alan}(GBD) = \frac{4 \cdot 8}{2} = 16 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

$|BD| = 2|DC|$ olduğundan $|DC| = k$ alırsak,

$|BD| = 2k$ olur.

Buna göre, Alan(GBD) = 2$\cdot$Alan(GDC) dir.

Dolayısıyla buradan Alan(GDC) = $\dfrac{16}{2}$ = 8 cm^2 bulunur.

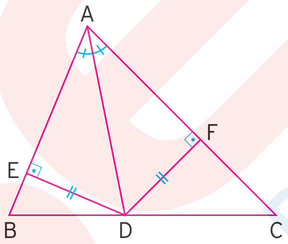
G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi olduğundan

Alan(ABG) = Alan(ACG) = Alan(BCG)

= 16 + 8 = 24 cm^2 dir.

O halde, Alan(ABC) = 3$\cdot$24 = 72 cm^2 bulunur.

Açıortay - Alan İlişkisi

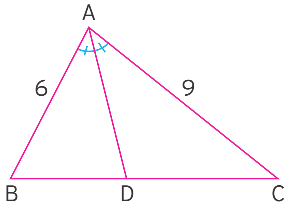


ABC üçgeninde [AD] açıortay ise, D noktasından [AB] ve [AC] kenarlarına indirilen dikmeler eşittir, yani $|DE| = |DF|$ dir.

ABD ve ADC üçgenlerinin sırasıyla [AB] ve [AC] kenarlarına ait yükseklikler eşit olduğundan,

$$\frac{\text{Alan}(ABD)}{\text{Alan}(ADC)} = \frac{|AB|}{|AC|} \text{ olur.}$$

örnek soru



ABC bir üçgen

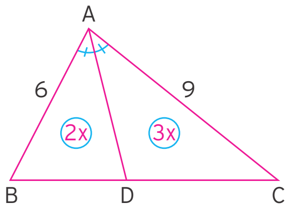
[AD] açıortay

$|AB| = 6$ cm

$|AC| = 9$ cm

Yukarıdaki şekilde, Alan(ADC) = 12 cm^2 olduğuna göre, Alan(ABC) kaç cm^2 dir?

çözüm



[AD] açıortay olduğundan

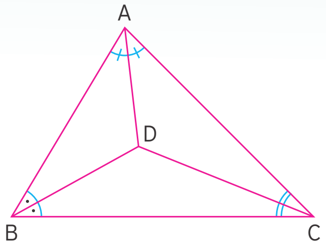
$$\frac{\text{Alan}(ABD)}{\text{Alan}(ADC)} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Buna göre, Alan(ABD) = 2x alırsak,

Alan(ADC) = 3x olur. 3x = 12 cm^2 verildiğine göre, x = 4 cm^2 dir.

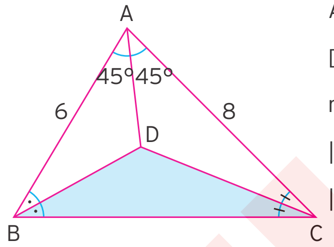
O halde, Alan(ABC) = 5x = 5$\cdot$4 = 20 cm^2 bulunur.

Özellik



ABC üçgeninde [AD], [BD] ve [CD] açıortay ise, ABD, BDC ve ADC üçgenlerinin alanları sırasıyla |AB|, |BC| ve |AC| ile orantılıdır.

örnek soru



ABC bir üçgen

[BD], [CD] açıortay

$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC}) = 45°$

|AB| = 6 cm

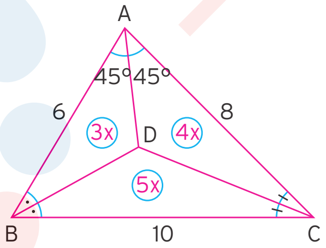
|AC| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, DBC üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

çözüm

$m(\widehat{BAC}) = 45° + 45° = 90°$ olduğundan ABC üçgeni dik üçgendir.

Pisagor teoremi uygulanırsa, |BC| = 10 cm bulunur. (6 - 8 - 10 üçgeni)



ABC dik üçgen olduğundan

$$\text{Alan(ABC)} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

ABD, ADC ve BDC üçgenlerinin alanları sırasıyla 6, 8, 10 ile orantılı olduğundan Alan(ABD) = 3x alınırsa,

Alan(BDC) = 5x ve Alan(ADC) = 4x olur.

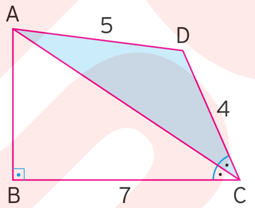
$3x + 4x + 5x = 24 \text{ cm}^2$ ise,

$12x = 24 \text{ cm}^2$

$x = 2 \text{ cm}^2$ dolayısıyla

Alan(DBC) = 5x = 10 cm^2 bulunur.

örnek soru



[AB] ⊥ [BC]

$m(\widehat{BCA}) = m(\widehat{ACD})$

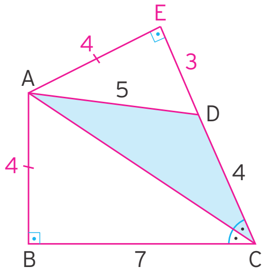
|AD| = 5 cm

|AD| = 4 cm

|BC| = 7 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ADC) kaç cm^2 dir?

çözüm



[CA] açıortay olduğundan [AE] ⊥ [EC] olacak şekilde [DE] çizilirse,

|CB| = |CE| ve |AE| = |AB| olur.

|CB| = |CE| = 7 cm ise, |ED| = 3 cm dir.

EAD üçgeninde pisagor bağıntısı uygulanırsa,

|AE| = 4 cm bulunur. (3 - 4 - 5 üçgeni)

O halde, $\text{Alan(ADC)} = \dfrac{|DC| \cdot |AE|}{2}$ yani,

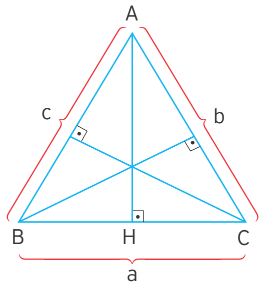
$$\text{Alan(ADC)} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 2 1, 2, 3, 5, 6 / Genel Tekrar Testi 8, 14 nolu soruları hemen çözelim.

Bu KONUDA ÖZETLE...

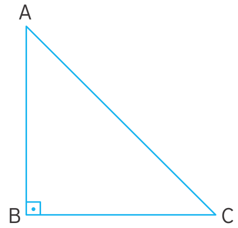
Konuların ve Kavramların Özeti

1. Üçgensel Bölgenin Alanı



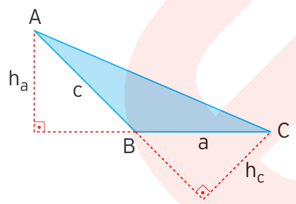
$$A(ABC) = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

2. Dik Üçgenin Alanı Dik Kenarların Çarpımının Yarısına Eşittir



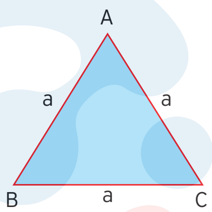
$$A(ABC) = \frac{|AB| \cdot |BC|}{2}$$

3. Geniş açılı üçgenin alanı



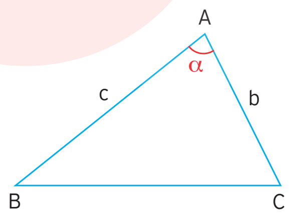
$$A(ABC) = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

4. Eşkenar üçgenin alanı



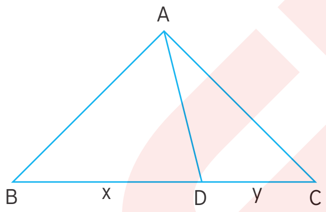
$$A(ABC) = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

5. Sinüslü alan formülü



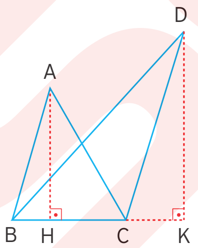
$$A(ABC) = \frac{b \cdot c}{2} \cdot \sin\alpha$$

6. Yükseklikleri ortak olan üçgenlerin alanları oranı



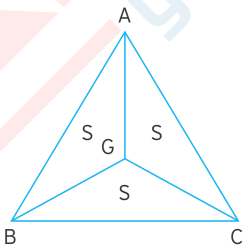
$$\frac{A(ABD)}{A(ADC)} = \frac{x}{y}$$

7. Tabanları ortak olan üçgenlerin alanları oranı



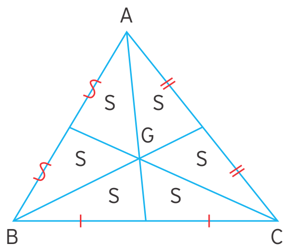
$$\frac{A(ABD)}{A(ADC)} = \frac{|AH|}{|DK|}$$

8. G, ABC üçgeninin ağırlık merkezi ise,



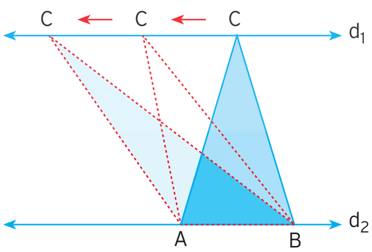
A(GBC) = A(GCA) = A(GAB) = S

9. Kenarortaylar ABC üçgeninin alanını 6 eşit parçaya ayırır.



10. $d_1 \,//\, d_2$ ise Alan(ABC) değişmez.

Çünkü taban sabit, yükseklik ise değişmiyor.

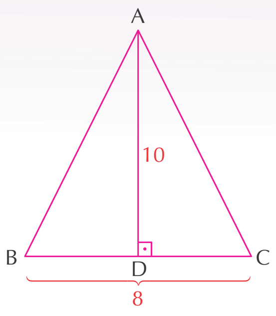


ÖĞRENDİKLERİMİZİ TEST EDELİM

- Kavrama Testi 1 (5.1 - 5.6)
- Kavrama Testi 2 (5.1 - 5.7)
- Genel Tekrar Testi (5.1 - 5.7)
- Sınavlarda (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) Sorulmuş Sorular
- Sınavlarda Sorulabilecek Sorular

KAVRAMA TESTİ 1

1.



ABC bir üçgen

[AD] ⊥ [BC]

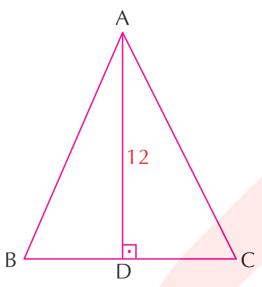
|AD| = 10 cm

|BC| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABC) kaç cm^2 dir?

A) 20 B) 25 C) 40 D) 64 E) 80

2.



ABC bir üçgen

[AD] ⊥ [BC]

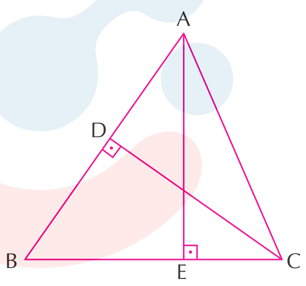
|AD| = 12 cm

Alan(ABC) = 60 cm^2

Yukarıdaki verilere göre, |BC| kaç cm dir?

A) 10 B) 9 C) 6 D) 5 E) 4

3.



ABC bir üçgen

[AE] ⊥ [BC]

[CD] ⊥ [AB]

|BC| = 9 cm

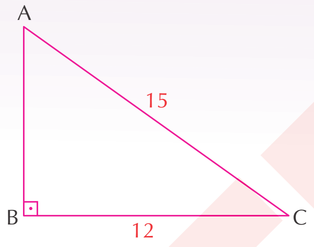
|AE| = 12 cm

|DC| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AB| kaç cm dir?

A) 9 B) $\frac{27}{2}$ C) 15 D) $\frac{33}{2}$ E) 18

4.



ABC dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

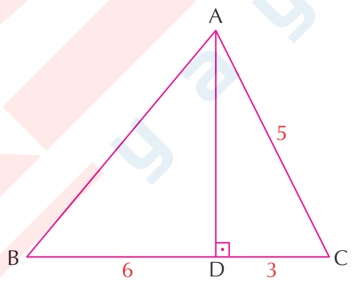
|AC| = 15 cm

|BC| = 12 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABC) kaç cm^2 dir?

A) 36 B) 45 C) 48 D) 54 E) 60

5.



ABC bir üçgen

[AD] ⊥ [BC]

|AC| = 5 cm

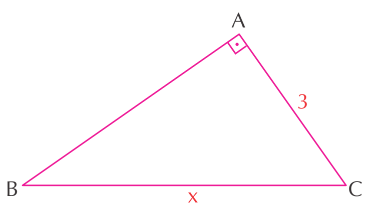
|DC| = 3 cm

|BD| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABC) kaç cm^2 dir?

A) 36 B) 30 C) 24 D) 18 E) 12

6.



ABC dik üçgen

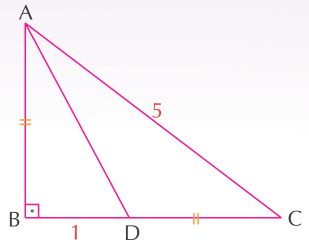
[BA] ⊥ [AC]

|AC| = 3 cm

Alan(ABC) = 9 cm^2 olduğuna göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) $3\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{3}$ C) 6 D) $2\sqrt{10}$ E) $3\sqrt{5}$

7.



ABC bir üçgen,

|AB| = |DC|

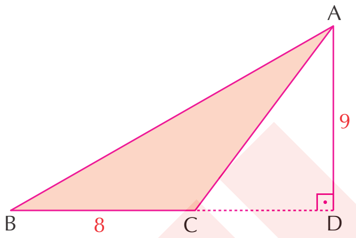
|BD| = 1 cm

|AC| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ADC) kaç cm^2 dir?

A) 3 B) 3,5 C) 4 D) 4,5 E) 5

8.



ABC bir üçgen

[AD] ⊥ [BD]

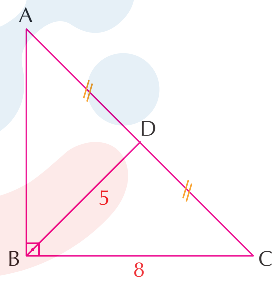
|AD| = 9 cm

|BC| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABC) kaç cm^2 dir?

A) 72 B) 54 C) 48 D) 45 E) 36

9.



ABC dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

|AD| = |DC|

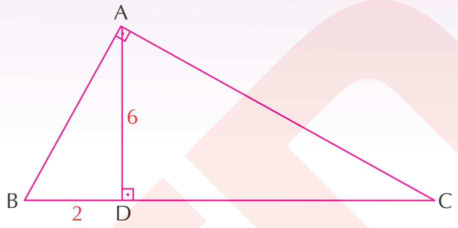
|BD| = 5 cm

|BC| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABC) kaç cm^2 dir?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 36 E) 48

10.



ABC dik üçgen

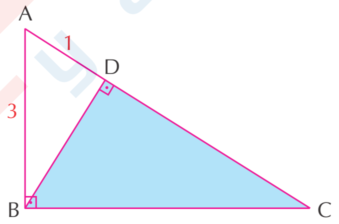
[BA] ⊥ [AC], [AD] ⊥ [BC]

|AD| = 6 cm ve |BD| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABC) kaç cm^2 dir?

A) 36 B) 48 C) 54 D) 60 E) 66

11.



ABC bir üçgen

[AB] ⊥ [BC]

[BD] ⊥ [AC]

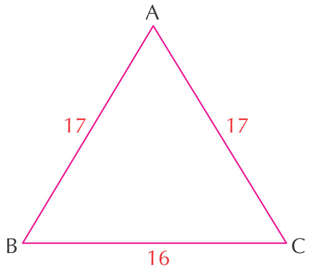
|AD| = 1 cm

|AB| = 3 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(DBC) kaç cm^2 dir?

A) 8 B) 9 C) $8\sqrt{2}$ D) $9\sqrt{2}$ E) $8\sqrt{3}$

12.



ABC ikizkenar üçgen

|AB| = |AC| = 17 cm

|BC| = 16 cm

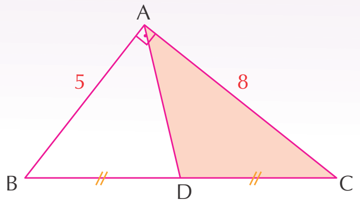
Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABC) kaç cm^2 dir?

A) 120 B) 135 C) 150 D) 160 E) 180

C - A - B / D - D - E / D - E - C / D - C - A

KAVRAMA TESTİ 2

1.



ABC bir üçgen

[BA] ⊥ [AC]

|BD| = |DC|

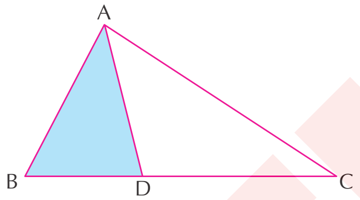
|AB| = 5 cm

|AC| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ADC) kaç cm^2 dir?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 32 E) 40

2.



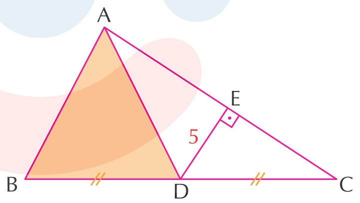
ABC bir üçgen

|DC| = 2|BD|

Alan(ABC) = 36 cm^2 olduğuna göre, Alan(ABD) kaç cm^2 dir?

A) 6 B) 9 C) 12 D) 18 E) 24

3.



ABC bir üçgen

[DE] ⊥ [AC]

|BD| = |DC|

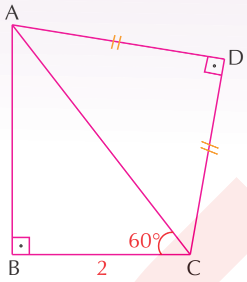
|AC| = 12 cm

|DE| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABD) kaç cm^2 dir?

A) 60 B) 54 C) 48 D) 36 E) 30

4.



ADC ikizkenar dik üçgen

[AD] ⊥ [DC]

[AB] ⊥ [BC]

|AD| = |DC|

m$(\widehat{ACB})$ = 60°

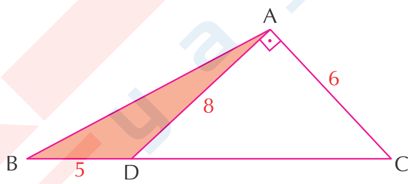
|BC| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ACD) kaç cm^2 dir?

A) 4 B) 6 C) 8

D) 9 E) $2(\sqrt{3} + 2)$

5.



ABC bir üçgen

[DA] ⊥ [AC]

|AD| = 8 cm

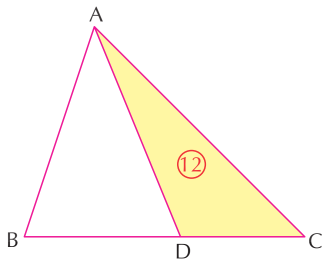
|AC| = 6 cm

|BD| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABD) kaç cm^2 dir?

A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

6.



ABC bir üçgen

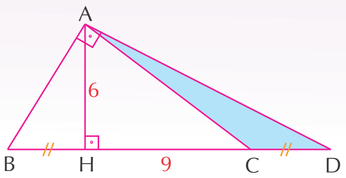
Alan(ADC) = 12 cm^2

5|DC| = 3|BD|

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABC) kaç cm^2 dir?

A) 40 B) 32 C) 28 D) 24 E) 18

7.



Şekilde,

$|AH| = 6$ cm

$|HC| = 9$ cm

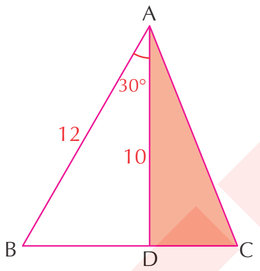
$[BA] \perp [AD]$

$|BH| = |CD|$

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ACD) kaç cm^2 dir?

A) 18 B) 15 C) 12 D) 10 E) 9

8.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{BAD}) = 30°$

$|AB| = 12$ cm

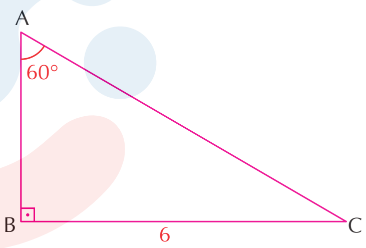
$|AD| = 10$ cm

$|BD| = 2|DC|$

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ADC) kaç cm^2 dir?

A) 36 B) 30 C) 22,5 D) 15 E) 7,5

9.



ABC dik üçgen

$[AB] \perp [BC]$

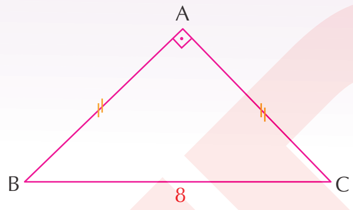
$m(\widehat{BAC}) = 60°$

$|BC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABC) kaç cm^2 dir?

A) 6 B) 12 C) $6\sqrt{3}$ D) $12\sqrt{3}$ E) $18\sqrt{3}$

10.



ABC dik üçgen

$[BA] \perp [AC]$

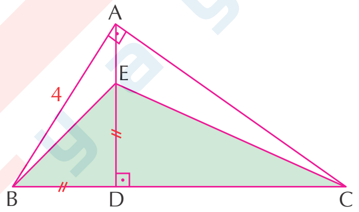
$|AB| = |AC|$

$|BC| = 8$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABC) kaç cm^2 dir?

A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

11.



ABC dik üçgen

$[BA] \perp [AC]$

$[AD] \perp [BC]$

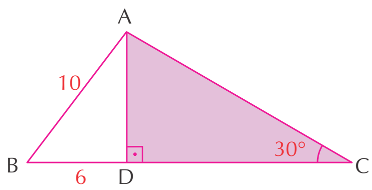
$|BD| = |ED|$

$|AB| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(EBC) kaç cm^2 dir?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

12.



ABC bir üçgen

$[AD] \perp [BC]$

$m(\widehat{ACB}) = 30°$

$|AB| = 10$ cm

$|BD| = 6$ cm

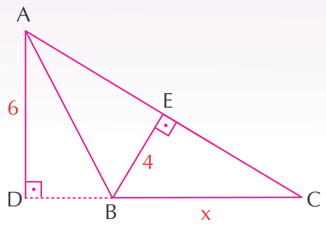
Yukarıdaki verilere göre, Alan(ADC) kaç cm^2 dir?

A) $16\sqrt{3}$ B) $20\sqrt{3}$ C) $24\sqrt{3}$ D) $28\sqrt{3}$ E) $32\sqrt{3}$

A - C - E / A - B - B / E - D - C / C - B - E

GENEL TEKRAR TESTİ

1.



ABC bir üçgen

[AD] ⊥ [DC]

[BE] ⊥ [AC]

|AC| = 12 cm

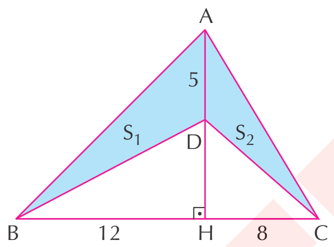
|BE| = 4 cm

|AD| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

2.



ABC bir üçgen

[AH] ⊥ [BC]

|AD| = 5 cm

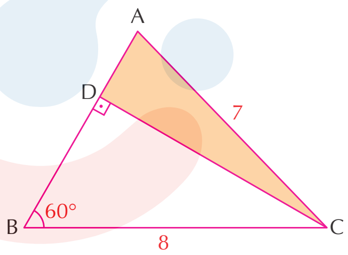
|BH| = 12 cm

|HC| = 8 cm

S_1 ve S_2 içinde bulundukları bölgelerin alanlarını gösterdiğine göre, $S_1 - S_2$ farkı kaç cm^2 dir?

A) 5 B) 10 C) 12 D) 15 E) 20

3.



ABC bir üçgen

[CD] ⊥ [AB]

$m(\widehat{ABC}) = 60°$

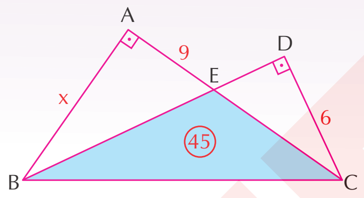
|AC| = 7 cm

|BC| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ADC) kaç cm^2 dir?

A) $2\sqrt{3}$ B) 6 C) $4\sqrt{3}$ D) 8 E) $8\sqrt{3}$

4.



ABC ve DBC dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

[BD] ⊥ [DC]

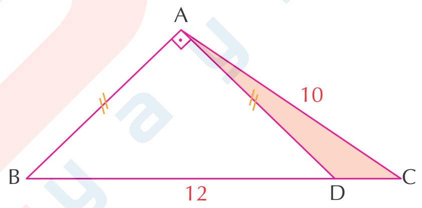
|AE| = 9 cm

|DC| = 6 cm

Alan(EBC) = 45 cm^2 olduğuna göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) 18 B) 16 C) 15 D) 13 E) 12

5.



ABC bir üçgen

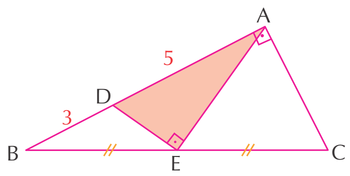
[BA] ⊥ [AD]

|AB| = |AD|, |BD| = 12 cm ve |AC| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ADC) kaç cm^2 dir?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

6.



ABC bir dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

[DE] ⊥ [EA]

|BE| = |EC|

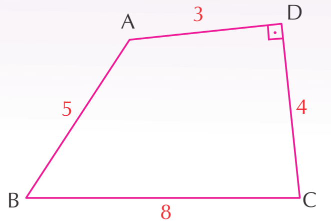
|BD| = 3 cm

|DA| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(DEA) kaç cm^2 dir?

A) 10 B) 8 C) 6 D) 5 E) 4

7.



ABCD bir dörtgen

[AD] ⊥ [DC]

|AD| = 3 cm

|DC| = 4 cm

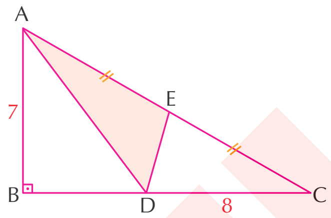
|AB| = 5 cm

|BC| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 36 B) 30 C) 24 D) 18 E) 12

8.



ABC dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

|AE| = |EC|

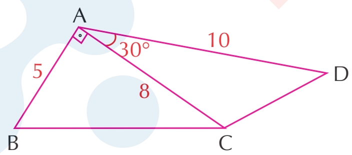
|AB| = 7 cm

|DC| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ADE) kaç cm^2 dir?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 21 E) 28

9.



BAC dik üçgen,

m($\widehat{BAC}$) = 90°

m($\widehat{CAD}$) = 30°

|AB| = 5 cm

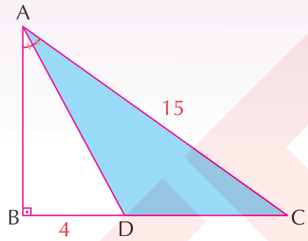
|AC| = 8 cm

|AD| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, $\dfrac{\text{Alan(ABC)}}{\text{Alan(ACD)}}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

10.



ABC bir üçgen

[AB] ⊥ [BC]

[AD] açıortay

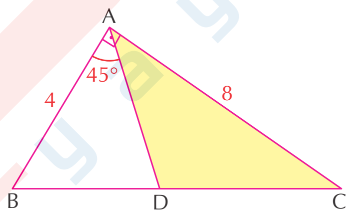
|BD| = 4 cm

|AC| = 15 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ADC) kaç cm^2 dir?

A) 15 B) 22,5 C) 30 D) 37,5 E) 45

11.



ABC dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

m($\widehat{BAD}$) = 45°

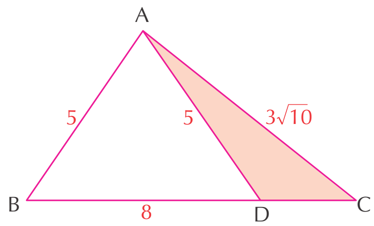
|AB| = 4 cm

|AC| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ADC) kaç cm^2 dir?

A) $\frac{32}{3}$ B) 10 C) 8 D) $\frac{22}{3}$ E) $\frac{16}{3}$

12.



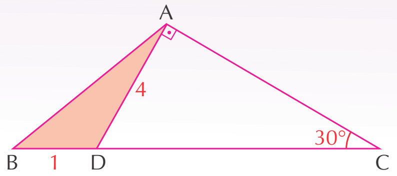
ABC bir üçgen

|AB| = |AD| = 5 cm, |BD| = 8 cm ve |AC| = $3\sqrt{10}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ADC) kaç cm^2 dir?

A) 15 B) 12,5 C) 10 D) 7,5 E) 5

13.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{ACB}) = 30°$

$[DA] \perp [AC]$

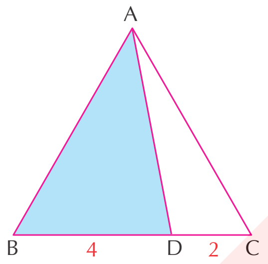
$|BD| = 1$ cm

$|AD| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, ABD üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) $2\sqrt{3}$

14.



ABC eşkenar üçgen

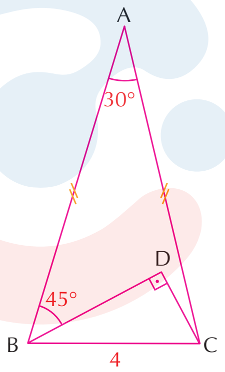
$|BD| = 4$ cm

$|DC| = 2$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABD) kaç cm^2 dir?

A) $3\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ D) $5\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{3}$

15.



ABC ikizkenar üçgen

$|AB| = |AC|$

$[BD] \perp [DC]$

$m(\widehat{BAC}) = 30°$

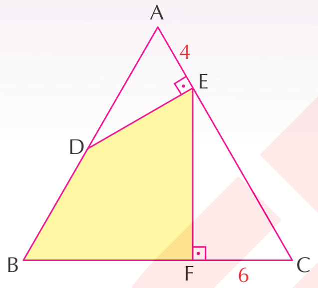
$m(\widehat{ABD}) = 45°$

$|BC| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(DBC) kaç cm^2 dir?

A) 2 B) 3 C) $2\sqrt{3}$ D) 4 E) $2\sqrt{6}$

16.



ABC eşkenar üçgen

$[DE] \perp [AC]$

$[EF] \perp [BC]$

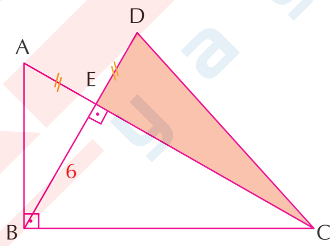
$|AE| = 4$ cm

$|FC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) $38\sqrt{3}$ B) $40\sqrt{3}$ C) $42\sqrt{3}$ D) $44\sqrt{3}$ E) $46\sqrt{3}$

17.



ABC dik üçgen

DBC bir üçgen

$[AB] \perp [BC]$

$[BD] \perp [AC]$

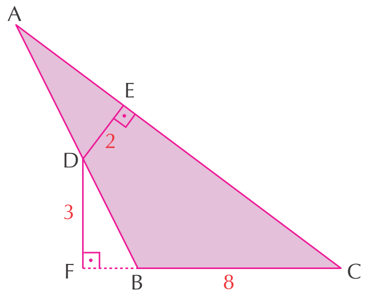
$|AE| = |ED|$

$|BE| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(DEC) kaç cm^2 dir?

A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 36

18.



ABC bir üçgen

$[DE] \perp [AC]$

$[DF] \perp [FC]$

$|AC| = 18$ cm

$|DE| = 2$ cm

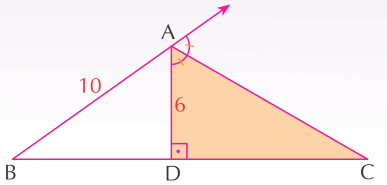
$|DF| = 3$ cm

$|BC| = 8$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABC) kaç cm^2 dir?

A) 30 B) 32 C) 36 D) 40 E) 45

19.



ABC bir üçgen

[AC] açıortay

[AD] ⊥ [BC]

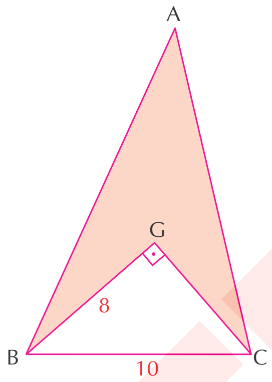
|AB| = 10 cm

|AD| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ADC) kaç cm^2 dir?

A) 24 B) 30 C) 36 D) 42 E) 48

20.



G, ABC üçgeninin ağırlık merkezi

[BG] ⊥ [GC]

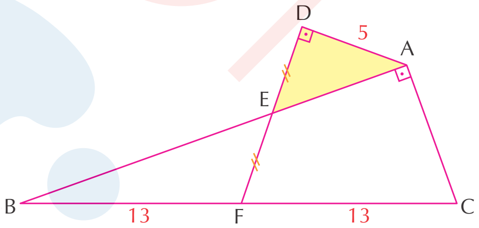
|BG| = 8 cm

|BC| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 24 B) 36 C) 40 D) 45 E) 48

21.



ABC ve ADE dik üçgen

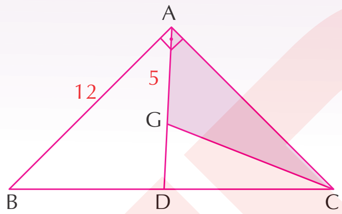
[BA] ⊥ [AC], [FD] ⊥ [DA]

|DE| = |EF|, |BF| = |FC| = 13 cm ve |AD| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ADE) kaç cm^2 dir?

A) 30 B) 25 C) 20 D) 15 E) 10

22.



ABC dik üçgen

G, ağırlık merkezi

[BA] ⊥ [AC]

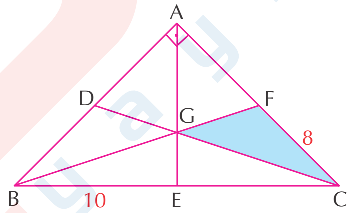
|AB| = 12 cm

|AG| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(AGC) kaç cm^2 dir?

A) 18 B) 20 C) 24 D) 28 E) 30

23.



ABC dik üçgen

G, ağırlık merkezi

[BA] ⊥ [AC]

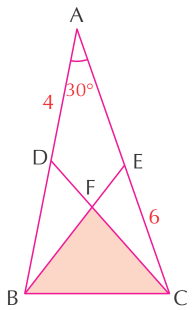
|BE| = 10 cm

|FC| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

24.



F, ABC üçgeninin ağırlık merkezi

m($\widehat{BAC}$) = 30°

|AD| = 4 cm

|EC| = 6 cm

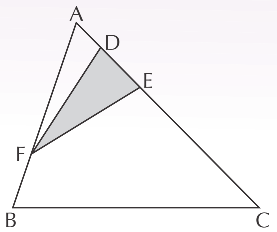
Yukarıdaki verilere göre, Alan(BFC) kaç cm^2 dir?

A) 16 B) 15 C) 12 D) 10 E) 8

B - B - A / E - B - D / D - B - B / C - A - D / A - E - C / A - C - A / C - E - D / A - B - E

SINAVLARDA (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) SORULMUŞ SORULAR

1.



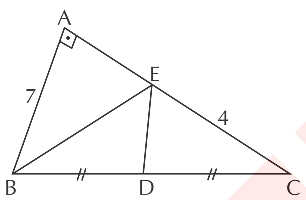
Yukarıdaki şekilde ABC üçgeninin alanı 36 cm^2 olduğuna göre, DFE üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

$\left(|DE| = \frac{|AC|}{5},\ |BF| = \frac{|AB|}{4}\right)$

A) 5 B) 9 C) $\frac{36}{5}$ D) $\frac{9}{5}$ E) $\frac{27}{5}$

(ÖYS 1987)

2.



$m(\widehat{BAC}) = 90°$

$|AB| = 7$ cm

$|EC| = 4$ cm

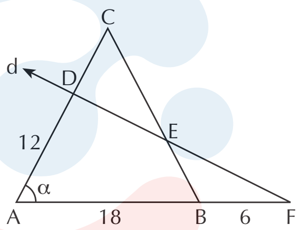
$|BD| = |DC|$

Şekildeki verilere göre, EBD üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

A) 3 B) 4 C) 7 D) 9 E) 11

(ÖYS 1995)

3.



ABC bir üçgen

$ABC \cap d = \{D, E\}$

$AB \cap d = \{F\}$

$|AB| = 18$ cm

$|BF| = 6$ cm

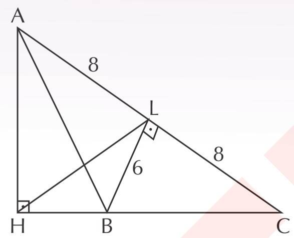
$|AD| = 12$ cm

Yukarıdaki şekilde Alan(CDE) = Alan(EBF) olduğuna göre, |AC| kaç cm dir?

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

(ÖSS 1996)

4.



$m(\widehat{AHC}) = 90°$

$m(\widehat{BLC}) = 90°$

$|AL| = |LC| = 8$ cm

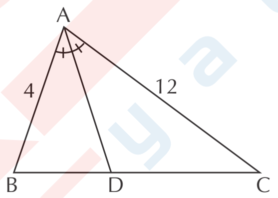
$|LB| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $\frac{|AH|}{|HL|}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{8}{5}$

(ÖYS 1997)

5.



Şekildeki ABC üçgeninde AD açıortaydır.

$|AB| = 4$ cm

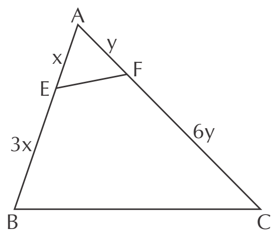
$|AC| = 12$ cm

Yukarıda verilenlere göre, $\widehat{ADC}$ nin alanı ABD nin alanının kaç katıdır?

A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 4

(ÖYS 1984)

6.



Yandaki şekilde

$\frac{|AE|}{|AB|} = \frac{1}{4}$

$\frac{|AF|}{|AC|} = \frac{1}{7}$

olduğuna göre, $\widehat{ABC}$ üçgeninin alanının, $\widehat{AEF}$ üçgeninin alanına oranı kaçtır?

A) 4 B) 7 C) 8 D) 14 E) 28

(ÖYS 1985)

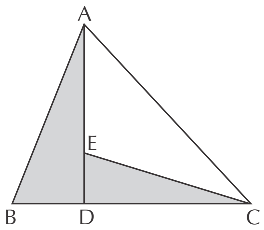
7. Bir eşkenar üçgenin çevresi, alanı 81 cm^2 olan bir karenin çevresine eşittir.

Bu eşkenar üçgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) $9\sqrt{3}$ B) $18\sqrt{3}$ C) $24\sqrt{3}$ D) $36\sqrt{3}$ E) $48\sqrt{3}$

(ÖSS 1996)

8.



Yandaki ABC üçgeninde

$|BC| = 6 \cdot |BD|$ ve

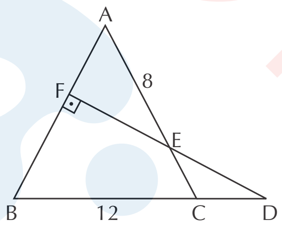
$|AD| = 5 \cdot |ED|$ dir.

Buna göre, taralı ABCE dörtgeninin alanının ABC üçgeninin alanına oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{5}$

(ÖSS 1999)

9.



$[DF] \perp [AB]$

$|BC| = 12$ cm

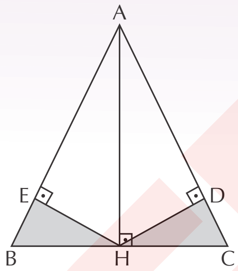
$|AE| = 8$ cm

Yukarıdaki şekilde ABC bir eşkenar üçgen olduğuna göre, $\frac{\text{Alan(ECD)}}{\text{Alan(AFE)}}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ E) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

(ÖSS 2003)

10.



ABC ikizkenar üçgen

$|AB| = |AC|$

$[AH] \perp [BC]$

$[HD] \perp [AC]$

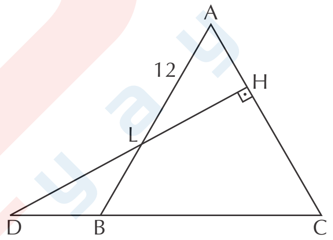
$[HE] \perp [AB]$

Yukarıdaki şekilde $|BC| = 4$ cm, $|AC| = 8$ cm olduğuna göre, taralı üçgenlerin toplam alanı kaç cm^2 dir?

A) 15 B) 17 C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{15}}{4}$

(ÖSS 2003)

11.



$[DH] \perp [AC]$

$[AB] \cap [DH] = \{L\}$

$|LA| = 12$ cm

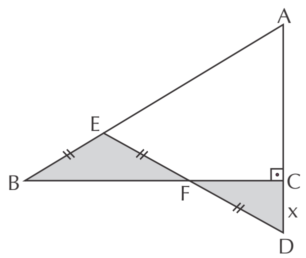
Yukarıdaki şekilde $A(DBL) = 16\sqrt{3}$ cm^2 olduğuna göre, ABC eşkenar üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

A) $110\sqrt{3}$ B) $100\sqrt{3}$ C) $80\sqrt{3}$

D) 70 E) 60

(ÖSS 1995)

12.



ABC bir üçgen

$BC \perp AD$

$|BE| = |EF| = |FD|$

$|CD| = x$

Şekildeki taralı bölgelerin alanları toplamı 12 cm^2 ve $|BC| = 8$ cm olduğuna göre, x kaç cm dir?

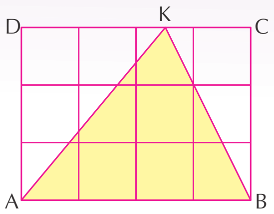
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) 3 E) 4

(ÖSS 2006)

E - C - C / D - C - E / D - A - B / E - B - D

SINAVLARDA SORULABİLECEK SORULAR

1.

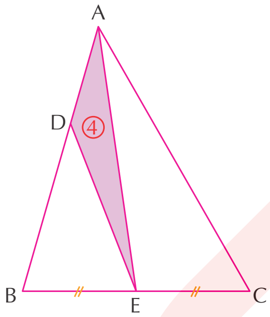


ABCD dikdörtgeni birim karelerden oluşmuştur.

Yukarıdaki verilere göre, Alan(KAB) kaç birimkaredir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

2.



ABC bir üçgen

$|BE| = |EC|$

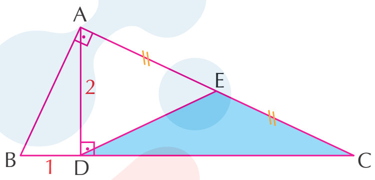
$\text{Alan}(ADE) = 4\ cm^2$

$|BD| = 2|AD|$

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABC) kaç cm^2 dir?

A) 12 B) 16 C) 18 D) 24 E) 32

3.



ABC dik üçgen

$[BA] \perp [AC]$

$[AD] \perp [BC]$

$|AE| = |EC|$

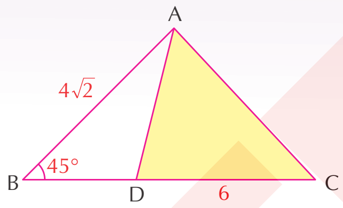
$|BD| = 1$ cm

$|AD| = 2$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(EDC) kaç cm^2 dir?

A) 1 B) 2 C) 4 D) $2\sqrt{5}$ E) 8

4.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{ABC}) = 45°$

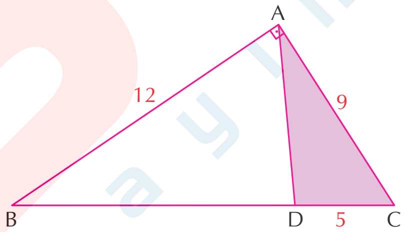
$|AB| = 4\sqrt{2}$ cm

$|DC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ADC) kaç cm^2 dir?

A) 4 B) 6 C) 12 D) 18 E) 24

5.



ABC dik üçgen

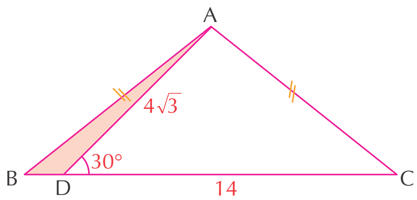
$[BA] \perp [AC]$

$|AB| = 12$ cm, $|AC| = 9$ cm ve $|DC| = 5$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ADC) kaç cm^2 dir?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 24 E) 30

6.



ABC ikizkenar üçgen

$|AB| = |AC|$, $m(\widehat{ADC}) = 30°$

$|AD| = 4\sqrt{3}$ cm ve $|DC| = 14$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABD) kaç cm^2 dir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) $2\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

B - D - B / C - C - D

KAZANMIŞ OLMAMIZ GEREKEN BİLGİ ve BECERİLER

	+	∓	−
Alan kavramını tanımlayabilme			
Herhangi bir üçgenin alanını hesaplayabilme			
Dik üçgenin, ikizkenar üçgenin ve eşkenar üçgenin alanını hesaplayabilme			
Geniş açılı üçgenlerin alanlarını hesaplayabilme			
Özel açılı üçgenlerin alanlarını hesaplayabilme			
Tabanları eşit iki üçgenin alanlarının yükseklikleriyle orantılı olduğunu bilme			
Yükseklikleri eşit iki üçgenin alanlarının tabanlarıyla orantılı olduğunu bilme			
Kenarortayların üçgeninin alanını eşit parçalara böldüğünü bilme			
Açıortayın özelliklerini üçgenin alanını hesaplarken kullanabilme			

06 BENZERLİK

- Benzerlik deyince aklınıza ne geliyor?
- Bir üçgen fotokopi makinesinde büyütülürse benzeri elde edilir.
- İki üçgenin benzer olduğunu nasıl anlarız, anladığımızda ne yaparız?
- Kelebek benzerliği
- Benzerlik teoremlerinden de haberdar olmak lazım.
- Eş üçgenlerin benzerlik oranı 1 dir.
- Benzer üçgenlerin alanları oranı benzerlik oranının karesidir.

YÖRÜNGEDEKİ KAVRAMLAR

- benzerlik s. 157
- benzerlik oranı s. 157
- eşlik s. 167

BENZERLİK

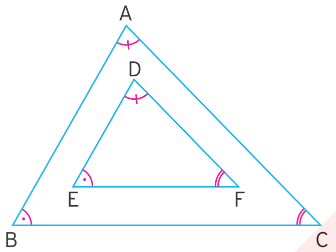
6.1 *Benzerlik deyince aklınıza ne geliyor?*

Bir fotoğraf ile onun büyütülmüş hali birbirinin benzeridir.

Farklı büyüklükteki iki eşkenar üçgen, iki kare ve iki çember de aynı şekilde birbirinin benzeridir.

Buna göre, "bir şeklin benzeri" denildiği zaman aklımıza o şeklin belli bir oranda büyütülmüş ya da küçültülmüş hali gelmelidir.

6.2 *Bir üçgen fotokopi makinesinde büyütülürse benzeri elde edilir.*



İki üçgen arasında yapılan eşlemede karşılıklı açılar eşit ve karşılıklı kenarlar orantılı ise bu üçgenlere benzer üçgenler denir.

Yukarıdaki şekilde, ABC üçgeni DEF üçgeninin büyütülmüş halidir.

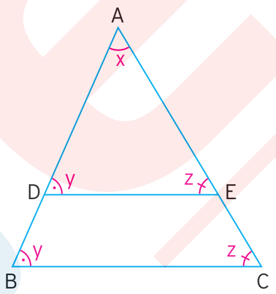
Burada $m(\widehat{A}) = m(\widehat{D})$, $m(\widehat{B}) = m(\widehat{E})$ ve $m(\widehat{F}) = m(\widehat{C})$ olduğundan ABC ve DEF üçgenleri benzerdir. Bu durum, $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$ şeklinde gösterilip "ABC üçgeni ile DEF üçgeni benzerdir" diye okunur. Benzer üçgenlerin kenarları orantılı olduğundan

$\dfrac{|AB|}{|DE|} = \dfrac{|AC|}{|DF|} = \dfrac{|BC|}{|EF|} = k$ eşitliği yazılır.

Buradaki k sayısına "benzerlik oranı" denir.

6.3 *İki üçgenin benzer olduğunu nasıl anlarız, anladığımızda ne yaparız?*

1. İki üçgenin açıları eşitse bu üçgenler benzerdir.



ABC üçgeninde

[DE] // [BC] ise,

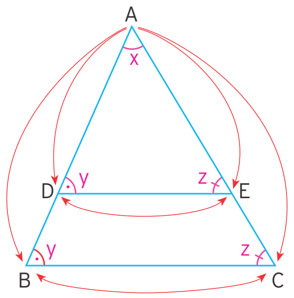
$m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{ABC}) = y$ (yöndeş açılar eşittir.)

$m(\widehat{AED}) = m(\widehat{ACB}) = z$ (yöndeş açılar eşittir.)

$m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{BAC}) = x$ (ortak açı)

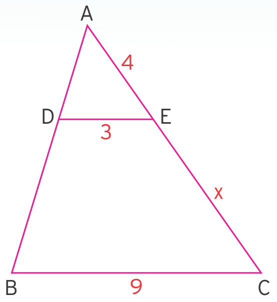
ADE ve ABC üçgenlerinin açı ölçüleri sırasıyla x, y, z olduğundan, yani bu üçgenlerin açıları eşit olduğundan $\overset{\triangle}{ADE} \sim \overset{\triangle}{ABC}$ dir.

Üçgenlerin benzer olduklarını farkettikten sonra, eş açıların karşılarındaki uzunlukları sırasını bozmadan birbirine oranlarız.



$$\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|BC|}$$

örnek soru



ABC bir üçgen

[DE] // [BC]

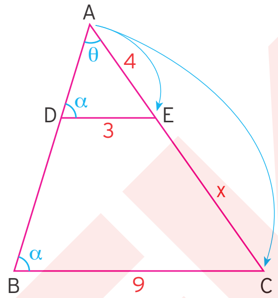
|DE| = 3 cm

|BC| = 9 cm

|AE| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |EC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



DE // BC olduğundan $\widehat{ADE} \sim \widehat{ABC}$ dir.

Bu durumda

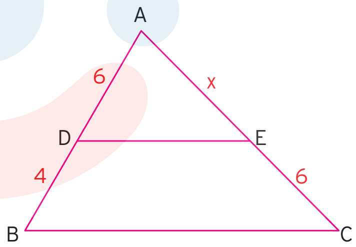
$$\frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|BC|} \Rightarrow \frac{4}{4+x} = \frac{3}{9}$$

$$\frac{4}{4+x} = \frac{1}{3}$$

$$12 = 4 + x$$

$x = 8$ cm bulunur.

örnek soru



ABC bir üçgen

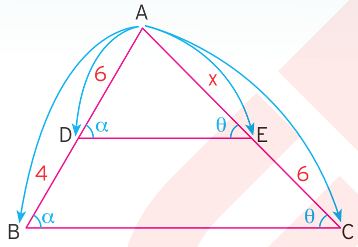
[DE] // [BC]

|AD| = |EC| = 6 cm

|DB| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AE| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[DE] // [BC] olduğundan $\widehat{ADE} \sim \widehat{ABC}$ dir.

Bu durumda, $\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|AE|}{|AC|} \Rightarrow \frac{6}{6+4} = \frac{x}{x+6}$

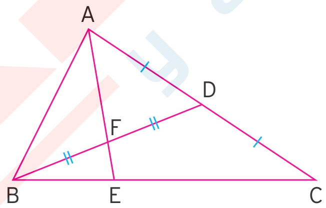
$$\frac{3}{5} = \frac{x}{x+6}$$

$$5x = 3x + 18$$

$$2x = 18$$

$x = 9$ cm bulunur.

örnek soru



ABC bir üçgen

|AD| = |DC|

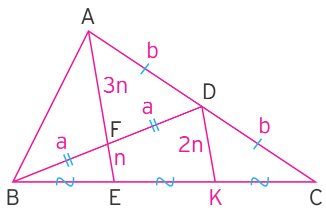
|BF| = |FD|

Yukarıdaki verilere göre, $\frac{|AF|}{|FE|}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{8}{3}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

(YGS 2011)

çözüm



[DK] // [FE] olacak şekilde [DK] çizilirse, $\widehat{BFE} \sim \widehat{BDK}$ olur.

Bu durumda, $\frac{|BF|}{|BD|} = \frac{|FE|}{|DK|} \Rightarrow \frac{a}{2a} = \frac{|FE|}{|DK|}$

yani, $\frac{|FE|}{|DK|} = \frac{1}{2}$ olur.

Buna göre, |FE| = n alırsak |DK| = 2n olur. Aynı şekilde [DK] // [AE] olduğundan $\widehat{CDK} \sim \widehat{CAE}$ olur.

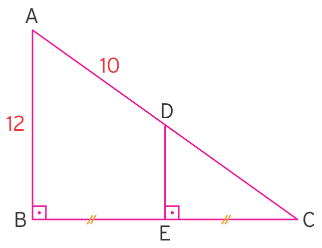
Bu durumda, $\dfrac{|CD|}{|CA|}=\dfrac{|DK|}{|AE|} \Rightarrow \dfrac{b}{2b}=\dfrac{2n}{|AE|}$

Buradan |AE| = 4n bulunur. Dolayısıyla, |AF| = 3n olur. O halde, sorunun cevabı

$\dfrac{|AF|}{|FE|}=\dfrac{3n}{n}=3$ bulunur.

Cevap E

örnek soru



ABC bir dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

[DE] ⊥ [BC]

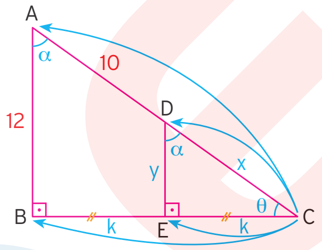
|BE| = |EC|

|AB| = 12 cm

|AD| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, DEC üçgeninin çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



Şekilde |CD| = x,
|DE| = y ve
|BE| = |EC| = k
olsun.

[AB] ve [DE] doğru parçalarının her ikisi de [BC] doğru parçasına dik olduğundan [DE] // [AB] dir. Bu durumda CDE ve CAB dik üçgenlerinin açıları eşittir. Dolayısıyla $\widehat{CDE} \sim \widehat{CAB}$ dir.

Buna göre,

$\dfrac{|CD|}{|CA|}=\dfrac{|CE|}{|CB|}=\dfrac{|DE|}{|AB|} \Rightarrow \dfrac{x}{x+10}=\dfrac{k}{2k}=\dfrac{y}{12}$ olur.

$\dfrac{x}{x+10}=\dfrac{k}{2k}$ ise,

$\dfrac{x}{x+10}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow$

$2x=x+10$

$x=10$ cm bulunur.

$\dfrac{y}{12}=\dfrac{k}{2k}$ ise, $\dfrac{y}{12}=\dfrac{1}{2}$

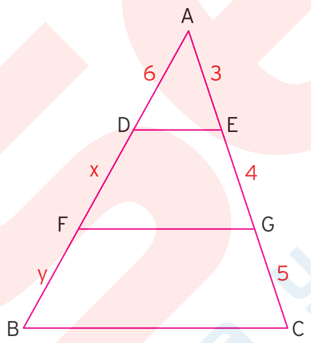
$2y=12$

$y=6$ cm bulunur.

x = 10 cm ve y = 6 cm ise, pisagor bağıntısıyla k = 8 cm bulunur.

Bu durumda Çevre(DEC) = 10 + 6 + 8 = 24 cm dir.

örnek soru



ABC bir üçgen

[DE] // [FG] // [BC]

|AD| = 6 cm

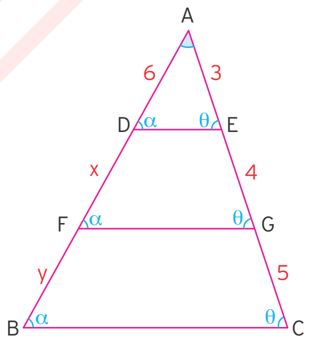
|AE| = 3 cm

|EG| = 4 cm

|GC| = 5 cm

|DF| = x ve |FB| = y olduğuna göre, y − x farkının kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[DE] // [FG] olduğundan $\widehat{ADE} \sim \widehat{AFG}$ olur.

Buna göre,

$\dfrac{|AD|}{|AF|}=\dfrac{|AE|}{|AG|} \Rightarrow \dfrac{6}{6+x}=\dfrac{3}{3+4} \Rightarrow 18+3x=42$

$\Rightarrow 3x=24 \Rightarrow x=8$ cm bulunur.

[FG] // [BC] olduğundan $\widehat{AFG} \sim \widehat{ABC}$ olur. Buna göre,

$\dfrac{|AF|}{|AB|}=\dfrac{|AG|}{|AC|} \Rightarrow \dfrac{6+x}{6+x+y}=\dfrac{7}{7+5}$ (x i 8 bulmuştuk.)

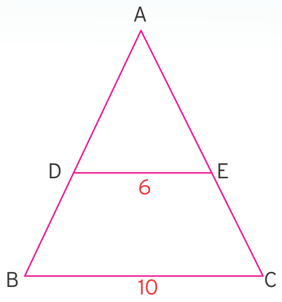
$\dfrac{6+8}{6+8+y}=\dfrac{7}{12} \Rightarrow \dfrac{14}{14+y}=\dfrac{7}{12} \Rightarrow$

$\dfrac{2}{14+y}=\dfrac{1}{12} \Rightarrow 14+y=24$

$y=10$ cm bulunur.

O halde y − x farkı 10 − 8 = 2 cm bulunur.

örnek soru



ABC bir üçgen

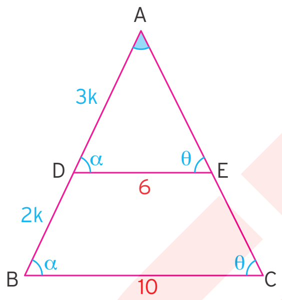
[DE] // [BC]

|DE| = 6 cm

|BC| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, $\frac{|AD|}{|DB|}$ oranının kaç olduğunu bulalım.

çözüm



[DE] // [BC] olduğundan $\widehat{ADE} \sim \widehat{ABC}$ dir.

Buna göre,

$$\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|DE|}{|BC|} \Rightarrow$$

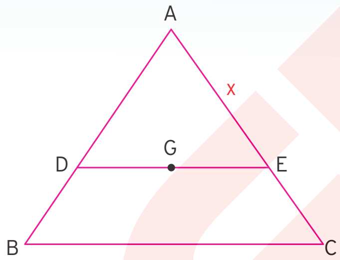
$$\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \text{ tir.}$$

$\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{3}{5}$ ise, |AD| = 3k iken |AB| = 5k olur.

Bu durumda |DB| = |AB| − |AD| = 5k − 3k = 2k

O halde $\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{3k}{2k} = \frac{3}{2}$ bulunur.

örnek soru



ABC bir üçgen

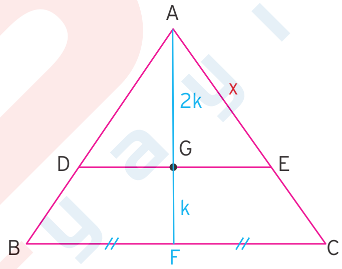
[DE] // [BC]

G ağırlık merkezi

|AC| = 12 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AE| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi olduğundan [AF] kenarortaydır. Bu durumda |AG| = 2|GF| yani |GF| = k iken |AG| = 2k dır.

[DE] // [BC] verildiğine göre $\widehat{AGE} \sim \widehat{AFC}$ dir.

Benzerlik uygulandığında,

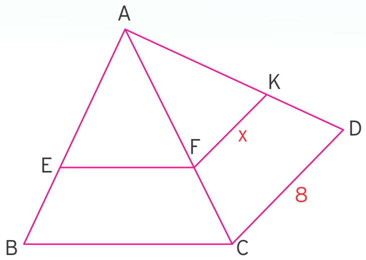
$$\frac{|AG|}{|AF|} = \frac{|AE|}{|AC|} \Rightarrow \frac{2k}{3k} = \frac{x}{12}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{12}$$

$$3x = 24$$

$x = 8$ cm bulunur.

örnek soru



ABC ve ACD birer üçgen

[EF] // [BC]

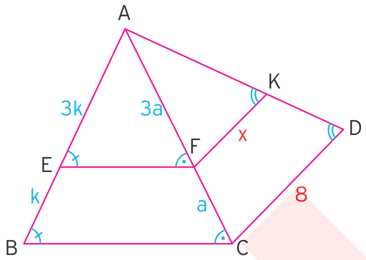
[FK] // [CD]

|AE| = 3|BE|

|CD| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, |FK| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[EF] // [BC] olduğundan $\widehat{AEF} \sim \widehat{ABC}$ dir.

|AE| = 3|BE| verildiğinden |BE| = k alınırsa |AE| = 3k olur.

$\widehat{AEF} \sim \widehat{ABC}$ ise, $\dfrac{|AE|}{|AB|} = \dfrac{|AF|}{|AC|} \Rightarrow \dfrac{3k}{4k} = \dfrac{|AF|}{|AC|}$ olur.

Bu durumda |AF| = 3a alınırsa, |AC| = 4a dolayısıyla |FC| = a olur.

[FK] // [CD] olduğundan $\widehat{AFK} \sim \widehat{ACD}$ dir.

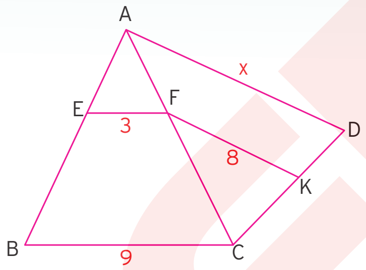
Buna göre,

$$\dfrac{|AF|}{|AC|} = \dfrac{|FK|}{|CD|} \Rightarrow \dfrac{3a}{4a} = \dfrac{x}{8}$$

$$\dfrac{3}{4} = \dfrac{x}{8}$$

$x = 6$ cm bulunur.

örnek soru



ABC ve ADC birer üçgen

[EF] // [BC]

[FK] // [AD]

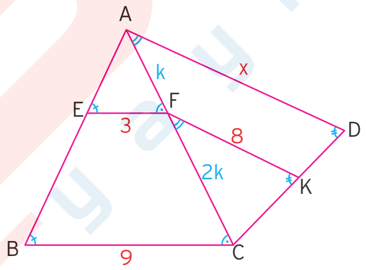
|EF| = 3 cm

|BC| = 9 cm

|FK| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AD| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[EF] // [BC] olduğundan $\widehat{AEF} \sim \widehat{ABC}$ dir.

Buna göre,

$$\dfrac{|EF|}{|BC|} = \dfrac{|AF|}{|AC|} \Rightarrow \dfrac{3}{9} = \dfrac{|AF|}{|AC|}$$

$$\Rightarrow \dfrac{|AF|}{|AC|} = \dfrac{1}{3} \text{ olur.}$$

Bu durumda |AF| = k alınırsa, |AC| = 3k, dolayısıyla |FC| = 2k olur.

[FK] // [AD] olduğundan $\widehat{CFK} \sim \widehat{CAD}$ dir.

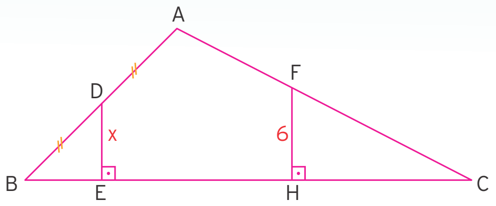
Buna göre,

$$\dfrac{|CF|}{|CA|} = \dfrac{|FK|}{|AD|} \Rightarrow \dfrac{2k}{3k} = \dfrac{8}{x}$$

$$\dfrac{8}{x} = \dfrac{2}{3}$$

$x = 12$ cm bulunur.

örnek soru



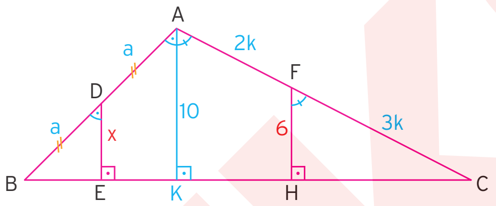
ABC bir üçgen

[DE] ⊥ [BC], [FH] ⊥ [BC]

|AD| = |BD|, 3|AF| = 2|FC|, |FH| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, |DE| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



|AD| = |BD| = a olsun.

3|AF| = 2|FC| verildiğine göre, |FC| = 3k alınırsa |AF| = 2k alınır.

[AK] ⊥ [BC] olacak şekilde [AK] çizilirse, [FH] // [AK] olur.

Bu durumda $\widehat{CFH} \sim \widehat{CAK}$ dir. Buna göre,

$$\frac{|CF|}{|CA|}=\frac{|FH|}{|AK|} \Rightarrow \frac{3k}{5k}=\frac{6}{|AK|} \Rightarrow \frac{6}{|AK|}=\frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow 3|AK|=30$$

$$|AK|=10 \text{ cm olur.}$$

Ayrıca, [DE] // [AK] olduğundan $\widehat{BDE} \sim \widehat{BAK}$ dir.

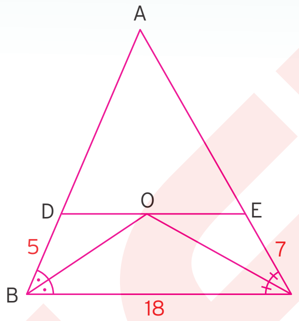
Buna göre,

$$\frac{|BD|}{|BA|}=\frac{|DE|}{|AK|} \Rightarrow \frac{a}{2a}=\frac{x}{10} \Rightarrow \frac{x}{10}=\frac{1}{2}$$

$$2x=10$$

$$x=5 \text{ cm bulunur.}$$

örnek soru



ABC bir üçgen

[BO] ve [CO] açıortay

[DE] // [BC]

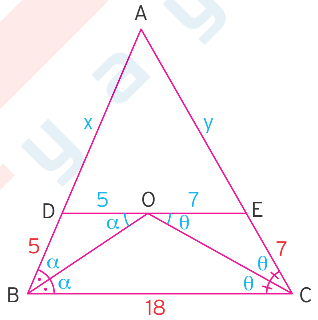
|BD| = 5 cm

|EC| = 7 cm

|BC| = 18 cm

Yukarıdaki verilere göre, ADE üçgeninin çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[BO] ve [CO] açıortay olduğundan $m(\widehat{DBO}) = m(\widehat{OBC}) = \alpha$ ve $m(\widehat{ECO}) = m(\widehat{OCB}) = \theta$ olsun.

[DE] // [BC] olduğundan $m(\widehat{DOB}) = m(\widehat{OBC}) = \alpha$ ve $m(\widehat{EOC}) = m(\widehat{OCB}) = \theta$ olur. (İç ters açılar eşittir.) Bu durumda |DO| = |DB| = 5 cm ve |EO| = |EC| = 7 cm olur.

[DE] // [BC] olduğundan $\widehat{ADE} \sim \widehat{ABC}$ dir. Bu durumda

$$\frac{|AD|}{|AB|}=\frac{|DE|}{|BC|}=\frac{|AE|}{|AC|} \Rightarrow \frac{x}{x+5}=\frac{12}{18}=\frac{y}{y+7}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+5}=\frac{12}{18} \text{ ise}$$

$$\frac{x}{x+5}=\frac{2}{3} \Rightarrow 3x=2x+10$$

$$\Rightarrow x=10 \text{ cm olur.}$$

$$\frac{12}{18}=\frac{y}{y+7} \text{ ise, } \frac{2}{3}=\frac{y}{y+7} \Rightarrow 3y=2y+14$$

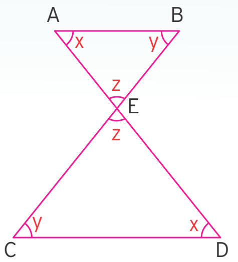
$$\Rightarrow y=14 \text{ cm olur.}$$

O halde, Çevre(ADE) = |AD| + |AE| + |DE|

= 10 + 14 + 12 = 36 cm bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 1, 2, 5, 6 / Genel Tekrar Testi 6, 13 nolu soruları hemen çözelim.

6.4 Kelebek benzerliği



Şekilde [AB] // [CD] ise,

$m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{EDC}) = x$

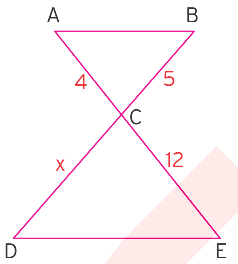
$m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{DCE}) = y$

$m(\widehat{AEB}) = m(\widehat{DEC}) = z$

olur.

Bu durumda $\widehat{ABE} \sim \widehat{DCE}$ dir. Bu benzerliği bazıları "kelebek benzerliği" bazıları ise "kum saati benzerliği" olarak isimlendirmektedir. Bu benzerliğe göre, $\frac{|AB|}{|DC|} = \frac{|AE|}{|DE|} = \frac{|BE|}{|CE|}$ eşitlikleri yazılır.

örnek soru



[AB] // [DE]

[AE] ∩ [BD] = {C}

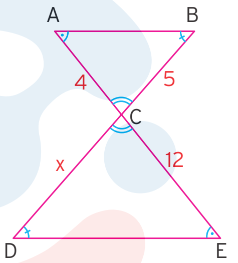
|AC| = 4 cm

|BC| = 5 cm

|CE| = 12 cm

Yukarıdaki verilere göre, |CD| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



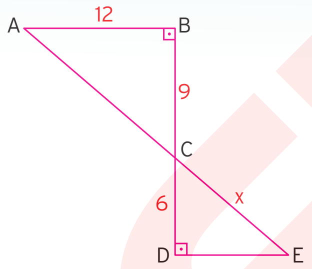
[AB] // [DE] olduğundan $\widehat{ABC} \sim \widehat{EDC}$ dir.

Buna göre, eş açıların karşılarındaki uzunluklar birbirine oranlanırsa,

$$\frac{|AC|}{|EC|} = \frac{|BC|}{|DC|} \Rightarrow \frac{4}{12} = \frac{5}{x} \Rightarrow 4x = 60$$

$$\Rightarrow x = 15 \text{ cm bulunur.}$$

örnek soru



[AB] ⊥ [BD]

[BD] ⊥ [DE]

A, C, E doğrusal

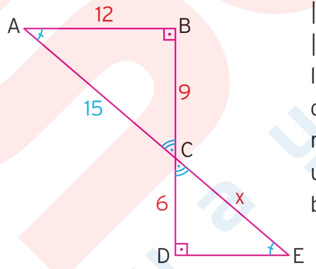
|AB| = 12 cm

|BC| = 9 cm

|CD| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, |CE| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



|CE| = x i bulmak için |AC| uzunluğunun bilinmesi gerekir. Bu nedenle, ABC dik üçgeninde pisagor teoremi uygulayarak |AC| yi bulalım.

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

$|AC|^2 = 12^2 + 9^2$

$|AC|^2 = 225 \Rightarrow |AC| = 15$ cm olur. (9 - 12 - 15 üçgeni)

[AB] ve [DE] doğru parçalarının her ikisi de [BD] doğru parçasına dik olduğundan [AB] // [DE] dir. Bu durumda $\widehat{ABC} \sim \widehat{EDC}$ olur.

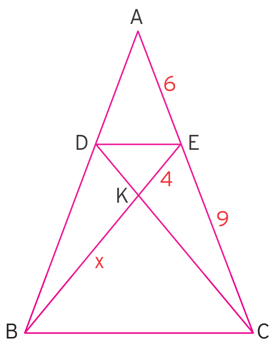
Buna göre,

$$\frac{|BC|}{|DC|} = \frac{|AC|}{|EC|} \Rightarrow \frac{9}{6} = \frac{15}{x} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{15}{x}$$

$$\Rightarrow 3x = 30$$

$$\Rightarrow x = 10 \text{ cm bulunur.}$$

örnek soru



ABC bir üçgen

[DE] // [BC]

[DC] ∩ [EB] = {K}

|AE| = 6 cm

|EC| = 9 cm

|EK| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BK| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

[DE] // [BC] olduğundan $\widehat{ADE} \sim \widehat{ABC}$ dir.

Buna göre, $\dfrac{|DE|}{|BC|} = \dfrac{|AE|}{|AC|} \Rightarrow \dfrac{|DE|}{|BC|} = \dfrac{6}{15} = \dfrac{2}{5}$ tir.

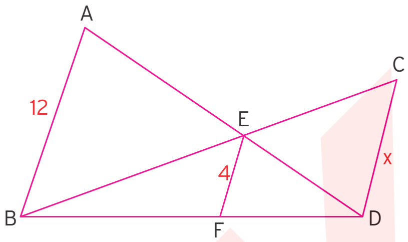
[DE] // [BC] olması DEK ve CBK üçgenlerinin de benzer olmasını sağlar.

Buna göre,

$$\frac{|DE|}{|CB|} = \frac{|EK|}{|BK|} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{4}{x} \Rightarrow 2x = 20$$

$$\Rightarrow \quad x = 10 \text{ cm} \quad \text{bulunur.}$$

örnek soru

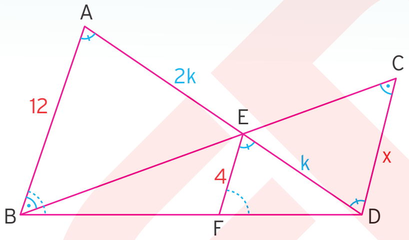


[AB] // [CD] // [EF] , [AD] ∩ [BC] = {E}

B, F, D doğrusal, |AB| = 12 cm ve |EF| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |CD| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[AB] // [EF] olduğundan $\widehat{DEF} \sim \widehat{DAB}$ dir.

Buna göre,

$$\frac{|EF|}{|AB|} = \frac{|DE|}{|DA|} \Rightarrow \frac{4}{12} = \frac{|DE|}{|DA|} \Rightarrow \frac{|DE|}{|DA|} = \frac{1}{3} \text{ olur.}$$

Buna göre, |DE| = k alınırsa, |DA| = 3k, dolayısıyla |AE| = 2k olur.

[AB] // [CD] olduğundan $\widehat{CDE} \sim \widehat{BAE}$ dir.

Buna göre,

$$\frac{|CD|}{|BA|} = \frac{|DE|}{|AE|} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{k}{2k} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6 \text{ cm}$$

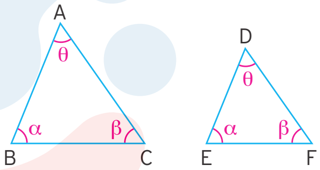
bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 3, 4, 10 / Genel Tekrar Testi 5, 21 nolu soruları hemen çözelim.

6.5 *Benzerlik teoremlerinden de haberdar olmak lazım.*

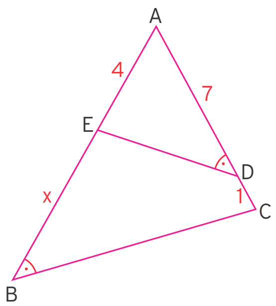
1. A, A, A (Açı – Açı – Açı) benzerlik teoremi

İki üçgenin karşılıklı olarak tüm açıları eşitse bu üçgenin karşılıklı kenarları arasında sabit bir oran vardır, yani bu üçgenler benzerdir.



$\Rightarrow \widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ dir.

örnek soru



ABC bir üçgen

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ADE})$

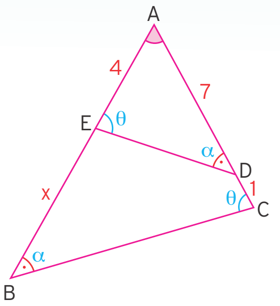
|AE| = 4 cm

|AD| = 7 cm

|DC| = 1 cm

Yukarıdaki verilere göre, |EB| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ADE ve ABC üçgenlerinde A açısı ortak ve

$m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{ABC}) = \alpha$ olduğundan

$m(\widehat{AED}) = m(\widehat{ACB}) = \theta$ olur.

(Çünkü ikişer açısı eşit olan üçgenlerin üçüncü açıları da eşit olur.)

O halde, $\overset{\triangle}{ADE} \sim \overset{\triangle}{ABC}$ dir.

Buna göre, eş açıları gören kenarlar oranlanırsa,

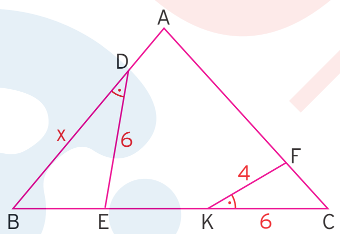
$$\frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|AD|}{|AB|} \Rightarrow \quad \frac{4}{8} = \frac{7}{4+x}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{7}{4+x}$$

$$4+x = 14$$

$x = 10$ cm bulunur.

örnek soru



ABC ikizkenar üçgen

$|AB| = |AC|$

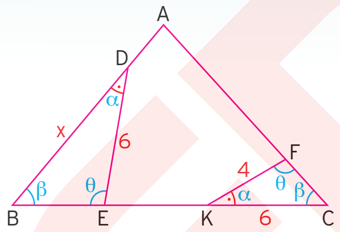
$m(\widehat{BDE}) = m(\widehat{FKC})$

$|ED| = |KC| = 6$ cm

$|KF| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |BD| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



$m(\widehat{BDE}) = m(\widehat{FKC}) = \alpha$ (soruda veriliyor.)

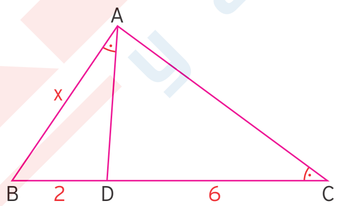
$|AB| = |AC|$ olduğundan $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ACB}) = \beta$ olur.

İkişer açısı eşit olan üçgenlerin üçüncü açıları da eş olacağı için $m(\widehat{BED}) = m(\widehat{KFC}) = \theta$ olur.

O halde, $\overset{\triangle}{DBE} \sim \overset{\triangle}{KCF}$ dir. Buna göre,

$$\frac{|DB|}{|KC|} = \frac{|DE|}{|KF|} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{6}{4} \Rightarrow 4x = 36 \Rightarrow x = 9 \text{ cm olur.}$$

örnek soru



ABC bir üçgen

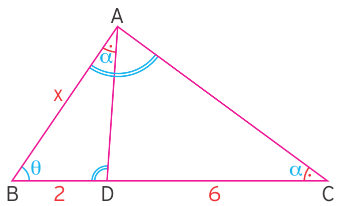
$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{ACB})$

$|BD| = 2$ cm

$|DC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |AB| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ABD ve ABC üçgenlerinde B açısı ortak ve

$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{ACB}) = \alpha$ olduğundan bu üçgenlerin üçüncü açıları da eşittir.

$m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{BAC})$

Açıları eşit olan ABD ve ABC üçgenlerinin benzerliği

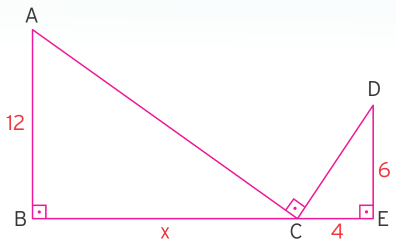
$\overset{\triangle}{ABD} \sim \overset{\triangle}{CBA}$ şeklinde yazılır.

Buna göre,

$$\frac{|AB|}{|CB|} = \frac{|BD|}{|BA|} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{2}{x}$$

$x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$ cm bulunur

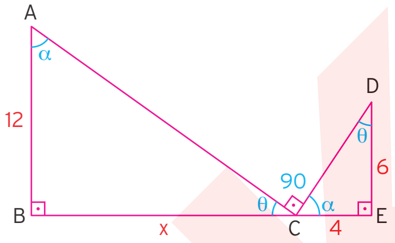
örnek soru



Şekilde
$[AB] \perp [BE]$
$[DE] \perp [BE]$
$[AC] \perp [CD]$
$|AB| = 12$ cm
$|DE| = 6$ cm
$|CE| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ABC dik üçgeninde

$m(\widehat{BAC}) = \alpha$ ve $m(\widehat{ACB}) = \theta$ olsun.

Bu durumda $\alpha + \theta = 90°$ olur.

$m(\widehat{ACD}) = 90°$ olduğundan $m(\widehat{DCE}) = \alpha$ olur. (Çünkü $\theta + 90° + \alpha = 180°$ dir.)

DCE üçgeninde $m(\widehat{DCE}) = \alpha$ ise, $m(\widehat{CDE}) = \theta$ olmalıdır.

ABC ve DCE üçgenlerinin açıları eşit olduğundan, bu üçgenlerin benzerliği $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{CED}$ şeklinde yazılır.

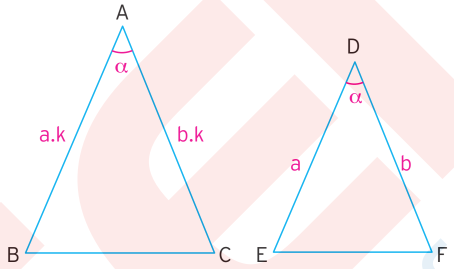
Buna göre,

$$\frac{|AB|}{|CE|} = \frac{|BC|}{|ED|} \Rightarrow \frac{12}{4} = \frac{x}{6} \Rightarrow 4x = 72$$

$x = 18$ cm bulunur.

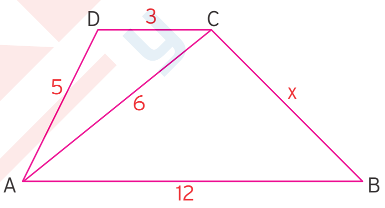
2. K, A, K (Kenar – Açı – Kenar) benzerlik teoremi

İki üçgenin karşılıklı iki kenarı orantılı ve bu kenarlar arasında olan açıları eşit ise bu üçgenler benzerdir.



$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|DF|}$ iken, $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{EDF})$ ise, $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$ dir.

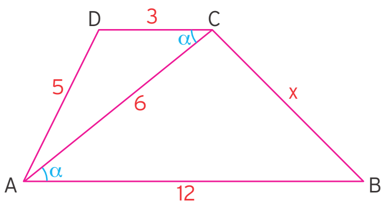
örnek soru



Şekilde
$[DC] \mathbin{//} [AB]$
$|DC| = 3$ cm
$|DA| = 5$ cm
$|AC| = 6$ cm
$|AB| = 12$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



$[DC] \mathbin{//} [AB]$ olduğundan $m(\widehat{DCA}) = m(\widehat{CAB}) = \alpha$ dır.

DCA ve CAB üçgenlerinde $\frac{|DC|}{|CA|} = \frac{|CA|}{|AB|}$ yani $\frac{3}{6} = \frac{6}{12}$

olduğundan $\overset{\triangle}{DCA} \sim \overset{\triangle}{CAB}$ yazılabilir.

Buna göre, $\frac{|DC|}{|CA|} = \frac{|DA|}{|CB|} \Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{5}{x}$

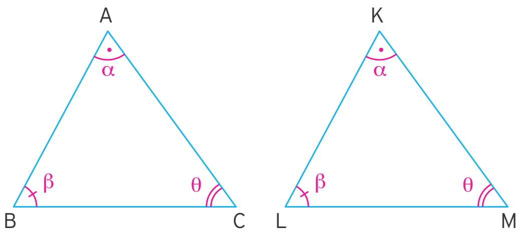
$\Rightarrow 3x = 30$

$\Rightarrow$ $x = 10$ cm bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 2 2, 5, 6, 7 / Genel Tekrar Testi 1, 12 nolu soruları hemen çözelim.

6.6 Eş üçgenlerin benzerlik oranı 1 dir.

İki üçgen arasında yapılan eşlemede karşılıklı kenarlar ve açılar eşitse bu üçgenlere eş üçgenler denir. Üçgenlerin eşliği $\cong$ sembolü ile gösterilir.



Yukarıdaki ABC ve KLM üçgenleri için

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{K})$ $\quad |BC| = |LM|$

$m(\widehat{B}) = m(\widehat{L})$ $\quad |AC| = |KM|$

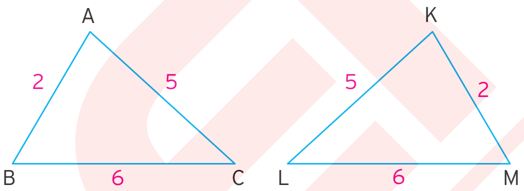
$m(\widehat{C}) = m(\widehat{M})$ $\quad |AB| = |KL|$

eşitlikleri sağlanıyorsa $\widehat{ABC} \cong \widehat{KLM}$ dir.

Üçgenlerde Eşlik Teoremleri

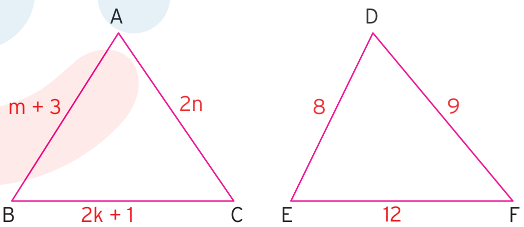
1. Kenar - Kenar - Kenar (K.K.K) Eşlik Teoremi

İki üçgenin karşılıklı olarak bütün kenar uzunlukları birbirine eşitse bu üçgenler eştir. Dolayısıyla bu üçgenlerin açıları da eştir.



Şekildeki ABC ve KML üçgenleri kenar uzunlukları eşit olduğundan eştir.
Bu üçgenlerin eşliği $\widehat{ABC} \cong \widehat{KML}$ şeklinde gösterilir.
Dolayısıyla bu üçgenlerin açıları da eştir.
$m(\widehat{A}) = m(\widehat{K})$, $m(\widehat{B}) = m(\widehat{M})$, $m(\widehat{C}) = m(\widehat{L})$

örnek soru



Yukarıdaki şekilde $\widehat{ABC} \cong \widehat{EDF}$ olduğuna göre, m + n + k toplamının kaç birim olduğunu bulalım.

çözüm

$\widehat{ABC} \cong \widehat{EDF}$ olduğuna göre,

$|AB| = |ED| \Rightarrow m + 3 = 8 \Rightarrow m = 5$ br

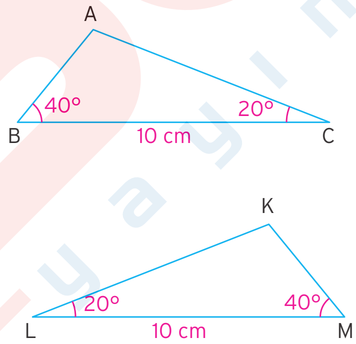
$|AC| = |EF| \Rightarrow 2n = 12 \Rightarrow n = 6$ br

$|BC| = |DF| \Rightarrow 2k + 1 = 9 \Rightarrow k = 4$ br

O halde, $m + n + k = 5 + 6 + 4 = 15$ br bulunur.

2. Açı - Kenar - Açı (A.K.A) Eşlik Teoremi

Üçgenlerin birer kenarları ve bu kenarların uçlarındaki açıların ölçüleri eşit olan üçgenler eştir.



Şekilde, $\quad m(\widehat{B}) = m(\widehat{M}) = 40°$

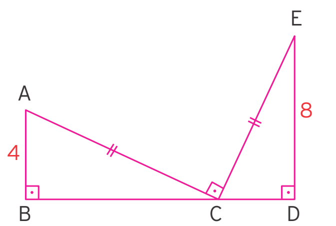
$m(\widehat{C}) = m(\widehat{L}) = 20°$

$|BC| = |ML| = 10$ cm olduğundan A.K.A eşlik teoremine göre,

$\widehat{ABC} \cong \widehat{KML}$ dir.

Dolayısıyla $m(\widehat{A}) = m(\widehat{K})$, $|AB| = |KM|$ ve $|AC| = |KL|$ dir.

örnek soru



B, C, D doğrusal noktalar

$[AB] \perp [BC]$

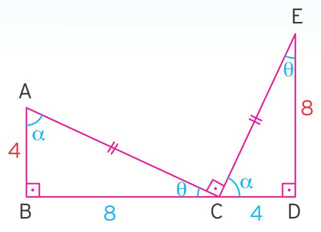
$[ED] \perp [BD]$

$[AC] \perp [CE]$

$|AC| = |CE|$

$|AB| = 4$ cm ve $|ED| = 8$ cm olduğuna göre, $|BD|$ nin kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ABC dik üçgeninde

$m(\widehat{BAC}) = \alpha$ ve $m(\widehat{ACB}) = \theta$ alınırsa

$m(\widehat{ECD}) = \alpha$ olur. (θ ile α tümler açılar)

Dolayısıyla, $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{DCE}) = \alpha$ ve

$m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{CED}) = \theta$ olduğundan

(A.K.A) eşlik teoremine göre,

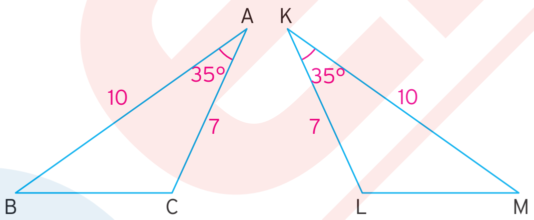
$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{CDE}$ olur.

Dolayısıyla |AB| = |CD| = 4 cm, |BC| = |DE| = 8 cm olur.

O halde, |BD| = |BC| + |CD| = 8 + 4 = 12 cm bulunur.

3. Kenar - Açı - Kenar (K.A.K) Eşlik Teoremi

İkişer kenar uzunlukları ve bu kenarların arasındaki açıların ölçüleri eşit olan üçgenler eştir.



Şekilde, |AB| = |KM| = 10 cm

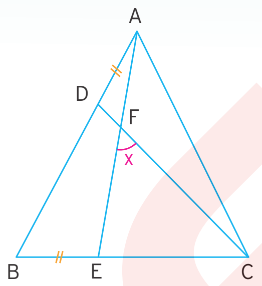
|AC| = |KL| = 7 cm

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{K}) = 35°$

olduğundan K.A.K eşlik teoremine göre,
$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{KML}$ dir.

Dolayısıyla |BC| = |LM|, $m(\widehat{B}) = m(\widehat{M})$ ve $m(\widehat{C}) = m(\widehat{L})$ dir.

örnek soru

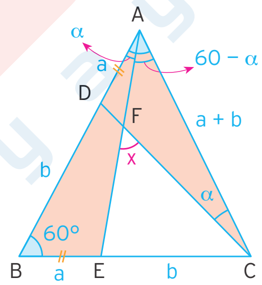


ABC eşkenar üçgen

[AE] ∩ [DC] = {F}

|AD| = |BE| olduğuna göre, $m(\widehat{EFC}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



ABC eşkenar üçgen olduğundan

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = 60°$ dir.

ADC ve BEA üçgenlerinde

|AD| = |BE| = a

|AC| = |BA| = a + b ve

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B})$ olduğundan K.A.K eşlik teoremine göre,
$\overset{\triangle}{ADC} \cong \overset{\triangle}{BEA}$ dir.

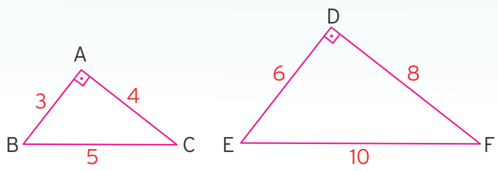
Dolayısıyla $m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{BAE}) = \alpha$ olur. Bu durumda $m(\widehat{FAC}) = 60° - \alpha$ olur.

FAC üçgeninde iki iç açının toplamı, kendilerine komşu olmayan dış açıya eşit olduğundan
$m(\widehat{EFC}) = m(\widehat{FAC}) + m(\widehat{ACD})$

$x = 60° - \alpha + \alpha = 60°$ bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 2 3, 4 / Genel Tekrar Testi 3, 4 nolu soruları hemen çözelim.

6.7 *Benzer üçgenlerin alanları oranı benzerlik oranının karesidir.*



Şekildeki ABC ve DEF üçgenleri benzerdir, çünkü karşılıklı kenarlar arasında $\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=\frac{5}{10}$ yani $\frac{1}{2}$ oranı vardır.

Şimdi de bu üçgenlerin alanlarını karşılaştıralım.

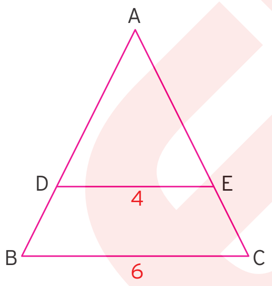
$$\text{Alan(ABC)}=\frac{|AB|\cdot|AC|}{2}=\frac{3\cdot 4}{2}=6\ \text{cm}^2$$

$$\text{Alan(DEF)}=\frac{|DE|\cdot|DF|}{2}=\frac{6\cdot 8}{2}=24\ \text{cm}^2 \text{ olduğuna göre,}$$

$$\frac{\text{Alan(ABC)}}{\text{Alan(DEF)}}=\frac{6}{24}=\frac{1}{4} \text{ tür.}$$

$\frac{1}{4}=\left(\frac{1}{2}\right)^2$ olduğuna göre, benzer üçgenlerin alanları oranı benzerlik oranının karesidir diyebiliriz.

örnek soru



ABC bir üçgen

[DE] // [BC]

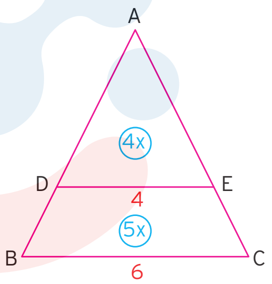
|DE| = 4 cm

|BC| = 6 cm

Alan(BCED) = 30 cm^2

Yukarıdaki verilere göre, ADE üçgeninin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



[DE] // [BC] olduğundan $\overset{\frown}{ADE} \sim \overset{\frown}{ABC}$ dir.

Benzerlik oranı,

$$\frac{|DE|}{|BC|}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3} \text{ tür.}$$

$$\frac{\text{Alan(ADE)}}{\text{Alan(ABC)}}=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9} \text{ olur.}$$

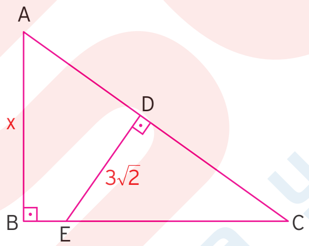
Bu sonuca göre, Alan(ADE) = 4x olursa, Alan(ABC) = 9x olur.

Dolayısıyla Alan(BCDE) = 9x − 4x = 5x olur.

Alan(BCDE) = 30 cm^2 verildiğine göre, 5x = 30 cm^2
$\Rightarrow$ x = 6 cm^2

olur. O halde ADE üçgeninin alanı 4x = 4·6 = 24 cm^2 bulunur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

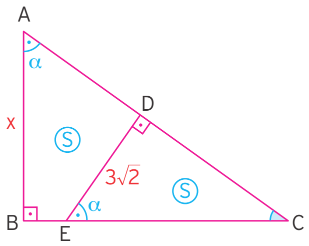
[AB] ⊥ [BC]

[ED] ⊥ [AC]

|ED| = $3\sqrt{2}$ cm

Alan(ABED) = Alan(DEC) olduğuna göre, |AB| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ABC ve DEC dik üçgenlerinin birer açısı 90° ve her iki üçgende C açısı ortak olduğundan üçüncü açıları da eşittir, yani m($\widehat{DEC}$) = m($\widehat{BAC}$) = α olur.

Buna göre, $\overset{\frown}{EDC} \sim \overset{\frown}{ABC}$ benzerliği yazılabilir. Bu durumda benzerlik oranı $\frac{|ED|}{|AB|}=\frac{3\sqrt{2}}{x}$ tir.

Alan(ABED) = Alan(DEC) = S olsun. O halde benzer olan üçgenlerin alanları oranı $\frac{\text{Alan(EDC)}}{\text{Alan(ABC)}}=\frac{S}{2S}=\frac{1}{2}$ olur.

Alanlar oranı benzerlik oranının karesine eşit olduğuna göre, $\frac{1}{2}=\left(\frac{3\sqrt{2}}{x}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{18}{x^2} \Rightarrow x^2=36 \Rightarrow x=6$ cm

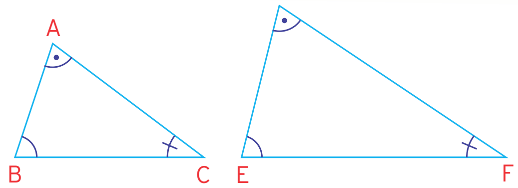
bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 2 11, 12 / Genel Tekrar Testi 9, 20 nolu soruları hemen çözelim.

Bu KONUDA ÖZETLE...

Konuların ve Kavramların Özeti

1.



$m(\widehat{A}) = m(\widehat{D})$

$m(\widehat{B}) = m(\widehat{E})$

$m(\widehat{C}) = m(\widehat{F})$

ise, $\widehat{ABC}$ ile $\widehat{DEF}$ benzerdir.

Bu durum $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ şeklinde gösterilir.

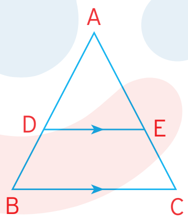
$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|DF|} = \frac{|BC|}{|EF|} = k \text{ (benzerlik oranı)}$$

İki üçgen arasında yapılan eşlemede karşılıklı açılar eşit ve karşılıklı kenarlar orantılı ise bu üçgenlere benzer üçgenler denir.

2. İki üçgen arasındaki benzerlik oranı 1 ise bu üçgenler eştir. Üçgenlerin eşliği $\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$ şeklinde gösterilir.

3. Farklı büyüklükteki iki eşkenar üçgen, iki kare ve iki çember de aynı şekilde birbirinin benzeridir.

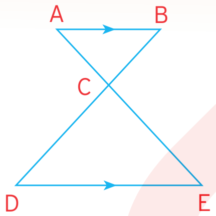
4.



[DE] // [BC] ise,
$\widehat{ADE} \sim \widehat{ABC}$

$$\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|BC|}$$

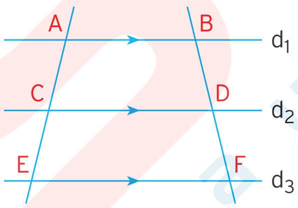
5.



[AB] // [DE] ise,
$\widehat{ABC} \sim \widehat{EDC}$

$$\frac{|AC|}{|CE|} = \frac{|BC|}{|CD|} = \frac{|AB|}{|DE|}$$

6.



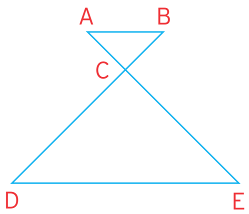
$d_1 // d_2 // d_3$

Paralelleri kesen doğruların üzerinde oluşan parçaların oranları eşittir.

$$\frac{|AC|}{|CE|} = \frac{|BD|}{|DF|} \text{ veya } \frac{|AC|}{|AE|} = \frac{|BD|}{|BF|}$$

7. Benzerlik Alan İlişkisi

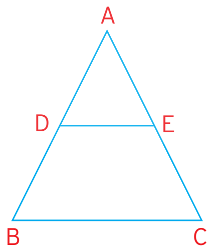
Benzer olan iki üçgenin benzerlik oranı k ise, alanları oranı k^2 dir.



AB // DE ise,

$$\frac{A(ABC)}{A(CDE)} = \left(\frac{|AB|}{|DE|}\right)^2$$

8.



[DE] // [BC] ise,

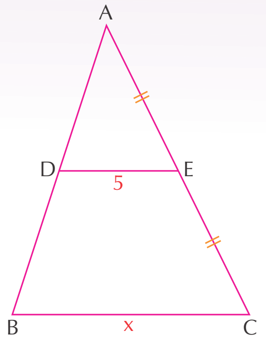
$$\frac{A(ADE)}{A(ABC)} = \left(\frac{|DE|}{|BC|}\right)^2$$

ÖĞRENDİKLERİMİZİ TEST EDELİM

- Kavrama Testi 1 (6.1 - 6.4)
- Kavrama Testi 2 (6.5 - 6.7)
- Genel Tekrar Testi (6.1 - 6.7)
- Sınavlarda (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) Sorulmuş Sorular
- Sınavlarda Sorulabilecek Sorular

KAVRAMA TESTİ 1

1.



ABC bir üçgen

[DE] // [BC]

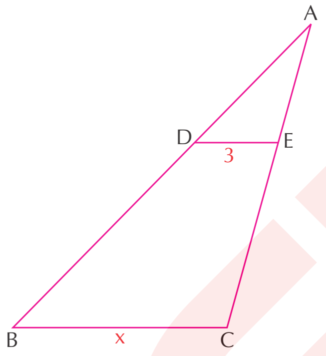
|AE| = |EC|

|DE| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) $5\sqrt{2}$ B) $5\sqrt{3}$ C) $5\sqrt{5}$ D) 10 E) 15

2.



ABC bir ügçen

[DE] // [BC]

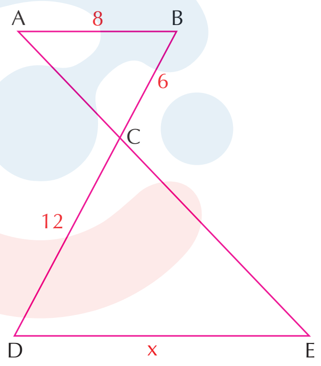
|BD| = 2|AD|

|DE| = 3 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) 12 B) 9 C) 8 D) 7,5 E) 6

3.



Şekilde

[AB] // [DE]

[AE] ∩ [BD] = {C}

|AB| = 8 cm

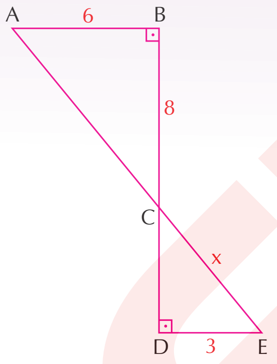
|BC| = 6 cm

|DC| = 12 cm

Yukarıdaki verilere göre, |DE| = x kaç cm dir?

A) 20 B) 16 C) 14 D) 12 E) 10

4.



Şekilde

[AB] ⊥ [BD]

[BD] ⊥ [DE]

|AB| = 6 cm

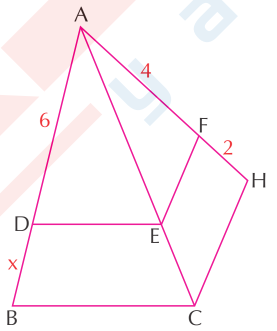
|BC| = 8 cm

|DE| = 3 cm

Yukarıdaki verilere göre, |CE| = x kaç cm dir?

A) 10 B) 8 C) 6 D) 5 E) 4

5.



ABC ve ACH birer üçgen

[DE] // [BC]

[EF] // [CH]

|AD| = 6 cm

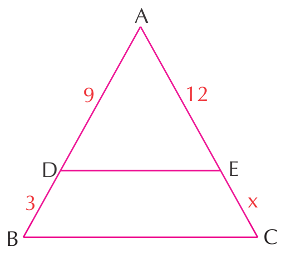
|AF| = 4 cm

|FH| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BD| = x kaç cm dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6.



Şekilde;

[DE] // [BC]

|AD| = 9 cm

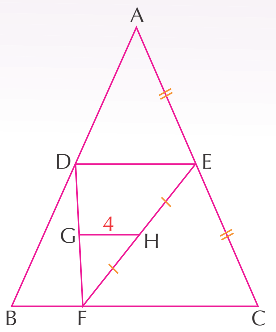
|BD| = 3 cm

|AE| = 12 cm

Yukarıdaki verilere göre, |EC| = x kaç cm dir?

A) 4 B) 4,5 C) 5 D) 5,5 E) 6

7.



ABC bir üçgen

[DE] // [GH] // [BC]

|AE| = |EC|

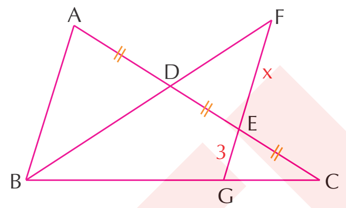
|FH| = |HE|

|GH| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| kaç cm dir?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

8.



Şekilde

[AB] // [FG]

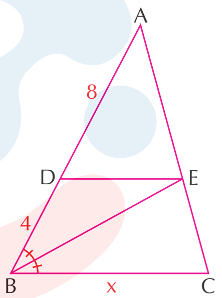
|AD| = |DE| = |EC|

|EG| = 3 cm

Yukarıdaki verilere göre, |EF| = x kaç cm dir?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

9.



ABC bir üçgen

[DE] // [BC]

[BE] açıortay

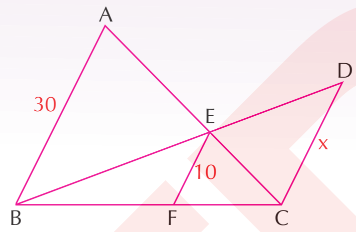
|AD| = 8 cm

|BD| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

10.



ABC ve DBC birer üçgen

[AB] // [EF] // [DC]

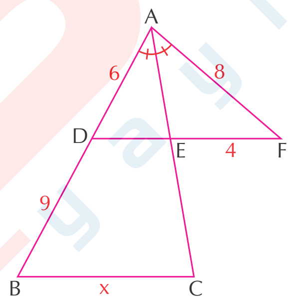
|AB| = 30 cm

|EF| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, |DC| = x kaç cm dir?

A) 24 B) 21 C) 20 D) 18 E) 15

11.



ABC ve ADF birer üçgen

[AC] açıortay

[DF] // [BC]

|AD| = 6 cm

|AF| = 8 cm

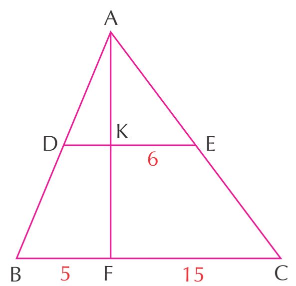
|BD| = 9 cm

|EF| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) 12 B) 10,5 C) 9 D) 7,5 E) 6

12.



ABC bir üçgen

[DE] // [BC]

A, K, F doğrusal

|BF| = 5 cm

|KE| = 6 cm

|FC| = 15 cm

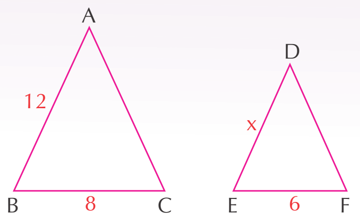
Yukarıdaki verilere göre, |DE| kaç cm dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

D - B - B / D - C - A / C - D - E / E - D - E

KAVRAMA TESTİ 2

1.



ABC ve DEF birer üçgen

|AB| = 12 cm

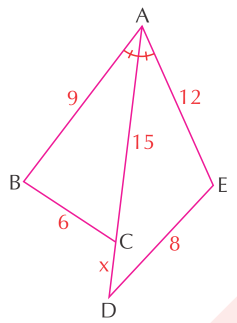
|BC| = 8 cm

|EF| = 6 cm ve

$\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ olduğuna göre, |DE| = x kaç cm dir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

2.



ABC ve ADE birer üçgen

$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAE})$

|AB| = 9 cm

|BC| = 6 cm

|AC| = 15 cm

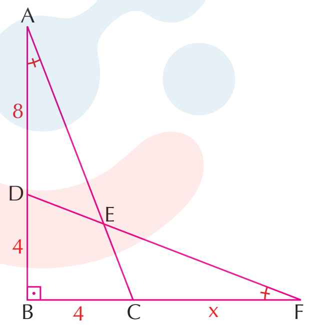
|AE| = 12 cm

|DE| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, |CD| = x kaç cm dir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3.



ABC ve DBF dik üçgen

[AB] ⊥ [BF]

$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{DFB})$

|AD| = 8 cm

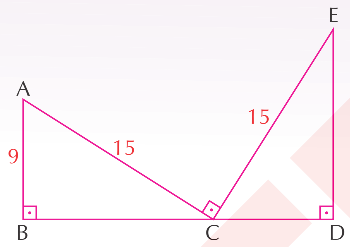
|BD| = 4 cm

|BC| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |CF| = x kaç cm dir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

4.



ABC ve CED dik üçgen

[AB] ⊥ [BD]

[AC] ⊥ [CE]

[ED] ⊥ [BD]

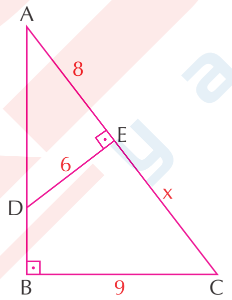
|AC| = |CE| = 15 cm

|AB| = 9 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BD| kaç cm dir?

A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

5.



ABC dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

[DE] ⊥ [AC]

|AE| = 8 cm

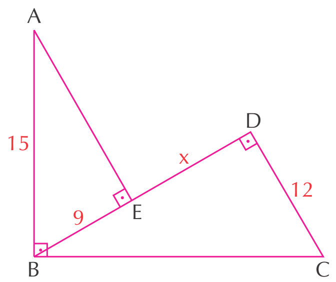
|DE| = 6 cm

|BC| = 9 cm

Yukarıdaki verilere göre, |EC| = x kaç cm dir?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

6.



ABE ve DBC dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

[BD] ⊥ [DC]

[AE] ⊥ [BD]

|AB| = 15 cm

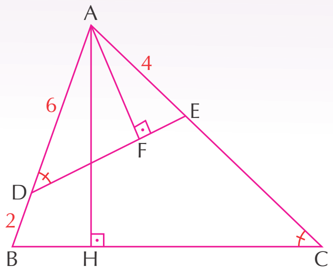
|BE| = 9 cm

|DC| = 12 cm

Yukarıdaki verilere göre, |ED| = x kaç cm dir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

7.



ABC ve ADE birer üçgen

[AH] ⊥ [BC]

[AF] ⊥ [DE]

|AE| = 4 cm

|AD| = 6 cm

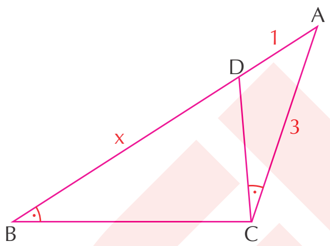
|BD| = 2 cm

$m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{ACB})$

Yukarıdaki verilere göre, $\dfrac{|AF|}{|AH|}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{9}$

8.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{ABC})$

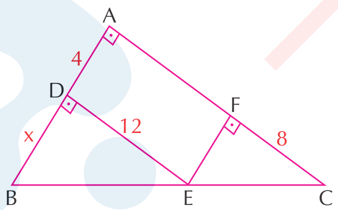
|AC| = 3 cm

|AD| = 1 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BD| = x kaç cm dir?

A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

9.



ABC dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

[EF] ⊥ [AC]

[ED] ⊥ [BA]

|AD| = 4 cm

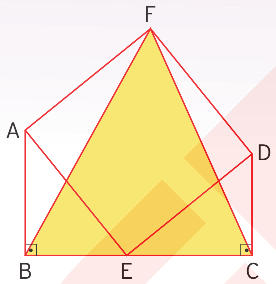
|DE| = 12 cm

|FC| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BD| = x kaç cm dir?

A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6

10.



AEDF bir kare

[AB] ⊥ [BC]

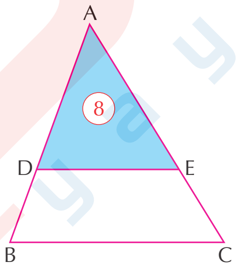
[DC] ⊥ [BC]

|BC| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(FBC) kaç cm^2 dir?

A) 50 B) 60 C) 75 D) 80 E) 100

11.



ABC bir üçgen

[DE] // [BC]

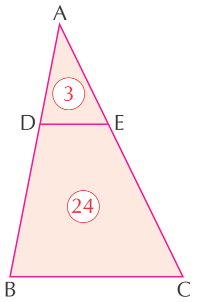
|AE| = 2|EC|

Alan(ADE) = 8 cm^2

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABC) kaç cm^2 dir?

A) 30 B) 27 C) 24 D) 20 E) 18

12.



ABC bir üçgen

[DE] // [BC]

Alan(ADE) = 3 cm^2

Alan(BCED) = 24 cm^2

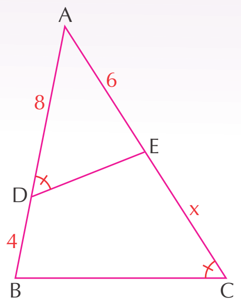
Yukarıdaki verilere göre, $\dfrac{|AE|}{|EC|}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{4}{9}$

B - D - C / E - A - B / A - C - E / A - E - B

GENEL TEKRAR TESTİ

1.



ABC bir üçgen

$m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{ACB})$

$|AE| = 6$ cm

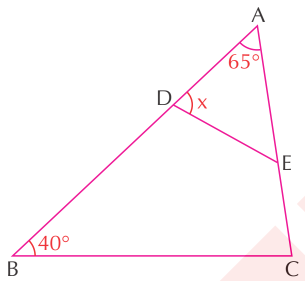
$|AD| = 8$ cm

$|BD| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|EC| = x$ kaç cm dir?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

2.



ABC bir üçgen

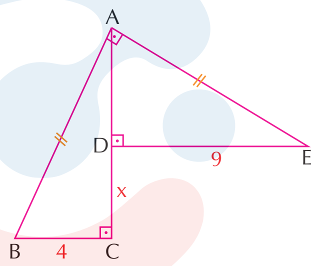
$m(\widehat{BAC}) = 65°$

$m(\widehat{ABC}) = 40°$

$\widehat{ABC} \sim \widehat{AED}$ olduğuna göre, $m(\widehat{ADE}) = x$ kaç derecedir?

A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 75

3.



ABC ve ADE dik üçgen

$[BA] \perp [AE]$

$[BC] \perp [AC]$

$[ED] \perp [AC]$

$|AB| = |AE|$

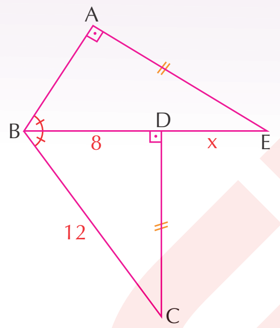
$|DE| = 9$ cm

$|BC| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|DC| = x$ kaç cm dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4.



ABE ve BCD dik üçgen

$[BA] \perp [AE]$

$[CD] \perp [BE]$

$m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{CBE})$

$|AE| = |CD|$

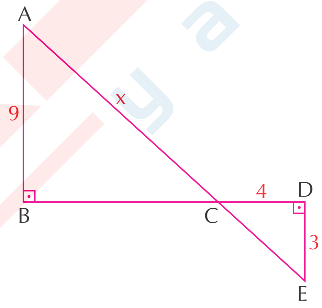
$|BD| = 8$ cm

$|BC| = 12$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|DE| = x$ kaç cm dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5.



Şekilde

$[AB] \perp [BD]$

$[BD] \perp [DE]$

$|AB| = 9$ cm

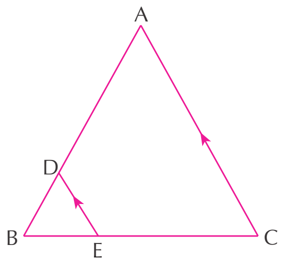
$|CD| = 4$ cm

$|DE| = 3$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

A) 24 B) 21 C) 18 D) 15 E) 12

6.



Şekildeki üçgende,

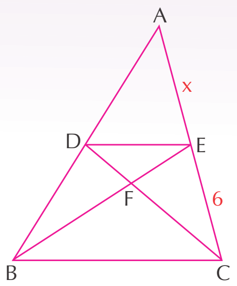
$[DE] \,//\, [AC]$

$|EC| = 3|BE|$

Yukarıdaki verilere göre, $\dfrac{\text{Çevre(ABC)}}{\text{Çevre(DBE)}}$ oranı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9

7.



ABC bir üçgen

[DE] // [BC]

[DC] ∩ [BE] = {F}

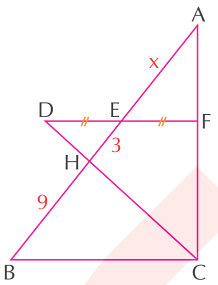
|BF| = 2|FE|

|EC| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AE| = x kaç cm dir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

8.



ABC bir üçgen

[DF] // [BC]

|DE| = |EF|

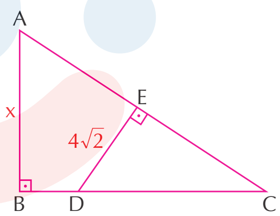
|HE| = 3 cm

|BH| = 9 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AE| = x kaç cm dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

9.



ABC dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

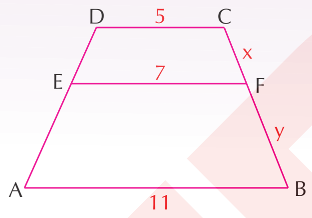
[DE] ⊥ [AC]

$|DE| = 4\sqrt{2}$ cm

Alan(DEC) = Alan(ABDE) olduğuna göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) $4\sqrt{3}$ B) 8 C) $8\sqrt{2}$ D) $8\sqrt{3}$ E) 16

10.



Şekilde,

[AB] // [EF] // [CD]

|CD| = 5 cm

|EF| = 7 cm

|AB| = 11 cm

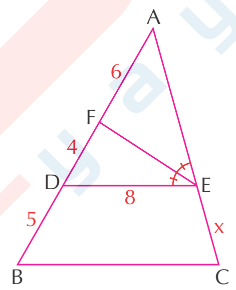
|CF| = x

|FB| = y

Yukarıdaki verilere göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{5}$

11.



ABC bir üçgen

[DE] // [BC]

[EF] açıortay

|AF| = 6 cm

|FD| = 4 cm

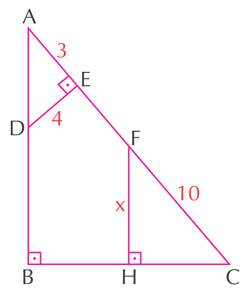
|BD| = 5 cm

|DE| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, |EC| = x kaç cm dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

12.



ABC dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

[DE] ⊥ [AC]

[FH] ⊥ [BC]

|AE| = 3 cm

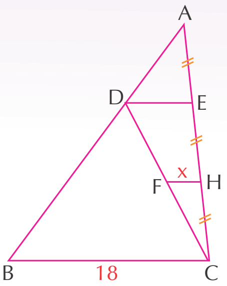
|DE| = 4 cm

|FC| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, |FH| = x kaç cm dir?

A) 4,5 B) 5 C) 5,5 D) 6 E) 7,5

13.



ABC bir üçgen

[DE] // [FH] // [BC]

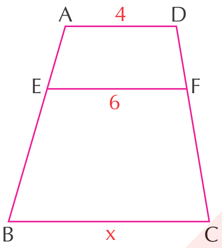
|AE| = |EH| = |HC|

|BC| = 18 cm

Yukarıdaki verilere göre, |FH| = x kaç cm dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14.



ABCD bir dörtgen

[AD] // [EF] // [BC]

|BE| = 2|AE|

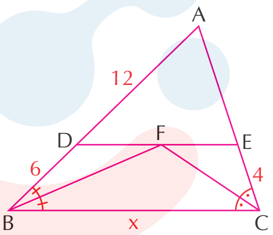
|AD| = 4 cm

|EF| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) 8 B) 8,5 C) 9 D) 9,5 E) 10

15.



ABC bir üçgen

[DE] // [BC]

[BF] ve [CF] açıortay

|AD| = 12 cm

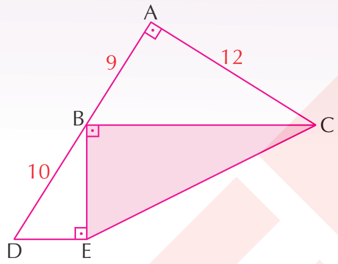
|BD| = 6 cm

|EC| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) 24 B) 20 C) 18 D) 16 E) 15

16.



ABC, BED ve BEC dik üçgen

[DA] ⊥ [AC]

[DE] ⊥ [BE]

[EB] ⊥ [BC]

|AC| = 12 cm

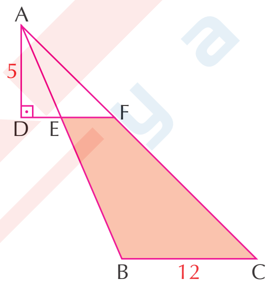
|AB| = 9 cm

|BD| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(BEC) kaç cm^2 dir?

A) 60 B) 54 C) 50 D) 45 E) 40

17.



ABC bir üçgen

ADF dik üçgen

[DF] // [BC]

[AD] ⊥ [DF]

|FC| = 2|AF|

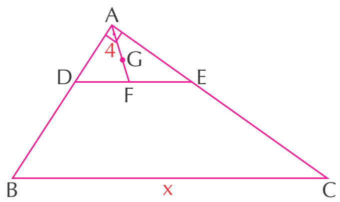
|AD| = 5 cm

|BC| = 12 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(BCFE) kaç cm^2 dir?

A) 60 B) 64 C) 72 D) 80 E) 96

18.



ABC dik üçgen

[BA] ⊥ [AC]

[DE] // [BC]

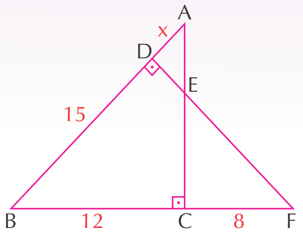
|AC| = 3|AE|

|AG| = 4 cm

G, ADE üçgeninin ağırlık merkezi olduğuna göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) 32 B) 36 C) 40 D) 44 E) 48

19.



ABC ve DBF dik üçgen

[AC] ⊥ [BF]

[FD] ⊥ [AB]

|BD| = 15 cm

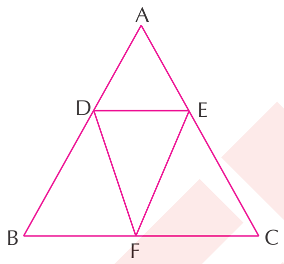
|BC| = 12 cm

|CF| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AD| = x kaç cm dir?

A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

20.



Şekilde,

Alan(ADE) = 2 cm^2

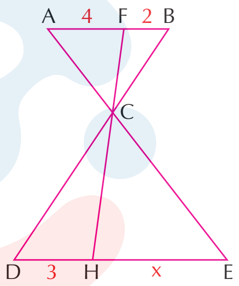
Alan(DEF) = 4 cm^2

[DE] // [BC]

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABC) kaç cm^2 dir?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 24

21.



Şekilde

[AB] // [DE]

[BD] ∩ [AE] = {C}

F, C, H doğrusal

|AF| = 4 cm

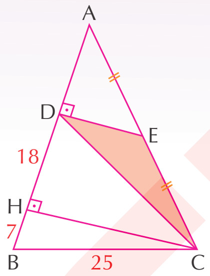
|FB| = 2 cm

|DH| = 3 cm

Yukarıdaki verilere göre, |HE| = x kaç cm dir?

A) 4,5 B) 6 C) 7,5 D) 9 E) 12

22.



ABC bir üçgen

[ED] ⊥ [AB]

[CH] ⊥ [AB]

|AE| = |EC|

|DH| = 18 cm

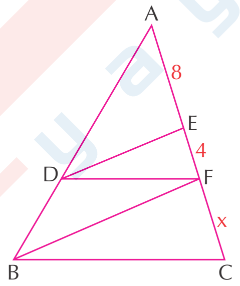
|BH| = 7 cm

|BC| = 25 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(DEC) kaç cm^2 dir?

A) 108 B) 102 C) 96 D) 90 E) 84

23.



ABC bir üçgen

[DE] // [BF]

[DF] // [BC]

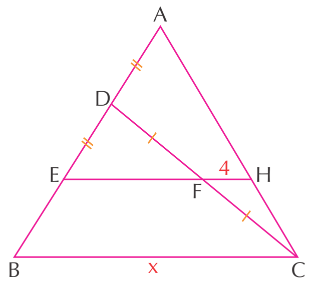
|AE| = 8 cm

|EF| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |FC| = x kaç cm dir?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

24.



ABC bir üçgen

[EH] // [BC]

|AD| = |DE|

|DF| = |FC|

|FH| = 4 cm

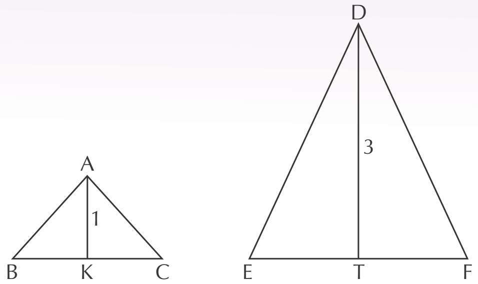
Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

C - E - B / A - D - C / B - C - B / C - C - D / C - E - E / A - D - B / D - C - B / A - D - E

SINAVLARDA (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) SORULMUŞ SORULAR

1.



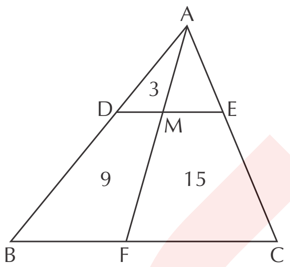
$\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$, [AK] ve [DT] kenarortaylar, |AK| = 1 br, |DT| = 3 br, yukarıda verilen ABC ve DEF üçgenleri benzerdir.

ABC üçgeninin alanı a^2 olduğuna göre, DEF üçgeninin alanı kaç a^2 dir?

A) 9 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

(ÖYS 1988)

2.



DE // BC

A(ADM) = 3 cm^2

A(BFMD) = 9 cm^2

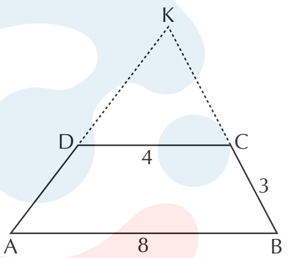
A(FCEM) = 15 cm^2

Yukarıda verilenlere göre, ABC üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

A) 36 B) 35 C) 34 D) 33 E) 32

(ÖSS 1990)

3.



ABCD bir yamuk

|AB| = 8 birim

|BC| = 3 birim

|DC| = 4 birim

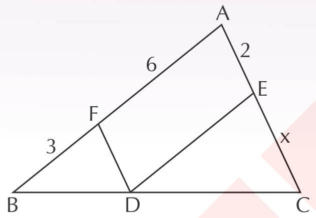
Şekildeki ABCD yamuğunda yan kenar doğruları K da kesişmektedir.

Buna göre, |CK| kaç birimdir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

(ÖSS 1991)

4.



|BF| = 3 br

|AF| = 6 br

|AE| = 2 br

|EC| = x br

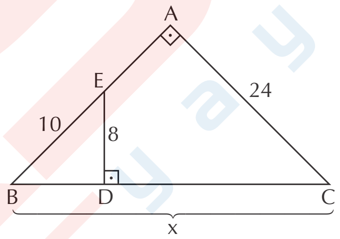
Şekildeki ABC üçgeninde D, E, F noktaları kenarlar üzerinde olup, AEDF bir paralelkenardır.

Buna göre, |EC| = x kaç birimdir?

A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) 4

(ÖSS 1992)

5.



BAC dik üçgen

E ∈ [BA]

D ∈ [BC]

[ED] ⊥ [BC]

|AC| = 24 cm

|BE| = 10 cm

|ED| = 8 cm

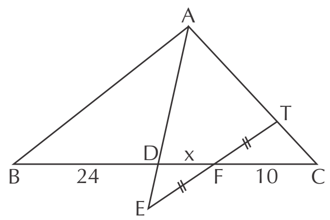
|BC| = x cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) 26 B) 28 C) 30 D) 32 E) 36

(ÖYS 1993)

6.



|EF| = |FT|

|FC| = 10 cm

|BD| = 24 cm

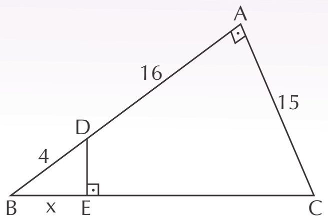
|DF| = x cm

Yukarıdaki şekilde [AB] // [TE] olduğuna göre, |DF| = x kaç cm olabilir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

(ÖSS 1996)

7.



$m(\widehat{BAC}) = 90°$

$m(\widehat{BED}) = 90°$

$|BD| = 4$ cm

$|DA| = 16$ cm

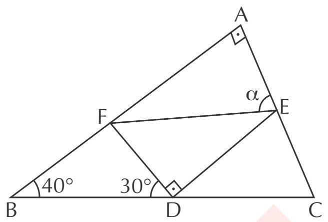
$|AC| = 15$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|BE| = x$ kaç cm dir?

A) $\frac{16}{5}$ B) $\frac{13}{5}$ C) 5 D) 4 E) 3

(ÖSS 1998)

8.



$m(\widehat{BAC}) = 90°$

$m(\widehat{FDE}) = 90°$

$m(\widehat{ABC}) = 40°$

$m(\widehat{BDF}) = 30°$

$m(\widehat{AEF}) = \alpha$

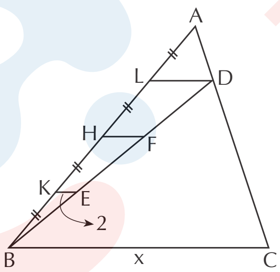
Yukarıdaki şekilde, DEF dik üçgeninin köşeleri ABC dik üçgeninin kenarları üzerindedir.

ABC üçgeni DEF üçgenine benzer ($\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$) olduğuna göre, $m(\widehat{AEF}) = \alpha$ kaç derecedir?

A) 50 B) 70 C) 75 D) 80 E) 85

(ÖSS 1999)

9.



$|AL| = |LH| = |HK| = |KB|$

LD // HF // KE // BC

$|KE| = 2$ cm

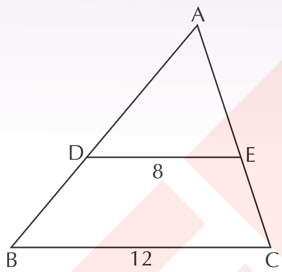
$|BC| = x$ cm

Yukarıda verilenlere göre, x kaç cm dir?

A) 14 B) 18 C) 22 D) 24 E) 26

(ÖSS 2002)

10.



ABC bir üçgen

DE // BC

$|DE| = 8$ cm

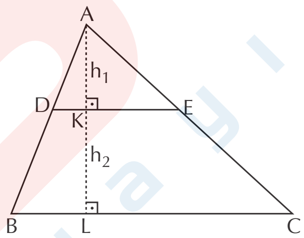
$|BC| = 12$ cm

Şekildeki BCED dörtgeninin alanı 60 cm^2 olduğuna göre, ADE üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

A) 42 B) 44 C) 46 D) 48 E) 50

(ÖSS/MAT-1 2009)

11.



ABC bir üçgen

DE // BC

$|AK| = h_1$

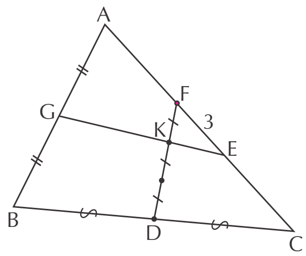
$|KL| = h_2$

Yukarıdaki şekilde ADE üçgeninin alanının BCED dörtgeninin alanına oranı $\frac{A(ADE)}{A(BCED)} = \frac{4}{21}$ olduğuna göre, $\frac{h_1}{h_2}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

(LYS-1 2010)

12.



$|AG| = |GB|$

$|BD| = |DC|$

Şekildeki ABC üçgeninin [AC] kenarı üzerinde $|FE| = 3$ cm olacak biçimde E ve F noktaları alınıyor.

[FD] ve [GE] doğru parçaları bir K noktasında $2|FK| = |KD|$ olacak biçimde kesiştiğine göre, $|AC|$ uzunluğu kaç cm dir?

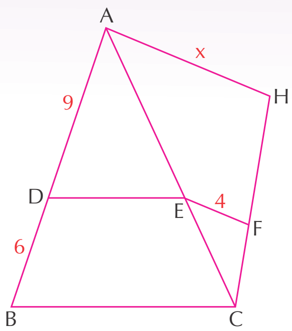
A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

(ÖSS/MAT-2 2008)

A - E - A / E - C - B / A - B - D / D - B - B

SINAVLARDA SORULABİLECEK SORULAR

1.



ABC ve AHC birer üçgen

[DE] // [BC]

[EF] // [AH]

|AD| = 9 cm

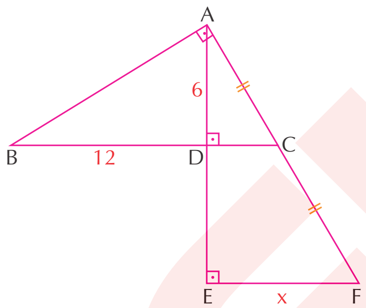
|BD| = 6 cm

|EF| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AH| = x kaç cm dir?

A) 10 B) 8 C) $\frac{20}{3}$ D) $\frac{16}{3}$ E) 5

2.



ABC ve AEF dik üçgen

[BA] ⊥ [AF]

[AE] ⊥ [EF]

[AE] ⊥ [BC]

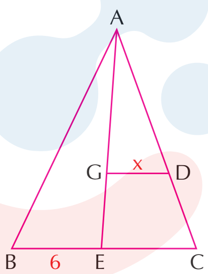
|AD| = 6 cm

|BD| = 12 cm

Yukarıdaki verilere göre, |EF| = x kaç cm dir?

A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

3.



ABC bir üçgen

G, ağırlık merkezi

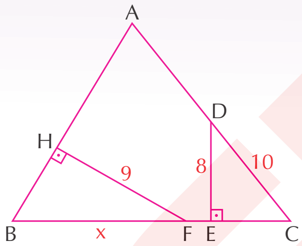
[GD] // [BC]

|BE| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, |GD| = x kaç cm dir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 4,5 E) 5

4.



ABC bir üçgen

|AB| = |AC|

[FH] ⊥ [AB]

[DE] ⊥ [BC]

|DE| = 8 cm

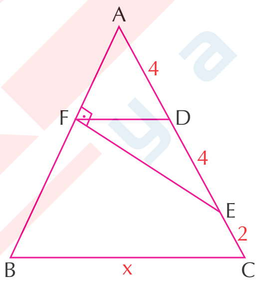
|DC| = 10 cm

|HF| = 9 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BF| kaç cm dir?

A) $\frac{19}{2}$ B) 10 C) $\frac{45}{4}$ D) 12 E) $\frac{54}{5}$

5.



ABC bir üçgen

[FD] // [BC]

[EF] ⊥ [AB]

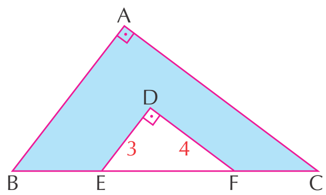
|AD| = |DE| = 4 cm

|EC| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

6.



ABC ve DEF dik üçgen

[DE] // [AB]

[BA] ⊥ [AC]

[ED] ⊥ [DF]

|DE| = 3 cm

|DF| = 4 cm

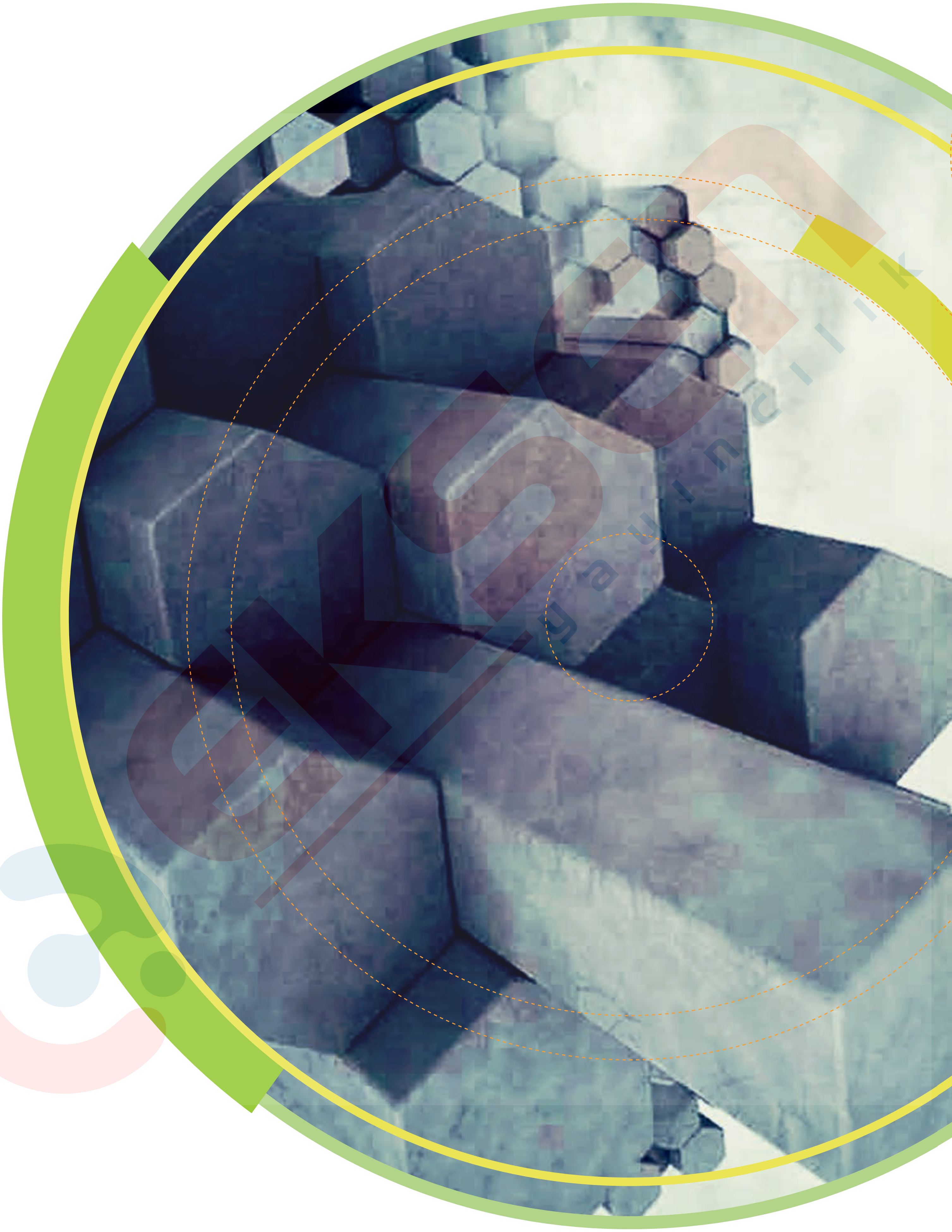
|BC| = 2|EF| olduğuna göre, taralı bölgenin çevresi kaç cm dir?

A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

A - B - C / C - A - E

KAZANMIŞ OLMAMIZ GEREKEN BİLGİ ve BECERİLER

	+	∓	−
Benzerlik kavramını tanımlayabilme			
Benzer şekiller arasındaki orantıyı kurabilme			
İki üçgenin benzer olma koşullarını sayabilme			
Temel benzerlik ile ilgili benzerlik sorularını çözebilme			
Kelebek benzerliği ile ilgili benzerlik sorularını çözebilme			
Eş üçgenlerin benzerlik oranı 1 olan üçgenler olduğunu kavrayabilme			
İki üçgenin eşlik koşullarını sayabilme			
Benzer üçgenlerin benzerlik oranının karesinin alanlar oranı olduğunu bilme			



07 ÇOKGENLER VE DÖRTGENLER

- Çokgenleri elemanlarıyla birlikte tanımak gerekir.
- Asıl önemli olan düzgün çokgenleri öğrenmek
- Düzgün altıgen, düzgün çokgenlerin en güzelidir.

YÖRÜNGEDEKİ KAVRAMLAR

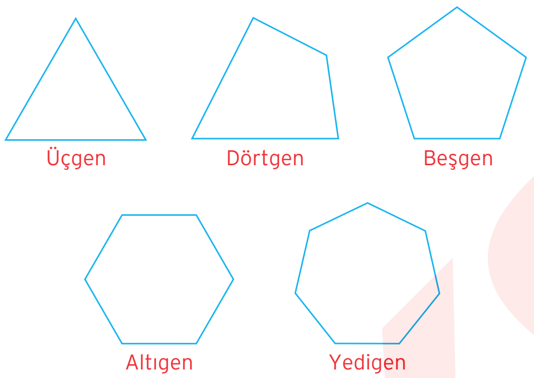
- çokgen s. 181
- düzgün çokgen s. 182
- düzgün üçgen s. 182

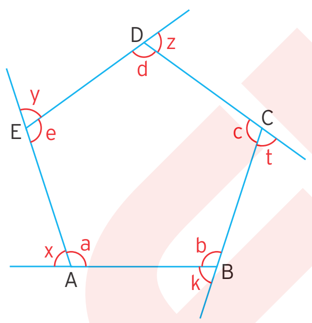
ÇOKGENLER VE DÖRTGENLER

7.1 *Çokgenleri elemanlarıyla birlikte tanımak gerekir.*

$n \geq 3$ olmak üzere, düzlemde herhangi üçü doğrusal olmayan n tane noktayı ikişer ikişer birleştiren doğru parçalarının oluşturduğu kapalı şekillere çokgen denir.

Aşağıda çokgen örnekleri verilmiştir.

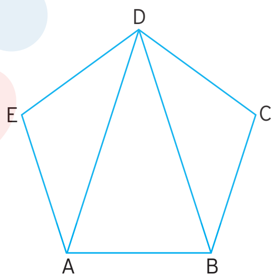




Şekildeki ABCDE beşgeninde ölçüleri x, y, z, t ve k olan açılar beşgenin dış açıları, ölçüleri a, b, c, d ve e olan açılar ise beşgenin iç açılarıdır.

A, B, C, D ve E noktalarına çokgenin köşeleri, [AB], [BC], [CD], [DE] ve [EA] doğru parçalarına ise çokgenin kenarları denir.

- Kenarları dışında, çokgenin köşelerini birleştiren doğru parçalarına köşegen denir. n kenarlı bir çokgenin bir köşesinden n - 3 tane köşegen çizilir, çizilen bu köşegenler çokgeni n - 2 tane üçgene ayırır.



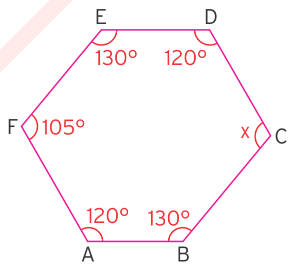
Yukarıdaki beşgende D köşesinden n - 3 = 5 - 3 = 2 tane köşgen çizilebilir. Bunlar [DA] ve [DB] köşegenleridir. [DA] ve [DB] köşegenleri çokgeni n - 2 = 5 - 2 = 3 tane üçgene ayırır.

Bu ügçenler ise DEA, DAB ve DBC üçgenleridir.

- n kenarlı bir çokgenin iç açılarının toplamı $(n - 2) \cdot 180°$ dir.

	Kenar sayısı (n)	İç açılar toplamı = $(n - 2) \cdot 180°$
Üçgen	3	$(3 - 2) \cdot 180° = 180°$
Dörtgen	4	$(4 - 2) \cdot 180° = 360°$
Beşgen	5	$(5 - 2) \cdot 180° = 540°$
Altıgen	6	$(6 - 2) \cdot 180° = 720°$
Yedigen	7	$(7 - 2) \cdot 180° = 900°$
Sekizgen	8	$(8 - 2) \cdot 180° = 1080°$

örnek soru



ABCDEF bir altıgen

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{D}) = 120°$

$m(\widehat{B}) = m(\widehat{E}) = 130°$

$m(\widehat{F}) = 105°$

$m(\widehat{C}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm

Bütün altıgenlerde iç açılar toplamı

$(n - 2) \cdot 180° = (6 - 2) \cdot 180° = 720°$ dir.

Şekildeki altıgenin iç açılar toplamı

$2 \cdot 120° + 2 \cdot 130° + 105° + x = 720°$

$240° + 260° + 105° + x = 720°$

$605° + x = 720°$

$x = 115°$ bulunur.

- Bütün çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.
- n kenarlı bir çokgenin tüm köşegenlerinin sayısı $\frac{n(n-3)}{2}$ ile bulunur.

örnek soru

İç açılar toplamı 1800° olan bir çokgenin köşegen sayısının kaç olduğunu bulalım.

çözüm

İç açılar toplamı 1800° ise,

$(n - 2) \cdot 180° = 1800°$

$n - 2 = 10$

$n = 12$ olur.

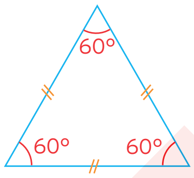
12 kenarlı bir çokgenin köşegen sayısı

$\frac{n \cdot (n-3)}{2} = \frac{12 \cdot (12-3)}{2} = 54$ bulunur.

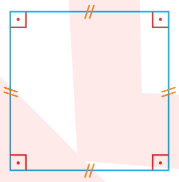
Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 14, 15 nolu soruları hemen çözelim.

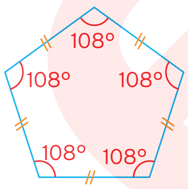
7.2 Asıl önemli olan düzgün çokgenleri öğrenmek

Bütün iç açıları eşit, bütün dış açıları eşit ve bütün kenar uzunlukları eşit olan çokgenlere düzgün çokgen denir.

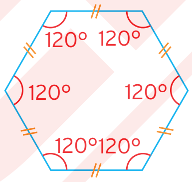


Düzgün üçgen (eşkenar üçgen)


Düzgün dörtgen (kare)



Düzgün beşgen



Düzgün altıgen

- Düzgün çokgenlerde bir dış açının ölçüsü $\frac{360°}{n}$ ile,

  bir iç açının ölçüsü $180° - \frac{360°}{n}$ ile veya $\frac{(n-2) \cdot 180°}{n}$ ile bulunur.

örnek soru

Bir dış açısının ölçüsü 45° olan bir düzgün çokgenin bir kenar uzunluğu 6 cm ise, bu çokgenin çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

Bir dış açının ölçüsü $\frac{360°}{n} = 45°$ ise,

$360° = 45° \cdot n$

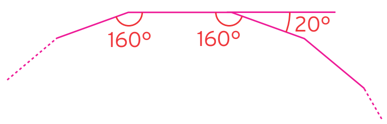
$n = \frac{360°}{45°} = 8$ olur.

8 kenarlı bir düzgün çokgenin bir kenarının uzunluğu 6 cm ise, çevre uzunluğu $8 \cdot 6 = 48$ cm bulunur.

örnek soru

Bir iç açısının ölçüsü 160° olan bir düzgün çokgenin köşegen sayısını bulalım.

çözüm



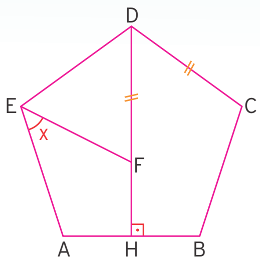
Bir iç açısının ölçüsü 160° olan düzgün çokgenin bir dış açısı 20° dir.

$\frac{360°}{n} = 20° \Rightarrow n = 18$ dir.

18 kenarlı düzgün çokgenin köşegen sayısı

$\frac{n(n-3)}{2} = \frac{18 \cdot (18-3)}{2} = 135$ bulunur.

örnek soru



ABCDE bir düzgün beşgen

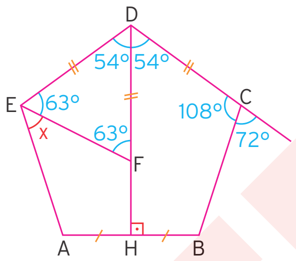
[DH] ⊥ [AB]

|DF| = |DC|

$m(\widehat{AEF}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



Düzgün beşgenin bir dış açısı $\dfrac{360°}{5} = 72°$ olduğundan bir iç açısının ölçüsü

180° - 72° = 108° dir.

Bu durumda $m(\widehat{EDC}) = m(\widehat{DCB}) = 108°$ dir.

Kenar sayısı tek sayı olan düzgün çokgenlerde bir köşeden karşı kenara çizilen dikme, hem karşı kenarı iki eş parçaya ayırır, yani kenarortaydır, hem de açıortaydır.

Buna göre, $m(\widehat{EDF}) = m(\widehat{FDC}) = \dfrac{108°}{2} = 54°$ olur.

Düzgün beşgenin kenar uzunlukları eşit olduğundan |DE| = |DC| dir.

|DF| = |DC| verildiğinden |DE| = |DF| olur.

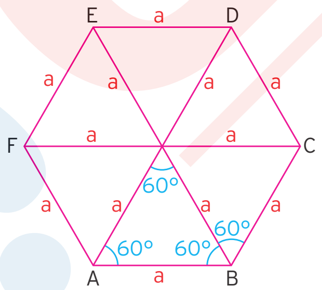
DEF ikizkenar üçgeninde

$m(\widehat{DEF}) = m(\widehat{DFE}) = \dfrac{180° - 54°}{2} = 63°$ dir.

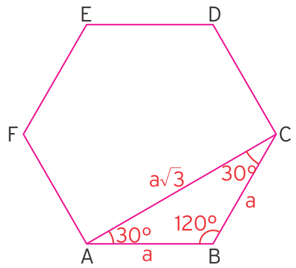
O halde, $m(\widehat{AEF}) = x = 108° - 63° = 45°$ bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 5, 6, 7, 8, 9, 17 nolu soruları hemen çözelim.

7.3 *Düzgün altıgen düzgün çokgenlerin en güzelidir.*



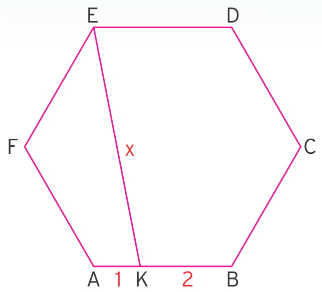
- Bir kenar uzunluğu a cm olan düzgün altıgenin şekildeki gibi köşegenleri çizildiğinde, bir kenarı a cm olan 6 tane eşkenar üçgene ayrılır.



Altıgenin bir iç açısı 120° olduğundan [AC] köşegeni çizilirse, ABC üçgeni 30° - 30° - 120° üçgeni olur. 30° nin karşısı a cm iken 120° nin karşısı $a\sqrt{3}$ cm olur.

- Bir eşkenar üçgenin alanı $\dfrac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$ olduğundan altıgenin alanı $6 \cdot \dfrac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$ ile bulunur.

örnek soru



ABCDEF bir düzgün altıgen

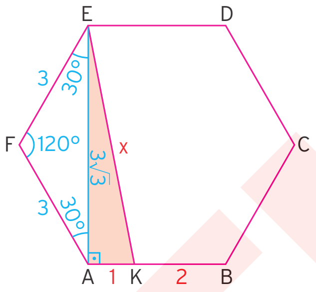
$|AK| = 1$ cm

$|KB| = 2$ cm

$|EK| = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[EA] çizilirse,

FAE üçgeni

30° - 30° - 120°

üçgeni olur.

Bu durumda $m(\widehat{EAK}) = 120° - 30° = 90°$ olur.

$|AB| = 1 + 2 = 3$ cm olduğundan $|EF| = |FA| = 3$ cm olur.

O halde, $|EA| = 3\sqrt{3}$ cm olur. (120° nin karşısı 30° nin karşısının $\sqrt{3}$ katıdır.)

EAK dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

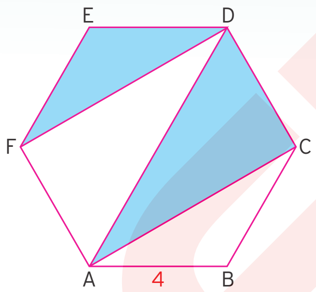
$|EK|^2 = |EA|^2 + |AK|^2$

$x^2 = (3\sqrt{3})^2 + 1^2$

$x^2 = 27 + 1$

$x = 2\sqrt{7}$ cm bulunur.

örnek soru

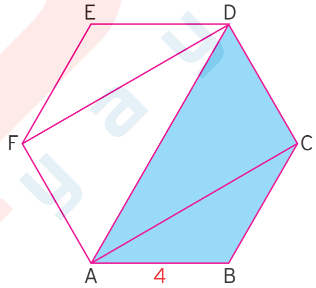


ABCDEF bir düzgün altıgen

$|AB| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgelerin alanları toplamının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



EDF ve ABC üçgenleri eş olduğundan alanları da eştir. Dolayısıyla DEF üçgeni yerine ABC üçgeni taranabilir.

DEF üçgeni ABC üçgenine taşındıktan sonra, yeni taralı bölgenin altıgenin yarısına eşit olduğu görülür.

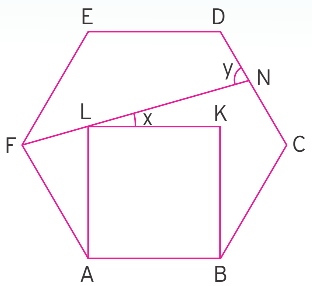
Bu durumda taralı bölge, bir kenar uzunluğu 4 cm olan 3 tane eşkenar üçgenin alanına eşittir.

O halde,

taralı bölgenin alanı $= 3 \cdot \dfrac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 3 \cdot \dfrac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3}$ cm^2

bulunur.

örnek soru



ABCDEF bir düzgün altıgen

ABKL kare

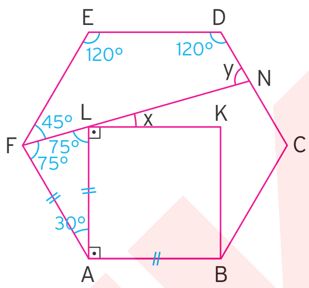
F, L, N doğrusal

m($N\widehat{L}K$) = x

m($D\widehat{N}L$) = y

Yukarıdaki verilere göre, x + y toplamı kaç derecedir?

çözüm



ABKL karesinde |AB| = |AL| ve ABCDEF düzgün altıgeninde |AB| = |AF| olduğundan |AF| = |AL| dir.

ABKL karesinde m($L\widehat{A}B$) = 90° ve ABCDEF altıgeninde m($F\widehat{A}B$) = 120° olduğundan m($F\widehat{A}L$) = 30° dir.

Bu durumda m($A\widehat{F}L$) = m($A\widehat{L}F$) = 75° olur. (İkizkenar üçgen)

F, L, N doğrusal olduğundan

m($A\widehat{L}F$) + m($A\widehat{L}K$) + m($N\widehat{L}K$) = 180° yani

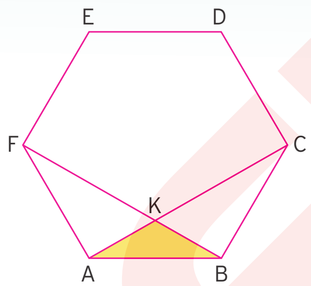
75° + 90° + x = 180° $\Rightarrow$ x = 15° bulunur.

ABCDEF düzgün altıgeninin karşılıklı kenarları birbirine paralel olduğundan [DC] // [FA] dır.

Dolayısıyla m($D\widehat{N}F$) = m($N\widehat{F}A$) yani y = 75° dir.

O halde, sorunun cevabı x + y = 15° + 75° = 90° bulunur.

örnek soru

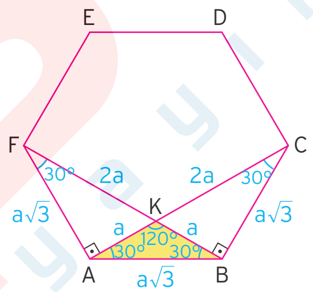


ABCDEF bir düzgün altıgen

[AC] ve [BF] köşegen

Şekildeki ABCDEF altıgeninin alanı $12\sqrt{3}$ cm^2 olduğuna göre, KAB üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

çözüm



Önce açıları yazalım. ABCDEF düzgün altıgeninde FAB ve ABC üçgenleri ikizkenar üçgen olduğundan

m($B\widehat{A}C$) = m($B\widehat{C}A$) = 30° ve m($A\widehat{F}B$) = m($A\widehat{B}F$) = 30° dir. Bu durumda KAB üçgeni 30° – 30° – 120° üçgeni olur. |KA| = |KB| = a br alırsak, |AB| = $a\sqrt{3}$ br olur.

Bir kenarı $a\sqrt{3}$ br olan altıgenin alanı $6\cdot\dfrac{\left(a\sqrt{3}\right)^2\sqrt{3}}{4}$ olduğuna göre,

$$\frac{6\cdot 3a^2\cdot\sqrt{3}}{4}=18\sqrt{3} \Rightarrow \frac{18a^2}{4}=18 \Rightarrow a^2=4$$

$$\Rightarrow a=2\,\text{cm olur.}$$

$$\text{Alan(KAB)} = \frac{1}{2}\cdot|KA|\cdot|KB|\cdot\sin 120°$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

KAB üçgeni 30° – 30° – 120° üçgeni olduğundan, alanını hesaplarken eşkenar üçgenin alanını bulmada kullandığımız formülü de kullanabiliriz.

Buna göre; Alan(KAB) = $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{2^2\sqrt{3}}{4}$ = $\sqrt{3}$ cm^2 bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 2 1, 2, 9, 10 / Genel Tekrar Testi 3, 5, 6, 13 nolu soruları hemen çözelim.

BU KONUDA ÖZETLE...

Konuların ve Kavramların Özeti

ÇOKGENLER

$n \geq 3$ olmak üzere, düzlemde herhangi üçü doğrusal olmayan n tane noktayı ikişer ikişer birleştiren doğru parçalarının oluşturduğu kapalı şekillere çokgen denir.

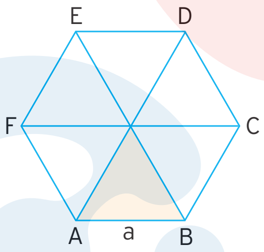
n kenarlı dış bükey bir çokgende;

- İç açıların ölçülerinin toplamı $(n - 2) \cdot 180°$ dir.
- Dış açıların ölçülerinin toplamı $360°$ dir.
- Bir köşeden çizilen tüm köşegenlerin sayısı $n - 3$ tanedir.
- Bir köşeden çizilen köşegenlerle çokgen, $n - 2$ tane üçgene ayrılır.
- Köşegen sayısı $\dfrac{n \cdot (n-3)}{2}$ dir.

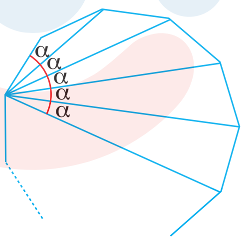
n kenarlı düzgün çokgende;

- Kenar uzunlukları eşittir.
- İç açıların ölçüleri eşittir.
- Dış açıların ölçüleri eşittir.
- Bir dış açının ölçüsü $\dfrac{360°}{n}$
- Bir iç açının ölçüsü $180° - \dfrac{360°}{n}$ dir.

Düzgün Altıgenin Alanı



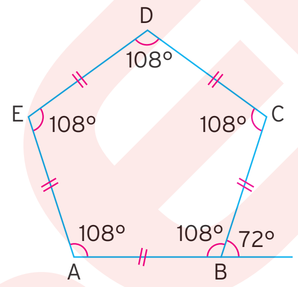
$$A(ABCDEF) = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



Bir köşeden çizilen köşegenler arasındaki açılar eşittir.

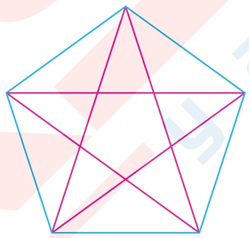
- Kenarları dışında, çokgenin köşelerini birleştiren doğru parçalarına köşegen denir.

Düzgün Beşgen



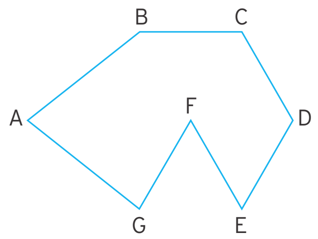
Düzgün beşgenin dış açılarının herbiri $\dfrac{360°}{5} = 72°$ dir.

İç açılarının herbiri $180° - 72° = 108°$ dir.



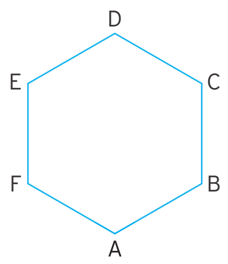
Düzgün beşgenin 5 tane köşegeni vardır ve bu köşegenlerin herbiri aynı uzunluktadır.

İç Bükey (Konkav) Çokgen



İç açılarından birinin veya bir kaçının ölçüsü 180° den fazla olan çokgenlere iç bükey çokgen denir.

Dış Bükey (Konveks) Çokgen



Bütün iç açılarının ölçüsü 180° den küçük olan çokgenlere dış bükey çokgen denir.

ÖĞRENDİKLERİMİZİ TEST EDELİM

- Kavrama Testi 1 (7.1 - 7.3)
- Kavrama Testi 2 (7.1 - 7.3)
- Genel Tekrar Testi (7.1 - 7.3)
- Sınavlarda (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) Sorulmuş Sorular
- Sınavlarda Sorulabilecek Sorular

KAVRAMA TESTİ 1

1. İç açılarının ölçüleri toplamı 1440° olan düzgün çokgen kaç kenarlıdır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

2. Bir dışbükey dokuzgenin kaç köşegeni vardır?

A) 20 B) 27 C) 35 D) 44 E) 54

3. 14 köşegeni olan çokgen kaç kenarlıdır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

4. Köşegen sayısı kenar sayısının 2 katı olan çokgen kaç kenarlıdır?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

5. Bir iç açısının ölçüsü, bir dış açısının ölçüsünün 5 katı olan düzgün çokgenin kaç köşesi vardır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

6. Bir düzgün sekizgenin bir iç açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 156 B) 150 C) 144 D) 140 E) 135

7. Bir iç açısının ölçüsü 170° olan düzgün çokgen kaç kenarlıdır?

A) 18 B) 20 C) 24 D) 30 E) 36

8. Düzgün ongenin bir dış açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 36 B) 30 C) 24 D) 20 E) 18

9. Düzgün yirmigenin bir iç açısının ölçüsü bir dış açısının ölçüsünden kaç derece fazladır?

A) 150 B) 144 C) 140 D) 132 E) 120

10. 12 kenarlı bir çokgenin bir köşesinden kaç tane köşegen çizilir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

11. 11 kenarlı bir çokgen, bir köşesinden çizilen köşegenlerle kaç üçgensel bölgeye ayrılır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

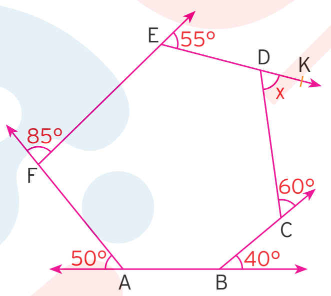
12. 9 kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı kaç derecedir?

A) 1800 B) 1620 C) 1440 D) 1260 E) 1080

13. 15 köşesi olan çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı kaç dik açıya eşittir?

A) 13 B) 15 C) 18 D) 26 E) 30

14.

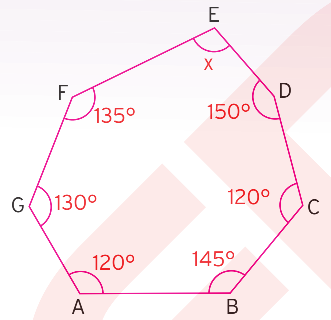


ABCDEF bir altıgen

Yukarıdaki şekilde verilen açı ölçülerine göre, m($\widehat{CDK}$) = x kaç derecedir?

A) 70 B) 65 C) 60 D) 55 E) 50

15.

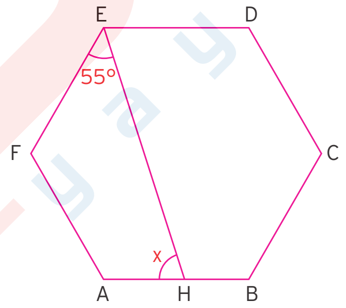


ABCDEFG bir konveks yedigen

Yukarıdaki şekilde verilen açı ölçülerine göre, m($\widehat{FED}$) = x kaç derecedir?

A) 100 B) 105 C) 110 D) 115 E) 120

16.



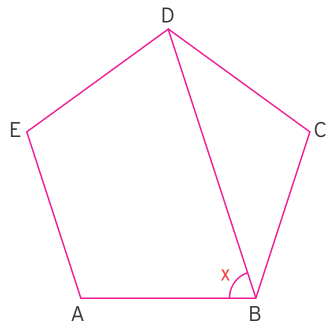
ABCDEF düzgün altıgen

m($\widehat{FEH}$) = 55°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{EHA}$) = x kaç derecedir?

A) 55 B) 60 C) 65 D) 70 E) 75

17.



ABCDE düzgün beşgen

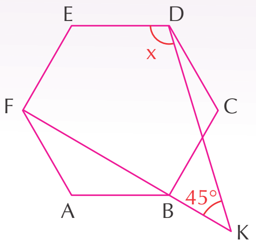
Yukarıdaki verilenlere göre, m($\widehat{ABD}$) = x kaç derecedir?

A) 54 B) 60 C) 64 D) 68 E) 72

C - B - A - D - C / E - E - A - B - B / C - D - D - A / A - C - E

KAVRAMA TESTİ 2

1.



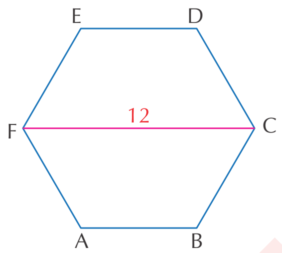
ABCDEF düzgün altıgen

m($\widehat{FKD}$) = 45°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{EDK}$) = x kaç derecedir?

A) 95 B) 100 C) 105 D) 110 E) 115

2.



ABCDEF düzgün altıgen

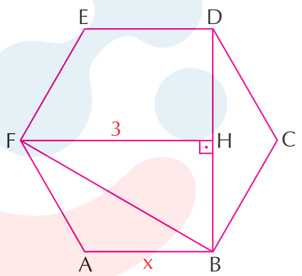
[FC] köşegen

|FC| = 12 cm

Yukarıdaki verilere göre, altıgenin çevresi kaç cm dir?

A) 24 B) 30 C) 36 D) 42 E) 48

3.



ABCDEF düzgün altıgen

[FB] ve [BD] köşegen

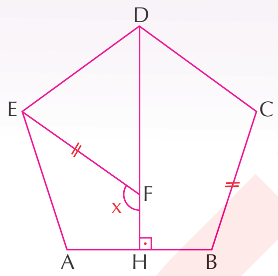
[FH] ⊥ [BD]

|FH| = 3 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

4.



ABCDE düzgün beşgen

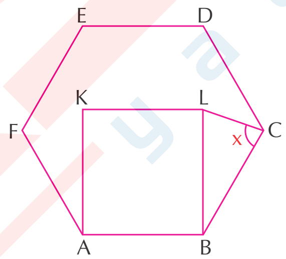
[DH] ⊥ [AB]

|EF| = |BC|

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{EFH}$) = x kaç derecedir?

A) 114 B) 120 C) 126 D) 132 E) 138

5.



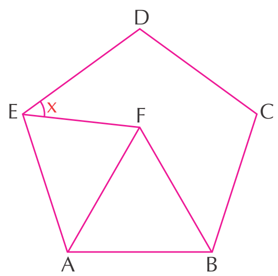
ABCDEF düzgün altıgen

ABLK kare

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{BCL}$) = x kaç derecedir?

A) 75 B) 70 C) 65 D) 60 E) 55

6.



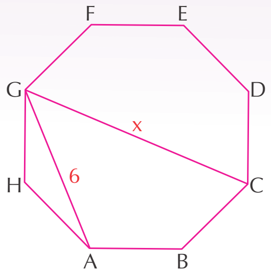
ABCDE düzgün beşgen

FAB eşkenar üçgen

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{DEF}$) = x kaç derecedir?

A) 38 B) 40 C) 42 D) 44 E) 46

7.



ABCDEFGH düzgün sekizgen

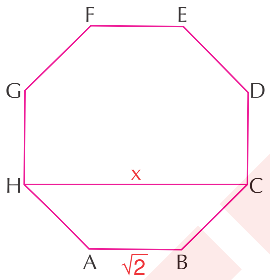
[AG] ve [GC] köşegen

|AG| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, |GC| = x kaç cm dir?

A) $6\sqrt{2}$ B) 8 C) 9 D) $6\sqrt{3}$ E) 12

8.



ABCDEFGH düzgün sekizgen

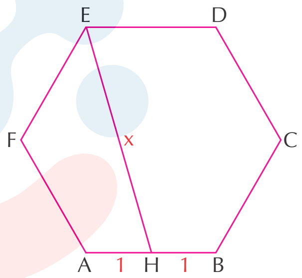
[HC] köşegen

|AB| = $\sqrt{2}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |HC| = x kaç cm dir?

A) $1 + \sqrt{2}$ B) $2 + \sqrt{2}$ C) $3 + \sqrt{2}$ D) $4 + \sqrt{2}$ E) $2 + 2\sqrt{2}$

9.



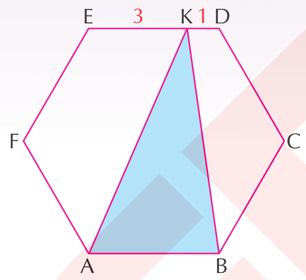
ABCDEF düzgün altıgen

|AH| = |HB| = 1 cm

Yukarıdaki verilere göre, |EH| = x kaç cm dir?

A) 3 B) $\sqrt{10}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $\sqrt{13}$ E) $\sqrt{15}$

10.



ABCDEF düzgün altıgen

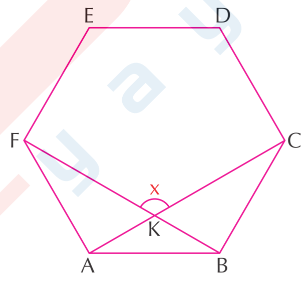
|EK| = 3 cm

|KD| = 1 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(KAB) kaç cm^2 dir?

A) $4\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $8\sqrt{3}$ D) $10\sqrt{3}$ E) $12\sqrt{3}$

11.



ABCDEF düzgün altıgen

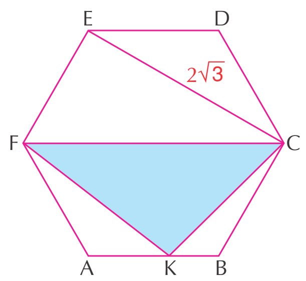
[AC] ve [BF] köşegen

m($\widehat{FKC}$) = x

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 105 B) 108 C) 120 D) 135 E) 150

12.



ABCDEF düzgün altıgen

[EC], [FC] köşegen

|EC| = $2\sqrt{3}$ cm

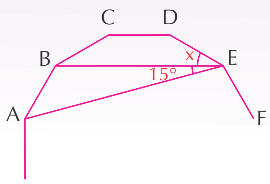
Yukarıdaki verilere göre, Alan(FKC) kaç cm^2 dir?

A) $4\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{6}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

C - C - B / C - A - C / A - B - D / C - C - E

GENEL TEKRAR TESTİ

1.



...ABCDEF... düzgün çokgen

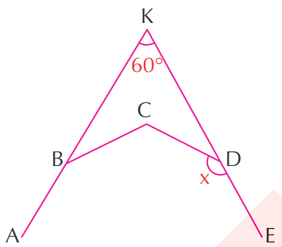
[AE] ve [BE] köşegen

$m(\widehat{BEA}) = 15°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{DEB}) = x$ kaç derecedir?

A) 15 B) 22,5 C) 30 D) 37,5 E) 45

2.



ABCDE... düzgün çokgen

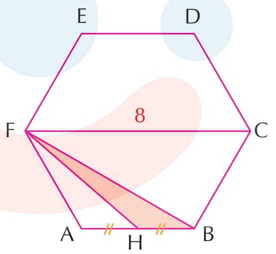
A, B, K ve E, D, K doğrusal

$m(\widehat{AKE}) = 60°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CDE}) = x$ kaç derecedir?

A) 150 B) 140 C) 130 D) 120 E) 110

3.



ABCDEF düzgün altıgen

[FC] ve [FB] köşegen

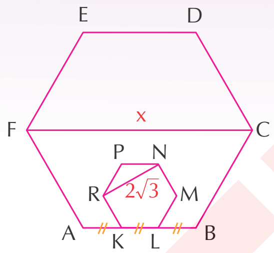
|AH| = |HB|

|FC| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(FHB) kaç cm^2 dir?

A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $5\sqrt{3}$

4.



ABCDEF ve KLMNPR düzgün altıgen

[FC] ve [RN] köşegen

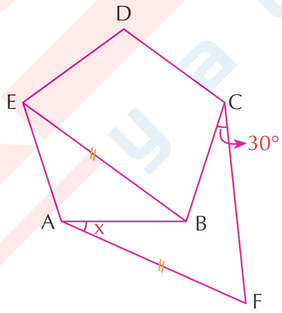
|AK| = |KL| = |LB|

$|RN| = 2\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |FC| = x kaç cm dir?

A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

5.



ABCDE düzgün beşgen

[EB] köşegen

|AF| = |EB|

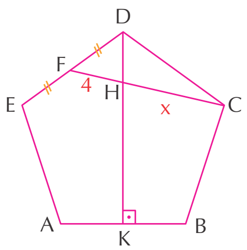
$m(\widehat{BAF}) = x$

$m(\widehat{BCF}) = 30°$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

6.



ABCDE düzgün beşgen

[DK] ⊥ [AB]

|DF| = |FE|

|FH| = 4 cm

F, H, C noktaları doğrusal olduğuna göre, |HC| = x kaç cm dir?

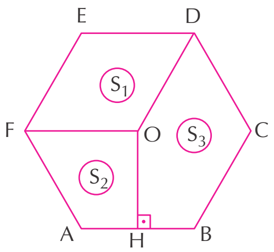
A) 16 B) 12 C) 10 D) 9 E) 8

7. Bir beşgenin iç açıları 1, 2, 3, 4, 5 sayıları ile orantılıdır.

Bu beşgenin en küçük iç açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 18 B) 36 C) 54 D) 60 E) 72

8.

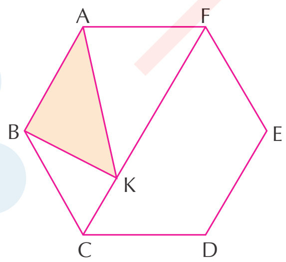


O noktası ABCDEF düzgün altıgeninin iç teğet çemberinin merkezidir.

S_1, S_2 ve S_3 içinde bulundukları bölgelerin alanları olduğuna göre, $\dfrac{S_1 + S_3}{S_2}$ oranı kaçtır?

A) 2 B) $\dfrac{5}{2}$ C) 3 D) $\dfrac{7}{2}$ E) 4

9.

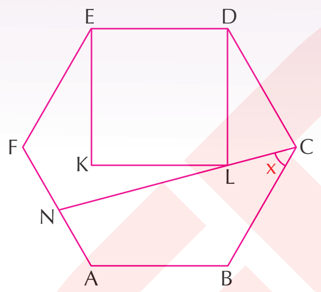


ABCDEF düzgün altıgen ve K, [FC] üzerinde değişken bir noktadır.

Buna göre, $\dfrac{\text{Alan(ABK)}}{\text{Alan(ABCDEF)}}$ oranı kaçtır?

A) $\dfrac{1}{12}$ B) $\dfrac{1}{9}$ C) $\dfrac{1}{8}$ D) $\dfrac{1}{6}$ E) $\dfrac{1}{4}$

10.



ABCDEF bir düzgün altıgen

KLDE bir kare

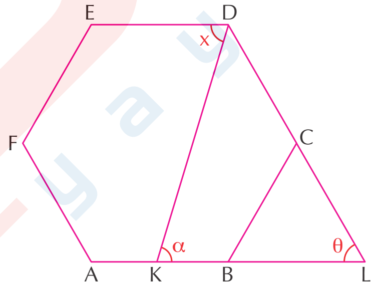
$m(\widehat{NCB}) = x$

N, L, C doğrusal

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 36 B) 40 C) 45 D) 48 E) 54

11.



ABCDEF bir düzgün altıgen

$[AB \cap [DC = \{L\}$

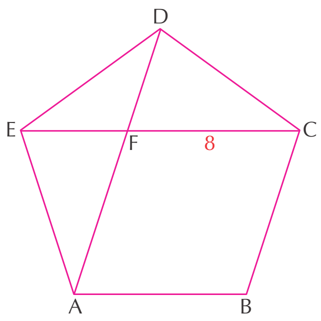
$m(\widehat{DKL}) = \alpha$

$m(\widehat{CLB}) = \theta$

$\alpha + \theta = 130°$ olduğuna göre, $m(\widehat{EDK}) = x$ kaç derecedir?

A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

12.



ABCDE bir düzgün beşgen

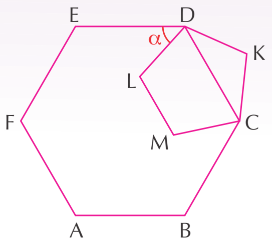
[AD] ve [EC] köşegen

|FC| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, ABCDE beşgeninin çevresi kaç cm dir?

A) 72 B) 60 C) 48 D) 40 E) 32

13.



ABCDEF düzgün altıgen

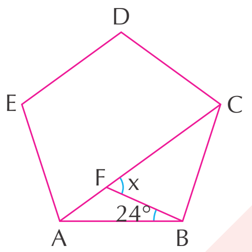
MCKDL düzgün beşgen

$m(\widehat{EDL}) = \alpha$

Yukarıdaki verilere göre, α kaç derecedir?

A) 48 B) 45 C) 42 D) 40 E) 36

14.



ABCDE bir düzgün beşgen

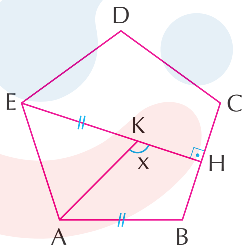
[AC] köşegen

$m(\widehat{FBA}) = 24°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CFB}) = x$ kaç derecedir?

A) 54 B) 60 C) 66 D) 72 E) 75

15.



ABCDE bir düzgün beşgen

[EH] ⊥ [BC]

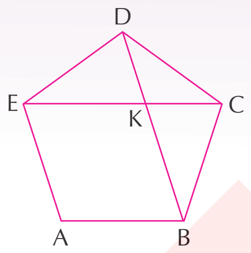
|EK| = |AB|

$m(\widehat{AKH}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 117 B) 114 C) 112 D) 110 E) 108

16.



ABCDE bir düzgün beşgen

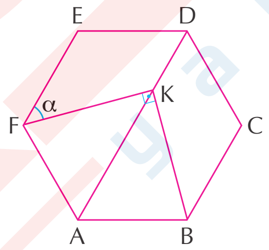
[BD] ve [EC] köşegen

Çevre(ABKE) = 32 cm

Yukarıdaki verilere göre, ABCDE beşgeninin çevre uzunluğu kaç cm dir?

A) 40 B) 44 C) 48 D) 52 E) 56

17.



ABCDEF bir düzgün altıgen

[AD] köşegen

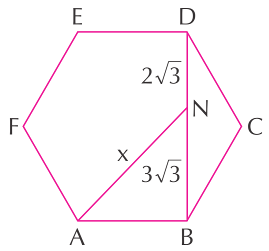
[KF] ⊥ [KB]

$m(\widehat{EFK}) = \alpha$

Yukarıdaki verilere göre, α kaç derecedir?

A) 15 B) 30 C) 36 D) 45 E) 60

18.



ABCDEF bir düzgün altıgen

[DB] köşegen

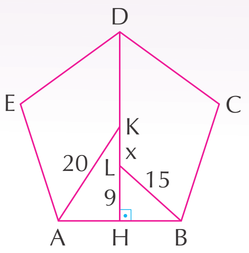
$|DN| = 2\sqrt{3}$ cm

$|NB| = 3\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AN| = x$ kaç cm dir?

A) $4\sqrt{3}$ B) $5\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{13}$ D) $2\sqrt{15}$ E) 9

19.



ABCDE bir düzgün beşgen

[DH] ⊥ [AB]

|LH| = 9 cm

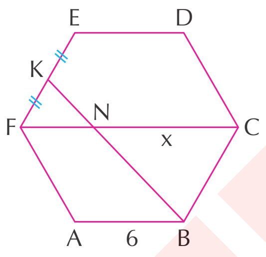
|AK| = 20 cm

|LB| = 15 cm

Yukarıdaki verilere göre, |KL| = x kaç cm dir?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

20.



ABCDEF bir düzgün altıgen

[KB] ∩ [FC] = {N}

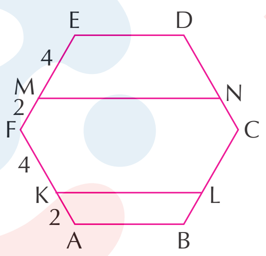
|KF| = |EK|

|AB| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, |NC| = x kaç cm dir?

A) 7,5 B) 8 C) 8,5 D) 9 E) 10

21.



ABCDEF bir düzgün altıgen

[ED] // [MN] // [KL]

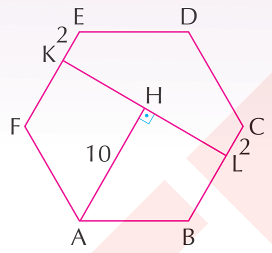
|EM| = |KF| = 4 cm

|MF| = |AK| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, |MN| + |KL| toplamı kaç cm dir?

A) 24 B) 22 C) 20 D) 18 E) 16

22.



ABCDEF bir düzgün altıgen

[AH] ⊥ [KL]

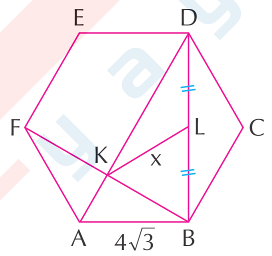
|AH| = 10 cm

|EK| = |CL| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, ABCDEF altıgeninin çevresi kaç cm dir?

A) 40 B) 48 C) 52 D) 56 E) 64

23.



ABCDEF bir düzgün altıgen

[AD], [BD] ve [FB] köşegen

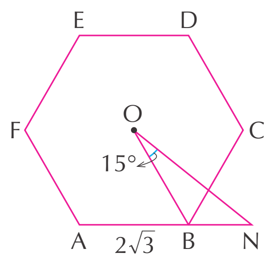
|DL| = |LB|

|AB| = $4\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |KL| = x kaç cm dir?

A) 4 B) $2\sqrt{6}$ C) 6 D) $2\sqrt{10}$ E) $3\sqrt{5}$

24.



O noktası ABCDEF düzgün altıgeninin ağırlık merkezi

A, B, N doğrusal

m($\widehat{BON}$) = 15°

|AB| = $2\sqrt{3}$ cm

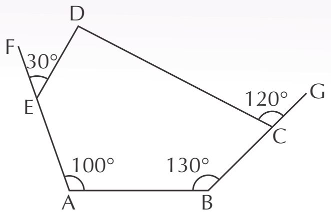
Yukarıdaki verilere göre, |ON| kaç cm dir?

A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{6}$ E) $3\sqrt{3}$

C - B - B / A - D - E / B - C - D / C - E - D / A - B - A / A - D - C / E - B - D / B - C - C

SINAVLARDA (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) SORULMUŞ SORULAR

1. Aşağıdaki şekilde ABCDE bir dışbükey beşgendir.



$\widehat{FED}$ nin ölçüsü 30°

$\widehat{EAB}$ nin ölçüsü 100°

$\widehat{ABC}$ nin ölçüsü 130°

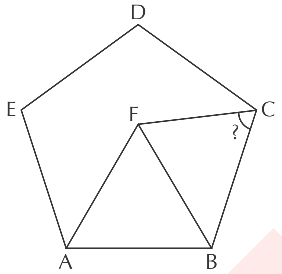
$\widehat{DCG}$ nin ölçüsü 120°

EDC açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 100 B) 95 C) 90 D) 85 E) 80

(ÖSS 1987)

2.



Yandaki şekilde

ABCDE bir düzgün beşgen

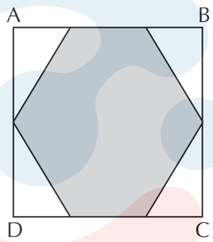
FAB bir eşkenar üçgen

olduğuna göre, $m(\widehat{BCF})$ kaç derecedir?

A) 48 B) 55 C) 60 D) 66 E) 75

(ÖYS 1987)

3.



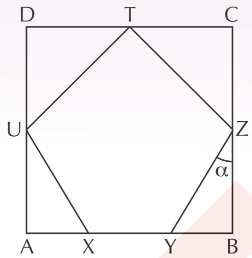
Bir ABCD karesinin [AB] ve [CD] kenarları üçer, [BC] ve [AD] kenarları da ikişer eşit parçaya bölünmüştür.

Yukarıdaki verilere göre, $\dfrac{\text{Altıgenin Alanı}}{\text{Karenin Alanı}}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{5}$

(ÖSS 1990)

4.



Şekildeki düzgün beşgenin X, Y, Z, T ve U köşeleri, ABCD dikdörtgeninin kenarları üzerindedir.

Buna göre, $m(\widehat{YZB}) = \alpha$ kaç derecedir?

A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

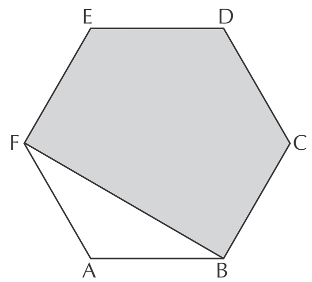
(ÖSS 1992)

5. **Bir onbeşgenin aynı köşesinden diğer köşelere çizilen köşegenler bu çokgeni kaç üçgene böler?**

A) 13 B) 14 C) 16 D) 18 E) 24

(ÖSS 1995)

6.



Şekildeki ABCDEF düzgün altıgenindeki taralı alan $720\sqrt{3}$ cm^2 olduğuna göre, düzgün altıgenin bir kenarının uzunluğu kaç cm dir?

A) 12 B) 14 C) 20 D) 22 E) 24

(ÖYS 1997)

7. 12 kenarlı bir düzgün çokgenin bir iç açısı kaç derecedir?

A) 150 B) 140 C) 130 D) 120 E) 110

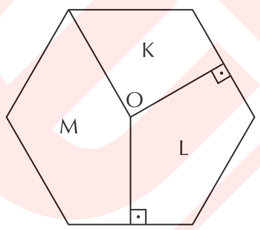
(ÖSS 1998)

8. Düzgün bir çokgenin bir iç açısı, bir dış açısının 4 katı olduğuna göre, bu çokgenin kenar sayısı kaçtır?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

(ÖSS 1998)

9.

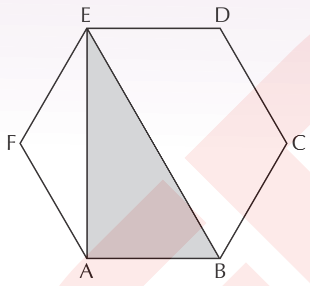


O merkezli çember içine çizilen yandaki düzgün altıgende K, L ve M bölgelerinin alanları hangi sayılarla orantılıdır?

	K	L	M
A)	1	3	6
B)	1	5	6
C)	2	3	6
D)	3	4	5
E)	3	4	6

(ÖSS 1999)

10.



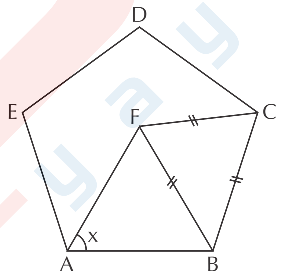
Şekildeki ABCDEF bir düzgün altıgendir.

A(EAB) = $32\sqrt{3}$ cm^2 olduğuna göre, altıgenin bir kenarının uzunluğu kaç cm dir?

A) $2\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $8\sqrt{3}$ D) 4 E) 8

(ÖSS 2002)

11.



ABCDE düzgün beşgen

FBC bir eşkenar üçgen

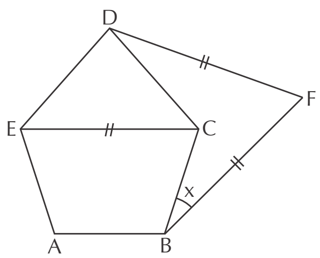
$m(\widehat{FAB}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 80 B) 62 C) 66 D) 72 E) 74

(ÖSS 2003)

12.



ABCDE bir düzgün beşgen

|EC| = |DF| = |FB|

$m(\widehat{CBF}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

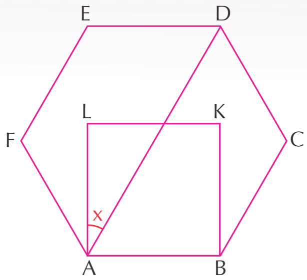
A) 24 B) 30 C) 32 D) 36 E) 40

(ÖSS 2008)

A - D - C / D - A - E / A - C - D / E - C - A

SINAVLARDA SORULABİLECEK SORULAR

1.



ABCDEF düzgün altıgen

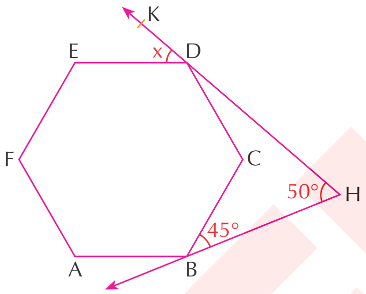
ABKL kare

[AD] köşegen

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{LAD}$) = x kaç derecedir?

A) 15 B) 20 C) 24 D) 30 E) 36

2.



ABCDEF düzgün altıgen

H, D, K doğrusal

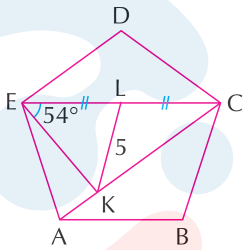
m($\widehat{BHD}$) = 50°

m($\widehat{CBH}$) = 45°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{EDK}$) = x kaç derecedir?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

3.



ABCDE bir düzgün beşgen

[EC] ve [AC] köşegen

m($\widehat{KEC}$) = 54°

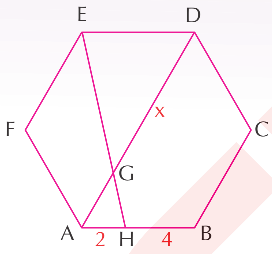
|EL| = |LC|

|KL| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AC| uzunluğu kaç cm dir?

A) $5\sqrt{2}$ B) $5\sqrt{3}$ C) 10 D) $10\sqrt{2}$ E) 15

4.



ABCDEF düzgün altıgen

[AD] köşegen

E, G, H doğrusal

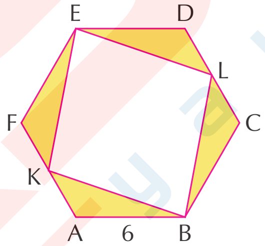
|AH| = 2 cm

|HB| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |DG| = x kaç cm dir?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

5.



ABCDEF bir düzgün altıgen

K ∈ [AF]

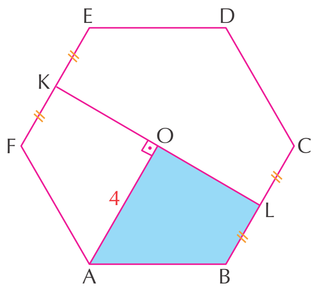
L ∈ [DC]

|AB| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı üçgenlerin alanları toplamı kaç cm^2 dir?

A) $18\sqrt{3}$ B) $16\sqrt{3}$ C) $12\sqrt{3}$ D) $10\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{3}$

6.



ABCDEF bir düzgün altıgen

[OA] ⊥ [KL]

|FK| = |EK|

|BL| = |CL|

|AO| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, OABL dörtgeninin alanı kaç cm^2 dir?

A) $6\sqrt{3}$ B) $8\sqrt{3}$ C) $9\sqrt{3}$ D) $10\sqrt{3}$ E) $12\sqrt{3}$

D - E - C / D - A - A

KAZANMIŞ OLMAMIZ GEREKEN BİLGİ ve BECERİLER

	+	∓	−
Bir çokgenin bir köşesinden kaç köşegen çizildiğini bulabilme			
Bir köşeden çizilen köşegenlerin çokgeni kaç üçgensel bölgeye ayırdığını bulabilme			
Çokgenin iç açılar toplamını hesaplayabilme			
Bir çokgenin toplam köşegen sayısını hesaplayabilme			
Dış açılar toplamının 360° olduğunu kullanarak soru çözebilme			
Düzgün çokgen olabilme koşullarını bilme			
Düzgün çokgenlerle ilgili açı problemlerini çözebilme			
Düzgün altıgenle ilgili alan hesabı yapabilme			
Çokgenlerde uzunluk hesabı yaparken özel üçgenlere ait özellikleri kullanabilme			
Çokgenlerde uzunluk hesabı yaparken benzerlik özelliklerini kullanabilme			

08 ÖZEL DÖRTGENLER

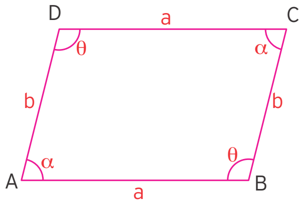
- Paralelkenarda açı özellikleri
- Paralelkenarda açıortaylar, bazen ikizkenar bazen dik üçgen oluşturur.
- Paralelkenarda benzerlik uygulamaları
- Paralelkenarın alanı nasıl hesaplanır?
- Paralelkenarda alan oranlarıyla ilgili özel durumlar
- Eşkenar dörtgen özel bir paralelkenardır.
- Eşkenar dörtgenin alanının hesaplanması
- Yamukta orta taban çok önemlidir.
- Yamuğun köşegeni, orta tabanı bakın nasıl bölüyor.
- Yamuğun alanı orta tabanı ve yüksekliğiyle doğru orantılıdır.
- Yamukta alan oranları
- Özel yamukların birincisi: İkizkenar Yamuk
- Özel yamukların ikincisi: Dik Yamuk
- Çevremizde en çok karşılaştığımız geometrik şekil belki de dikdörtgendir.
- Dikdörtgenin çevresini ve alanını nasıl hesaplıyoruz?
- Dikdörtgenin köşegeni ile ilgili özellikler
- Dört kenarlı düzgün çokgen: Kare
- Deltoid de özel bir dörtgendir.

YÖRÜNGEDEKİ KAVRAMLAR

- paralelkenar s. 203
- eşkenar dörtgen s. 209
- yamuk s. 212
- orta taban s. 213
- ikizkenar yamuk s. 218
- dik yamuk s. 220
- dikdörtgen s. 221
- kare s. 227
- deltoid s. 232

ÖZEL DÖRTGENLER

8.1 Paralelkenarda açı özellikleri



ABCD paralelkenar ise, AB // DC ve BC // AD dir.

Bu durumda;

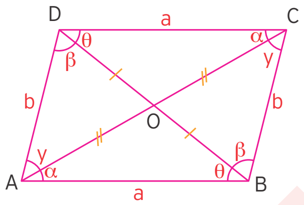
$|AB| = |DC| = a$

$|BC| = |AD| = b$

$\text{Çevre}(ABCD) = 2\cdot(a + b)$

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{C}) = \alpha$

$m(\widehat{B}) = m(\widehat{D}) = \theta$



ABCD paralelkenar ve [AC] ile [BD] köşegen ise,

$|AO| = |OC|$,
$|DO| = |OB|$

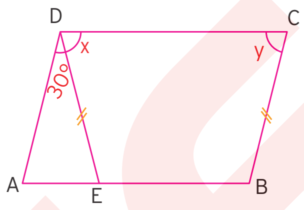
$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{BDC}) = \theta$

$m(\widehat{DCA}) = m(\widehat{CAB}) = \alpha$

$m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{DBC}) = \beta$

$m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{ACB}) = y$

örnek soru



ABCD paralelkenar

$|DE| = |BC|$

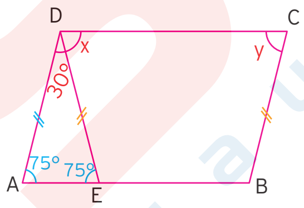
$m(\widehat{ADE}) = 30°$

$m(\widehat{EDC}) = x$

$m(\widehat{DCB}) = y$

Yukarıdaki verilere göre, x ve y nin kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



$|DE| = |BC|$ verilmişti.

$|DA| = |BC|$ olduğundan $|DA| = |DE|$ olur. Bu durumda DAE üçgeni ikizkenardır.

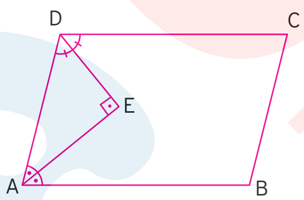
Buna göre, $m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{DEA}) = \dfrac{180° - 30°}{2} = 75°$ olur.

$m(\widehat{CDE}) = m(\widehat{AED}) \Rightarrow x = 75°$ dir. (İç ters açılar eşittir.)

Paralelkenarda karşılıklı açılar eşit olduğundan $m(\widehat{DCB}) = m(\widehat{DAB}) \Rightarrow y = 75°$ dir.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 1, 3, 6 nolu soruları hemen çözelim.

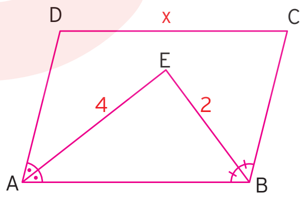
8.2 Paralelkenarda açıortaylar, bazen ikizkenar bazen dik üçgen oluşturur.



ABCD paralelkenarında komşu iki köşedeki açıların açıortayları dik kesişir.

[DE] ve [AE] açıortay ise, $m(\widehat{DEA}) = 90°$ dir.

örnek soru



ABCD paralelkenar

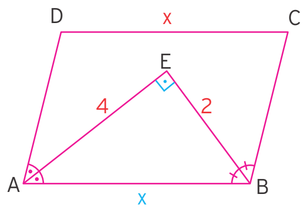
[AE] ve [BE] açıortay

$|AE| = 4$ cm

$|BE| = 2$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |DC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ABCD paralelkenarında [AE] ve [BE] açıortay olduğundan $m(\widehat{AEB}) = 90°$ dir.

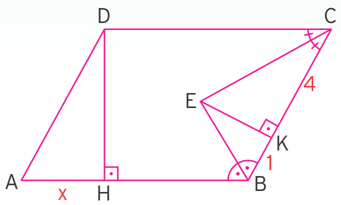
$|AB| = |DC| = x$ ve EAB dik üçgen olduğundan pisagor teoremi uygulanırsa,

$|AB|^2 = |AE|^2 + |EB|^2 \Rightarrow x^2 = 4^2 + 2^2$

$x^2 = 20$

$x = 2\sqrt{5}$ cm bulunur.

örnek soru



ABCD paralelkenar

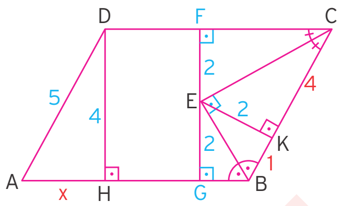
[CE] ve [BE] açıortay

[EK] ⊥ [BC]

[DH] ⊥ [AB]

|KC| = 4 cm ve |BK| = 1 cm olduğuna göre, |AH| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[CE] ve [BE] açıortay olduğundan

m($\widehat{CEB}$) = 90° dir.

Ayrıca, [EK] ⊥ [BC] olduğundan EBC dik üçgeninde öklid bağıntısı uygulanır.

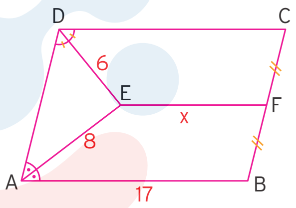
$|EK|^2 = |BK|\cdot|KC| \Rightarrow |EK|^2 = 1\cdot4$

$|EK| = 2$ cm olur.

[CE] açıortay olduğundan |EF| = |EK| = 2 cm ve aynı şekilde, [BE] açıortay olduğundan |EG| = |EK| = 2 cm dir. Bu durumda |DH| = |FG| = 4 cm olur.

|AD| = |BC| = 5 cm olduğuna göre, DAH dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa, |AH| = x = 3 cm bulunur. (3 – 4 – 5 üçgeni)

örnek soru



ABCD bir paralelkenar

[DE] ve [AE] açıortay

|DE| = 6 cm

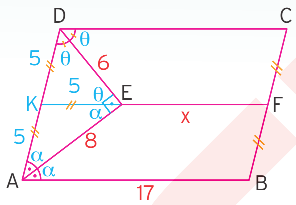
|AE| = 8 cm

|AB| = 17 cm

|CF| = |BF|

Yukarıdaki verilere göre, |EF| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[AE] ve [DE] açıortay olduğundan

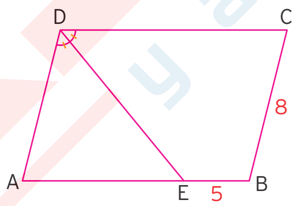
m($\widehat{DEA}$) = 90° dir.

DEA dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa, |DA| = 10 cm bulunur. (6 – 8 – 10 üçgeni)

[KE] // [AB] olacak şekilde [KE] çizilirse [KE] nin DEA dik üçgeninde hipotenüse ait kenarortay olduğu görülür.

Buna göre, |DK| = |AK| = |KE| = 5 cm olur. Ayrıca, |KF| = |AB| = 17 cm olduğundan |EF| = x = 17 – 5 = 12 cm bulunur.

örnek soru



ABCD bir paralelkenar

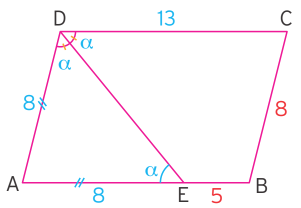
[DE] açıortay

|EB| = 5 cm

|BC| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, ABCD paralelkenarının çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



|AD| = |BC| = 8 cm dir.

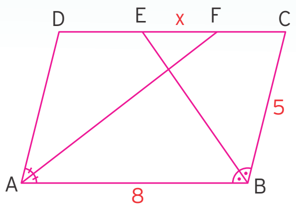
[DE] açıortay olduğundan m($\widehat{ADE}$) = m($\widehat{EDC}$) = α olsun. m($\widehat{AED}$) = m($\widehat{EDC}$) = α olur. (İç ters açılar)

ADE üçgeninde m($\widehat{ADE}$) = m($\widehat{AED}$) = α olduğundan

|AE| = |AD| = 8 cm olur.

Bu durumda |DC| = |AB| = 8 + 5 = 13 cm olduğundan Çevre(ABCD) = 2·(8 + 13) = 2·21 = 42 cm bulunur.

örnek soru



ABCD bir paralelkenar

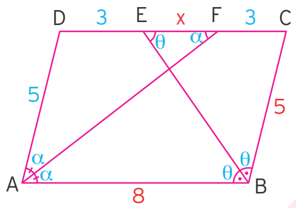
[AF] ve [BE] açıortay

|AB| = 8 cm

|BC| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, |EF| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[AF] açıortay olduğundan $m(\widehat{DAF}) = m(\widehat{FAB}) = \alpha$

[BE] açıortay olduğundan $m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{EBC}) = \theta$ olsun.

DC // AB olduğundan $m(\widehat{CEB}) = m(\widehat{ABE}) = \theta$ (iç ters açılar eşittir.)

Aynı şekilde $m(\widehat{DFA}) = m(\widehat{FAB}) = \alpha$ olur.

Bu durumda |CE| = |CB| = 5 cm ve |AD| = |DF| = 5 cm olur.

|DC| = |AB| = 8 cm olduğundan

|DE| = |DC| − |EC| = 8 − 5 = 3 cm olur.

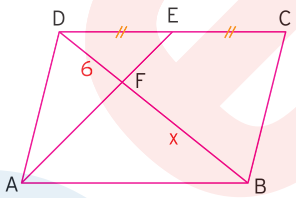
|AD| = |DF| = 5 cm olduğundan |EF| = x = 5 − 3 = 2 cm bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 4, 8 / Kavrama Testi 2 3, 4 nolu soruları hemen çözelim.

8.3 Paralelkenarda benzerlik uygulamaları

Paralelkenarın karşılıklı kenarları paralel olduğundan, temel benzerlik ve kelebek benzerliği sıkça uygulanır.

örnek soru



ABCD bir paralelkenar

[AE] ∩ [BD] = {F}

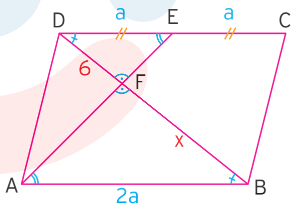
|DE| = |EC|

|DF| = 6 cm

|FB| = x

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[DE] // [AB] olduğundan

$\widehat{DEF} \sim \widehat{BAF}$ olur.

|DE| = |EC| olduğundan

|DE| = |EC| = a alırsak,

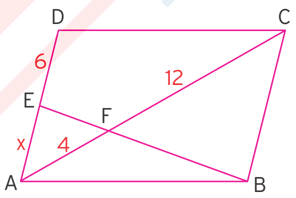
|AB| = 2a olur.

Benzerliği uygularsak,

$$\frac{|DE|}{|BA|} = \frac{|DF|}{|BF|} \Rightarrow \frac{a}{2a} = \frac{6}{x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{6}{x}$$

$\Rightarrow$ x = 12 cm bulunur.

örnek soru



ABCD bir paralelkenar

[EB] ∩ [AC] = {F}

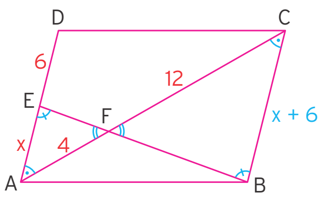
|DE| = 6 cm

|AF| = 4 cm

|FC| = 12 cm

Yukarıdaki verilere göre, |EA| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[AE] // [BC] olduğundan $\widehat{AEF} \sim \widehat{CBF}$ olur.

|AE| = x ve

|ED| = 6 cm

olduğundan

|BC| = |AD| = x + 6 cm olur.

AEF ve CBF üçgenleri benzer olduğundan

$$\frac{|AE|}{|CB|} = \frac{|AF|}{|CF|} \Rightarrow \frac{x}{x+6} = \frac{4}{12}$$

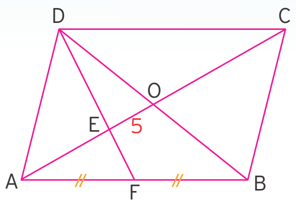
$$\frac{x}{x+6} = \frac{1}{3}$$

$$3x = x + 6$$

$$2x = 6$$

$x = 3$ cm bulunur.

örnek soru



ABCD bir paralelkenar

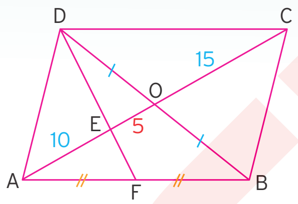
[AC] ve [BD] köşegen

[DF] kenarortay

|EO| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AC| uzunluğunun kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

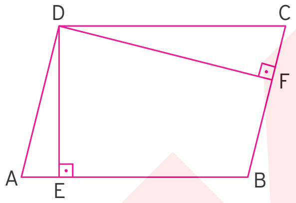


Paralelkenarın köşegenleri birbirini ortaladığı için |DO| = |OB| ve |AO| = |OC| dir. DAB üçgeninde [DF] ve [AO] kenarortay olduğundan, E noktası DAB üçgeninin ağırlık merkezidir. Buna göre, |AE| = 2·|EO| ⇒ |AE| = 2·5 = 10 cm dir.

|AO| = |OC| olduğundan |AO| = |OC| = 10 + 5 = 15 cm dir. O halde |AC| = 2·15 = 30 cm bulunur.

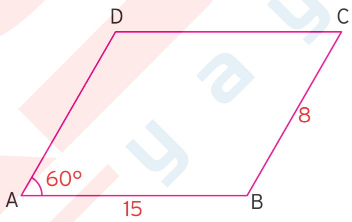
Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 10 / Kavrama Testi 2 2, 5 nolu soruları hemen çözelim.

8.4 Paralelkenarın alanı nasıl hesaplanır?



Paralelkenarın alanı taban·yükseklik ile bulunur. Yani, Alan(ABCD) = |AB|·|DE| eşitliğiyle veya Alan(ABCD) = |BC|·|DF| eşitliğiyle bulunur. Bu durumda |AB|·|DE| = |BC|·|DF| dir.

örnek soru



ABCD bir paralelkenar

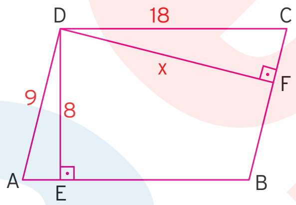
$m(\widehat{DAB}) = 60°$

|AB| = 15 cm

|BC| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, ABCD paralelkenarının alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

örnek soru



ABCD bir paralelkenar

[DE] ⊥ [AB]

[DF] ⊥ [BC]

|AD| = 9 cm

|DE| = 8 cm

|DC| = 18 cm

Yukarıdaki verilere göre, |DF| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

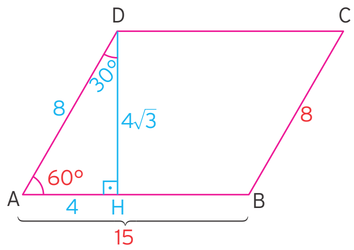
ABCD bir paralelkenar olduğuna göre,
|AB| = |DC| = 18 cm ve |BC| = |AD| = 9 cm dir.

Alan(ABCD) = |AB|·|DE| = |BC|·|DF| olduğundan

$$18 \cdot 8 = 9 \cdot x \Rightarrow x = \frac{18 \cdot 8}{9}$$

$$\Rightarrow x = 16 \text{ cm bulunur.}$$

çözüm



Önce AB kenarına ait yüksekliği yani [DH] yi çizelim. Bu durumda DAH üçgeni 30° – 60° – 90° üçgeni olur.

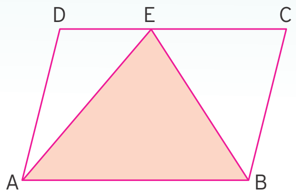
Buna göre, DAH dik üçgeninde 90° nin karşısı |AD| = |BC| = 8 cm iken 30° nin karşısı |AH| = 4 cm ve 60° nin karşısı $|DH| = 4\sqrt{3}$ cm olur.

O halde, $\text{Alan}(ABCD) = |AB| \cdot |DH| = 15 \cdot 4\sqrt{3} = 60\sqrt{3}$ cm^2 bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 9 / Kavrama Testi 2 1 nolu soruları hemen çözelim.

8.5 Paralelkenarda alan oranlarıyla ilgili özel durumlar

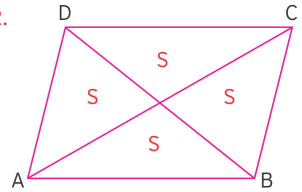
1.



EAB üçgeninin alanı paralelkenarın alanının yarısıdır. Ayrıca,

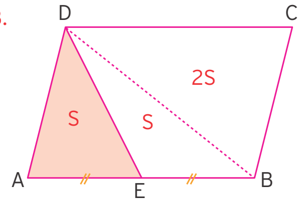
$\dfrac{\text{Alan(DEA)}}{\text{Alan(ECB)}} = \dfrac{|DE|}{|EC|}$ dir.

2.



Paralelkenarın köşegenleri paralelkenarın alanını 4 eş parçaya ayırır.

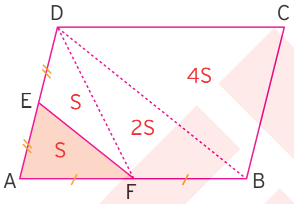
3.



$|AE| = |EB|$ ise,

$\text{Alan(DAE)} = \dfrac{1}{4} \cdot \text{Alan(ABCD)}$ olur.

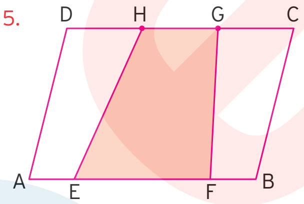
4.



$|DE| = |EA|$ ve $|AF| = |FB|$ ise,

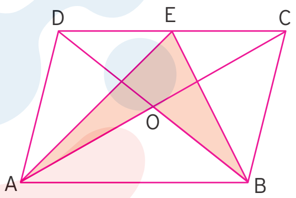
$\text{Alan(EAF)} = \dfrac{1}{8} \cdot \text{Alan(ABCD)}$ olur.

5.



$\dfrac{\text{Alan(EFGH)}}{\text{Alan(ABCD)}} = \dfrac{|HG|+|EF|}{|DC|+|AB|}$ dir.

örnek soru



ABCD bir paralelkenar

O, köşegenlerin kesim noktası

EAB bir üçgen

Alan(ABCD) = 48 cm^2 olduğunu göre, taralı bölgenin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm

[AC] ve [BD] köşegenleri ABCD paralelkenarının alanını 4 eş parçaya ayırmaktadır. Buna göre, $\text{Alan(OAB)} = \dfrac{1}{4} \cdot \text{Alan(ABCD)} = \dfrac{1}{4} \cdot 48 = 12 \text{ cm}^2$ dir.

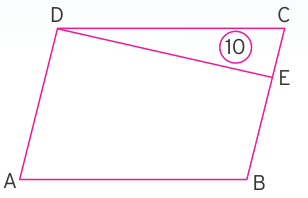
EAB üçgeninin alanı ABCD paralelkenarının alanının yarısı olduğundan $\text{Alan(EAB)} = \dfrac{1}{2} \cdot 48 = 24 \text{ cm}^2$ dir.

O halde, taralı bölgenin alanı = Alan(EAB) − Alan(OAB)

$= 24 - 12$

$= 12 \text{ cm}^2$ bulunur.

örnek soru



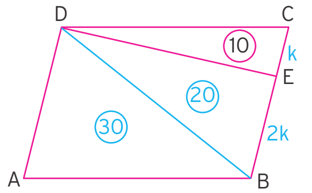
ABCD bir paralelkenar

$|BE| = 2|EC|$

$\text{Alan}(DEC) = 10\ cm^2$

Yukarıdaki verilere göre, ABCD paralelkenarının alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



$|BE| = 2|EC|$ olduğundan $|EC| = k$ alınırsa,

$|BE| = 2k$ olur.

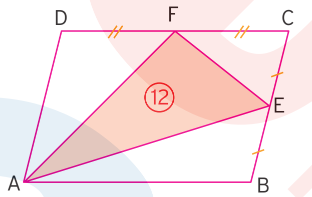
[DB] köşegeni çizildiğinde $|BE| = 2|EC|$ olduğundan $\text{Alan}(DBE) = 2 \cdot \text{Alan}(DEC) = 2 \cdot 10 = 20\ cm^2$ dir.

[DB] köşegeni paralelkenarın alanını iki eş parçaya ayırdığına göre, $\text{Alan}(DAB) = \text{Alan}(DBC)$

$= 10 + 20 = 30\ cm^2$ dir.

O halde, $\text{Alan}(ABCD) = 2 \cdot 30 = 60\ cm^2$ bulunur.

örnek soru



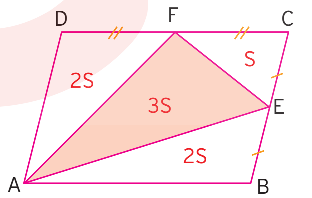
ABCD paralelkenar

E ve F orta nokta

$\text{Alan}(FAE) = 12\ cm^2$

Yukarıdaki verilere göre, ABCD paralelkenarının alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



E ve F kenarların orta noktaları olduğuna göre yukarıda verilen 4 nolu kural gereğince

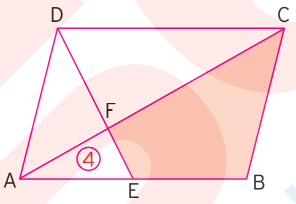
$\text{Alan}(FEC) = \frac{1}{8} \cdot \text{Alan}(ABCD)$ olur.

Buna göre, $\text{Alan}(ABCD) = 8S$ alınırsa, $\text{Alan}(FEC) = S$ olur. E ve F orta noktalar olduğundan 3 nolu kurala göre, $\text{Alan}(EAB) = \frac{1}{4} \cdot \text{Alan}(ABCD) = 2S$ ve $\text{Alan}(DAF) = \frac{1}{4} \cdot \text{Alan}(ABCD) = 2S$ olur.

Bu durumda $\text{Alan}(FAE) = 8S - (S + 2S + 2S) = 3S$ bulunur.

$3S = 12\ cm^2$ verildiğine göre, $S = 4\ cm^2$ ve $\text{Alan}(ABCD) = 8S = 8 \cdot 4 = 32\ cm^2$ bulunur.

örnek soru



ABCD bir paralelkenar

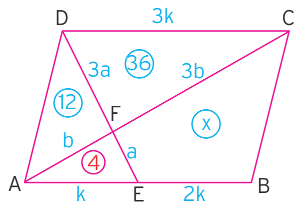
$[AC] \cap [DE] = \{F\}$

$|AB| = 3|AE|$

$\text{Alan}(FAE) = 4\ cm^2$

Yukarıdaki verilere göre, EBCF dörtgeninin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



$\text{Alan}(EBCF) = x$ olsun.

$|AB| = 3|AE|$ olduğundan $|AE| = k$ alınırsa, $|AB| = 3k$ dolayısıyla $|DC| = 3k$ olur.

$DC \parallel AE$ olduğundan $\widehat{DCF} \sim \widehat{EAF}$ dir.

Buna göre, $\frac{|DC|}{|EA|} = \frac{|DF|}{|EF|} = \frac{|CF|}{|AF|} = \frac{3k}{k} = 3$ olur.

Bu durumda $|EF| = a$ alınırsa $|DF| = 3a$ ve $|AF| = b$ alınırsa $|CF| = 3b$ olur.

$|DF| = 3 \cdot |EF|$ olduğundan
$\text{Alan}(DAF) = 3 \cdot \text{Alan}(EAF) = 3 \cdot 4 = 12\ cm^2$

Aynı şekilden $|CF| = 3 \cdot |AF|$ olduğundan
$\text{Alan}(DCF) = 3 \cdot \text{Alan}(DAF) = 3 \cdot 12 = 36\ cm^2$ dir.

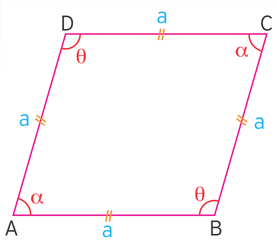
[AC] köşegeni paralelkenarın alanını iki eş parçaya ayırdığına göre, $\text{Alan}(ABC) = \text{Alan}(ADC)$

$\Rightarrow x + 4 = 12 + 36$

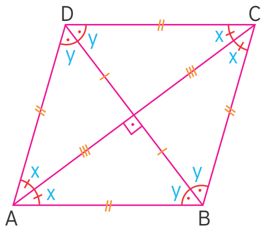
$\Rightarrow \quad x = 44\ cm^2$ bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 11 / Kavrama Testi 2 6 nolu soruları hemen çözelim.

8.6 *Eşkenar dörtgen özel bir paralelkenardır.*



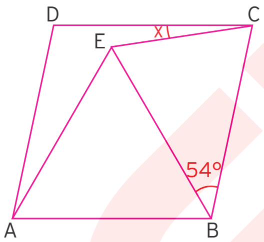
Tüm kenarları eşit olan paralelkenara eşkenar dörtgen denir. Eşkenar dörtgen bir paralelkenar olduğu için paralelkenara ait tüm özellikleri taşır. Ancak paralelkenarda olmayan kendine has bazı özellikleri de vardır.



ABCD eşkenar dörtgeninin köşegenleri paralelkenarda olduğu gibi birbirini ortalar.

Paralelkenardan farklı olarak [AC] ve [BD] köşegenleri hem birbirine dik, hem de açıortaydır.

örnek soru



ABCD bir eşkenar dörtgen

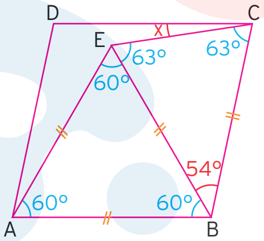
EAB eşkenar üçgen

$m(\widehat{EBC}) = 54°$

$m(\widehat{DCE}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



EAB eşkenar üçgen olduğundan

$|EA| = |EB| = |AB|$ ve

$m(\widehat{EBA}) = 60°$ dir.

ABCD eşkenar dörtgen olduğundan

$|AB| = |BC|$ dir.

Dolayısıyla $|EB| = |BC|$ dir.

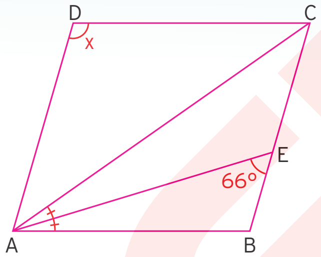
Bu durumda $m(\widehat{BEC}) = m(\widehat{BCE}) = \dfrac{180° - 54°}{2} = 63°$ dir.

Eşkenar dörtgende komşu açıların toplamı 180° olduğundan

$m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{BCD}) = 180°$

$60° + 54° + 63° + x = 180° \Rightarrow x = 3°$ bulunur.

örnek soru



ABCD eşkenar dörtgen

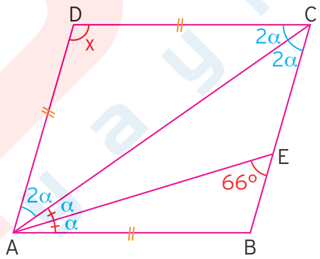
$m(\widehat{CAE}) = m(\widehat{EAB})$

$m(\widehat{BEA}) = 66°$

$m(\widehat{ADC}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



$m(\widehat{CAE}) = m(\widehat{EAB}) = \alpha$ olsun.

Eşkenar dörtgende,

[AC] köşegeni A ve C açılarının açıortayı olduğuna göre,

$m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{CAB}) = m(\widehat{DCA}) = m(\widehat{ACB}) = 2\alpha$ olur.

EAC üçgeninde iki iç açının toplamı kendilerine komşu olmayan dış açıya eşit olduğundan

$m(\widehat{EAC}) + m(\widehat{ECA}) = m(\widehat{AEB})$

$\alpha + 2\alpha = 66° \Rightarrow 3\alpha = 66° \Rightarrow \alpha = 22°$ olur.

Bu durumda $2\alpha = 44°$ dir.

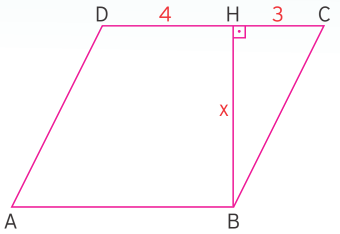
DAC üçgeninde iç açılar toplamı

$2\alpha + 2\alpha + x = 180°$

$44° + 44° + x = 180°$

$x = 92°$ bulunur.

örnek soru



ABCD eşkenar dörtgen

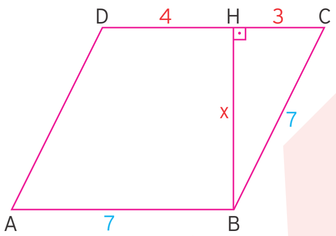
[BH] ⊥ [DC]

|DH| = 4 cm

|HC| = 3 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BH| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



Eşkenar dörtgenin kenar uzunlukları eşit olduğundan

|BC| = |DC| = 7 cm dir.

HBC dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

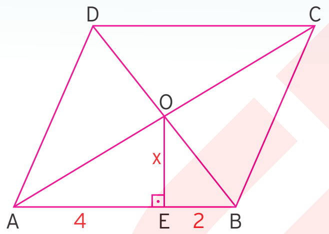
$|BC|^2 = |BH|^2 + |HC|^2$

$7^2 = x^2 + 3^2 \Rightarrow 49 = x^2 + 9$

$x^2 = 40$

$x = 2\sqrt{10}$ cm bulunur.

örnek soru



ABCD eşkenar dörtgen

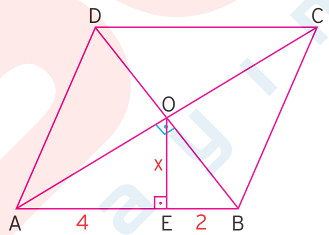
[AC] ve [BD] köşegen

|AE| = 4 cm

|EB| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, |OE| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



Eşkenar dörtgenlerin köşegenleri birbirine dik olduğuna göre, [AO] ⊥ [OB] dir. Bu durumda OAB dik üçgeninde öklid bağıntısı uygulanabilir.

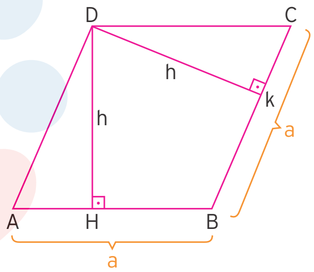
$|OE|^2 = |AE|\cdot|EB| \Rightarrow x^2 = 4\cdot 2$

$x^2 = 8$

$x = 2\sqrt{2}$ cm bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 3 1, 3, 6, 8 nolu soruları hemen çözelim.

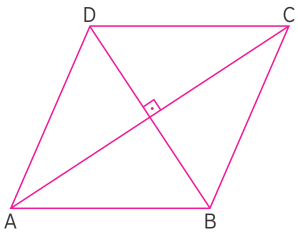
8.7 *Eşkenar dörtgenin alanının hesaplanması*



Eşkenar dörtgenin kenarları eşit olduğundan kenarlara ait yükseklikler de eşittir.

Eşkenar dörtgenin alanı

Alan(ABCD) = a·h eşitliğiyle bulunur.

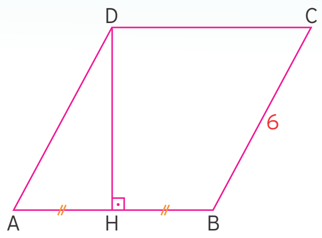


Eşkenar dörtgenin köşegenleri birbirine diktir.

Dolayısıyla köşegen uzunlukları biliniyorsa,

$$\text{Alan(ABCD)} = \frac{|AC|\cdot|BD|}{2} \text{ dir.}$$

örnek soru



ABCD bir eşkenar dörtgen

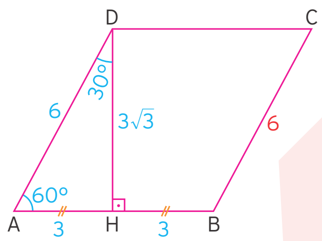
$[DH] \perp [AB]$

$|AH| = |HB|$

$|BC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, ABCD eşkenar dörtgeninin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



Eşkenar dörtgenin kenar uzunlukları eşit olduğundan

$|AD| = |AB| = |BC| = 6$ cm dir.

Bu durumda $|HA| = |HB| = 3$ cm olur.

DAH dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$|DA|^2 = |DH|^2 + |AH|^2 \Rightarrow 6^2 = |DH|^2 + 3^2$

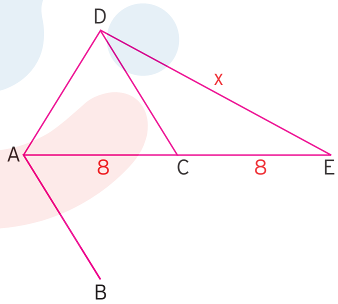
$\Rightarrow 36 = |DH|^2 + 9$

$\Rightarrow |DH|^2 = 27$

$\Rightarrow |DH| = 3\sqrt{3}$ cm bulunur.

O halde, $\text{Alan}(ABCD) = |AB| \cdot |DH| = 6 \cdot 3\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$ cm^2 bulunur.

örnek soru



ABCD bir eşkenar dörtgen

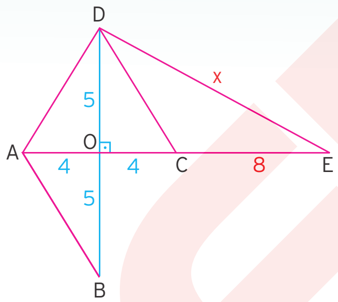
DAE bir üçgen

$|AC| = |CE| = 8$ cm

$\text{Alan}(ABCD) = 40$ cm^2

Yukarıdaki verilere göre, $|DE| = x$ in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ABCD eşkenar dörtgeninin [BD] köşegeni de çizilirse, hem $[DB] \perp [AC]$, hem de $|AO| = |OC| = 4$ cm olur.

$\text{Alan}(ABCD) = \dfrac{|AC| \cdot |BD|}{2}$ olduğundan $40 = \dfrac{8 \cdot |BD|}{2}$

$4 \cdot |BD| = 40 \Rightarrow |BD| = 10$ cm olur.

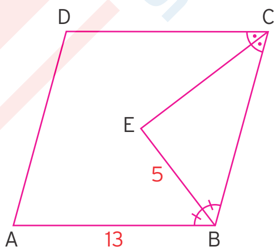
Bu durumda $|DO| = |OB| = 5$ cm dir. (Çünkü eşkenar dörtgenin köşegenleri birbirini ortalar)

Son olarak, DOE dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa, $|DE|^2 = |DO|^2 + |OE|^2 \Rightarrow x^2 = 5^2 + 12^2$

$x^2 = 169$

$x = 13$ cm bulunur.

örnek soru



ABCD eşkenar dörtgen

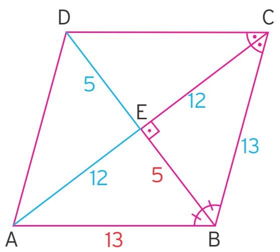
[BE] ve [CE] açıortay

$|EB| = 5$ cm

$|AB| = 13$ cm

Yukarıdaki verilere göre, ABCD dörtgeninin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm

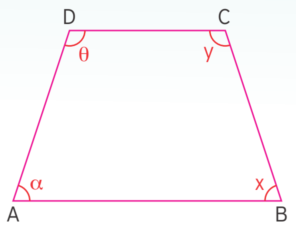


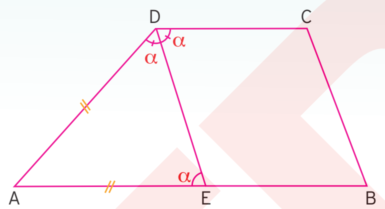
DC // AB olduğu için birbirine komşu olan B ve C açılarının açıortayları dik kesişir. Yani $[CE] \perp [BE]$ dir. Ayrıca [CE] ve [BE] açıortay olduğu için [AC] ve [BD] köşegendir. Yani D, E, B ile A, E, C doğrusal noktalardır. EAB dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa, $|EA| = 12$ cm bulunur. (5 – 12 – 13 üçgeni) köşegenler birbirini ortaladığından $|AE| = |EC| = 12$ cm ve $|BE| = |DE| = 5$ cm dir. O halde,

$\text{Alan}(ABCD) = \dfrac{|AC| \cdot |BD|}{2} = \dfrac{24 \cdot 10}{2} = 120$ cm^2 bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 3 11 nolu soruları hemen çözelim.

8.8 Yamuk





Alt ve üst kenarları birbirine paralel olan dörtgenlere yamuk denir.

Şekildeki ABCD yamuğunda [DC] // [AB] dir.

[DC] // [AB] olduğundan

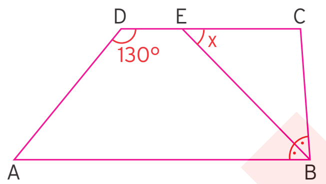
$\alpha + \theta = 180°$

$x + y = 180°$ dir.

ABCD yağumunda [DC] // [AB] ve [DE] açıortay ise, ADE üçgeni ikizkenar üçgen olur.

Çünkü $m(\widehat{AED}) = m(\widehat{EDC}) = \alpha$ (İç ters açılar eşittir.)

örnek soru



ABCD bir yamuk

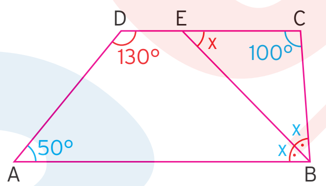
$m(\widehat{ADC}) = 130°$

[BE] açıortay

$m(\widehat{DCB}) = 2 \cdot m(\widehat{DAB})$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BEC}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



ABCD yamuğunda

[DC] // [AB]

olduğundan

$m(\widehat{A}) + m(\widehat{D}) = 180° \Rightarrow m(\widehat{A}) + 130° = 180°$

$m(\widehat{A}) = 50°$ dir.

$m(\widehat{DCB}) = 2 \cdot m(\widehat{DAB})$ verildiğine göre,

$m(\widehat{DCB}) = 2 \cdot 50° = 100°$ olur.

[EC] // [AB] olduğundan $m(\widehat{CEB}) = m(\widehat{EBA})$ yani

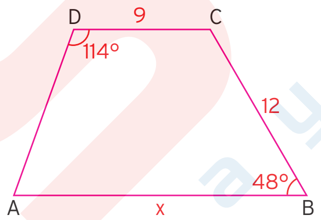
$m(\widehat{EBA}) = x$ olur.

[BE] açıortay olduğundan $m(\widehat{EBC}) = m(\widehat{EBA}) = x$

CEB üçgeninde iç açılar toplamı

$100° + 2x = 180° \Rightarrow 2x = 80° \Rightarrow x = 40°$ bulunur.

örnek soru



ABCD bir yamuk

[DC] // [AB]

$m(\widehat{ADC}) = 114°$

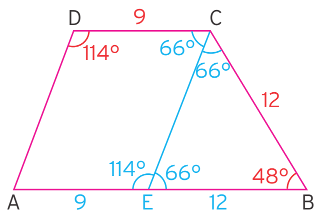
$m(\widehat{ABC}) = 48°$

$|DC| = 9$ cm

$|BC| = 12$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AB| = x$ in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ABCD yamuğunda

[CE] // [AD] olacak şekilde [CE] çizilirse, AECD dörtgeni bir paralelkenar olur.

Bu durumda $|AE| = |DC| = 9$ cm ve

$m(\widehat{AEC}) = m(\widehat{ADC}) = 114°$ olur ve dolayısıyla

$m(\widehat{CEB}) = 180° - 114° = 66°$ dir.

CEB üçgeninde iç açılar toplamı 180° olduğundan

$m(\widehat{ECB}) = \dfrac{180° - (66° + 48°)}{2} = 66°$ dir.

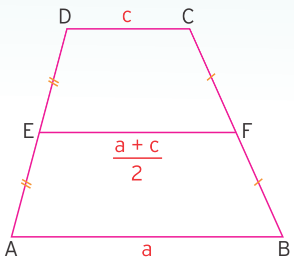
O halde, $|BE| = |BC| = 12$ cm dir.

Dolayısıyla sorunun cevabı

$|AB| = |AE| + |EB| \Rightarrow x = 9 + 12 = 21$ cm bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 4 1, 2, 3 nolu soruları hemen çözelim.

8.9 Yamukta orta taban çok önemlidir.

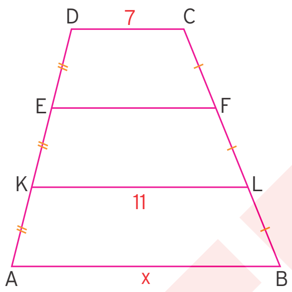


ABCD yamuğunda E ve F kenarların orta noktaları ise, [EF] doğru parçasına orta taban denir.

|AB| = a ve |DC| = c ise orta tabanın uzunluğu

$|EF| = \dfrac{a+c}{2}$ ile bulunur.

örnek soru



ABCD bir yamuk

[DC] // [AB]

|DE| = |EK| = |KA|

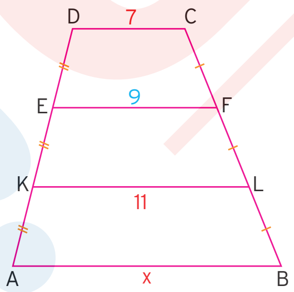
|CF| = |FL| = |LB|

|DC| = 7 cm

|KL| = 11 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AB| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[EF], KLCD yamuğunun orta tabanı olduğundan

$|EF| = \dfrac{|DC|+|KL|}{2} = \dfrac{7+11}{2} = 9$ cm dir.

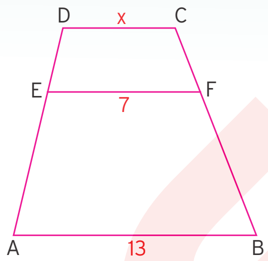
[KL] ise ABFE yamuğunun orta tabanıdır.

Buna göre, $|KL| = \dfrac{|EF|+|AB|}{2} \Rightarrow 11 = \dfrac{9+x}{2}$

$\Rightarrow 22 = 9 + x$

$\Rightarrow x = 13$ cm bulunur.

örnek soru



ABCD bir yamuk

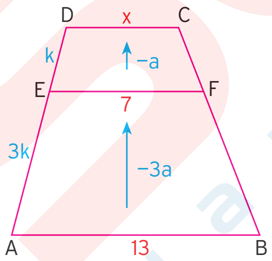
[DC] // [EF] // [AB]

|EF| = 7 cm

|AB| = 13 cm

|AE| = 3·|ED| olduğuna göre, |DC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



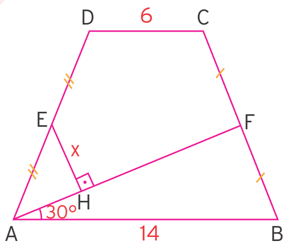
|AE| = 3·|ED| verildiğine göre, |ED| = k alırsak, |AE| = 3k olur.

Buna göre, |AB| 3a cm azalıp |EF| oluşurken, |EF| a cm azalıp |DC| oluşur.

3a = 13 - 7 = 6 cm ise,
a = 2 cm dir.

Buna göre, 7 - x = 2 ⇒ x = 5 cm bulunur.

örnek soru



ABCD bir yamuk

[DC] // [AB]

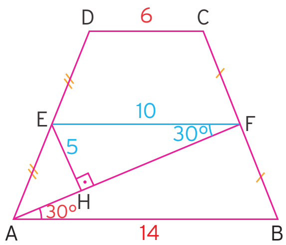
E ve F orta noktalar

[EH] ⊥ [AF]

$m(\widehat{FAB}) = 30°$

|DC| = 6 cm ve |AB| = 14 cm olduğuna göre, |EH| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



E ve F orta noktalar olduğundan [EF] orta tabandır. Buna göre,

$|EF| = \dfrac{6+14}{2} = 10$ cm

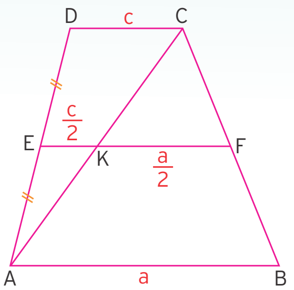
dir.

Ayrıca [EF] // [AB] olduğundan

$m(\widehat{EFA}) = m(\widehat{FAB}) = 30°$ dir. (İç ters açılar eşittir.) EHF dik üçgeni 30° − 60° − 90° üçgeni olduğundan |EF| = 10 cm ise, |EH| = 5 cm bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 4 6 nolu soruyu hemen çözelim.

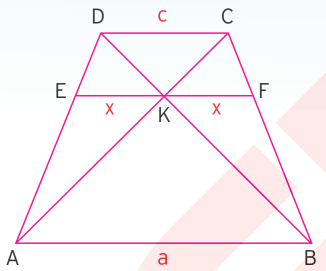
8.10 *Yamuğun köşegeni, orta tabanı bakın nasıl bölüyor.*



$|AB| = a$ ise, $|KF| = \frac{a}{2}$

$|DC| = c$ ise,

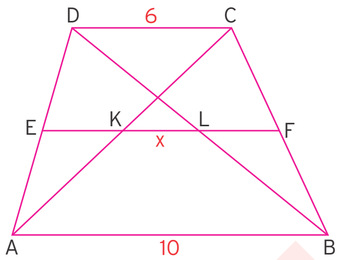
$|EK| = \frac{c}{2}$ olur.



[EF] hem yamuğun tabanına paralel ve hem de [AC] ve [BD] köşegenlerinin kesiştiği noktalardan geçiyorsa,

$|EK| = |KF| = x$ ve $x = \frac{a \cdot c}{a + c}$ dir.

örnek soru



ABCD bir yamuk

[AB] // [DC]

[EF] orta taban

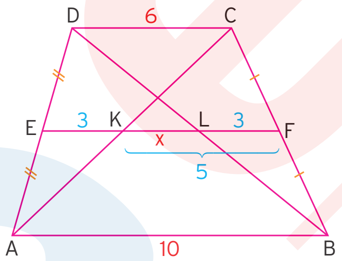
[AC] ve [BD] köşegen

$|DC| = 6$ cm

$|AB| = 10$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |KL| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[EF] orta taban olduğuna göre,

$|DE| = |EA|$ ve

$|CF| = |FB|$ olur.

Yukarıda verilen kurala göre,

$|EK| = \frac{|DC|}{2} = \frac{6}{2} = 3$ cm ve aynı şekilde,

$|LF| = \frac{|DC|}{2} = \frac{6}{2} = 3$ cm dir.

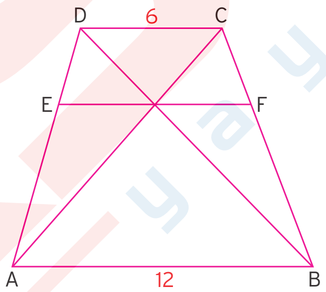
Yine yukarıda verilen kurala göre,

$|KF| = \frac{|AB|}{2} = \frac{10}{2} = 5$ cm dir.

O halde, sorunun cevabı

$|KL| = |KF| - |LF| \Rightarrow x = 5 - 3 = 2$ cm bulunur.

örnek soru



ABCD bir yamuk

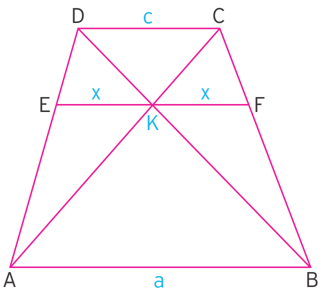
[DC] // [EF] // [AB]

$|DC| = 6$ cm

$|AB| = 12$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |EF| uzunluğunun kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



$|AB| = a$ ve $|DC| = c$ iken

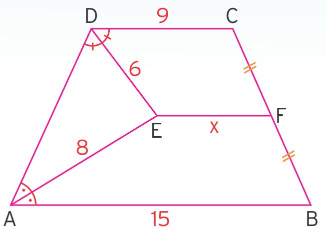
$|EK| = |KF| = x = \frac{a \cdot c}{a + c}$ olduğundan

bu kuralı, verilen soruda uygularsak,

$x = \frac{12 \cdot 6}{12 + 6} = \frac{72}{18} = 4$ cm olur.

Buna göre, $|EF| = 2x = 2 \cdot 4 = 8$ cm bulunur.

örnek soru



ABCD bir yamuk

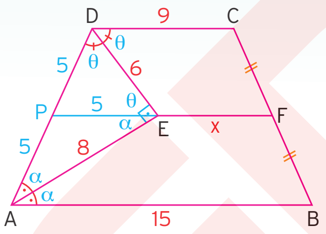
[AB] // [DC]

[AE] ve [DE] açıortay

|CF| = |FB|

|DC| = 9 cm, |DE| = 6 cm, |AE| = 8 cm ve |AB| = 15 cm olduğuna göre, |EF| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



Paralelkenarda olduğu gibi yamukta da A ve D köşelerine ait açıortaylar birbiriyle dik keşisir, yani m($\widehat{DEA}$) = 90° dir.

Bu durumda |DA| = 10 cm dir. (6 8 - 10 üçgeni)

DAE dik üçgeninde [EP] kenarortayı çizilirse,

|EP| = |PA| = |PD| = 5 cm olur.

[PF], yağmuğun orta tabanı olduğundan

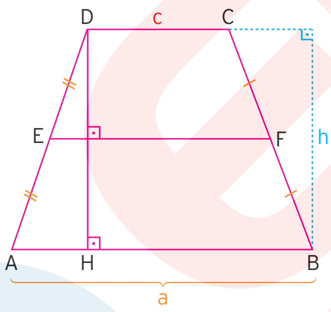
$|PF| = \dfrac{|DC|+|AB|}{2} \Rightarrow x + 5 = \dfrac{9+15}{2}$

$\Rightarrow x + 5 = 12$

x = 7 cm bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 4 7 / Genel Tekrar Testi 15, 16 nolu soruları hemen çözelim.

8.11 Yamuğun alanı orta tabanı ve yüksekliğiyle doğru orantılıdır.

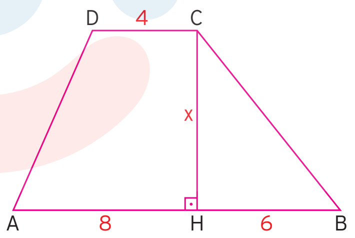


ABCD yamuğunun alanı [EF] orta tabanının uzunluğu ile [DH] yüksekliğinin çarpımına eşittir.

Buna göre, Alan(ABCD) = |EF|·|DH| ile veya

$\text{Alan(ABCD)} = \dfrac{a+c}{2} \cdot h$ ile bulunur.

örnek soru



ABCD bir yamuk

[DC] // [AB]

[CH] ⊥ [AB]

|DC| = 4 cm

|AH| = 8 cm

|HB| = 6 cm

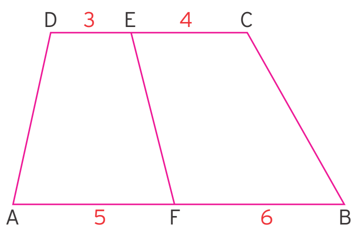
Alan(ABCD) = 63 cm² olduğuna göre, |CH| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

$\text{Alan(ABCD)} = \dfrac{|AB|+|DC|}{2} \cdot |CH|$

$63 = \dfrac{14+4}{2} \cdot x \Rightarrow 63 = 9x \Rightarrow x = 7$ cm bulunur.

örnek soru



|DE| = 3 cm

|EC| = 4 cm

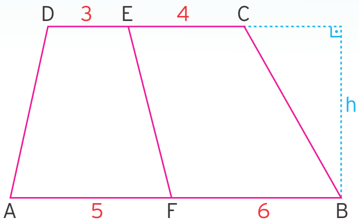
|AF| = 5 cm

|FB| = 6 cm

Şekildeki ABCD yamuğu EF doğrusu ile iki yamuğa ayrılmıştır.

Buna göre, $\dfrac{\text{Alan(AFED)}}{\text{Alan(FBCE)}}$ oranının kaç olduğunu bulalım.

çözüm

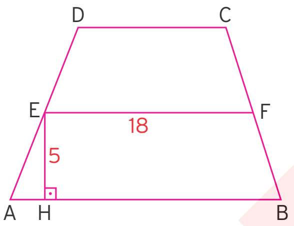


AFED ve FBCE, yükseklikleri eşit olan iki yamuktur.

Buna göre,

$$\frac{\text{Alan(AFED)}}{\text{Alan(FBCE)}} = \frac{\frac{5+3}{2}\cdot h}{\frac{4+6}{2}\cdot h} = \frac{4h}{5h} = \frac{4}{5} \quad \text{bulunur.}$$

örnek soru



ABCD bir yamuk

[EF] orta taban

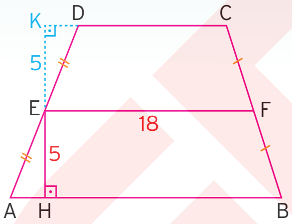
[EH] ⊥ [AB]

|EH| = 5 cm

|EF| = 18 cm

Yukarıdaki verilere göre, ABCD yamuğunun alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



[EF] orta taban olduğundan |AE| = |ED| ve |CF| = |FB| dir.

[KD] // [AH] olacak şekilde KED dik üçgeni oluşturulursa, |AE| = |ED| olduğundan |EK| = |EH| = 5 cm olur.

Çünkü $\widehat{KDE} \cong \widehat{HAE}$ dir.

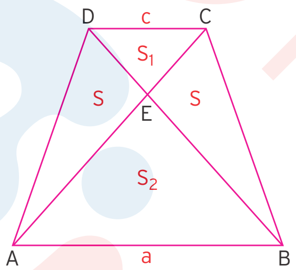
Yamuğun orta tabanının uzunluğu 18 cm ve yüksekliği |KH| = 10 cm olduğundan

Alan(ABCD) = 18·10 = 180 cm^2 bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 4 11 / Genel Tekrar Testi 18 nolu soruları hemen çözelim.

8.12 *Yamukta alan oranları*

1.



$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{c}{a}\right)^2$$

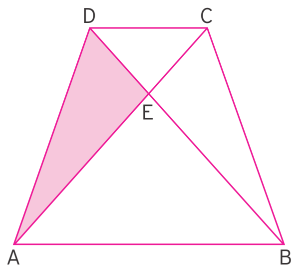
(benzer üçgenlerde alanlar oranı benzerlik oranının karesine eşittir.)

Alan(ADE) = Alan(BCE) = S ve

$S_1 \cdot S_2 = S^2$ yani

$S = \sqrt{S_1 \cdot S_2}$ dir.

örnek soru



ABCD bir yamuk

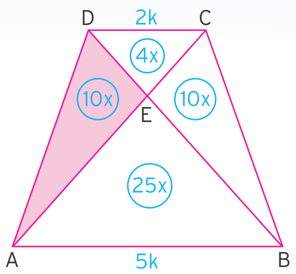
[AC] ve [BD] köşegen

5|DC| = 2|AB|

Alan(ABCD) = 98 cm^2

Yukarıdaki verilere göre, ADE üçgeninin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



$5|DC| = 2|AB|$ verildiğine göre,

$|DC| = 2k$ alınırsa,

$|AB| = 5k$ olur.

Bu durumda

$$\frac{\text{Alan(EDC)}}{\text{Alan(EAB)}} = \left(\frac{2k}{5k}\right)^2 = \frac{4}{25} \text{ olur.}$$

Buna göre, Alan(EDC) = 4x alınırsa, Alan(EAB) = 25x alınır.

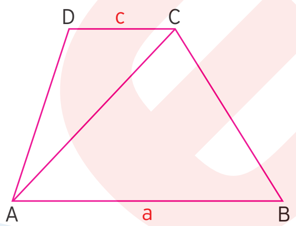
Bu durumda Alan(ADE) = Alan(BCE) = $\sqrt{4x \cdot 25x} = 10x$ bulunur.

Alan(ABCD) = 98 cm^2 verildiğine göre,

$25x + 4x + 10x + 10x = 98 \Rightarrow 49x = 98 \Rightarrow x = 2$ cm^2

O halde, ADE üçgeninin alanı $10x = 10 \cdot 2 = 20$ cm^2 bulunur.

2.



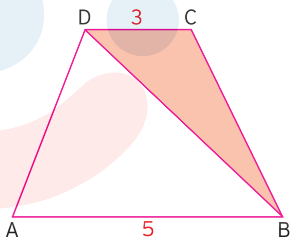
Yamukta

[DC] // [AB]

olduğundan

$$\frac{\text{Alan(DCA)}}{\text{Alan(CAB)}} = \frac{c}{a} \text{ dır.}$$

örnek soru



ABCD bir yamuk

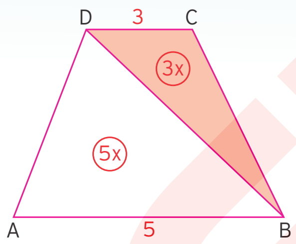
[DC] // [AB]

|DC| = 3 cm

|AB| = 5 cm

Alan(ABCD) = 24 cm^2 olduğuna göre, DCB üçgeninin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



$$\frac{\text{Alan(DCB)}}{\text{Alan(DAB)}} = \frac{|DC|}{|AB|} = \frac{3}{5}$$

olduğundan

Alan(DCB) = 3x alınırsa,

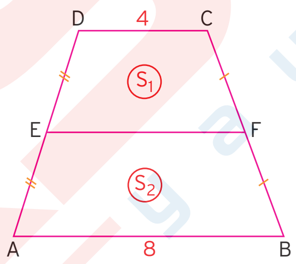
Alan(DAB) = 5x alınır.

Alan(ABCD) = 24 cm^2 olduğuna göre,

$3x + 5x = 24 \Rightarrow 8x = 24 \Rightarrow x = 3$ cm^2 dir.

O halde, DCB üçgeninin alanı $3x = 3 \cdot 3 = 9$ cm^2 bulunur.

örnek soru



ABCD bir yamuk

[DC] // [AB]

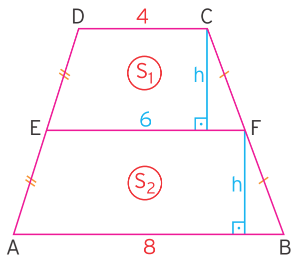
[EF] orta taban

|DC| = 4 cm

|AB| = 8 cm

Alan(EFCD) = S_1 ve Alan(ABFE) = S_2 olduğuna göre, $\frac{S_1}{S_2}$ oranının kaç olduğunu bulalım.

çözüm



[EF] orta taban olduğuna göre, EFCD ve ABFE yamuklarının yükseklikleri eşittir.

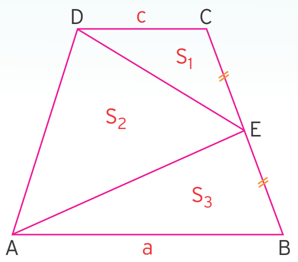
$|EF| = \frac{4+8}{2} = 6$ cm olduğuna göre,

$$\text{Alan(EFCD)} = \frac{|EF|+|DC|}{2} \cdot h \Rightarrow S_1 = \frac{4+6}{2} \cdot h = 5h$$

$$\text{Alan(ABFE)} = \frac{|AB|+|EF|}{2} \cdot h \Rightarrow S_2 = \frac{8+6}{2} \cdot h = 7h$$

O halde, sorunun cevabı $\frac{S_1}{S_2} = \frac{5h}{7h} = \frac{5}{7}$ bulunur.

3.



ABCD yamuğunda

$|CE| = |EB|$ ise,

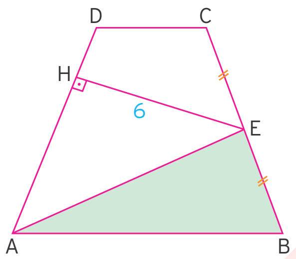
S_1, S_2, S_3 alanları ile ilgili olarak

$S_2 = S_1 + S_3$ ve

$\dfrac{S_1}{S_3} = \dfrac{c}{a}$

bağıntıları yazılabilir.

örnek soru



ABCD bir yamuk

$[DC] \parallel [AB]$

$[EH] \perp [AD]$

$|EH| = 6$ cm

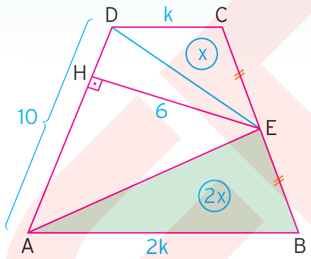
$|AD| = 10$ cm

$|AB| = 2|DC|$

$|CE| = |EB|$

Yukarıdaki verilere göre, EAB üçgeninin alanının kaç cm² olduğunu bulalım.

çözüm



[ED] çizilirse, $|EH| = 6$ cm ve $|AD| = 10$ cm verildiğine göre, Alan(EDA) $= \dfrac{10 \cdot 6}{2} = 30$ cm² olur.

$|AB| = 2|DC|$ verildiğinden $|DC| = k$ alınırsa, $|AB| = 2k$ olur.

Bu durumda Alan(EDC) = x alınırsa,

Alan(EAB) = 2x olur. EDA üçgeninin alanı yamuğun alanının yarısı olduğundan, diğer yarısı EDC ve EAB üçgenlerinin alanları toplamıdır.

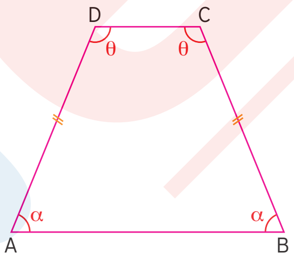
Buna göre, Alan(EDC) + Alan(EAB) = Alan(EDA)

$x + 2x = 30 \Rightarrow 3x = 30 \Rightarrow x = 10$ cm² olur.

O halde, Alan(EAB) $= 2x = 2 \cdot 10 = 20$ cm² bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 5 7, 8, 9 nolu soruları hemen çözelim.

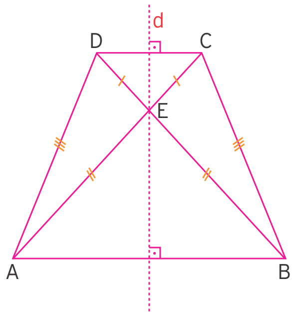
8.13 Özel Yamukların birincisi: İkizkenar Yamuk



Paralel olmayan kenarlarının uzunlukları eşit olan yamuklara ikizkenar yamuk denir. Şekildeki ABCD yamuğunda $|DA| = |CB|$ olduğundan bu yamuk ikizkenardır.

ABCD ikizkenar yamuğunda $m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = \alpha$,

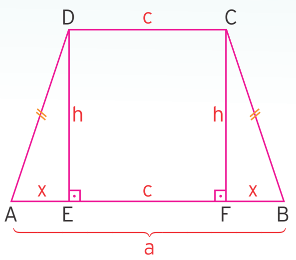
$m(\widehat{D}) = m(\widehat{C}) = \theta$ ve $\alpha + \theta = 180°$ dir.



ABCD ikizkenar yamuğunda köşegen uzunlukları eşit, yani $|AC| = |BD|$ dir.

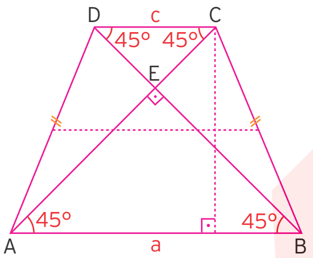
Ayrıca, $|DE| = |CE|$ ve $|AE| = |EB|$ dir.

Çünkü d doğrusu ABCD ikizkenar yamuğunun simetri eksenidir.



ABCD ikizkenar yamuğunda D ve C köşelerinden yamuğun tabanına [DE] ve [CF] dikmeleri inilirse, oluşan DAE ve CBF dik üçgenleri eş üçgenler olur.

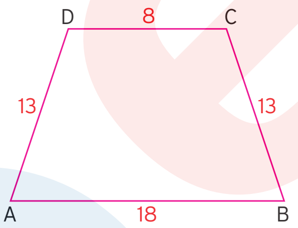
$|AE| = |FB| = x$ ve $x = \dfrac{a-c}{2}$ dir.



ABCD ikizkenar yamuğunda $[AC] \perp [BD]$ olursa, yani köşegenler dik kesişirse, yamuğun yüksekliği, yamuğun orta tabanıyla aynı uzunlukta olur.

$h = \dfrac{a+c}{2}$ dir. Bu durumda Alan(ABCD) = h^2 dir.

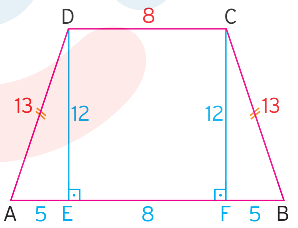
örnek soru



ABCD bir ikizkenar yamuk
$|DA| = |CB| = 13$ cm
$|DC| = 8$ cm
$|AB| = 18$ cm

Yukarıdaki verilere göre, ABCD yamuğunun alanının kaç cm² olduğunu bulalım.

çözüm



D ve C köşelerinden [DE] ve [CF] yükseklikleri çizilirse,

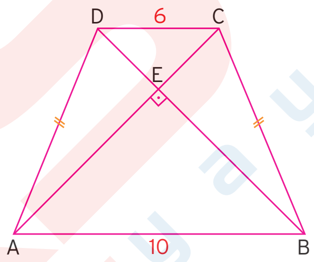
$|EF| = |DC| = 8$ cm ve $|AE| = |FB| = \dfrac{18-8}{2} = 5$ cm olur.

DAE ve CBF dik üçgenlerinde $|AD| = |CB| = 13$ cm ve $|AE| = |FB| = 5$ cm olduğuna göre, $|DE| = |CF| = 12$ cm olur. (5 - 12 - 13 üçgeni)

O halde,

$$\text{Alan(ABCD)} = \frac{|DC|+|AB|}{2} \cdot |DE| = \frac{8+18}{2} \cdot 12$$
$$= 13 \cdot 12$$
$$= 156 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

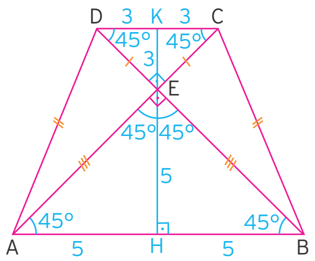
örnek soru



ABCD ikizkenar yamuk
$[AC] \perp [BD]$
$|AD| = |BC|$
$|DC| = 6$ cm
$|AB| = 10$ cm

Yukarıdaki verilere göre, ABCD yamuğunun alanının kaç cm² olduğunu bulalım.

çözüm



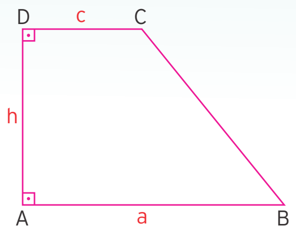
ABCD ikizkenar yamuğunda $[AC] \perp [BD]$ olduğundan orta taban yamuğun yüksekliğine eşittir.

Bu durumda $|KH| = \dfrac{|DC|+|AB|}{2} = \dfrac{6+10}{2} = 8$ cm

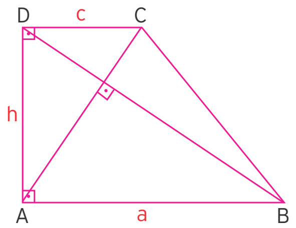
Alan(ABCD) = $|KH|^2 = 8^2 = 64$ cm² bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 5 3, 4 / Genel Tekrar Testi 19 nolu soruları hemen çözelim.

8.14 *Özel Yamukların ikincisi: Dik Yamuk*

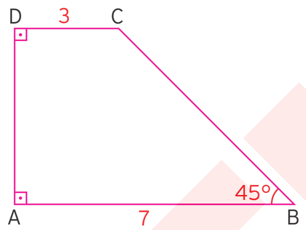


İç açılarından ikisinin ölçüsü 90° olan yamuklara dik yamuk denir. [AD] kenarı yamuğun yüksekliğidir.



ABCD dik yamuğunun köşegenleri dik kesişirse, $h^2 = a \cdot c$ olur.

örnek soru



ABCD bir dik yamuk

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{D}) = 90°$

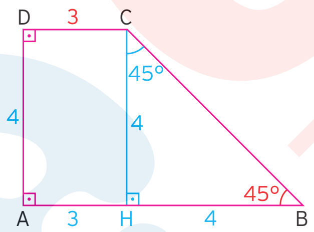
$m(\widehat{ABC}) = 45°$

$|DC| = 3$ cm

$|AB| = 7$ cm

Yukarıdaki verilere göre, ABCD yamuğunun alanının kaç cm² olduğunu bulalım.

çözüm



Dik yamuk sorularında genellikle C köşesinden [AB] kenarına dikme inilerek bir dik üçgen oluşturulur.

[CH] ⊥ [AB] olacak şekilde, [CH] çizilirse, CHB ikizkenar dik üçgen olur. (45° - 45° - 90° üçgeni)

$|AH| = |DC| = 3$ cm olduğundan

$|HB| = 7 - 3 = 4$ cm ve dolayısıyla $|CH| = |HB| = 4$ cm olur.

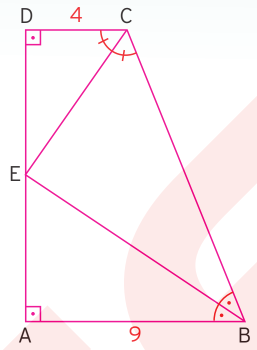
Bu durumda $|DA| = |CH| = 4$ cm dir.

O halde,

$\text{Alan}(ABCD) = \dfrac{|DC|+|AB|}{2} \cdot |CH| = \dfrac{3+7}{2} \cdot 4 = 20 \text{ cm}^2$

bulunur.

örnek soru



ABCD bir dik yamuk

[DA] ⊥ [AB]

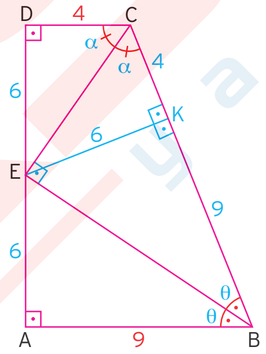
[CE] ve [BE] açıortay

$|DC| = 4$ cm

$|AB| = 9$ cm

Yukarıdaki verilere göre, ABCD yamuğunun alanının kaç cm² olduğunu bulalım.

çözüm



[CE] ve [BE] açıortay olduğundan

$m(\widehat{DCE}) = m(\widehat{ECB}) = \alpha$,

$m(\widehat{CBE}) = m(\widehat{ABE}) = \theta$

olur.

Yamuklarda,

$m(\widehat{DCB}) + m(\widehat{ABC}) = 2\alpha + 2\theta = 180°$ olduğundan

$\alpha + \theta = 90°$ olur.

Bu durumda CEB üçgeninde $m(\widehat{CEB}) = 90°$ olur. CEB dik üçgeninde [EK] ⊥ [BC] olacak şekilde [EK] çizilirse DEC üçgeni ile KEC üçgeni ve KBE üçgeni ile ABE üçgeni eş üçgenler olur.

Buna göre, $|CK| = |CD| = 4$ cm ve $|BK| = |BA| = 9$ cm olur.

ECB dik üçgeninde öklid bağıntısı uygulanırsa,

$|EK|^2 = |CK| \cdot |BK| \Rightarrow |EK|^2 = 4 \cdot 9 \Rightarrow |EK| = 6$ cm bulunur.

[CE] ve [BE] açıortay olduğundan

$|ED| = |EK| = 6$ cm ve $|EA| = |EK| = 6$ cm olur.

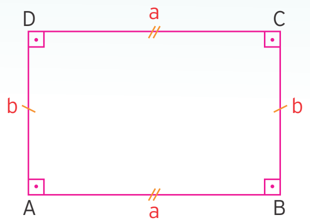
O halde,

$\text{Alan}(ABCD) = \dfrac{|DC|+|AB|}{2} \cdot |DA| = \dfrac{4+9}{2} \cdot 12 = 78 \text{ cm}^2$

bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 4 5, 9 / Kavrama Testi 5 1 nolu soruları hemen çözelim.

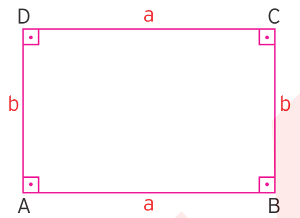
8.15 *Çevremizde en çok karşılaştığımız geometrik şekil belki de dikdörtgendir.*



Karşılıklı kenar uzunlukları eşit ve bütün açıları 90° olan dörtgene dikdörtgen denir.

Dikdörtgenler, iç açıları 90° olan paralelkenarlar olduğu için paralelkenarın bütün özelliklerine sahiptir.

8.16 *Dikdörtgenin çevresini ve alanını nasıl hesaplıyoruz?*

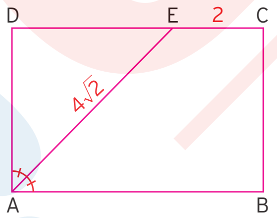


Uzun kenarı a cm ve kısa kenarı b cm olan şekildeki ABCD dikdörtgeni için

Çevre(ABCD) = 2a + 2b = 2(a + b) ve

Alan(ABCD) = a·b ile bulunur.

örnek soru



ABCD bir dikdörtgen

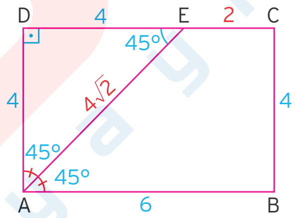
[AE] açıortay

$|AE| = 4\sqrt{2}$ cm

$|EC| = 2$ cm

Yukarıdaki verilere göre, ABCD dikdörtgeninin çevre uzunluğunu ve alanını bulalım.

çözüm



[AE] açıortay olduğundan $m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{EAB}) = 45°$ olur.

Bu durumda DAE dik üçgeni 45° - 45° - 90° üçgenidir.

Buna göre, $|AE| = 4\sqrt{2}$ cm iken $|DA| = |DE| = 4$ cm dir.

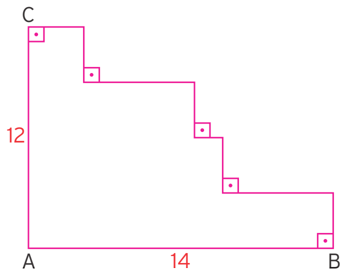
Sonuç olarak

$|AB| = |DC| = 6$ cm ve $|BC| = |DA| = 4$ cm olduğundan

Çevre(ABCD) = 2(|AB| + |BC|) = 2·(6 + 4) = 20 cm ve

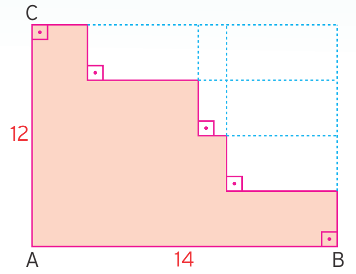
Alan(ABCD) = |AB|·|BC| = 6·4 = 24 cm^2 bulunur.

örnek soru



Ardışık kenarları birbirine dik olan yukarıdaki kapalı şekilde |AB| = 14 cm ve |AC| = 12 cm olduğuna göre, bu şeklin çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



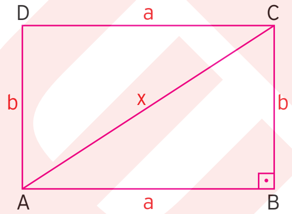
Kırık çizgilerin toplam uzunluğu [AB] ve [AC] kenarlarının toplam uzunluğuna eşit olduğundan taralı şeklin çevresi dikdörtgenin çevresi kadardır.

Buna göre, taralı şeklin çevresi 2·(14 + 12) = 52 cm dir.

örnek soru

Çevre uzunluğu 16 cm ve alanı 14 cm^2 olan bir dikdörtgenin köşegen uzunluğunun kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



Çevre(ABCD) = 16 cm ise, $2a + 2b = 16 \Rightarrow a + b = 8$ cm olur.

Alan(ABCD) = 14 cm^2 ise, $a \cdot b = 14$ olur.

|AC| = x uzunluğunu bulmak için ABC dik üçgeninde pisagor teoremini uygularız.

Buna göre, $x^2 = a^2 + b^2$ dir. Bu durumda x değerini bulmak için $a^2 + b^2$ değerini bilmek zorundayız.

$a + b = 8$ ve $a \cdot b = 14$ idi. $a + b = 8$ eşitliğinde her iki tarafın karesi alınırsa,

$(a + b)^2 = 8^2 \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 64$ olur.

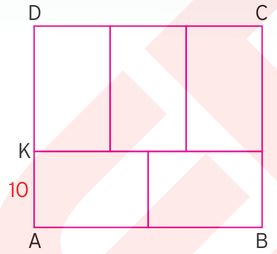
Burada $a \cdot b$ yerine 14 yazılırsa,

$a^2 + b^2 + 2 \cdot 14 = 64 \Rightarrow a^2 + b^2 = 36$ olur.

$x^2 = a^2 + b^2$ olduğundan $x^2 = 36$

$x = 6$ cm bulunur.

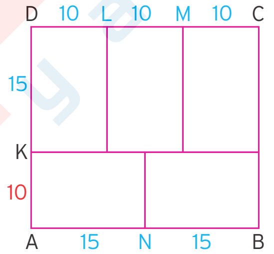
örnek soru



Şekildeki ABCD dikdörtgeni birbirlerine eş 5 fayansın yan yana dizilmesiyle oluşturulmuştur.

|AK| = 10 cm olduğuna göre, ABCD dikdörtgeninin çevresinin kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



|AK| = 10 cm olduğuna göre, fayansların herbirinin kısa kenarı 10 cm dir.

Buna göre,

|DL| = |LM| = |MC| = 10 cm olur.

|DC| = 3·10 = 30 cm olduğundan |AB| = |DC| = 30 cm ve dolayısıyla |AN| = |NB| = 15 cm olur.

Bu sonuca göre, fayansların herbirinin uzun kenarı 15 cm dir.

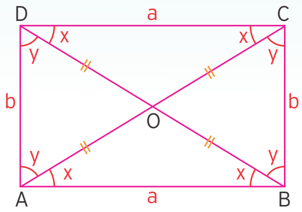
O halde,

Çevre(ABCD) = 2·(|AB| + |AD|) = 2·(30 + 25) = 110 cm

bulunur.

8.17 *Dikdörtgenin köşegeni ile ilgili özellikler*

1.



ABCD dikdörtgeninin [AC] ve [BD] köşegenleri O noktasında kesişiyorsa,

$|OD| = |OC| = |OA| = |OB|$ dir.

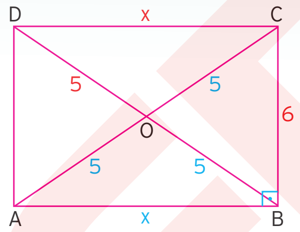
ODC ve OAB ikizkenar üçgenleri eş olduğundan

$m(\widehat{ODC}) = m(\widehat{OCD}) = m(\widehat{OAB}) = (\widehat{OBA}) = x$ olur.

Aynı şekilde, ODA ve OBC ikizkenar üçgenleri de eş olduğundan

$m(\widehat{ODA}) = m(\widehat{OAD}) = m(\widehat{OBC}) = m(\widehat{OCB}) = y$ olur.

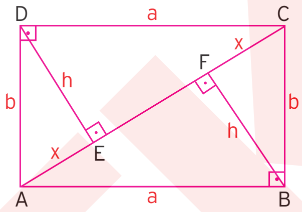
çözüm



Dikdörtgenin köşegen uzunlukları eşit ve birbirini ortaladığına göre, $|OB| = |OC| = |OA| = |OD| = 5$ cm olduğuna göre, CAB dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa, $|AB| = 8$ cm bulunur. (6 - 8 - 10 üçgeni)

$|DC| = |AB|$ olduğu için $x = 8$ cm olur.

2.

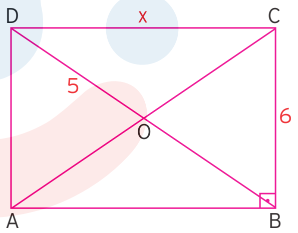


ABCD dikdörtgeninin B ve D köşelerinden [AC] köşegenine [DE] ve [BF] dikmeleri inilmişse, DAE ve BCF dik üçgenleri birbiriyle eş, DEC ve BFA dik üçgenleri de birbiriyle eş olurlar.

Buna göre,

$|AE| = |FC| = x$, $|DE| = |BF| = h$ olur.

örnek soru



ABCD bir dikdörtgen

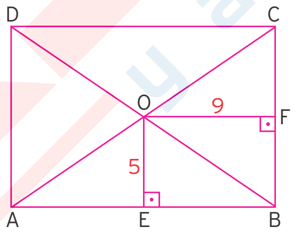
[AC] ve [BD] köşegen

$|OD| = 5$ cm

$|BC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|DC| = x$ in kaç cm olduğunu bulalım.

örnek soru



ABCD bir dikdörtgen

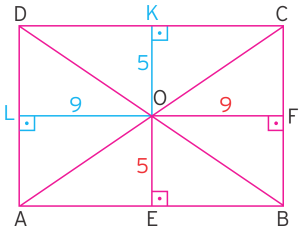
[AC] ve [BD] köşegen

$[OE] \perp [AB]$

$[OF] \perp [BC]$

$|OE| = 5$ cm ve $|OF| = 9$ cm olduğuna göre, ABCD dikdörtgeninin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



O noktası ABCD dikdörtgeninin köşegenlerinin kesim noktası olduğundan

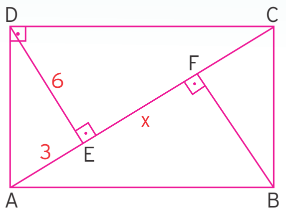
$|OK| = |OE| = 5$ cm ve $|OL| = |OF| = 9$ cm olur.

Bu durumda $|AB| = 2 \cdot 9 = 18$ ve $|BC| = 2 \cdot 5 = 10$ cm dir.

O halde, $\text{Alan}(ABCD) = |AB| \cdot |BC| = 18 \cdot 10 = 180 \text{ cm}^2$

bulunur.

örnek soru



ABCD bir dikdörtgen

[AC] köşegen

$[DE] \perp [AC]$

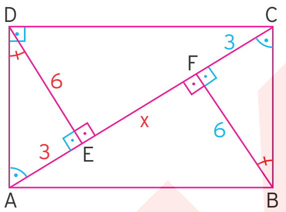
$[BF] \perp [AC]$

$|DE| = 6$ cm

$|AE| = 3$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |EF| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ADE ve CBF dik üçgenleri eş olduğundan

$|CF| = |AE| = 3$ cm dir.

$m(\widehat{ADC}) = 90°$ ve $[DE] \perp [AC]$ olduğundan ADE dik üçgeninde öklid bağıntısı uygulanır. Buna göre,

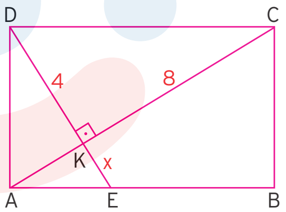
$|DE|^2 = |AE| \cdot |EC| \Rightarrow 6^2 = 3 \cdot (x + 3)$

$\Rightarrow 36 = 3x + 9$

$\Rightarrow 3x = 27$

$\Rightarrow x = 9$ cm bulunur.

örnek soru



ABCD bir dikdörtgen

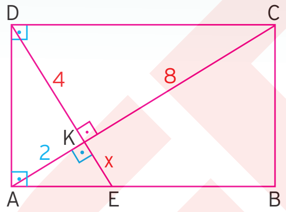
$[DE] \perp [AC]$

$|DK| = 4$ cm

$|CK| = 8$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |EK| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



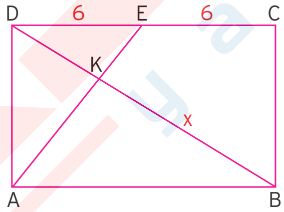
ADC dik üçgeninde öklid bağıntısı uygulanırsa,

$|DK|^2 = |AK| \cdot |KC| \Rightarrow 4^2 = |AK| \cdot 8 \Rightarrow |AK| = 2$ cm olur.

DAE dik üçgeninde öklid bağıntısı uygulanırsa,

$|AK|^2 = |DK| \cdot |EK| \Rightarrow 2^2 = 4 \cdot x \Rightarrow x = 1$ cm bulunur.

örnek soru



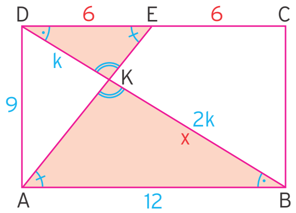
ABCD bir dikdörtgen

$[AE] \cap [BD] = \{K\}$

$|DE| = |EC| = 6$ cm

Alan(ABCD) = 108 cm² olduğuna göre, |KB| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



$|DE| = |EC| = 6$ cm olduğundan

$|AB| = 6 + 6 = 12$ cm dir.

Alan(ABCD) = $|AB| \cdot |AD|$ olduğundan

$108 = 12 \cdot |AD| \Rightarrow |AD| = 9$ cm dir.

DAB dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$|DB|^2 = |AD|^2 + |AB|^2$

$|DB|^2 = 9^2 + 12^2$

$|DB| = 15$ cm bulunur. (9 – 12 – 15 üçgeni)

[DE] // [AB] olduğundan $\widehat{DEK} \sim \widehat{BAK}$ dir.

Buna göre,

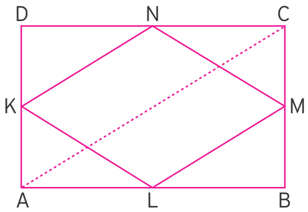
$\dfrac{|DE|}{|BA|} = \dfrac{|DK|}{|BK|} \Rightarrow \dfrac{6}{12} = \dfrac{|DK|}{|BK|} \Rightarrow \dfrac{|DK|}{|BK|} = \dfrac{1}{2}$ olur.

Bu durumda |DK| = k alınırsa, |BK| = 2k olur.

|DB| = 15 cm olduğundan 3k = 15 ⇒ k = 5 cm olur.

O halde, |KB| = 2k = 2·5 = 10 cm bulunur.

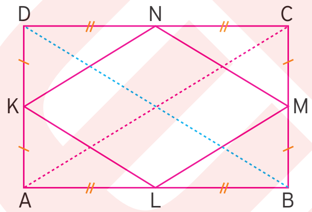
örnek soru



ABCD dikdörtgeninde K, L, M ve N kenarların orta noktalarıdır.

|AC| = 11 cm olduğuna göre, KLMN dörtgeninin çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



Dikdörtgenin köşegen uzunlukları eşit olduğundan

|BD| = |AC| = 11 cm dir.

K, L, M ve N, ABCD dikdörtgeninin kenarlarının orta noktaları olduğuna göre, KLMN paralelkenardır.

$|KN| = |LM| = \dfrac{|AC|}{2}$ olduğundan

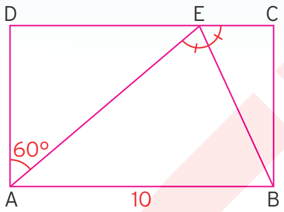
$|KN| = |LM| = \dfrac{11}{2}$ cm olur.

Aynı şekilde, $|NM| = |KL| = \dfrac{|BD|}{2}$ olduğundan

$|NM| = |KL| = \dfrac{11}{2}$ cm olur.

O halde, KLMN dörtgeni bir eşkenar dörtgendir ve bu eşkenar dörtgenin çevre uzunluğu $4 \cdot \dfrac{11}{2} = 22$ cm bulunur.

örnek soru



ABCD bir dikdörtgen

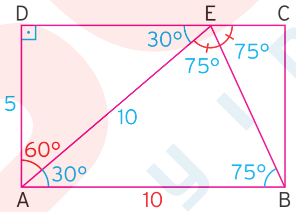
$m(\widehat{DAE}) = 60°$

[EB] açıortay

|AB| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, ABCD dikdörtgeninin alanının kaç cm² olduğunu bulalım.

çözüm



ADE dik üçgeninde

$m(\widehat{DAE}) = 60°$, $m(\widehat{ADE}) = 90°$ olduğundan

$m(\widehat{DEA}) = 30°$ olur.

Bu durumda $m(\widehat{AEC}) = 180° - 30° = 150°$ dir.

[EB] açıortay olduğundan

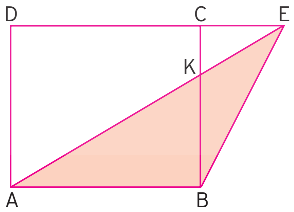
$m(\widehat{AEB}) = m(\widehat{BEC}) = \dfrac{150°}{2} = 75°$ dir.

$m(\widehat{DAB}) = 90°$ olduğundan $m(\widehat{EAB}) = 90° - 60° = 30°$ dir. EAB üçgeninde $m(\widehat{EAB}) = 30°$ ve $m(\widehat{AEB}) = 75°$ olduğundan $m(\widehat{EBA}) = 180° - (75° + 30°) = 75°$ dir.

$m(\widehat{AEB}) = m(\widehat{ABE}) = 75°$ ise, |AE| = |AB| = 10 cm dir. DAE üçgeni 30° - 60° - 90° üçgeni olduğundan 90° nin karşısı |AE| = 10 cm iken 30° nin karşısı |DA| = 5 cm dir.

O halde, Alan(ABCD) = |AB|·|AD| = 10·5 = 50 cm² bulunur.

örnek soru



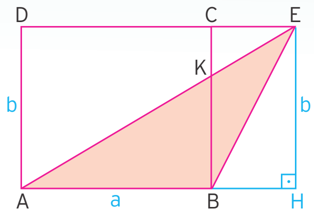
ABCD bir dikdörtgen

[AK ∩ [DC = {E}

Alan(EAB) = 12 cm²

Yukarıdaki verilere göre, ABCD dikdörtgeninin alanının kaç cm² olduğunu bulalım.

çözüm



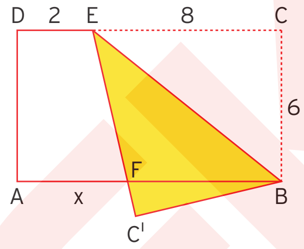
EAB geniş açılı bir üçgen olduğundan [EH] ⊥ [AH] olacak şekilde [EH] çizilirse, EAB üçgeninin AB kenarına ait yüksekliği çizilmiş olur. Buna göre,

$$\text{Alan}(EAB) = \frac{|AB|\cdot|EH|}{2} \Rightarrow 12 = \frac{a\cdot b}{2}$$

$$\Rightarrow a\cdot b = 24$$

O halde, Alan(ABCD) = a·b = 24 cm^2 bulunur.

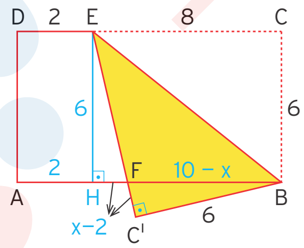
örnek soru



Dikdörtgen biçimli ABCD kartonu [EB] boyunca katlandığında C noktası C' noktası ile çakışıyor.

|DE| = 2 cm, |EC| = 8 cm ve |BC| = 6 cm olduğuna göre, |AF| = x kaç cm dir?

çözüm



ECB dik üçgeni katlandığında EC'B üçgeni elde edildiğine göre, $\widehat{ECB} \cong \widehat{EC'B}$ dir.

Bu durumda |CB| = |C'B| = 6 cm olur.

[EH] ⊥ [AB] olacak şekilde [EH] çizilirse,

|AH| = |DE| = 2 cm ve |HF| = x − 2 cm olur.

EHF ve BC'F dik üçgenlerinde

$m(\widehat{EHF}) = m(\widehat{BC'F}) = 90°$

$m(\widehat{EFH}) = m(\widehat{BFC'})$ (ters açılar)

ve |EH| = |BC'| = 6 cm olduğundan

$\widehat{EHF} \cong \widehat{BC'F}$ dir. Dolayısıyla

|HF| = |C'F| = x − 2 cm dir.

|AB| = |DC| = 10 cm ve |AF| = x olduğundan

|FB| = 10 − x cm olur.

FC'B dik üçgeninde pisagor bağıntısı uygulanırsa,

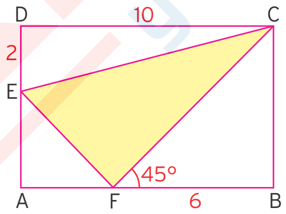
$(10 - x)^2 = (x - 2)^2 + 6^2$

$x^2 - 20x + 100 = x^2 - 4x + 4 + 36$

$60 = 16x$

$x = \frac{15}{4}$ cm bulunur.

örnek soru



ABCD bir dikdörtgen

$m(\widehat{CFB}) = 45°$

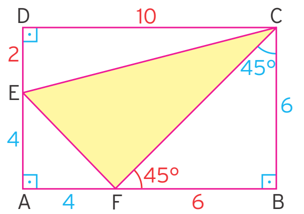
|DC| = 10 cm

|DE| = 2 cm

|FB| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, EFC üçgeninin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



EFC üçgeninin alanını bulmak için, ABCD dikdörtgeninin alanından DEC, EAF ve CBF dik üçgenlerinin alanlarını çıkarmalıyız.

CBF dik üçgeni 45° - 45° - 90° üçgeni olduğundan |BC| = |FB| = 6 cm dir.

Dolayısıyla |DA| = 6 cm olur.

Bu durumda |EA| = 6 - 2 = 4 cm dir.

$|DC| = 10$ cm olduğundan $|AB| = 10$ cm ve buradan

$|AF| = 4$ cm bulunur.

$\text{Alan}(DEC) = \dfrac{10 \cdot 2}{2} = 10 \text{ cm}^2$

$\text{Alan}(EAF) = \dfrac{4 \cdot 4}{2} = 8 \text{ cm}^2$

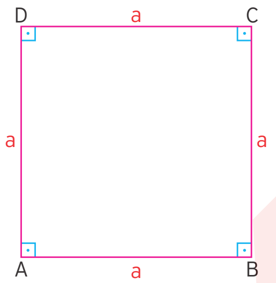
$\text{Alan}(CBF) = \dfrac{6 \cdot 6}{2} = 18 \text{ cm}^2$

$\text{Alan}(ABCD) = |DC| \cdot |CB| = 10 \cdot 6 = 60 \text{ cm}^2$ olduğuna göre,

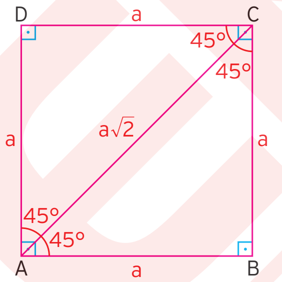
$\text{Alan}(EFC) = 60 - (10 + 8 + 18) = 24 \text{ cm}^2$ bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 6 1, 6, 9 nolu soruları hemen çözelim.

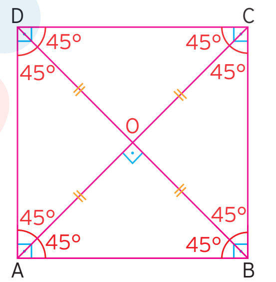
8.18 *Dört kenarlı düzgün çokgen: Kare*



Dört kenarının uzunluğu eşit olan dikdörtgene kare denir. Bir kenarının uzunluğu a cm olan karenin çevresi $4 \cdot a$ cm ve alanı a^2 cm^2 dir.

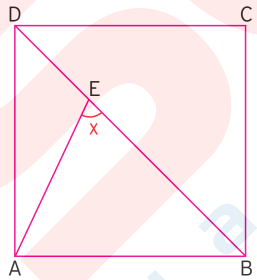


Karenin köşegenleri eşkenar dörtgenin köşegenleri gibi açıortaydır. ABCD karesinde [AC] köşegeni çizildiğinde iki tane 45° - 45° - 90° üçgeni oluşur. Bir kenarının uzunluğu a cm olan karenin köşegen uzunluğu $a\sqrt{2}$ cm dir.



ABCD karesinin iki köşegeni de çizilirse, köşegenler birbirini dik keser ve birbirini ortalar.

örnek soru



ABCD bir kare

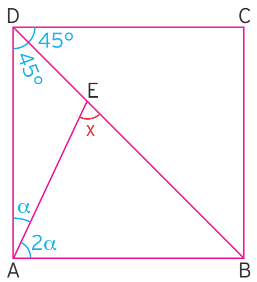
[BD] köşegen

$m(\widehat{EAB}) = 2 \cdot m(\widehat{DAE})$

$m(\widehat{AEB}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



ABCD karesinde [BD] köşegeni açıortay olduğundan

$m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{EDC}) = 45°$ dir.

$m(\widehat{EAB}) = 2m(\widehat{DAE})$ verildiğine göre,

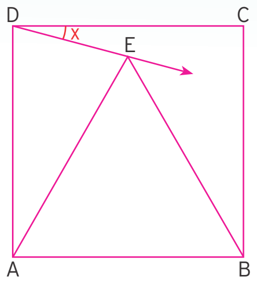
$m(\widehat{DAE}) = \alpha$ alınırsa, $m(\widehat{EAB}) = 2\alpha$ olur.

$m(\widehat{DAB}) = 3\alpha = 90°$ olduğuna göre, $\alpha = 30°$ dir.

EAD üçgeninde iki iç açının toplamı, kendilerine komşu olmayan dış açıya eşit olduğuna göre,

$x = 45° + \alpha = 45° + 30° = 75°$ bulunur.

örnek soru



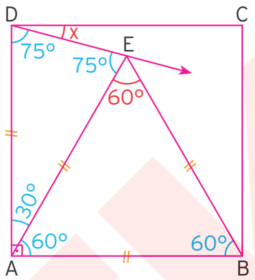
ABCD bir kare

EAB eşkenar üçgen

$m(\widehat{CDE}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



EAB eşkenar üçgen olduğundan $|EA| = |AB| = |EB|$ ve

$m(\widehat{EAB}) = m(\widehat{AEB}) = m(\widehat{ABE}) = 60°$ dir.

ABCD kare olduğundan

$|DA| = |AB|$ ve $m(\widehat{DAB}) = 90°$ dir.

Dolayısıyla $m(\widehat{DAE}) = 90° - 60° = 30°$ dir.

$|DA| = |EA|$ olduğundan

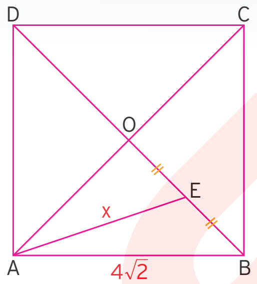
ADE üçgeni ikizkenar üçgendir ve

$$m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{AED}) = \frac{180° - 30°}{2} = 75° \text{ dir.}$$

$m(\widehat{ADC}) = 90°$ olduğuna göre,

$m(\widehat{CDE}) = x = 90° - 75° = 15°$ bulunur.

örnek soru



ABCD bir kare

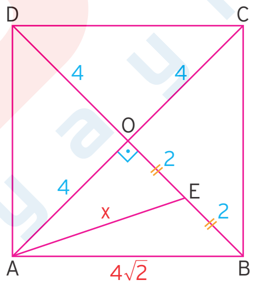
[AC] ve [BD] köşegen

$|AB| = 4\sqrt{2}$ cm

$|OE| = |EB|$

Yukarıdaki verilere göre, |AE| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



Bir kenarı a cm olan karenin köşegen uzunluğu $a\sqrt{2}$ cm olduğuna göre, şekildeki karenin köşegen uzunlukları $|AC| = |BD| = 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 8$ cm dir.

Karenin köşegenleri birbirini ortaladığı için

$$|AO| = |OC| = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm ve}$$

$$|DO| = |OB| = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm dir.}$$

$$\text{Dolayısıyla, } |OE| = |EB| = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm dir.}$$

Karenin köşegenleri birbirine dik olduğuna göre,

$m(\widehat{AOE}) = 90°$ dir.

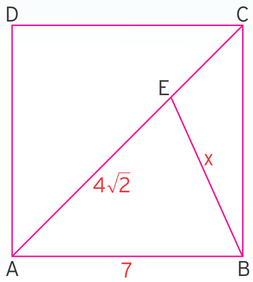
AOE dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$$|AE|^2 = |AO|^2 + |OE|^2 \Rightarrow x^2 = 4^2 + 2^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 20$$

$$\Rightarrow x = 2\sqrt{5} \text{ cm bulunur.}$$

örnek soru



ABCD kare

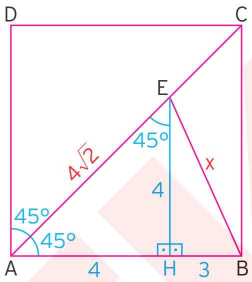
[AC] köşegen

$|AE| = 4\sqrt{2}$ cm

$|AB| = 7$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |BE| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



$[EH] \perp [AB]$ olacak şekilde [EH] çizilirse, EAH üçgeni 45° - 45° - 90° üçgeni olur.

Çünkü karenin köşegeni açıortaydır.

EAH üçgeninde $|EA| = 4\sqrt{2}$ cm ise,

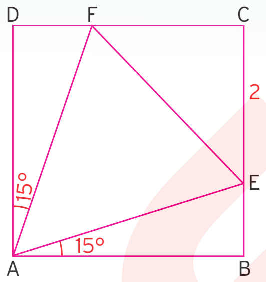
$|EH| = |AH| = 4$ cm olur.

Dolayısıyla $|HB| = 7 - 4 = 3$ cm dir.

EHB dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa

$|EB| = x = 5$ cm bulunur. (3 - 4 - 5 üçgeni)

örnek soru



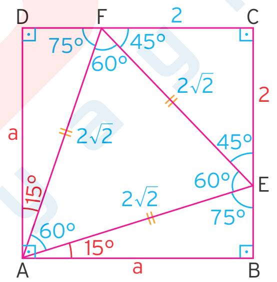
ABCD bir kare

$m(\widehat{DAF}) = m(\widehat{EAB}) = 15°$

$|EC| = 2$ cm

Yukarıdaki verilere göre, FAE üçgeninin çevre uzunluğunun kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



$m(\widehat{DAB}) = 90°$ olduğundan

$m(\widehat{FAE}) = 90° - 2 \cdot 15° = 60°$ dir.

DAF ve BAE dik üçgenlerinde

$m(\widehat{DFA}) = m(\widehat{BEA}) = 180° - (90° + 15°) = 75°$ dir.

DFA ve BEA dik üçgenlerinin açıları eşit ve her birinde 75° nin karşısındaki uzunluk a cm olduğundan bu üçgenler birbirine eştir, dolayısıyla hipotenüsleri aynı uzunluktadır. Yani $|AF| = |AE|$ dir.

FAE üçgeninde $|AF| = |AE|$ ve $m(\widehat{FAE}) = 60°$ olduğundan FAE eşkenar üçgendir ve açıları 60 ar derecedir.

Bu durumda

$m(\widehat{CFE}) = m(\widehat{CEF}) = 180° - (60° + 75°) = 45°$ dir.

FCE dik üçgeni 45° - 45° - 90° üçgeni olduğundan,

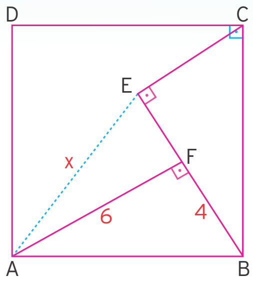
45° nin karşısı $|CE| = 2$ cm ise,

90° nin karşısı $|FE| = 2\sqrt{2}$ cm olur.

O halde, FAE eşkenar üçgeninin çevre uzunluğu

$3 \cdot 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ cm bulunur.

örnek soru



ABCD bir kare

[AF] ⊥ [EB]

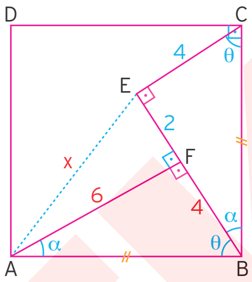
[CE] ⊥ [EB]

|AF| = 6 cm

|FB| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AE| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



FAB dik üçgeninde $m(\widehat{FAB}) = \alpha$ ve $m(\widehat{FBA}) = \theta$ alırsak $\alpha + \theta = 90°$ dir.

Karenin B köşesinde $m(\widehat{ABC}) = 90°$ olduğundan

$m(\widehat{EBC}) = \alpha$ olur. (Çünkü $\alpha + \theta = 90°$)

EBC dik üçgeninde $m(\widehat{EBC}) + m(\widehat{ECB}) = 90°$ ve

$m(\widehat{EBC}) = \alpha$ olduğundan $m(\widehat{ECB}) = \theta$ olur.

FAB ve EBC dik üçgenlerinin hem açıları hem de hipotenüsleri eşit, yani |AB| = |BC| olduğundan FAB ve EBC dik üçgenleri eştir.

Dolayısıyla |EC| = |FB| = 4 cm ve |EB| = |AF| = 6 cm dir.

Bu durumda |EF| = |EB| - |FB| = 6 - 4 = 2 cm dir.

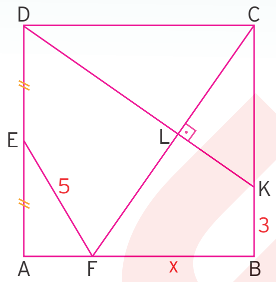
EFA dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$|EA|^2 = |AF|^2 + |EF|^2 \Rightarrow x^2 = 6^2 + 2^2$

$\Rightarrow x^2 = 40$

$\Rightarrow x = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ cm bulunur.

örnek soru



ABCD bir kare

[DK] ⊥ [CF]

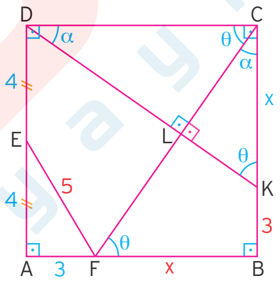
|DE| = |EA|

|BK| = 3 cm

|EF| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, |FB| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



CBF dik üçgeninde $m(\widehat{FCB}) = \alpha$ ve $m(\widehat{CFB}) = \theta$ alınırsa, $\alpha + \theta = 90°$ olur.

Bu durumda DCL dik üçgeninde

$m(\widehat{CDL}) = \alpha$ ve $m(\widehat{DCL}) = \theta$ olur.

DCK dik üçgeninde ise, $m(\widehat{CKD}) = \theta$ olur.

DCK ve CBF dik üçgenlerinin açıları eşit ve her iki dik üçgende θ nın karşısındaki uzunluk karenin kenarı olduğundan DCK ve CBF dik üçgenleri eştir.

|FB| = x ise |KC| = x olur.

ABCD karesinin kenarları eşit olduğundan

|BC| = x + 3 ise, |AB| = x + 3 olur.

Dolayısıyla |AF| = 3 cm dir.

EAF dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa

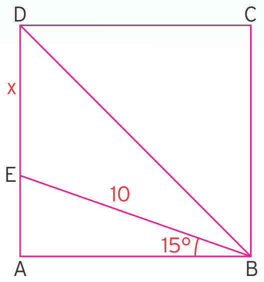
|EA| = 4 cm olur. (3 - 4 - 5 üçgeni)

Bu durumda karenin bir kenarı

|AD| = |AE| + |ED| = 4 + 4 = 8 cm bulunur.

O halde, |AB| = 3 + x = 8 cm ise, x = 5 cm bulunur.

örnek soru



ABCD bir kare

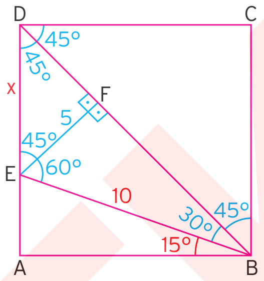
[BD] köşegen

$m(\widehat{EBA}) = 15°$

$|EB| = 10$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |DE| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ABCD karesinde [BD] köşegeni açıortay olduğuna göre,

$m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{BDC}) = 45°$ ve $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DBC}) = 45°$ dir.

Bu durumda $m(\widehat{EBD}) = 30°$ olur.

$[EF] \perp [BD]$ olacak şekilde [EF] çizilirse,

EFB dik üçgeni 30° - 60° - 90° üçgeni, EDF dik üçgeni ise 45° - 45° - 90° üçgeni olur.

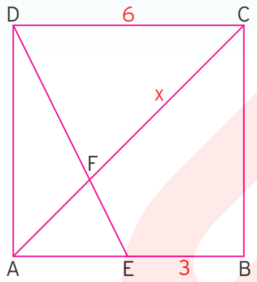
EFB dik üçgeninde 90° nin karşısı $|EB| = 10$ cm iken

30° nin karşısı $|EF| = \frac{10}{2} = 5$ cm olur.

DEF dik üçgeninde ise, 45° nin karşısı $|EF| = 5$ cm iken,

90° nin karşısı $|DE| = x = 5\sqrt{2}$ cm bulunur.

örnek soru



ABCD bir kare

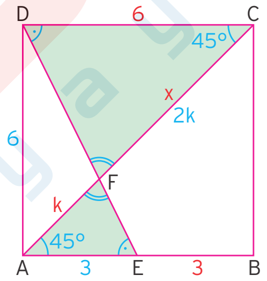
$[AC] \cap [DE] = \{F\}$

$|DC| = 6$ cm

$|EB| = 3$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |FC| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



ABCD kare olduğundan $|DC| = |DA| = |AB| = 6$ cm dir.

Bu durumda $|AE| = 3$ cm olur.

$[DC] \parallel [AE]$ olduğundan $\widehat{DCF} \sim \widehat{EAF}$ dir.

Buna göre,

$$\frac{|DC|}{|EA|} = \frac{|CF|}{|AF|} \Rightarrow \frac{6}{3} = \frac{|CF|}{|AF|} \Rightarrow |CF| = 2|AF| \text{ olur.}$$

$|AF| = k$ alınırsa, $|CF| = 2k$ olur.

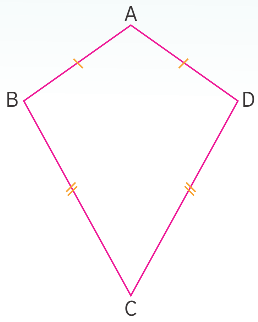
ABCD karesinde $|DC| = |DA| = 6$ cm iken köşegen uzunluğu $|CA| = 6\sqrt{2}$ cm dir.

$|CA| = 3k$ olduğundan $3k = 6\sqrt{2} \Rightarrow k = 2\sqrt{2}$ dolayısıyla

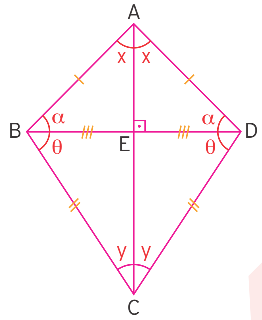
$|CF| = x = 2k = 2 \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ cm bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 7 1, 4, 5, 11 / Genel Tekrar Testi 5 nolu soruları hemen çözelim.

8.19 Deltoid de özel bir dörtgendir.



Kenarları ikişer ikişer birbirine eşit olan dörtgene deltoid denir. Şekildeki ABCD dörtgeninde |AB| = |AD| ve |BC| = |DC| olduğu için ABCD dörtgeni deltoiddir.



ABCD deltoidinde |AB| = |AD| ve |BC| = |DC| olduğu için, [BD] köşegeni çizilirse, ABD üçgeni ile BCD üçgeni birbirinden farklı ikizkenar üçgenler olur.

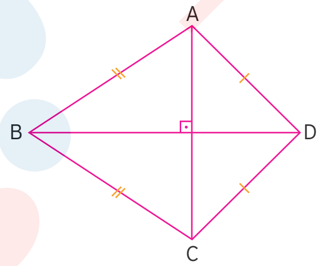
İkizkenar üçgenlerin taban açıları eşit olduğu için

$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{ADB}) = \alpha$ ve $m(\widehat{DBC}) = m(\widehat{CDB}) = \theta$ dır.

Buradan hareketle, "deltoidin farklı uzunluktaki kenarları arasındaki açılar eşittir." sonucuna ulaşılır.

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ADC}) = \alpha + \theta$

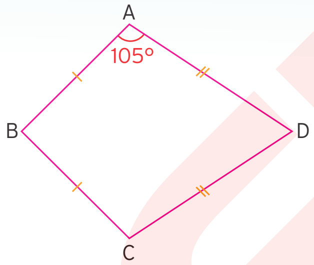
Bunun yanısıra, [AC] köşegeni açıortaydır ve köşegenler birbirine diktir. İkizkenar üçgenlerde yükseklik, aynı zamanda kenarortay olduğu için |BE| = |ED| dir.



Deltoidin köşegenleri birbirine dik olduğundan, alanı köşegenlerinin çarpımının yarısıdır.

$$\text{Alan}(ABCD) = \frac{|AC| \cdot |BD|}{2}$$

örnek soru



ABCD bir deltoid

|AB| = |BC|

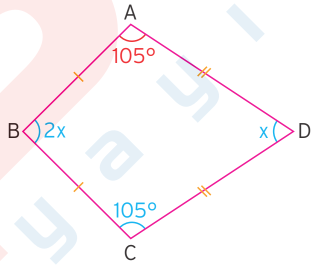
|AD| = |CD|

$m(\widehat{A}) = 105°$

$m(\widehat{B}) = 2 \cdot m(\widehat{D})$

Yukarıdaki verilere göre, B açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



Deltoidin farklı uzunluktaki kenarları arasında kalan açılar eşit olduğundan

$m(\widehat{C}) = m(\widehat{A}) = 105°$ dir.

$m(\widehat{B}) = 2 \cdot m(\widehat{D})$ verildiğine göre,

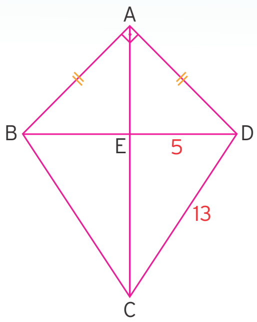
$m(\widehat{D}) = x$ alınırsa $m(\widehat{B}) = 2x$ olur.

Dörtgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamı 360° olduğundan

$2 \cdot 105° + 2x + x = 360° \Rightarrow 3x = 150° \Rightarrow x = 50°$ bulunur.

O halde, B açısının ölçüsü $2x = 2 \cdot 50° = 100°$ bulunur.

örnek soru



ABCD bir deltoid

$[BA] \perp [AD]$

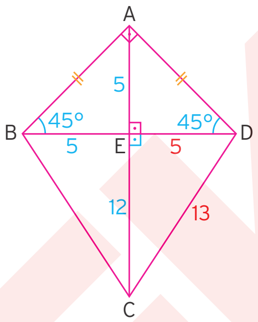
$|BA| = |AD|$

$|ED| = 5$ cm

$|CD| = 13$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) nin kaç cm² olduğunu bulalım.

çözüm



$|BA| = |AD|$ ve ABCD bir deltoid olduğuna göre, $[AC] \perp [BD]$ olur. Ayrıca $[BA] \perp [AD]$ olduğundan $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{ADB}) = 45°$ dir.

ABE ve AED üçgenleri 45° - 45° - 90° üçgenleri olduğundan

$|AE| = |ED| = 5$ cm ve $|BE| = |AE| = 5$ cm olur.

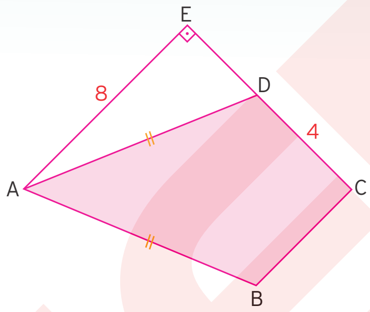
EDC dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$|EC| = 12$ cm bulunur. (5 - 12 - 13 üçgeni)

O halde,

$\text{Alan}(ABCD) = \dfrac{|AC| \cdot |BD|}{2} = \dfrac{17 \cdot 10}{2} = 85 \text{ cm}^2$ bulunur.

örnek soru



ABCD bir deltoid

$|AD| = |AB|$

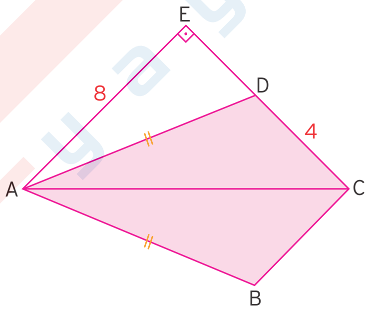
$[AE] \perp [EC]$

$|AE| = 8$ cm

$|DC| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, ABCD deltoidinin alanının kaç cm² olduğunu bulalım.

çözüm



[AC] köşegenini çizerek deltoidi iki üçgene ayıralım. [AE] ADC üçgeninin [DC] kenarına ait yükseklik olduğundan

$\text{Alan}(ADC) = \dfrac{|DC| \cdot |AE|}{2} = \dfrac{4 \cdot 8}{2} = 16 \text{ cm}^2$ dir.

$\text{Alan}(ABC) = \text{Alan}(ADC) = 16 \text{ cm}^2$ olduğundan

$\text{Alan}(ABCD) = 2 \cdot 16 = 32 \text{ cm}^2$ bulunur.

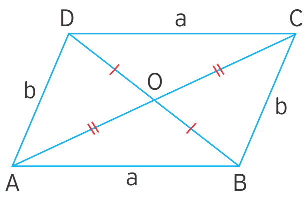
Bu alt başlığın pekişmesi için Genel Tekrar Testi 21, 22, 23 nolu soruları hemen çözelim.

BU KONUDA ÖZETLE...

Konuların ve Kavramların Özeti

PARALELKENAR

a.



AB // CD, AD // BC

|AB| = |DC|

|AD| = |BC|

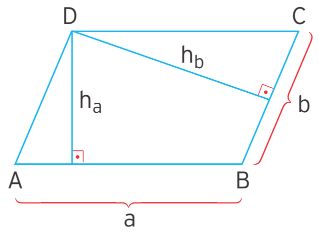
$m(\widehat{A}) = m(\widehat{C})$

$m(\widehat{B}) = m(\widehat{D})$

$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = 180°$ dir.

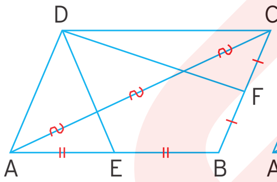
[AC] ve [BD] köşegen ise, |AO| = |OC|, |DO| = |OB|

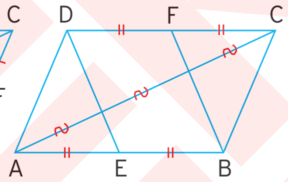
b.



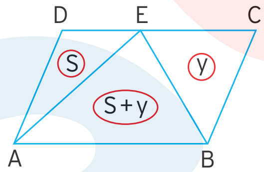
$\text{Alan}(ABCD) = a \cdot h_a = b \cdot h_b$

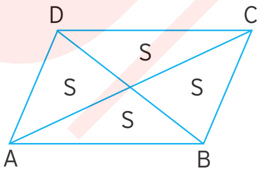
c. E ve F orta noktalar ise, köşegen üç eşit parçaya ayrılmıştır.





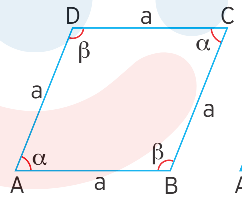
d. Alan oranları

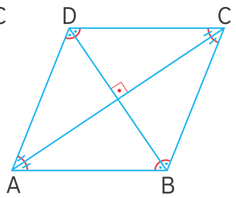




EŞKENAR DÖRTGEN

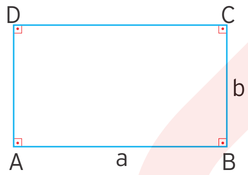
1.

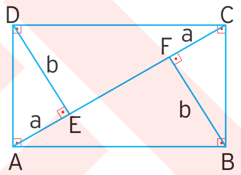




- Eşkenar dörtgen dört kenarı eşit olan paralelkenardır. Paralelkenarın özelliklerine sahiptir.
- Eşkenar dörtgenin köşegenleri birbirine diktir. Köşegenler aynı zamanda açıortaydır.

DİKDÖRTGEN





$A(ABCD) = a \cdot b$

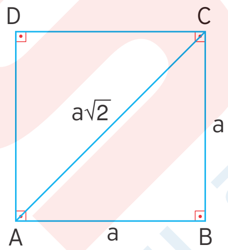
$\text{Çevre}(ABCD) = 2(a + b)$

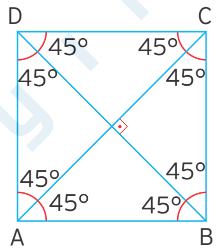
$\widehat{DAE}$ ile $\widehat{BCF}$

$\widehat{DEC}$ ile $\widehat{BFA}$

eş üçgenlerdir.

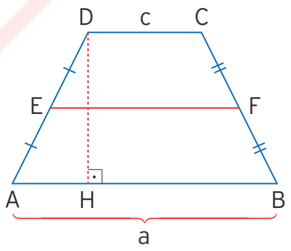
KARE





$A(ABCD) = a^2$ $\quad$ $Ç(ABCD) = 4a$

YAMUK



ABCD yamuğunda

[DC] // [AB] ise

$m(\widehat{A}) + m(\widehat{D}) = 180°$

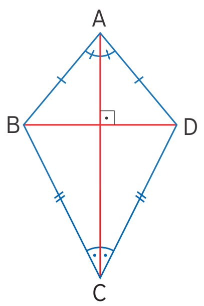
$m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180°$

$|EF| = \dfrac{a+c}{2}$ (orta taban)

Yamuğun alanı |DH| = h ise

$$A(ABCD) = \frac{a+c}{2} \cdot h = |EF| \cdot h$$

DELTOİD



ABCD deltoidinde,

|AB| = |AD| ve

|BC| = |DC| ise,

[AC] ⊥ [BD] dir.

[AC] açıortaydır.

$\widehat{BAC}$ ile $\widehat{DAC}$

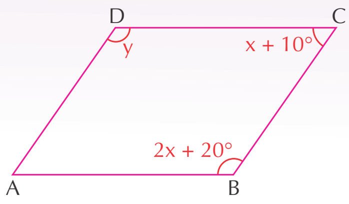
eş üçgenlerdir.

ÖĞRENDİKLERİMİZİ TEST EDELİM

Kavrama Testi 1 (8.1 - 8.5)
Kavrama Testi 2 (8.1 - 8.5)
Kavrama Testi 3 (8.6 - 8.7)
Kavrama Testi 4 (8.8 - 8.13)
Kavrama Testi 5 (8.8 - 8.13)
Kavrama Testi 6 (8.14 - 8.16)
Kavrama Testi 7 (8.17 - 8.17)
Kavrama Testi 8 (8.17 - 8.17)
Genel Tekrar Testi (8.1 - 8.18)
Sınavlarda (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) Sorulmuş Sorular
Sınavlarda Sorulabilecek Sorular

KAVRAMA TESTİ 1

1.



ABCD paralelkenar

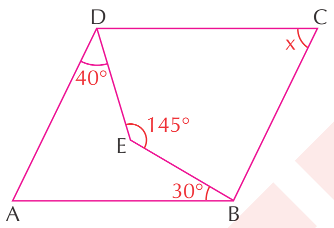
$m(\widehat{ABC}) = 2x + 20°$

$m(\widehat{BCD}) = x + 10°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ADC}) = y$ kaç derecedir?

A) 110 B) 120 C) 130 D) 140 E) 150

2.



ABCD paralelkenar

$m(\widehat{ADE}) = 40°$

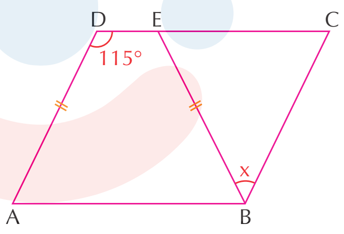
$m(\widehat{BED}) = 145°$

$m(\widehat{ABE}) = 30°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BCD}) = x$ kaç derecedir?

A) 65 B) 70 C) 75 D) 80 E) 85

3.



ABCD paralelkenar

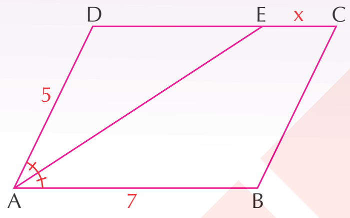
$|AD| = |BE|$

$m(\widehat{ADC}) = 115°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{EBC}) = x$ kaç derecedir?

A) 30 B) 40 C) 45 D) 50 E) 55

4.



ABCD paralelkenar

[AE] açıortay

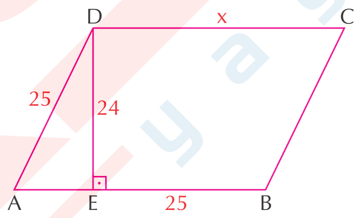
$|AD| = 5$ cm

$|AB| = 7$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|EC| = x$ kaç cm dir?

A) 3,5 B) 3 C) 2,5 D) 2 E) 1

5.



ABCD paralelkenar

$[DE] \perp [AB]$

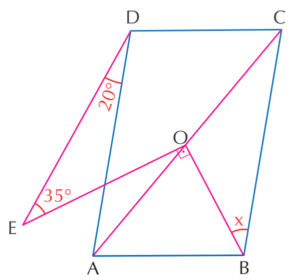
$|AD| = |EB| = 25$ cm

$|DE| = 24$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|DC| = x$ kaç cm dir?

A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 E) 38

6.



ABCD paralelkenar

[AC] köşegen

$[EO] \perp [OB]$

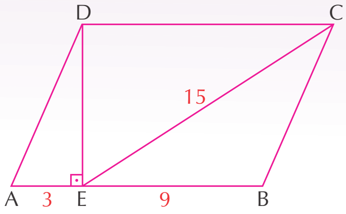
$m(\widehat{EDA}) = 20°$

$m(\widehat{DEO}) = 35°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{OBC}) = x$ kaç derecedir?

A) 35 B) 40 C) 45 D) 50 E) 55

7.



ABCD paralelkenar

[DE] ⊥ [AB]

|AE| = 3 cm

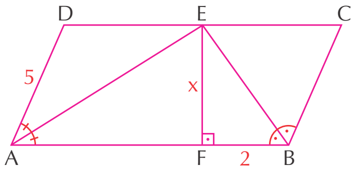
|EB| = 9 cm

|EC| = 15 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 108 B) 112 C) 116 D) 120 E) 124

8.



ABCD paralelkenar

[AE] ve [BE] açıortay

[EF] ⊥ [AB]

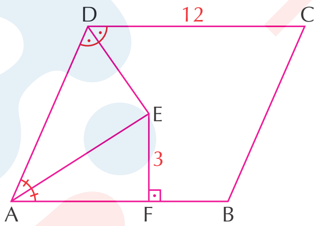
|AD| = 5 cm

|FB| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, |EF| = x kaç cm dir?

A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) 4 D) $4\sqrt{2}$ E) 6

9.



ABCD paralelkenar

[DE] ve [AE] açıortay

[EF] ⊥ [AB]

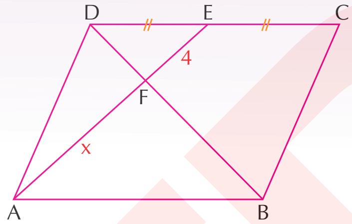
|EF| = 3 cm

|DC| = 12 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 36 B) 42 C) 48 D) 60 E) 72

10.



ABCD paralelkenar

[BD] köşegen

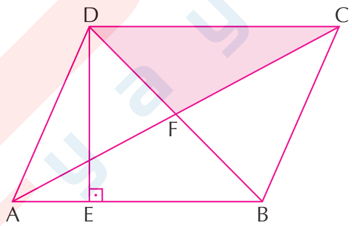
|DE| = |EC|

|FE| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AF| = x kaç cm dir?

A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6

11.



ABCD paralelkenar

[AC] ve [BD] köşegen

[DE] ⊥ [AB]

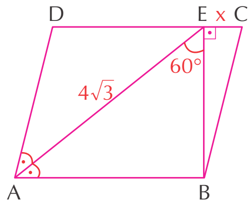
|DE| = 8 cm

|AB| = 9 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(DCF) kaç cm^2 dir?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

12.



ABCD paralelkenar

[AE] açıortay

$m(\widehat{AEB}) = 60°$

$|AE| = 4\sqrt{3}$ cm

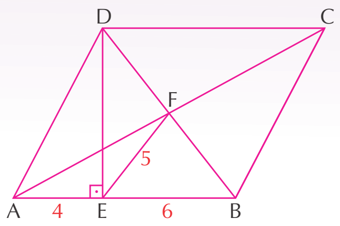
Yukarıdaki verilere göre, |EC| = x kaç cm dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

B - C - D / D - B - A / A - C - E / D - D - B

KAVRAMA TESTİ 2

1.



ABCD paralelkenar

[AC] ve [BD] köşegen

[DE] ⊥ [AB]

|AE| = 4 cm

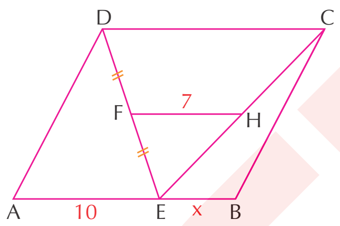
|EB| = 6 cm

|EF| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

2.



ABCD paralelkenar

[FH] // [DC]

|DF| = |FE|

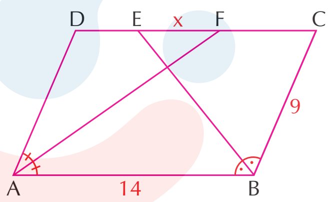
|FH| = 7 cm

|AE| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, |EB| = x kaç derecedir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3.



ABCD paralelkenar

[AF] ve [BE] açıortay

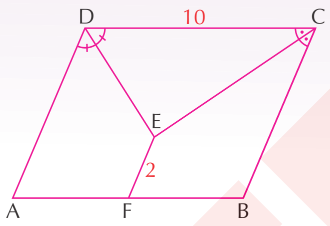
|AB| = 14 cm

|BC| = 9 cm

Yukarıdaki verilere göre, |EF| = x kaç cm dir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4.



ABCD paralelkenar

[AD] // [EF]

[DE] ve [CE] açıortay

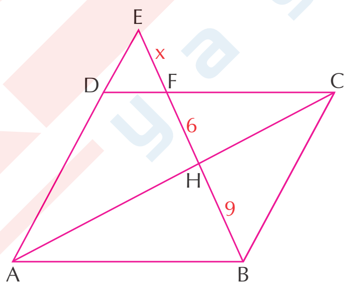
|DC| = 10 cm

|EF| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, Çevre(ABCD) kaç cm dir?

A) 30 B) 34 C) 38 D) 42 E) 46

5.



ABCD paralelkenar

EAB bir üçgen

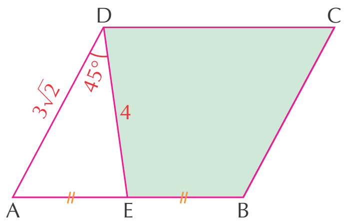
|FH| = 6 cm

|HB| = 9 cm

Yukarıdaki verilere göre, |EF| = x kaç cm dir?

A) $\frac{15}{2}$ B) 6 C) $\frac{9}{2}$ D) 4 E) 3

6.



ABCD paralelkenar

|AE| = |EB|

m($\widehat{ADE}$) = 45°

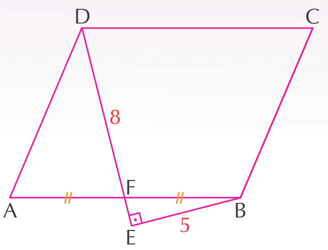
|AD| = $3\sqrt{2}$ cm

|DE| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(EBCD) kaç cm^2 dir?

A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

7.



ABCD paralelkenar

[DE] ⊥ [EB]

|AF| = |FB|

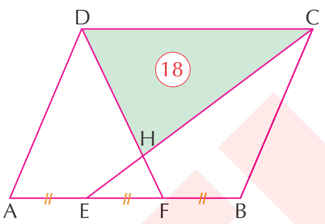
|DF| = 8 cm

|EB| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 32 B) 40 C) 60 D) 80 E) 120

8.



ABCD paralelkenar

[DF] ∩ [EC] = {H}

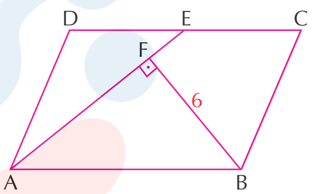
|AE| = |EF| = |FB|

Alan(DHC) = 18 cm^2

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 30 B) 36 C) 42 D) 48 E) 54

9.



ABCD paralelkenar

[BF] ⊥ [AE]

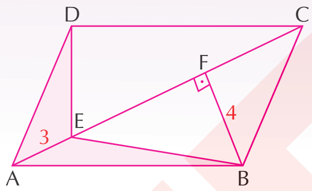
|AE| = 12 cm

|BF| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 48 B) 54 C) 60 D) 66 E) 72

10.



ABCD paralelkenar

[AC] köşegen

[BF] ⊥ [AC]

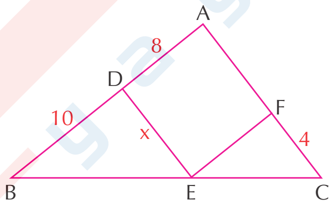
|BF| = 4 cm

|AE| = 3 cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç cm^2 dir?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 24

11.



ADEF paralelkenar

ABC bir üçgen

|AD| = 8 cm

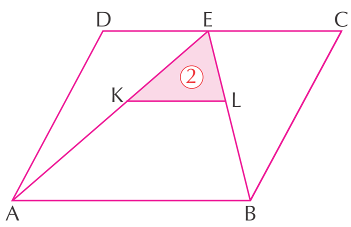
|BD| = 10 cm

|FC| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |DE| = x kaç cm dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

12.



ABCD paralelkenar

[KL] // [AB]

|BL| = 2|LE|

Alan(EKL) = 2 cm^2

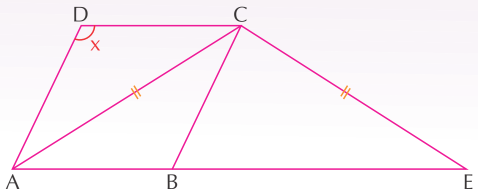
Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 30 B) 32 C) 34 D) 36 E) 38

E - C - C / B - A - C / D - D - E / A - B - D

KAVRAMA TESTİ 3

1.



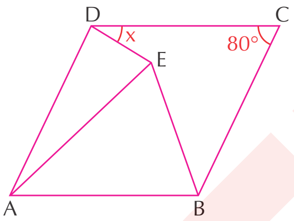
ABCD eşkenar dörtgen, CAE bir üçgen

$m(\widehat{ACE}) = 100°$, $|AC| = |CE|$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ADC}) = x$ kaç derecedir?

A) 100 B) 110 C) 120 D) 130 E) 140

2.



ABCD eşkenar dörtgen

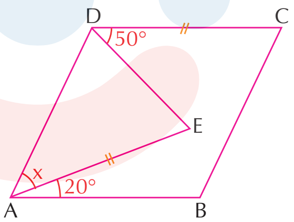
EAB eşkenar üçgen

$m(\widehat{BCD}) = 80°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{EDC}) = x$ kaç derecedir?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

3.



ABCD eşkenar dörtgen

$|DC| = |AE|$

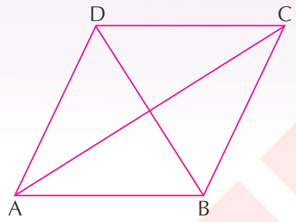
$m(\widehat{CDE}) = 50°$

$m(\widehat{BAE}) = 20°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{DAE}) = x$ kaç derecedir?

A) 70 B) 60 C) 50 D) 40 E) 30

4.



ABCD eşkenar dörtgen

[AC] ve [BD] köşegen

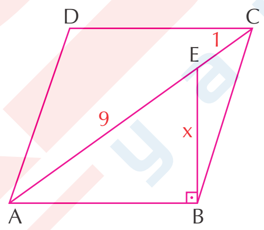
$|BD| = 6$ cm

$|AC| = 8$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Çevre(ABCD) kaç cm dir?

A) 16 B) 20 C) 24 D) 28 E) 32

5.



ABCD eşkenar dörtgen

[AC] köşegen

$[EB] \perp [AB]$

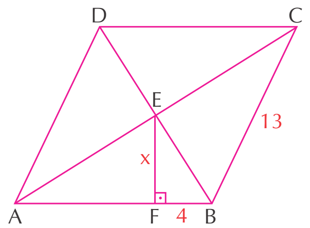
$|AE| = 9$ cm

$|EC| = 1$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|EB| = x$ kaç cm dir?

A) 18 B) $4\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{10}$ E) 6

6.



ABCD eşkenar dörtgen

[AC] ve [BD] köşegen

$[EF] \perp [AB]$

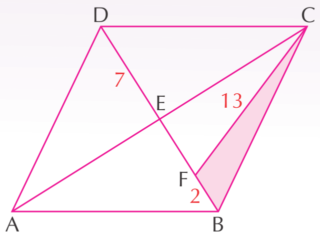
$|FB| = 4$ cm

$|BC| = 13$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|EF| = x$ kaç cm dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

7.



ABCD eşkenar dörtgen

[AC] ve [BD] köşegen

$|DE| = 7$ cm

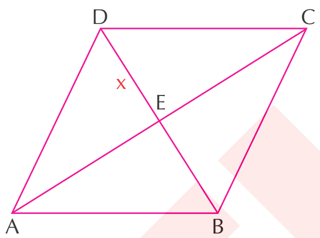
$|FB| = 2$ cm

$|FC| = 13$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(FBC) kaç cm^2 dir?

A) 16 B) 15 C) 13 D) 12 E) 10

8.



ABCD eşkenar dörtgen

[AC] ve [BD] köşegen

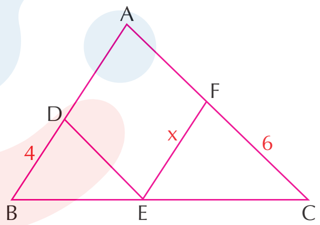
$|AC| = 16$ cm

Çevre(ABCD) = 40 cm

Yukarıdaki verilere göre, $|DE| = x$ kaç cm dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

9.



ABC bir üçgen

ADEF eşkenar dörtgen

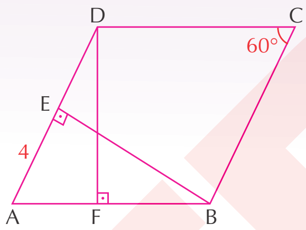
$|DB| = 4$ cm

$|FC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|EF| = x$ kaç cm dir?

A) $2\sqrt{6}$ B) 5 C) $2\sqrt{7}$ D) $4\sqrt{2}$ E) 6

10.



ABCD eşkenar dörtgen

$[DF] \perp [AB]$

$[BE] \perp [AD]$

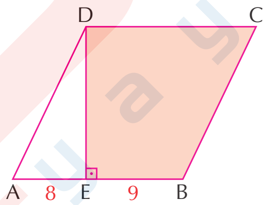
$m(\widehat{BCD}) = 60°$

$|AE| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|DF|$ kaç cm dir?

A) $8\sqrt{3}$ B) $8\sqrt{2}$ C) 8 D) $3\sqrt{6}$ E) $4\sqrt{3}$

11.



ABCD eşkenar dörtgen

$[DE] \perp [AB]$

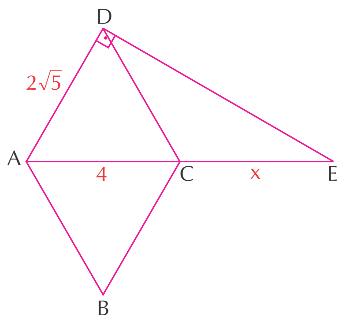
$|AE| = 8$ cm

$|EB| = 9$ cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 155 B) 160 C) 175 D) 180 E)195

12.



ABCD eşkenar dörgen

$[AD] \perp [DE]$

$|AD| = 2\sqrt{5}$ cm

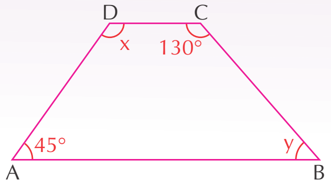
$|AC| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|CE| = x$ kaç cm dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

A - C - D / B - E - C / D - B - A / E - E - C

KAVRAMA TESTİ 4

1. 

ABCD yamuk

[DC] // [AB]

$m(\widehat{DAB}) = 45°$

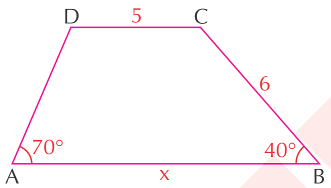
$m(\widehat{BCD}) = 130°$

$m(\widehat{ABC}) = y$

$m(\widehat{ADC}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x – y farkı kaç derecedir?

A) 60 B) 70 C) 75 D) 80 E) 85

2. 

ABCD yamuk

[DC] // [AB]

$m(\widehat{DAB}) = 70°$

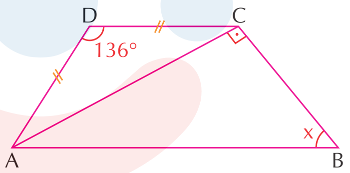
$m(\widehat{ABC}) = 40°$

|BC| = 6 cm

|DC| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

3. 

ABCD yamuk

[DC] // [AB]

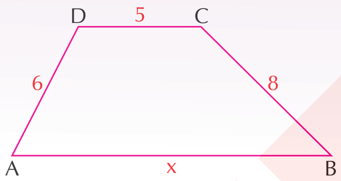
[AC] ⊥ [BC]

$m(\widehat{ADC}) = 136°$

|AD| = |DC|

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?

A) 70 B) 68 C) 66 D) 64 E) 62

4. 

ABCD yamuk

[DC] // [AB]

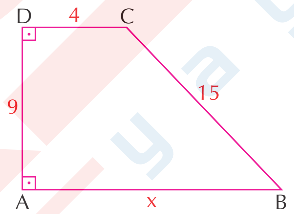
|DC| = 5 cm

|AD| = 6 cm

|BC| = 8 cm

$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = 90°$ olduğuna göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

5. 

ABCD dik yamuk

[DC] // [AB]

[AD] ⊥ [AB]

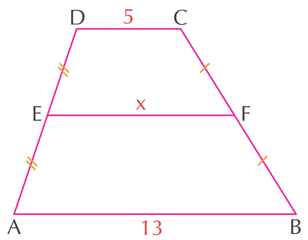
|DC| = 4 cm

|AD| = 9 cm

|BC| = 15 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

6. 

ABCD yamuk

[DC] // [AB]

|DE| = |EA|

|CF| = |FB|

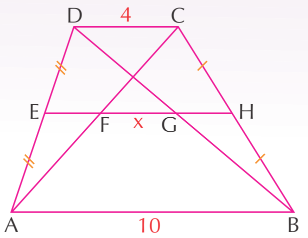
|DC| = 5 cm

|AB| = 13 cm

Yukarıdaki verilere göre, |EF| = x kaç cm dir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

7.



ABCD yamuk

[DC] // [AB]

[EH] orta taban

[AC] ve [BD] köşegen

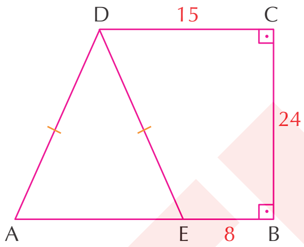
|AB| = 10 cm

|DC| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |FG| = x kaç cm dir?

A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 4

8.



ABCD dik yamuk

DC ⊥ BC

BC ⊥ AB

|DC| = 15 cm

|BE| = 8 cm

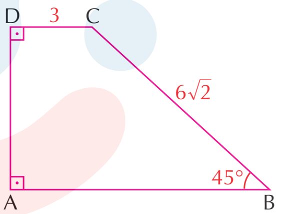
|BC| = 24 cm

|AD| = |DE|

Yukarıdaki verilere göre, Çevre(AED) kaç cm dir?

A) 56 B) 58 C) 60 D) 62 E) 64

9.



ABCD dik yamuk

[DC] // [AB]

$m(\widehat{ABC}) = 45°$

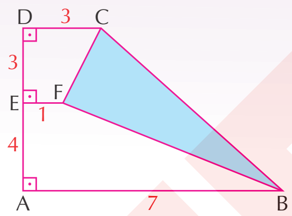
$|BC| = 6\sqrt{2}$ cm

|DC| = 3 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 32 B) 36 C) 40 D) 44 E) 48

10.



ABCD dik yamuk

[DC] // [AB]

[AD] ⊥ [AB]

[FE] ⊥ [AD]

|DC| = |DE| = 3 cm

|EF| = 1 cm

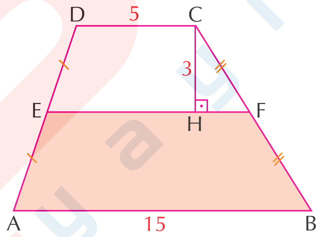
|AE| = 4 cm

|AB| = 7 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(CFB) kaç cm^2 dir?

A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19

11.



ABCD yamuk

[DC] // [AB]

|DE| = |AE|

|CF| = |FB|

[CH] ⊥ [EF]

|DC| = 5 cm

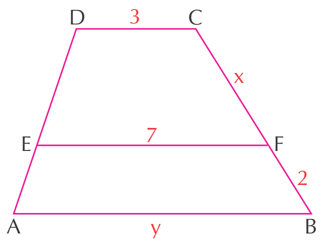
|AB| = 15 cm

|CH| = 3 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABFE) kaç cm^2 dir?

A) $\frac{75}{2}$ B) 40 C) $\frac{85}{2}$ D) 45 E) $\frac{95}{2}$

12.



ABCD yamuk

[DC] // [EF] // [AB]

|DE| = 2|AE|

|DC| = 3 cm

|EF| = 7 cm

|FB| = 2 cm

|CF| = x

|AB| = y

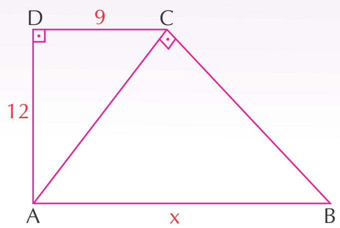
Yukarıdaki verilere göre, y – x farkı kaç cm dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

E - D - B / C - A - D / C - E - B / B - A - B

KAVRAMA TESTİ 5

1.



ABCD dik yamuk

[DC] // [AB]

[AD] ⊥ [DC]

[AC] ⊥ [BC]

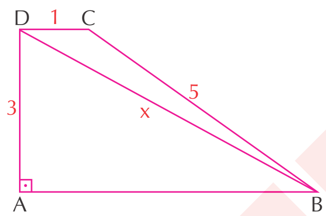
|DC| = 9 cm

|AD| = 12 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

2.



ABCD dik yamuk

[DC] // [AB]

[DA] ⊥ [AB]

|DC| = 1 cm

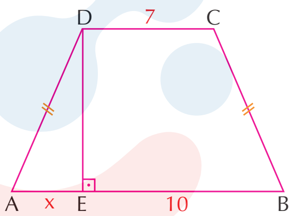
|BC| = 5 cm

|AD| = 3 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BD| = x kaç cm dir?

A) $\sqrt{34}$ B) 6 C) $\sqrt{38}$ D) $2\sqrt{10}$ E) $\sqrt{42}$

3.



ABCD ikizkenar yamuk

[DC] // [AB]

[DE] ⊥ [AB]

|AD| = |BC|

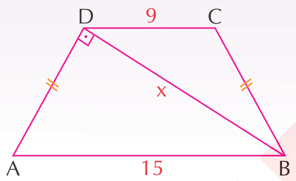
|DC| = 7 cm

|EB| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AE| = x kaç cm dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4.



ABCD ikizkenar yamuk

[DC] // [AB]

[BD] ⊥ [AD]

|AD| = |BC|

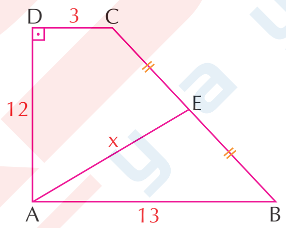
|DC| = 9 cm

|AB| = 15 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BD| = x kaç cm dir?

A) $10\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{5}$ C) $5\sqrt{6}$ D) 12 E) 9

5.



ABCD dik yamuk

[DC] // [AB]

[AD] ⊥ [DC]

|CE| = |EB|

|DC| = 3 cm

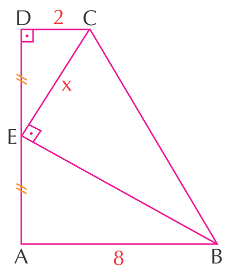
|DA| = 12 cm

|AB| = 13 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AE| = x kaç cm dir?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

6.



ABCD dik yamuk

[DC] // [AB]

[AD] ⊥ [DC]

[CE] ⊥ [EB]

|DE| = |EA|

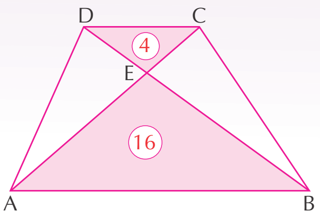
|DC| = 2 cm

|AB| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, |CE| = x kaç cm dir?

A) $2\sqrt{7}$ B) 5 C) $2\sqrt{6}$ D) $2\sqrt{5}$ E) 4

7.



ABCD yamuk

[DC] // [AB]

[AC] ve [BD] köşegen

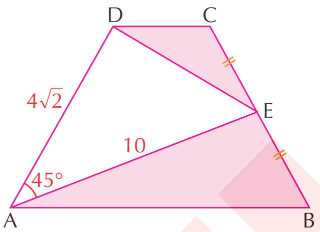
Alan(DEC) = 4 cm^2

Alan(EAB) = 16 cm^2

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 18 B) 24 C) 28 D) 32 E) 36

8.



ABCD yamuk

[DC] // [AB]

|CE| = |EB|

$m(\widehat{DAE}) = 45°$

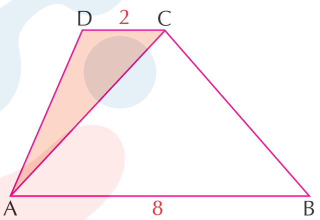
$|AD| = 4\sqrt{2}$ cm

|AE| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç cm^2 dir?

A) 40 B) 32 C) 28 D) 24 E) 20

9.



ABCD yamuk

[DC] // [AB]

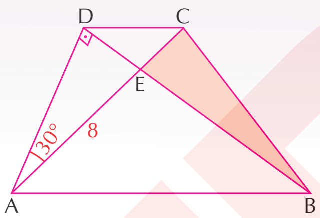
|DC| = 2 cm

|AB| = 8 cm

Alan(ABCD) = 80 cm^2 olduğuna göre, Alan(ACD) kaç cm^2 dir?

A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

10.



ABCD yamuk

[DC] // [AB]

[AC] ve [BD] köşegen

[BD] ⊥ [AD]

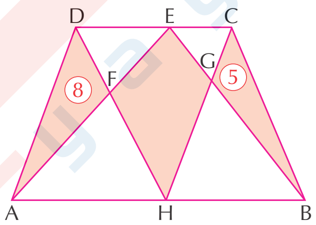
$m(\widehat{DAC}) = 30°$

|AE| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(CEB) kaç cm^2 dir?

A) $10\sqrt{2}$ B) $8\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{10}$ D) $5\sqrt{6}$ E) 12

11.



ABCD yamuk

[DC] // [AB]

[AE] ∩ [DH] = {F}

[EB] ∩ [HC] = {G}

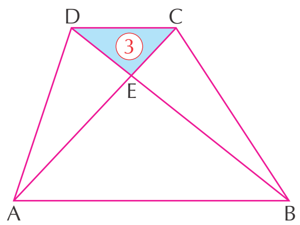
Alan(DAF) = 8 cm^2

Alan(CGB) = 5 cm^2

Yukarıdaki verilere göre, Alan(FHGE) kaç cm^2 dir?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

12.



ABCD yamuk

[DC] // [AB]

[AC] ve [BD] köşegen

|BE| = 2|DE|

Alan(DEC) = 3 cm^2

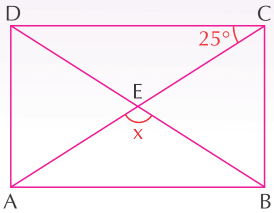
Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 27 B) 30 C) 33 D) 36 E) 39

C - A - C / B - B - D / E - E - C / B - C - A

KAVRAMA TESTİ 6

1.



ABCD dikdörtgen

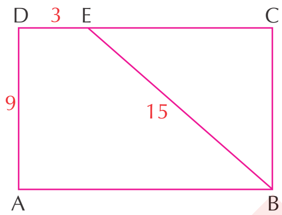
[AC] ve [BD] köşegen

$m(\widehat{DCA}) = 25°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{AEB}) = x$ kaç derecedir?

A) 110 B) 120 C) 125 D) 130 E) 135

2.



ABCD dikdörtgen

$|AD| = 9$ cm

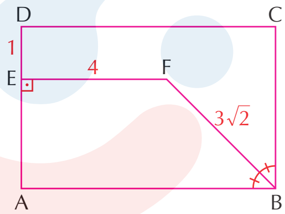
$|DE| = 3$ cm

$|BE| = 15$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Çevre(ABCD) kaç cm dir?

A) 40 B) 44 C) 48 D) 52 E) 56

3.



ABCD dikdörtgen

$[FE] \perp [AD]$

[BF] açıortay

$|DE| = 1$ cm

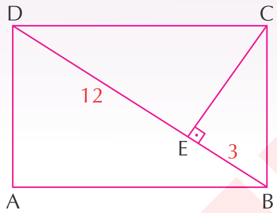
$|EF| = 4$ cm

$|BF| = 3\sqrt{2}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Çevre(ABCD) kaç cm dir?

A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

4.



ABCD dikdörtgen

$[CE] \perp [BD]$

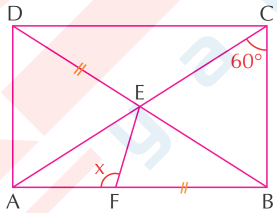
$|DE| = 12$ cm

$|EB| = 3$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 50 B) 60 C) 75 D) 80 E) 90

5.



ABCD dikdörtgen

[AC] ve [BD] köşegen

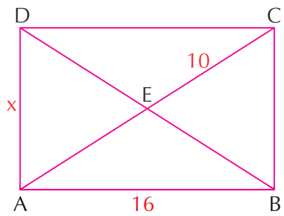
$|DE| = |FB|$

$m(\widehat{ACB}) = 60°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{AFE}) = x$ kaç derecedir?

A) 100 B) 105 C) 110 D) 115 E) 120

6.



ABCD dikdörtgen

[AC] ve [BD] köşegen

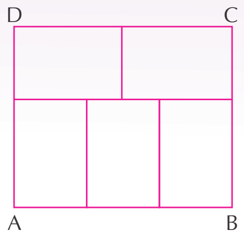
$|EC| = 10$ cm

$|AB| = 16$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AD| = x$ kaç cm dir?

A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6

7.

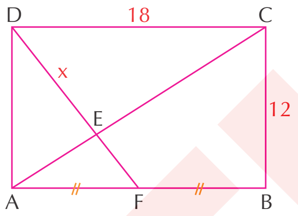


ABCD dikdörtgeni beş eş dikdörtgenden meydana gelmiştir.

Çevre(ABCD) = 22 cm olduğuna göre, küçük dikdörtgenlerden birinin alanı kaç cm^2 dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

8.



ABCD dikdörtgen

[AC] köşegen

|AF| = |FB|

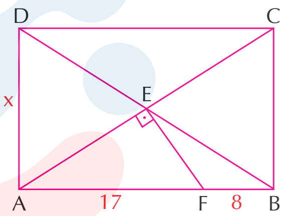
|BC| = 12 cm

|DC| = 18 cm

Yukarıdaki verilere göre, |DE| = x kaç cm dir?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

9.



ABCD dikdörtgen

[AC] ve [BD] köşegen

[FE] ⊥ [AC]

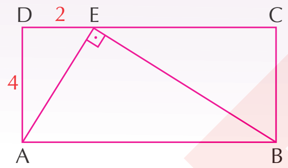
|AF| = 17 cm

|FB| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AD| = x kaç cm dir?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

10.



ABCD dikdörtgen

[AE] ⊥ [EB]

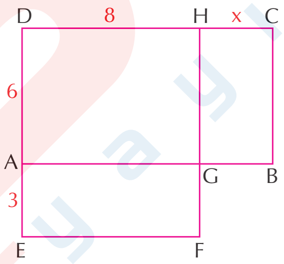
|AD| = 4 cm

|DE| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 30 B) 32 C) 36 D) 40 E) 48

11.



ABCD ve DEFH dikdörtgen

|DH| = 8 cm

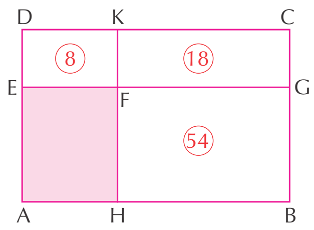
|AD| = 6 cm

|AE| = 3 cm

Alan(DEFH) = Alan(ABCD) olduğuna göre, |HC| = x kaç cm dir?

A) 4 B) 3,5 C) 3 D) 2,5 E) 2

12.



ABCD dikdörtgen

[EG] // [AB]

[KH] // [BC]

Alan(EFKD) = 8 cm^2

Alan(FGCK) = 18 cm^2

Alan(HBGF) = 54 cm^2

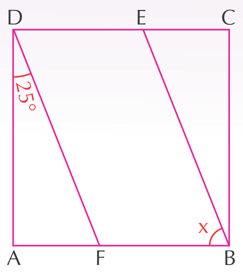
Yukarıdaki verilere göre, Alan(AHFE) kaç cm^2 dir?

A) 32 B) 24 C) 18 D) 16 E) 12

D - C - E / E - B - A / C - B - D / D - A - B

KAVRAMA TESTİ 7

1.



ABCD kare

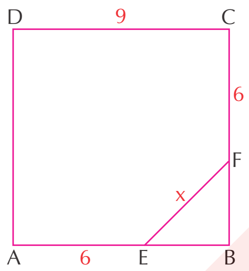
[DF] // [EB]

$m(\widehat{ADF}) = 25°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ABE}) = x$ kaç derecedir?

A) 45 B) 50 C) 55 D) 60 E) 65

2.



ABCD kare

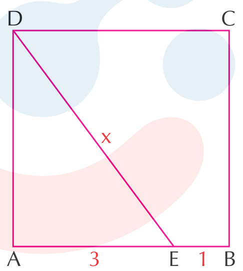
$|DC| = 9$ cm

$|AE| = |CF| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|EF| = x$ kaç cm dir?

A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{5}$ E) $4\sqrt{2}$

3.



ABCD kare

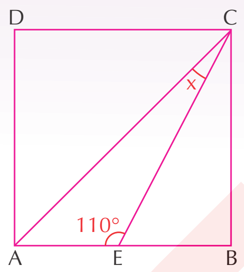
$|AE| = 3$ cm

$|EB| = 1$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|DE| = x$ kaç cm dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) $3\sqrt{5}$ E) $4\sqrt{3}$

4.



ABCD kare

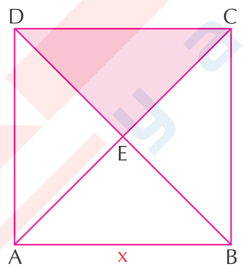
[AC] köşegen

$m(\widehat{AEC}) = 110°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ACE}) = x$ kaç derecedir?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

5.



ABCD kare

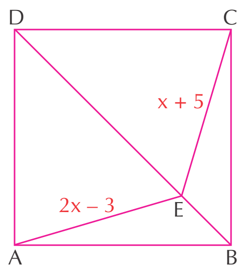
[AC] ve [BD] köşegen

Alan(DEC) = 8 cm^2

Yukarıdaki verilere göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

A) $2\sqrt{2}$ B) 4 C) $2\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{2}$ E) 6

6.



ABCD kare

[BD] köşegen

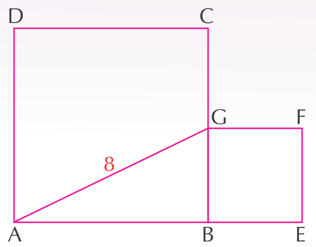
$|AE| = 2x - 3$ cm

$|EC| = x + 5$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AE|$ kaç cm dir?

A) 8 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

7.



ABCD ve

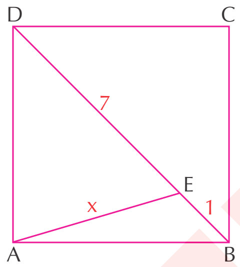
BEFG kare

|AG| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, karelerin alanları toplamı kaç cm^2 dir?

A) 32 B) 64 C) 80 D) 96 E) 120

8.



ABCD kare

[BD] köşegen

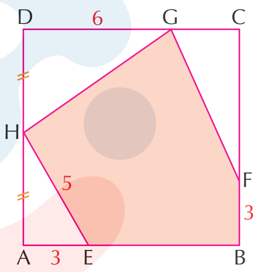
|DE| = 7 cm

|EB| = 1 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AE| = x kaç cm dir?

A) 5 B) $2\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{5}$ D) 4 E) $2\sqrt{3}$

9.



ABCD kare

|DH| = |AH|

|HE| = 5 cm

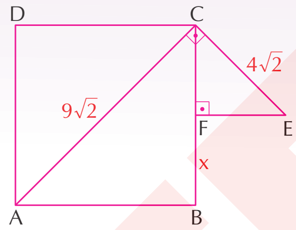
|AE| = |BF| = 3 cm

|DG| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 41 B) 43 C) 46 D) 47 E) 49

10.



ABCD kare

[AC] ⊥ [EC]

[FE] ⊥ [BC]

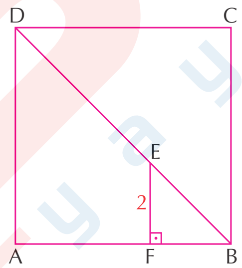
|CE| = $4\sqrt{2}$ cm

|AC| = $9\sqrt{2}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |FB| = x kaç cm dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

11.



ABCD kare

[BD] köşegen

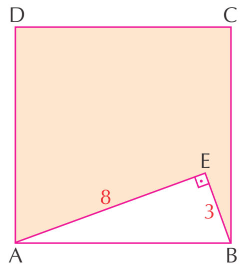
|AF| = 2|FB|

|EF| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 25 B) 30 C) 36 D) 40 E) 49

12.



ABCD kare

[AE] ⊥ [BE]

|AE| = 8 cm

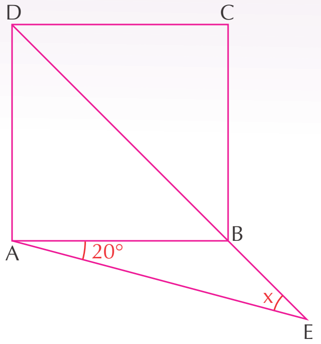
|EB| = 3 cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 50 B) 54 C) 57 D) 61 E) 64

KAVRAMA TESTİ 8

1.



ABCD kare

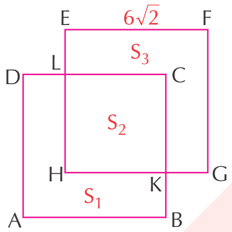
D, B, E doğrusal

$m(\widehat{EAB}) = 20°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{AED}) = x$ kaç derecedir?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

2.



ABCD, EFGH ve HKCL birer karedir.

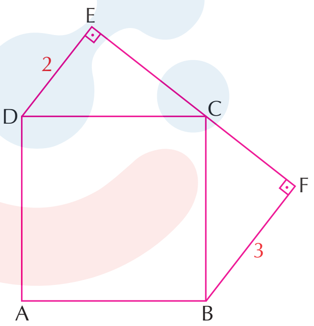
$S_1 = S_2 = S_3$

$|EF| = 6\sqrt{2}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |LC| cm dir?

A) 4 B) $4\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{3}$ D) 5 E) 6

3.



ABCD kare

[DE] ⊥ [EF]

[BF] ⊥ [EF]

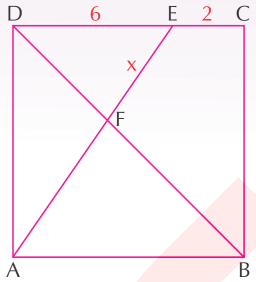
|DE| = 2 cm

|BF| = 3 cm

Yukarıdaki verilere göre, |FE| = x kaç cm dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4.



ABCD kare

[BD] köşegen

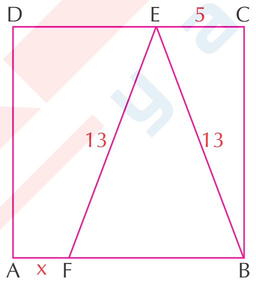
|DE| = 6 cm

|EC| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, |FE| = x kaç cm dir?

A) $\frac{24}{7}$ B) $\frac{26}{7}$ C) 4 D) $\frac{30}{7}$ E) 5

5.



ABCD kare

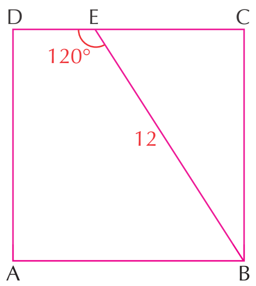
|EF| = |EB| = 13 cm

|EC| = 5 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AF| = x kaç cm dir?

A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3

6.



ABCD kare

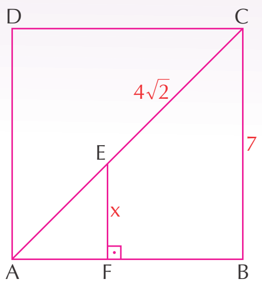
$m(\widehat{DEB}) = 120°$

|EB| = 12 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm² dir?

A) 84 B) 90 C) 96 D) 100 E) 108

7.



ABCD kare

[AC] köşegen

$[EF] \perp [AB]$

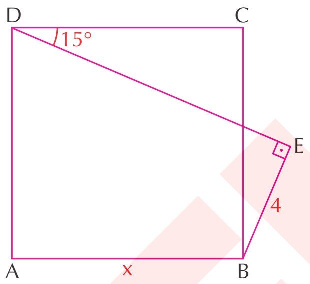
$|EC| = 4\sqrt{2}$ cm

$|BC| = 7$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|EF| = x$ kaç cm dir?

A) $3\sqrt{2}$ B) 4 C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) 2

8.



ABCD kare

$[DE] \perp [BE]$

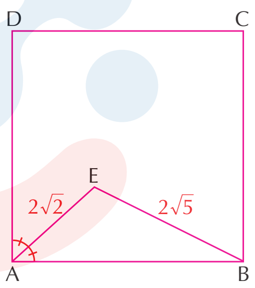
$m(\widehat{CDE}) = 15°$

$|BE| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

A) $2\sqrt{5}$ B) $4\sqrt{2}$ C) 6 D) $6\sqrt{2}$ E) 8

9.



ABCD kare

[AE] açıortay

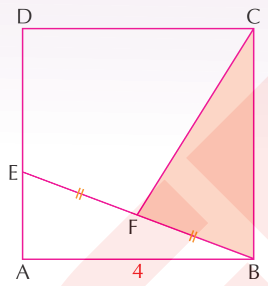
$|AE| = 2\sqrt{2}$ cm

$|EB| = 2\sqrt{5}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Çevre(ABCD) kaç cm dir?

A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 28

10.



ABCD kare

E, F, B doğrusal

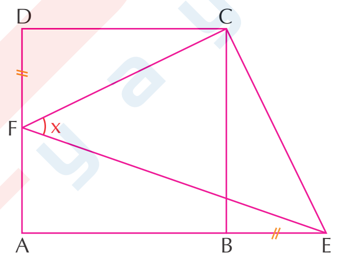
$|EF| = |FB|$

$|AB| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

11.



ABCD kare

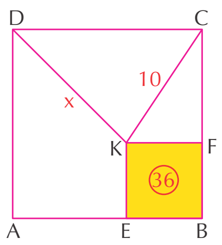
A, B, E doğrusal

$|DF| = |BE|$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CFE}) = x$ kaç derecedir?

A) 22,5 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

12.



ABCD ve EBFK birer kare

Alan(EBFK) = 36 cm^2

$|KC| = 10$ cm

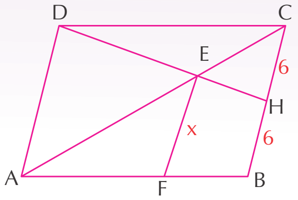
Yukarıdaki verilere göre, $|DK| = x$ kaç cm dir?

A) $4\sqrt{2}$ B) $5\sqrt{2}$ C) $6\sqrt{2}$ D) $7\sqrt{2}$ E) $8\sqrt{2}$

C - E - A / D - C - E / D - B - D / A - E - E

GENEL TEKRAR TESTİ

1.



ABCD paralelkenar

$[AC] \cap [DH] = \{E\}$

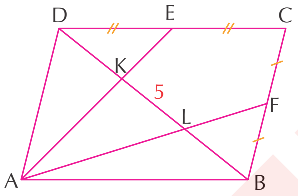
$[EF] \parallel [BC]$

$|CH| = |BH| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|EF| = x$ kaç cm dir?

A) 7 B) 7,5 C) 8 D) 9 E) 10

2.



ABCD paralelkenar

E ve F orta noktalar

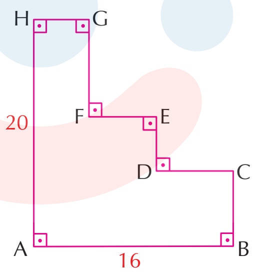
[BD] köşegen

$|KL| = 5$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|BD|$ kaç cm dir?

A) 22,5 B) 20 C) 17,5 D) 15 E) 10

3.



Yandaki şekilde tüm köşeler dik açılıdır.

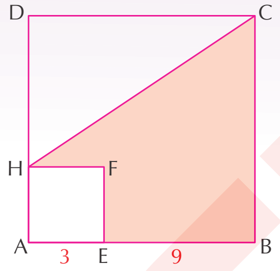
$|AB| = 16$ cm

$|AH| = 20$ cm

Yukarıdaki verilere göre, şeklin çevresi kaç cm dir?

A) 80 B) 72 C) 64 D) 60 E) 54

4.



ABCD ve AEFH birer kare

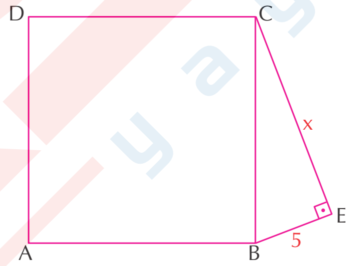
$|AE| = 3$ cm

$|EB| = 9$ cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgenin çevresi kaç cm dir?

A) 36 B) 38 C) 40 D) 42 E) 44

5.



ABCD kare

BEC dik üçgen

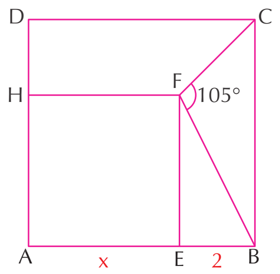
$[BE] \perp [EC]$

$|BE| = 5$ cm

Alan(ABCD) = 169 cm^2 olduğuna göre, $|CE| = x$ kaç cm dir?

A) 12 B) 11 C) $6\sqrt{3}$ D) 10 E) $3\sqrt{10}$

6.



ABCD ve AEFH kare,

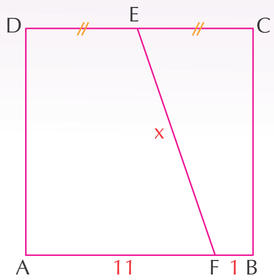
$m(\widehat{CFB}) = 105°$

$|EB| = 2$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AE| = x$ kaç cm dir?

A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) 4 D) $3\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{10}$

7.



ABCD kare

|DE| = |EC|

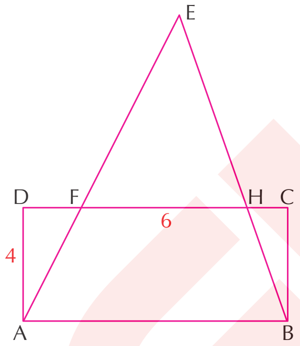
|AF| = 11 cm

|FB| = 1 cm

Yukarıdaki verilere göre, |EF| = x kaç cm dir?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

8.



ABCD dikdörtgen

EAB bir üçgen

|FE| = 2|AF|

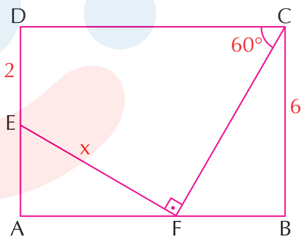
|FH| = 6 cm

|AD| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 48 B) 44 C) 40 D) 36 E) 32

9.



ABCD dikdörtgen

[CF] ⊥ [EF]

$m(\widehat{DCF}) = 60°$

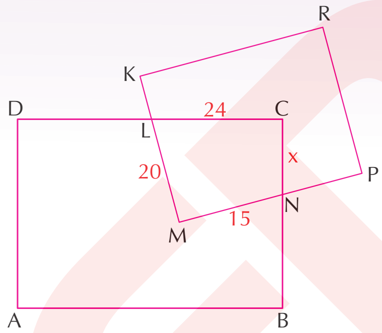
|BC| = 6 cm

|DE| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, |EF| = x kaç cm dir?

A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

10.



ABCD ve KMPR birer dikdörtgen

|LM| = 20 cm

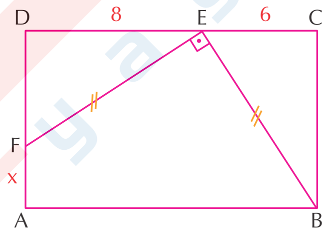
|MN| = 15 cm

|LC| = 24 cm

Yukarıdaki verilere göre, |CN| = x kaç cm dir?

A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

11.



ABCD dikdörtgen

[FE] ⊥ [EB]

|FE| = |EB|

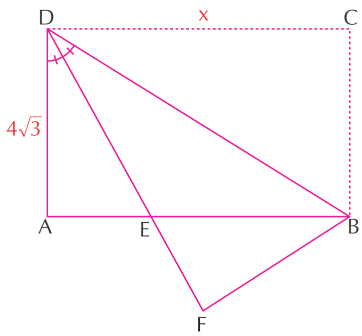
|DE| = 8 cm

|EC| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AF| = x kaç cm dir?

A) 4 B) 3,5 C) 3 D) 2,5 E) 2

12.



ABCD dikdörtgen

[DF] açıortay

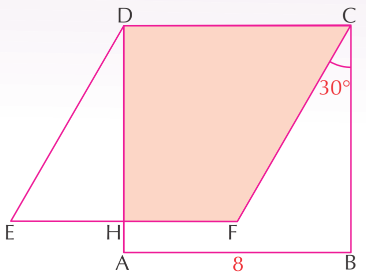
$|AD| = 4\sqrt{3}$ cm

CDB üçgeni, [BD] köşegeni boyunca katlanarak DFB üçgeni elde ediliyor.

Yukarıdaki verilere göre, |DC| = x kaç cm dir?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

13.

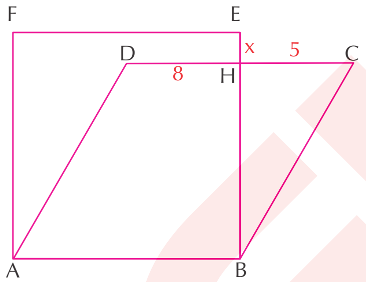


ABCD kare
EFCD eşkenar dörtgen
$m(\widehat{BCF}) = 30°$
$|AB| = 8$ cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) $12\sqrt{3}$ B) $16\sqrt{3}$ C) $18\sqrt{3}$ D) $20\sqrt{3}$ E) $24\sqrt{3}$

14.

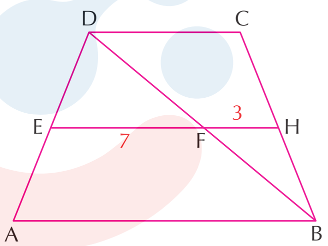


ABCD eşkenar dörtgen
ABEF kare
$|DH| = 8$ cm
$|HC| = 5$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|EH| = x$ kaç cm dir?

A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3

15.

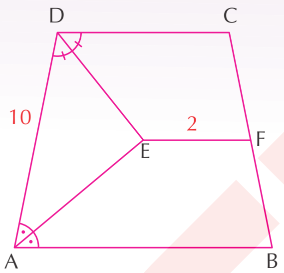


ABCD yamuk
[DC] // [AB]
[EH] orta taban
$|EF| = 7$ cm
$|FH| = 3$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AB| - |DC|$ farkı kaç cm dir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

16.

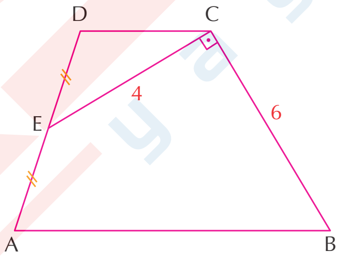


ABCD yamuk
[DC] // [EF] // [AB]
[DE] ve [AE] açıortay
$|EF| = 2$ cm
$|AD| = 10$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AB| + |DC|$ toplamı kaç cm dir?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

17.

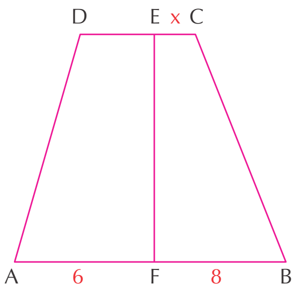


ABCD yamuk
[DC] // [AB]
$|DE| = |EA|$
$[EC] \perp [BC]$
$|EC| = 4$ cm
$|BC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36

18.

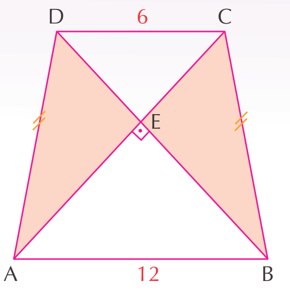


ABCD yamuk
[DC] // [AB]
$|DC| = 3$ cm
$|AF| = 6$ cm
$|FB| = 8$ cm

Alan(AFED) = Alan(FBCE) olduğuna göre, $|EC| = x$ kaç cm dir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

19.



ABCD yamuk

[DC] // [AB]

[AC] ⊥ [BD]

|AD| = |BC|

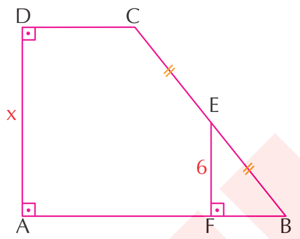
|DC| = 6 cm

|AB| = 12 cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç cm^2 dir?

A) 30 B) 36 C) 40 D) 42 E) 48

20.



ABCD dik yamuk

[DC] // [AB]

[AD] ⊥ [AB]

[EF] ⊥ [AB]

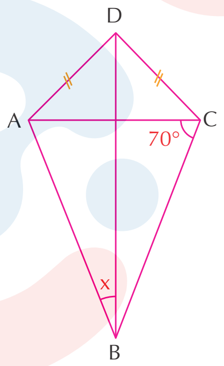
|CE| = |BE|

|EF| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AD| = x kaç cm dir?

A) 20 B) 18 C) 16 D) 14 E) 12

21.



ABCD deltoid

[AC] ve [BD] köşegen

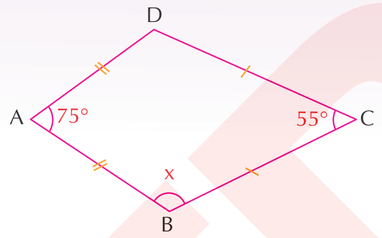
|AD| = |DC|

m($\widehat{ACB}$) = 70°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{ABD}$) = x kaç derecedir?

A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

22.



ABCD deltoid

|AD| = |AB|

|BC| = |DC|

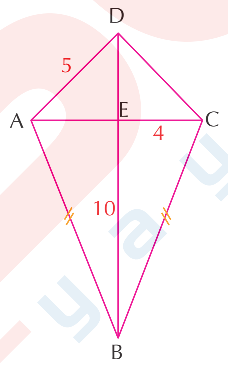
m($\widehat{BAD}$) = 75°

m($\widehat{BCD}$) = 55°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{ABC}$) = x kaç derecedir?

A) 105 B) 110 C) 115 D) 120 E) 125

23.



ABCD deltoid

|AB| = |BC|

[AC] ve [BD] köşegen

|AD| = 5 cm

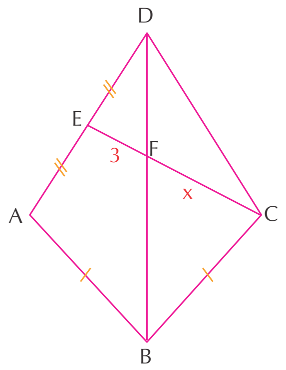
|EC| = 4 cm

|BE| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 36 B) 40 C) 44 D) 48 E) 52

24.



ABCD deltoid

[BD] köşegen

|AB| = |BC|

|DE| = |EA|

|EF| = 3 cm

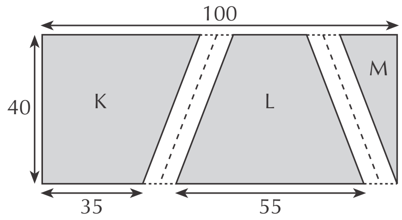
Yukarıdaki verilere göre, |FC| = x kaç cm dir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

C - D - B / D - A - B / A - D - C / E - E - B / E - A - C / D - C - A / B - E - D / C - E - A

SINAVLARDA (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) SORULMUŞ SORULAR

1. Aşağıdaki şekilde, eni 40 m ve boyu 100 m olan dikdörtgen biçiminde bir park, parkın içinden geçen paralelkenar biçiminde iki yol ve bu yollar dışında kalan yamuksal K, L ve üçgensel M yeşil alanları gösterilmiştir.

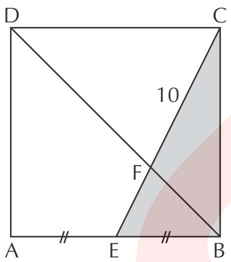


Parkın K ve L bölgelerinin alt kenar uzunlukları sırasıyla 35 m ve 55 m olduğuna göre, toplam yeşil alan kaç m^2 dir?

A) 3200 B) 3400 C) 3500 D) 3600 E) 3800

(ÖSS 2008 Mat-2)

2.



ABCD bir kare

|AE| = |EB|

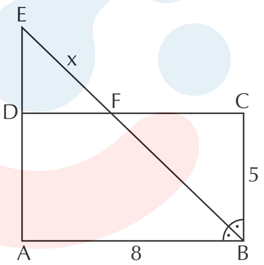
|FC| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, EBC üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

A) 25 B) 30 C) 40 D) 45 E) 50

(ÖSS 2008 Mat-1)

3.



ABCD bir dikdörtgen

$m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{EBC})$

|AB| = 8 cm

|BC| = 5 cm

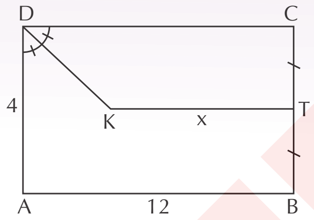
|EF| = x

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm dir?

A) $2\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $\sqrt{13}$ E) $\sqrt{15}$

(ÖSS 2008 Mat-1)

4.



ABCD bir dikdörtgen

KT // AB

$m(\widehat{ADK}) = m(\widehat{KDC})$

|CT| = |TB|

|AD| = 4 cm

|AB| = 12 cm

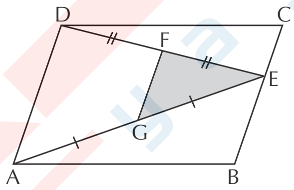
|KT| = x

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm dir?

A) 8,5 B) 9 C) 9,5 D) 10 E) 10,5

(ÖSS 2007 Mat-2)

5.



ABCD bir paralelkenar

|DF| = |FE|

|AG| = |GE|

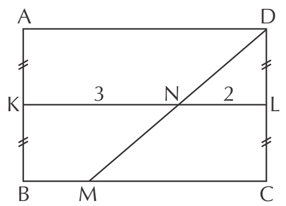
Şekildeki ABCD paralelkenarının alanı 72 cm^2 dir.

Buna göre, taralı EFG üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

A) 9 B) 10 C) 12 D) 16 E) 18

(ÖSS 2007 Mat-1)

6.



ABCD bir dikdörtgen

K noktası [AB] nin ortası

L noktası [CD] nin ortası

|KN| = 3 birim

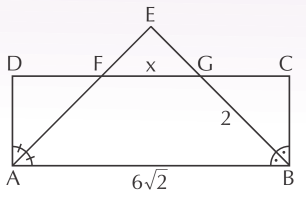
|NL| = 2 birim

Şekildeki verilere göre, ABCD dikdörtgeninin alanının, DMC üçgeninin alanına oranı kaçtır?

A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{7}{2}$

(ÖSS 1988)

7.



ABCD bir dikdörtgen

[AE] açıortay

[BE] açıortay

$|AB| = 6\sqrt{2}$ cm

$|GB| = 2$ cm

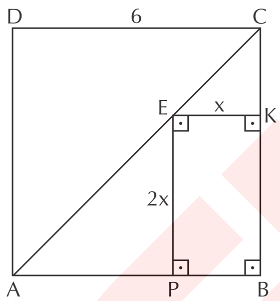
$|FG| = x$

Yukarıdaki şekilde ABCD bir dikdörtgen olduğuna göre, $|FG| = x$ kaç cm dir?

A) $3\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{2}$ E) $5\sqrt{2}$

(ÖSS 1997)

8.



ABCD bir kare

PBKE bir dikdörtgen

$E \in [AC]$

$|DC| = 6$ birim

$|EK| = x$ birim

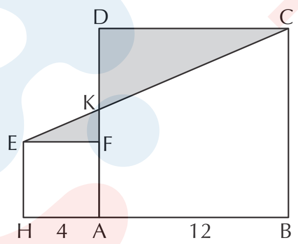
$|EP| = 2x$ birim

Yukarıdaki verilere göre, $|EK| = x$ kaç birimdir?

A) 1 B) 1,25 C) 1,5 D) 1,75 E) 2

(ÖSS 1991)

9.



ABCD ve HAFE birer kare

$|HA| = 4$ cm

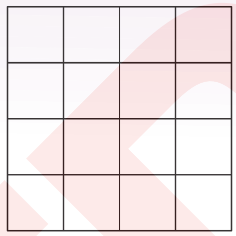
$|AB| = 12$ cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı alanların toplamı kaç cm^2 dir?

A) 36 B) 40 C) 42 D) 50 E) 56

(ÖSS 2004)

10.



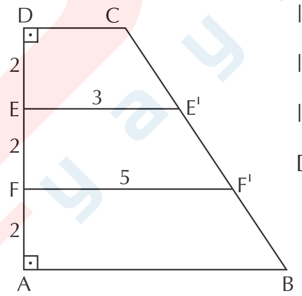
Şekildeki gibi eş karelerden oluşan kare biçimindeki ızgara için 960 cm tel kullanılmıştır.

Bu ızgaranın çevresi kaç cm dir?

A) 240 B) 320 C) 384 D) 448 E) 480

(ÖSS 2004)

11.



$|DE| = |EF| = |FA| = 2$ cm

$|EE'| = 3$ cm

$|FF'| = 5$ cm

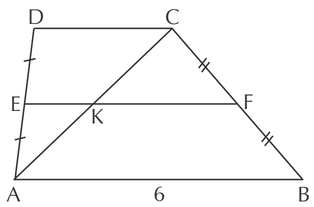
$DC \,//\, EE' \,//\, FF'$

Yukarıdaki şekilde ABCD bir dik yamuk olduğuna göre, alanı kaç cm^2 dir?

A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

(ÖYS 1987)

12.



ABCD bir yamuk

[EF] orta taban

Şekildeki AEK üçgeninin alanı 4 cm^2, CKF üçgeninin alanı 8 cm^2 olduğuna göre, ABCD yamuğunun alanı kaç cm^2 dir?

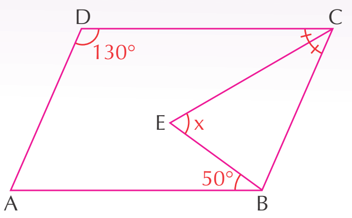
A) 48 B) 44 C) 40 D) 36 E) 24

(ÖSS 1996)

D - D - B / D - A - B / D - E - B / C - E - A

SINAVLARDA SORULABİLECEK SORULAR

1.



ABCD paralelkenar

[CE] açıortay

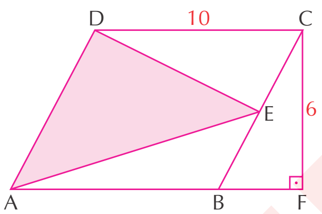
m($\widehat{ADC}$) = 130°

m($\widehat{ABE}$) = 50°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{BEC}$) = x kaç derecedir?

A) 55 B) 60 C) 65 D) 70 E) 75

2.



ABCD paralelkenar

[CF] ⊥ [AF]

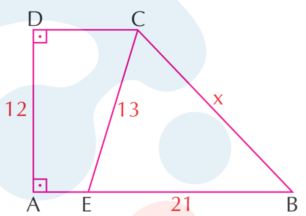
|DC| = 10 cm

|CF| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(DAE) kaç cm^2 dir?

A) 24 B) 30 C) 36 D) 48 E) 60

3.



ABCD dik yamuk

[DC] // [AB]

[AD] ⊥ [DC]

|AD| = 12 cm

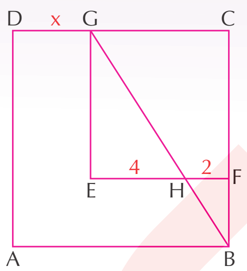
|CE| = 13 cm

|EB| = 21 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) 13 B) 15 C) 17 D) 18 E) 20

4.



ABCD ve EFCG kare

B, H, G doğrusal

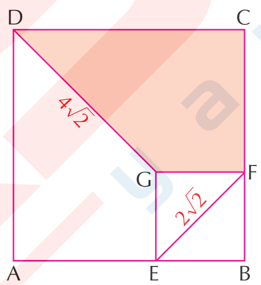
|EH| = 4 cm

|HF| = 2 cm

Yukarıdaki verilere göre, |DG| = x kaç cm dir?

A) 4,5 B) 4 C) 3,5 D) 3 E) 2

5.



ABCD ve EBFG kare

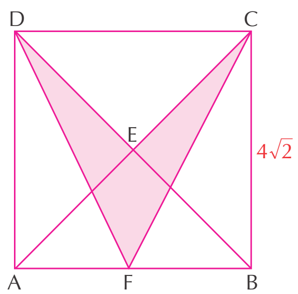
|EF| = $2\sqrt{2}$ cm

|DG| = $4\sqrt{2}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(GFCD) kaç cm^2 dir?

A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

6.



ABCD kare

[AC] ve [BD] köşegen

|BC| = $4\sqrt{2}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

E - B - E / D - B - C

KAZANMIŞ OLMAMIZ GEREKEN BİLGİ ve BECERİLER

	+	∓	−
Hangi dörtgenlerin özel dörtgen olduğunu bilme			
Paralelkenarın genel özelliklerini tanımlayabilme			
Paralelkenarda açıortayın oluşturduğu ikizkenar üçgeni fark edebilme			
Eşkenar dörtgenin köşegenlerinin açıortay olduğunu ve dik kesiştiğini bilme			
Yamuğu, ikizkenar yamuğu ve dik yamuğu tanımlayabilme			
Dikdörtgeni tanımlayabilme, çevre ve alan hesabını yapabilme			
Karenin köşegen özelliklerini uygulayabilme			
Karede eş üçgenleri kullanabilme			
Özel dörtgenlerin açı özelliklerini uygulayabilme			
Üçgende benzerliği özel dörtgenlerde kullanabilme			
Özel dörtgenlerin alanlarını hesaplayabilme			
Özel dörtgenlerde alan oranlarını kullanabilme			

09 ÇEMBER VE DAİRE

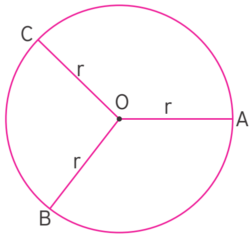
- Sabit bir noktaya eşit uzaklıktaki noktalar kümesi: Çember
- Çemberde çeşit çeşit açı var.
- Kirişler dörtgeninin iç açıları birer çevre açıdır.
- Çemberin merkezinden kirişe inen dikme kirişi ortalar.
- Merkeze eşit uzaklıktaki kirişlerin uzunlukları eşittir.
- Merkeze yakın kirişlerin boyları daha uzundur.
- Bir noktadan geçen en uzun ve en kısa kiriş hangisidir?
- Çemberde teğet özellikleri
- Dairenin alanını ve çevresini nasıl hesaplıyoruz?
- Daire dilimlerinin büyüklüğü merkez açıyla orantılıdır.
- Daire diliminin alanı üçgenin alanı gibi hesaplanabilir.
- Çember ve dairede benzerlik
- Daire kesmesinin alanı
- Daire halkasının alanı

YÖRÜNGEDEKİ KAVRAMLAR

- merkez s. 263
- yarıçap s. 263
- çap s. 263
- kiriş s. 263
- teğet s. 263
- kesen s. 263
- yay s. 263
- merkez açı s. 263
- çevre açı s. 263
- kirişler dörtgeni s. 271

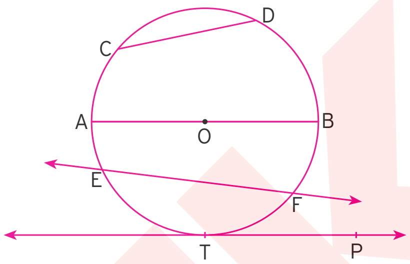
ÇEMBER VE DAİRE

9.1 *Sabit bir noktaya eşit uzaklıktaki noktalar kümesi: Çember*



Sabit O noktasından r birim uzaklıktaki noktalar kümesine O merkezli r yarıçaplı çember denir. Yukarıdaki şekilde |OA| = |OB| = |OC| = r dir.

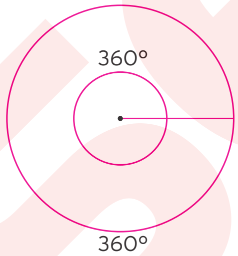
Çemberle ilgili kavramları bilmemiz lazım



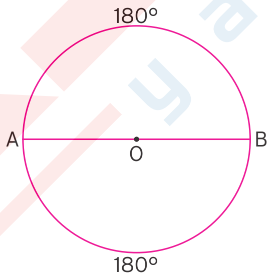
Çember üzerinde bulunan iki noktayı birleştiren doğru parçasına kiriş denir. Şekilde [CD] ve [AB] birer kiriştir. [AB] kirişi çemberin merkezinden geçtiği için çemberin içine çizilebilecek en uzun kirişlerden biridir ve çemberin çapı olarak isimlendirilir.

Çemberi iki noktada kesen doğrulara kesen denir. Şekildeki EF doğrusu kesendir.

Çember ile bir ortak noktası olan doğruya teğet denir. Şekildeki TP doğrusu T noktasında çembere teğettir.



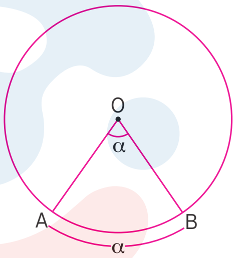
Çember yayının tamamının açısal değeri 360° dir.



Çemberin çapı çemberi iki eş yarım çembere ayırır. Herbir yarım çemberin açısal değeri 180° dir.

9.2 *Çemberde çeşit çeşit açı var.*

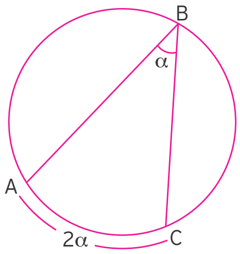
1. Merkez Açı



Köşesi çemberin merkezinde olan açıya merkez açı denir. Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.

Şekilde $m(\widehat{AOB}) = m(\overset{\frown}{AB}) = \alpha$ dır.

2. Çevre Açı

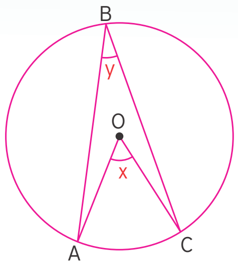


Köşesi çemberin üzerinde ve kolları çemberin kirişleri olan açıya çevre açı denir.

Çevre açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsünün yarısı kadardır.

$m(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot m(\overset{\frown}{AC}) = \alpha$

örnek soru



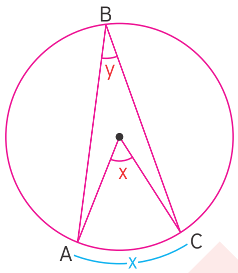
O merkezli çemberde

$m(\overset{\frown}{AOC}) = x$

$m(\overset{\frown}{ABC}) = y$

x + y = 96° olduğuna göre, x kaç derecedir?

çözüm



Merkez açının ölçüsü ile gördüğü yayın ölçüsü eşit olduğuna göre,

$m(\overset{\frown}{AC}) = m(\overset{\frown}{AOC}) = x$ olur.

Çevre açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsünün yarısı olduğundan

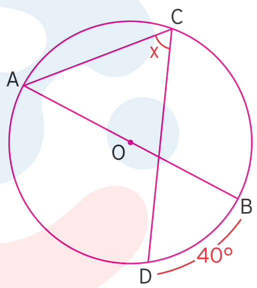
$m(\overset{\frown}{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot m(\overset{\frown}{AC})$

yani $y = \frac{x}{2}$ olur.

$$x + y = 96° \Rightarrow x + \frac{x}{2} = 96° \Rightarrow \frac{3x}{2} = 96° \Rightarrow x = 64°$$

bulunur.

örnek soru



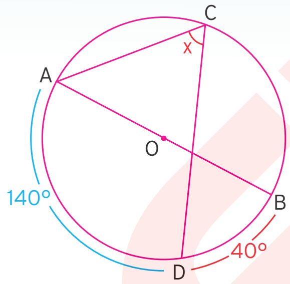
[AB], O merkezli çemberin çapı

$m(\overset{\frown}{DB}) = 40°$

$m(\overset{\frown}{ACD}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



Çap, çemberi 180° lik iki eşit yaya böldüğüne göre,

$m(\overset{\frown}{ADB}) = m(\overset{\frown}{ACB}) = 180°$ dir.

Bu durumda

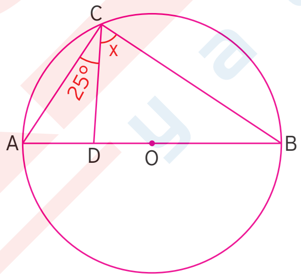
$m(\overset{\frown}{DB}) = 40°$ ise,

$m(\overset{\frown}{AD}) = 140°$ olur.

$\overset{\frown}{ACD}$ bir çevre açıdır ve çevre açıların ölçüleri gördükleri yayın yarısı olduğuna göre,

$m(\overset{\frown}{ACD}) = \frac{1}{2} \cdot m(\overset{\frown}{AD}) \Rightarrow x = \frac{1}{2} \cdot 140° = 70°$ bulunur.

örnek soru



O noktası merkez

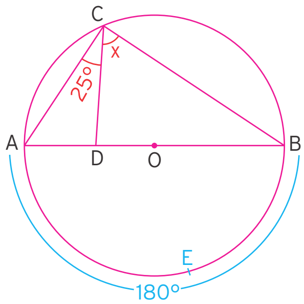
[AB] çap

$m(\overset{\frown}{ACD}) = 25°$

$m(\overset{\frown}{DCB}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



O merkezli çemberde [AB] çap olduğuna göre,

$m(\overset{\frown}{AEB}) = 180°$ dir.

Dolayısıyla [AB] çapını gören çevre açının ölçüsü

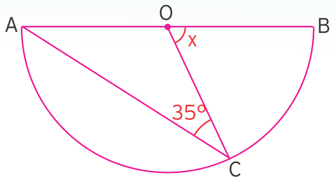
$m(\overset{\frown}{ACB}) = 180° : 2 = 90°$ dir.

Bu durumda $25° + x = 90°$ ise

$x = 65°$ bulunur.

Pratik bir kural olarak, çapı gören çevre açının ölçüsünün 90° olduğunu unutmayalım.

örnek soru



O noktası merkez

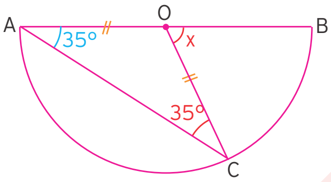
[AB] yarım çemberin çapı

$m(\widehat{ACO})$ 35°

$m(\widehat{COB}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



[OA] ve [OC] yarıçap olduğundan |OA| = |OC| dir.

Bu durumda, OAC ikizkenar üçgen olup

$m(\widehat{OAC}) = m(\widehat{OCA}) = 35°$ dir.

OAC üçgeninde iki iç açının toplamı, kendilerine komşu olmayan dış açıya eşit olduğundan

$m(\widehat{COB}) = m(\widehat{OAC}) + m(\widehat{OCA})$

$x = 35° + 35° = 70°$ bulunur.

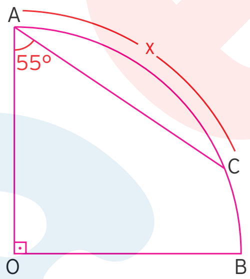
OAC üçgeninde iç açılar toplamı 180° olduğundan

$m(\widehat{AOC}) = 180° - 2 \cdot 55° = 70°$ dir.

AOC merkez açıdır ve merkez açıların ölçüleri gördükleri yayın ölçüsüne eşit olduğundan

$m(\widehat{AC}) = m(\widehat{AOC}) \Rightarrow x = 70°$ bulunur.

örnek soru



O merkezli çeyrek çemberde

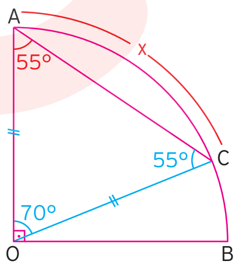
[AO] ⊥ [OB]

$m(\widehat{OAC}) = 55°$

$m(\widehat{AC}) = x$

olduğuna göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



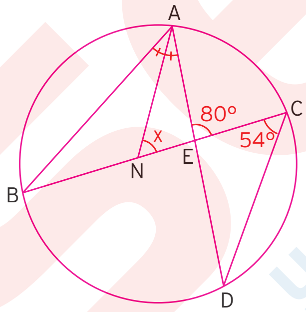
[OC] çizilirse, [OA] ve [OC] yarıçap olduğundan

|OA| = |OC| dir.

Bu durumda,

$m(\widehat{OCA}) = m(\widehat{OAC}) = 55°$ olur.

örnek soru



Şekildeki çemberde

$[AD] \cap [BC] = \{E\}$

$m(\widehat{AEC}) = 80°$

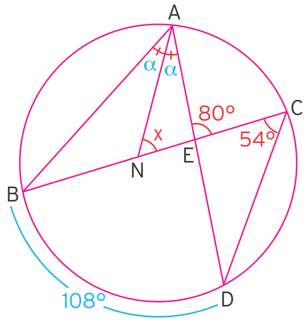
$m(\widehat{BCD}) = 54°$

$m(\widehat{BAN}) = m(\widehat{NAE})$

$m(\widehat{ANE}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



$\widehat{BCD}$ açısının ölçüsü 54° olduğundan gördüğü yayın ölçüsü $m(\widehat{BD}) = 2 \cdot 54° = 108°$ dir. $\widehat{BAD}$ ve $\widehat{BCD}$ aynı yayı gören çevre açılar oldukları için ölçüleri eşittir.

Bu durumda $m(\widehat{BAD}) = 54°$ dir.

$m(\widehat{BAN}) = m(\widehat{NAE}) = \alpha$ alınırsa,

$m(\widehat{BAD}) = 2\alpha$ olur. $2\alpha = 54°$ ise $\alpha = 27°$ olur.

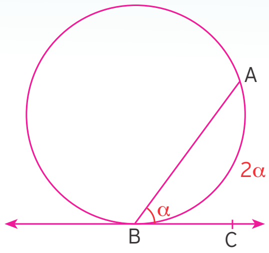
ANE üçgeninde iki iç açının toplamı kendilerine komşu olmayan dış açıya eşit olduğundan

$m(\widehat{NAE}) + m(\widehat{ANE}) = m(\widehat{AEC})$

$\alpha + x = 80° \Rightarrow 27° + x = 80°$

$x = 53°$ bulunur.

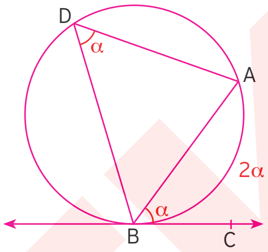
3. Teğet-Kiriş açı



Kollarından biri çemberin kirişi, diğeri çemberin teğeti olan ve köşesi çember üzerinde bulunan açıya teğet-kiriş açı denir.

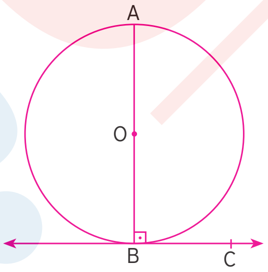
Teğet kiriş açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsünün yarısı kadardır.

$$m(\widehat{ABC}) = \frac{m(\overset{\frown}{BA})}{2} = \alpha$$



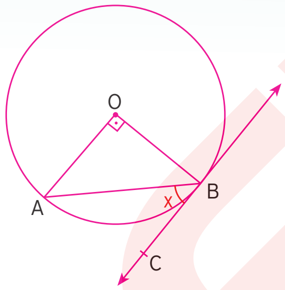
Aynı yayı gören çevre açı ile teğet-kiriş açının ölçüleri eşittir.

$$m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{ABC}) = \alpha$$



Çemberin merkezinden teğet değme noktasına çizilen yarıçap teğete diktir. Dolayısıyla teğete dik olarak çizilen kiriş, çemberin merkezinden geçer, yani çap olur. Yukarıdaki şekilde, AB ⊥ BC dir.

örnek soru



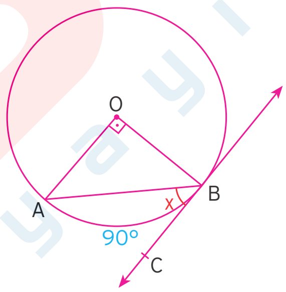
BC, O merkezli çembere B noktasında teğet

[AO] ⊥ [OB]

$m(\widehat{ABC}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



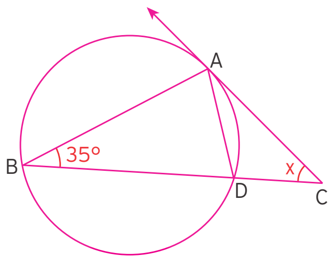
AOB merkez açısının ölçüsü 90° olduğundan gördüğü yayın ölçüsü de 90° dir. $m(\overset{\frown}{AB}) = 90°$

[AB] kirişi ile BC teğetinin arasındaki ABC açısı (teğet kiriş açı) AB yayını gördüğünden, ölçüsü AB yayının ölçüsünün yarısı kadardır.

Buna göre,

$$m(\widehat{ABC}) = \frac{m(\overset{\frown}{AB})}{2} \Rightarrow x = \frac{90°}{2} = 45° \text{ dir.}$$

örnek soru



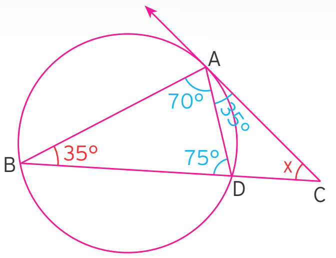
ABC bir üçgen

[CA, A noktasında çembere teğet

$m(\widehat{ABC}) = 35°$

$m(\widehat{BAD}) = 2 \cdot m(\widehat{DAC})$ olduğuna göre, $m(\widehat{ACB}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



ABD çevre açısı ile DAC teğet kiriş açısı aynı AD yayını gördükleri için ölçüleri eşittir.

Buna göre, $m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{ABD}) = 35°$ dir.

$m(\widehat{BAD}) = 2 \cdot m(\widehat{DAC})$ verildiğine göre,

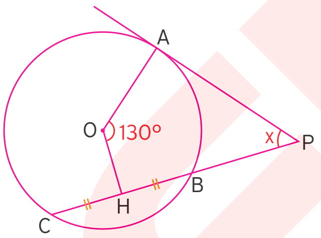
$m(\widehat{BAD}) = 2 \cdot 35° = 70°$ dir.

Bu durumda, $m(\widehat{ADB}) = 75°$ olur.

ADC üçgeninde iki iç açının toplamı kendilerine komşu olmayan dış açıya eşit olduğuna göre,

$35° + x = 75° \Rightarrow x = 40°$ bulunur.

örnek soru



[PA, A noktasında O merkezli çembere teğet

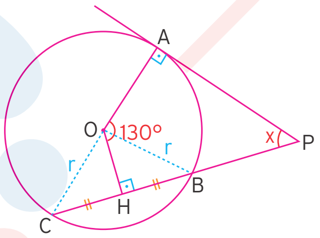
$|CH| = |HB|$

$m(\widehat{AOH}) = 130°$

$m(\widehat{APC}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



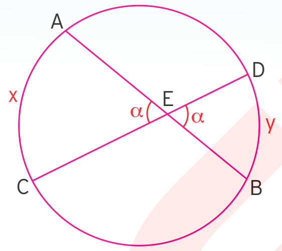
$|OC| = |OB| = r$ olduğundan OCB üçgeni ikizkenar üçgendir. OCB ikizkenar üçgeninde [OH] kenarortayı aynı zamanda yükseklik olduğu için $[OH] \perp [CB]$ dir.

Çemberin merkezinden teğet değme noktasına çizilen yarıçap teğete dik olduğundan $[OA] \perp [PA$ dır.

AOHP dörtgeninde iç açılar toplamı 360° olduğundan

$2 \cdot 90° + 130° + x = 360° \Rightarrow x = 50°$ bulunur.

4. Çemberde iç açı

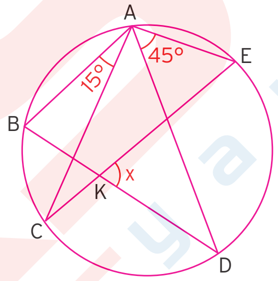


Bir çemberde, kesişen farklı iki kirişin oluşturduğu açıya iç açı denir.

İç açının ölçüsü, gördüğü yayların öçüleri toplamının yarısı kadardır.

$m(\widehat{AEC}) = m(\widehat{DEB}) = \alpha$ ise, $\alpha = \dfrac{x+y}{2}$ dir.

örnek soru



Şekildeki çemberde

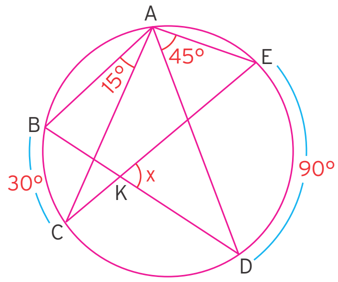
$m(\widehat{BAC}) = 15°$

$m(\widehat{DAE}) = 45°$

$m(\widehat{EKD}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



$\widehat{BAC}$ ve $\widehat{DAE}$ birer çevre açı oldukları için, ölçüleri gördükleri yayların yarısıdır.

Buna göre,

$m(\widehat{BC}) = 2 \cdot m(\widehat{BAC}) = 2 \cdot 15 = 30°$ ve

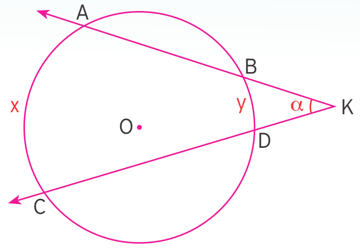
$m(\widehat{DE}) = 2 \cdot m(\widehat{DAE}) = 2 \cdot 45° = 90°$ dir.

$\widehat{EKD}$, [EC] ve [DB] kirişlerinin kesişmesiyle oluştuğu için bir iç açıdır. Ölçüsü gördüğü yayların toplamının yarısı olduğundan

$m(\widehat{EKD}) = \dfrac{m(\widehat{DE}) + m(\widehat{BC})}{2} \Rightarrow x = \dfrac{90°+30°}{2} = 60°$

bulunur.

5. Çemberde dış açı

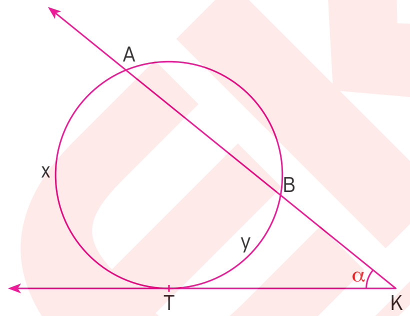


İki kesenin oluşturduğu dış açı

İki kesenin, iki teğetin veya bir kesenle bir teğetin oluşturduğu açıya çemberin bir dış açısı denir.

Yukarıdaki şekilde AKC açısı, O merkezli çemberin bir dış açısıdır. Dış açıların ölçüsü, gördüğü yayların ölçüleri farkının yarısına eşittir.

$m(\widehat{AKC}) = \dfrac{m(\overset{\frown}{AC}) - m(\overset{\frown}{BD})}{2} \Rightarrow \alpha = \dfrac{x-y}{2}$ dir.

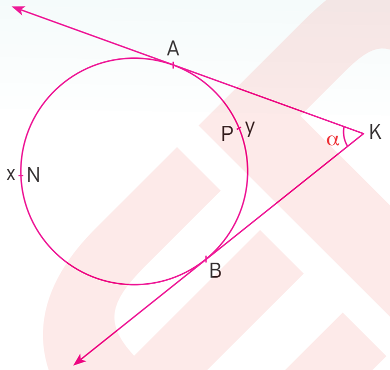


Bir kesenle bir teğetin oluşturduğu dış açı

AKT açısı dış açı olduğundan

$$m(\widehat{AKT}) = \frac{m(\overset{\frown}{AT}) - m(\overset{\frown}{BT})}{2} \text{ yani}$$

$\alpha = \dfrac{x-y}{2}$ ile bulunur.



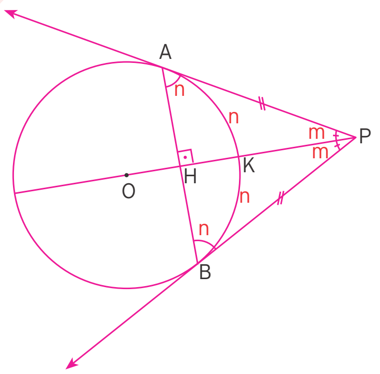
İki teğetin oluşturduğu dış açı

AKB açısı dış açı olduğundan

$$m(\widehat{AKB}) = \frac{m(\overset{\frown}{ANB}) - m(\overset{\frown}{APB})}{2}$$

$\alpha = \dfrac{x-y}{2}$ dir.

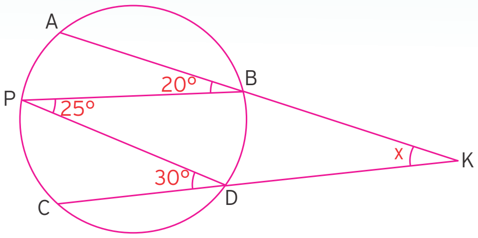
Ancak burada x + y = 360° olduğundan denklemde x yerine 360° − y yazılırsa, α + y = 180° bulunur.



İki teğetin oluşturduğu dış açının açıortayı çemberin merkezinden geçer.

Bu durumda, $m(\widehat{APK}) = m(\widehat{KPB}) = m$ ve
$m(\overset{\frown}{AK}) = m(\overset{\frown}{KB}) = n$ olduğundan m + n = 90° dir.

örnek soru

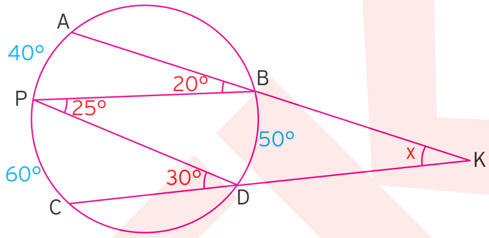


Şekildeki çemberde

$m(\widehat{ABP}) = 20°$, $m(\widehat{BPD}) = 25°$ ve $m(\widehat{PDC}) = 30°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{AKC}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



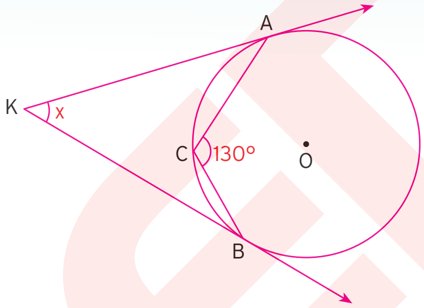
$m(\widehat{ABP}) = 20°$ olduğundan gördüğü yayın ölçüsü $m(\overset{\frown}{AP}) = 40°$ olur. Aynı şekilde, $m(\widehat{BPD}) = 25°$ olduğundan $m(\overset{\frown}{BD}) = 50°$ ve $m(\widehat{PDC}) = 30°$ olduğundan $m(\overset{\frown}{PC}) = 60°$ dir.

AKC dış açısının ölçüsü, gördüğü yayların ölçülerinin farkının yarısı olduğundan

$$m(\widehat{AKC}) = \frac{m(\overset{\frown}{AC}) - m(\overset{\frown}{BD})}{2} = \frac{100° - 50°}{2} = 25°$$

bulunur.

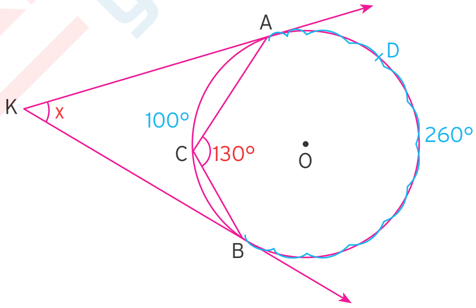
örnek soru



[KA A noktasında, [KB B noktasında O merkezli çembere teğettir.

$m(\widehat{ACB}) = 130°$ olduğuna göre, $m(\widehat{AKB}) = x$ in kaç derece olduğunu bulalım.

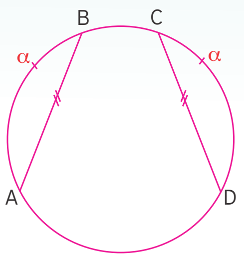
çözüm



ACB çevre açısının ölçüsü 130° olduğundan gördüğü yayın ölçüsü $m(\overset{\frown}{ADB}) = 2 \cdot 130° = 260°$ dir.

Bu durumda, geriye kalan ACB yayının ölçüsü $360° - 260° = 100°$ dir. AKB dış açısı iki teğetin kesişimiyle oluştuğu için,

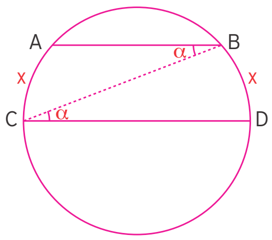
$m(\widehat{AKB}) + m(\overset{\frown}{ACB}) = 180°$ yani $x + 100° = 180°$ olduğundan $x = 80°$ bulunur.



Bir çemberin içine çizilen eşit uzunluktaki kirişlerin gördüğü yaylar eşittir.

$|AB| = |CD|$ ise

$m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{CD}) = \alpha$

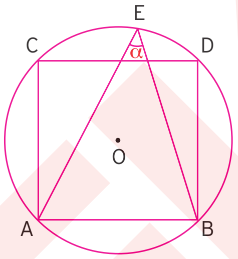


Bir çemberde birbirine paralel iki kiriş arasında kalan yayların ölçüleri eşittir.

$[AB] \parallel [CD]$ ise,

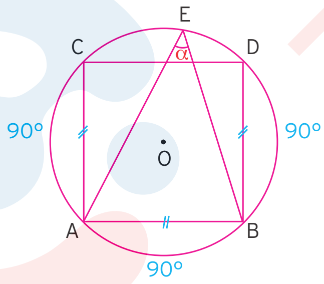
$m(\overset{\frown}{AC}) = m(\overset{\frown}{BD}) = x$

örnek soru



ABCD karesinin köşeleri, O merkezli çember üzerinde olduğuna göre, $m(\overset{\frown}{AEB}) = \alpha$ nın ölçüsünü bulalım.

çözüm



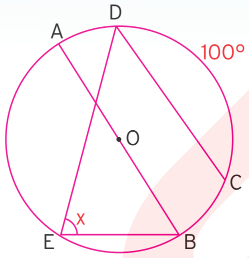
ABCD karesinin kenarları, O merkezli çembere göre uzunlukları eşit olan dört kiriştir. Dolayısıyla, ABCD karesinin köşeleri, çemberi 4 eşit yaya ayırır. Buna göre,

$m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{BC}) = m(\overset{\frown}{CD}) = m(\overset{\frown}{DA}) = \dfrac{360°}{4} = 90°$ dir.

$\overset{\frown}{AEB}$ çevre açı olduğundan

$m(\overset{\frown}{AEB}) = \dfrac{m(\overset{\frown}{AB})}{2} \Rightarrow \alpha = \dfrac{90°}{2} = 45°$ bulunur.

örnek soru



O noktası çemberin merkezi, [AB] çap

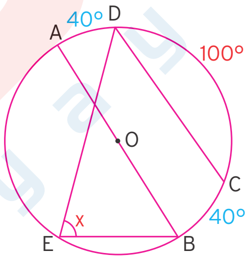
$[AB] \parallel [DC]$

$m(\overset{\frown}{DC}) = 100°$

$m(\overset{\frown}{DEB}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



[AB] çap olduğundan çemberi 180° lik iki eş yaya ayırır.

$[AB] \parallel [DC]$ olduğundan $m(\overset{\frown}{AD}) = m(\overset{\frown}{CB})$ dir.

Bu durumda

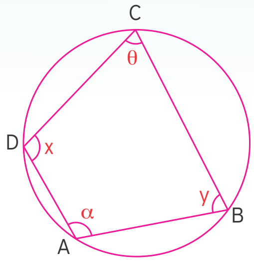
$m(\overset{\frown}{AD}) = m(\overset{\frown}{CB}) = \dfrac{180° - 100°}{2} = 40°$ olur.

$\overset{\frown}{DEB}$, DCB yayını gören çevre açı olduğundan

$m(\overset{\frown}{DEB}) = \dfrac{m(\overset{\frown}{DCB})}{2} \Rightarrow x = \dfrac{140°}{2} = 70°$ bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 1, 3, 12 / Kavrama Testi 2 8, 9 nolu soruları hemen çözelim.

9.3 Kirişler dörtgeninin iç açıları birer çevre açıdır.

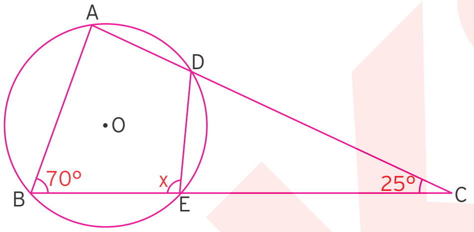


Kenarları bir çemberin kirişleri olan dörtgene kirişler dörtgeni denir.

Kirişler dörtgeninde karşılıklı açıların toplamı 180° dir. Şekildeki kirişler dörtgeninde $\alpha + \theta = 180°$ ve $x + y = 180°$ dir.

Ayrıca, herhangi bir dörtgenin karşılıklı açılarının toplamı 180° ise, bu dörtgenin köşelerinden bir çember geçer.

örnek soru

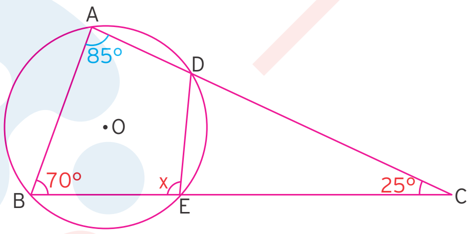


ABC bir üçgen

$m(\widehat{ABC}) = 70°$, $m(\widehat{ACB}) = 25°$ ve $m(\widehat{DEB}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm



ABC üçgeninin iç açılar toplamı 180° olduğundan

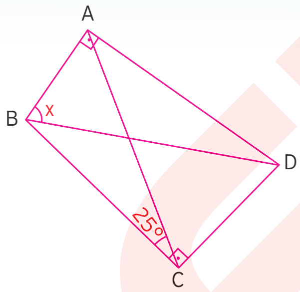
$m(\widehat{BAC}) = 180° - (70° + 25°) = 85°$ dir.

ABED dörtgeni kirişler dörtgeni olduğu için

$m(\widehat{BAD}) + m(\widehat{BED}) = 180°$

$85° + x = 180° \Rightarrow x = 95°$ bulunur.

örnek soru



ABCD bir dörtgen

$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{BCD}) = 90°$

$m(\widehat{BCA}) = 25°$

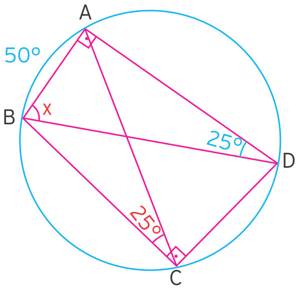
$m(\widehat{ABD}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç derece olduğunu bulalım.

çözüm

ABCD dörtgeninde $\widehat{BAD}$ ve $\widehat{BCD}$ karşılıklı açılardır. Bu açıların ölçüleri toplamı

$m(\widehat{BAD}) + m(\widehat{BCD}) = 90° + 90° = 180°$ olduğundan ABCD dörtgeni bir kirişler dörtgenidir. Yani ABCD dörtgeninin köşelerinden çember geçer.



BCA ve BDA, aynı yayı gören çevre açılar oldukları için $m(\widehat{BDA}) = m(\widehat{BCA}) = 25°$ dir.

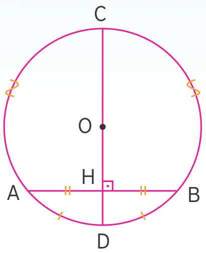
ABD dik üçgeninin iç açılar toplamı 180° olduğundan

$90° + 25° + x = 180°$

$x = 65°$ bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 2 2, 3 nolu soruları hemen çözelim.

9.4 *Çemberin merkezinden kirişe inen dikme kirişi ortalar.*

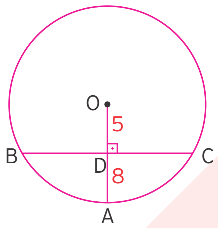


Bir çemberde merkezden kirişe indirilen dikme kirişi ortalar.

$OD \perp AB \Leftrightarrow |AH| = |HB|$ dir.

Ayrıca, $|\widehat{AD}| = |\widehat{DB}|$ ve $|\widehat{AC}| = |\widehat{BC}|$ dir.

örnek soru



O noktası çemberin merkezi

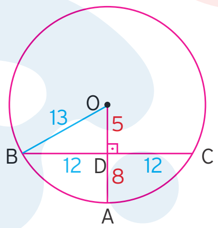
$[OA] \perp [BC]$

$|OD| = 5$ cm

$|AD| = 8$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |BC| uzunluğunun kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



$|DA| = 5 + 8 = 13$ olduğundan çemberin yarıçapı 13 cm dir. [OB] doğru parçası da çemberin yarıçapı olduğundan $|OB| = 13$ cm dir.

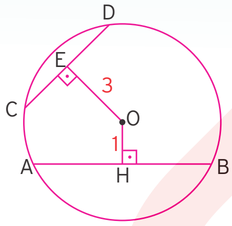
ODB dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$|BD| = 12$ cm bulunur. (5 – 12 – 13 üçgeni)

$[OA] \perp [BC]$ olduğundan $|BD| = |DC| = 12$ cm dir.

O halde, $|BC| = 2 \cdot 12 = 24$ cm bulunur.

örnek soru



O noktası çemberin merkezi,

$[OH] \perp [AB]$

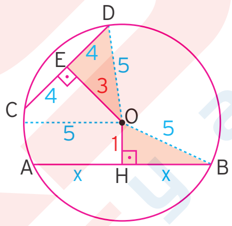
$[OE] \perp [CD]$

$|OE| = 3$ cm

$|OH| = 1$ cm

|CD| = 8 cm olduğuna göre, |AB| uzunluğunun kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



Çemberin merkezinden kirişe inen dikme kirişi ortaladığı için, [OE] dikmesi [CD] kirişini, [OH] dikmesi de [AB] kirişini ortalar. $|CD| = 8$ cm verilmişti.

Bu kurala göre, $|CE| = |ED| = \frac{8}{2} = 4$ cm olur.

Aynı şekilde $|AH| = |HB| = x$ olur.

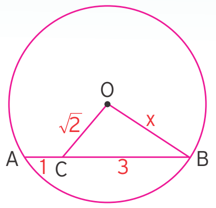
[OD] ve [OB] çizilirse, OED ve OHB üçgenleri birer dik üçgen olur. OED dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa, $|OD| = 5$ cm bulunur. (3 – 4 – 5 üçgeni) [OB] ve [OD] yarıçap olduğundan $|OB| = |OD| = 5$ cm dir. OHB dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$$|OB|^2 = |OH|^2 + |HB|^2 \Rightarrow 5^2 = 1^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 24$$

$$\Rightarrow x = 2\sqrt{6} \text{ cm olur.}$$

O halde, $|AB| = 2 \cdot x = 2 \cdot 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$ cm bulunur.

örnek soru



O noktası çemberin merkezi, [AB] kiriş

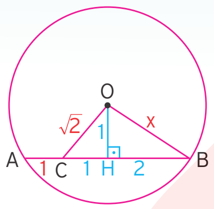
$|OC| = \sqrt{2}$ cm

$|AC| = 1$ cm

$|CB| = 3$ cm

Yukarıdaki verilere göre, |OB| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



[OH] ⊥ [AB] olacak şekilde [OH] çizilirse, kirişe inen dikme kirişi ortalar kuralına göre, |AH| = |HB| olur. |AB| = 1 + 3 = 4 cm olduğundan |AH| = |HB| = 2 cm, dolayısıyla |CH| = 1 cm olur. OCH dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa

$|OC|^2 = |CH|^2 + |OH|^2 \Rightarrow \sqrt{2}^2 = 1^2 + |OH|^2$

$2 = 1 + |OH|^2$

$|OH|^2 = 1 \Rightarrow |OH| = 1$ cm olur.

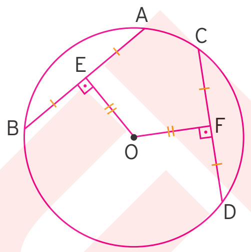
OHB dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$|OB|^2 = |OH|^2 + |HB|^2 \Rightarrow x^2 = 1^2 + 2^2 \Rightarrow x^2 = 5$

$\Rightarrow x = \sqrt{5}$ cm bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 3 3, 6 / Genel Tekrar Testi 15, 20 nolu soruları hemen çözelim.

9.5 *Merkeze eşit uzaklıktaki kirişlerin uzunlukları eşittir.*



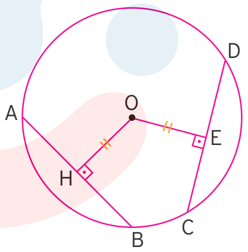
Çemberin merkezinden eşit uzaklıkta bulunan kirişlerin uzunlukları eşittir.

$|OE| = |OF| \Rightarrow |AB| = |CD|$ dir.

Ayrıca yayların uzunlukları da eşittir,

yani $|\overset{\frown}{AB}| = |\overset{\frown}{CD}|$ dir.

örnek soru



O noktası çemberin merkezi

[OH] ⊥ [AB]

[OE] ⊥ [DC]

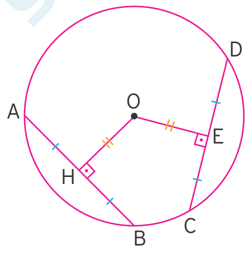
|AH| = (2x − 5) birim

|DC| = (2x + 12) birim

|DH| = |OE|

Yukarıdaki verilere göre, [AB] kirişinin uzunluğunun kaç birim olduğunu bulalım.

çözüm



Merkeze eşit uzaklıktaki kirişlerin boyları eşittir.

|OH| = |OE| verildiğine göre, |AB| = |DC| dir.

[OH] ⊥ [AB] olduğundan

|AH| = |HB| = (2x − 5) birimdir.

Buna göre, |AB| = 2·(2x − 5) = (4x − 10) birim olur.

|AB| = |DC| olduğundan

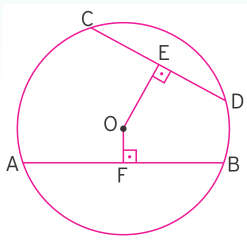
$4x - 10 = 2x + 12 \Rightarrow 2x = 22$

$x = 11$ br

O halde |AB| = 4x − 10 = 4·11 − 10 = 34 birim bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 3 2 / Genel Tekrar Testi 13 nolu soruları hemen çözelim.

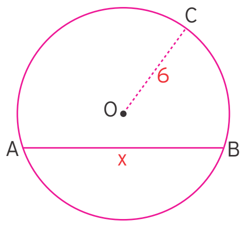
9.6 Merkeze yakın kirişlerin boyları daha uzundur.



Yandaki şekilde [DC] kirişi [AB] kirişine göre merkeze daha yakındır. Dolayısıyla, [DC] kirişinin boyu, [AB] kirişinin boyundan fazladır.

Özetle |OF| < |OE| olduğundan |AB| > |CD| dir.

örnek soru



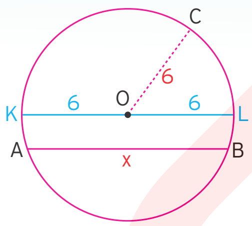
O noktası çemberin merkezi,

|OC| = 6 cm

|AB| = x

x bir tam sayı olduğuna göre, en büyük değerinin kaç cm olduğunu bulalım.

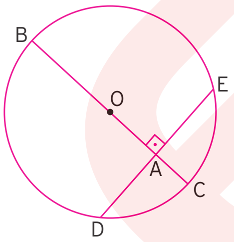
çözüm



Bir çemberde en uzun kiriş çemberin çapıdır. Dolayısıyla şekildeki 6 cm yarıçaplı çember içine çizilebilecek en uzun kirişin boyu |KL| = 12 cm dir. Çemberin içindeki merkezden geçmeyen diğer tüm kirişlerin uzunluğu 12 cm den kısadır.

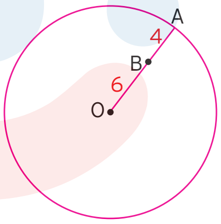
Yani |AB| < |KL| olduğundan [AB] kirişinin boyu en fazla 11 cm olabilir.

9.7 Bir noktadan geçen en uzun ve en kısa kiriş hangisidir?



Şekildeki O merkezli çemberde, A noktasından sonsuz sayıda kiriş geçer. Bu kirişlerden en uzun olanı, aynı zamanda çemberin merkezinden geçen [BC] kirişi, en kısa olanı ise, A noktasında [BC] kirişine yani en uzun kirişe dik olan [DE] kirişidir.

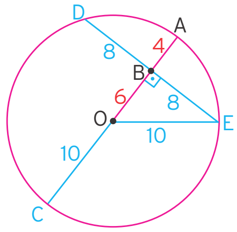
örnek soru



O merkezli ve yarıçapı |OA| = 10 cm olan şekildeki çemberde [OA] üzerinde bir B noktası alınmıştır.

|OB| = 6 cm olduğuna göre, B noktasından geçen en uzun ve en kısa kirişlerin uzunlukları toplamının kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



B noktasından geçen en uzun kiriş, aynı zamanda çemberin merkezinden geçen [AC] kirişidir. Çemberin yarıçapı 10 cm olduğundan |OC| = 10 cm dir. Dolayısıyla en uzun kirişin boyu |AC| = 2·10 = 20 cm dir.

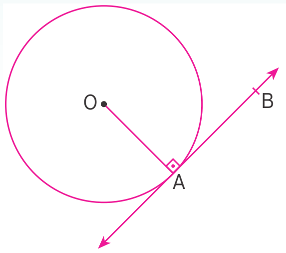
B noktasından geçen en kısa kiriş ise, B noktasında yarıçapa dik olan [DE] kirişidir.

[OA] ⊥ [DE] olduğundan |DB| = |BE| dir. [OE] yi çizip OBE dik üçgenini oluşturalım. Çemberin yarıçapı 10 cm olduğundan |OE| = 10 cm dir. OBE dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa, |BE| = 8 cm olur.
(6 – 8 – 10 üçgeni)

Bu durumda |DB| = |BE| = 8 cm dir.
Dolayısıyla B noktasından geçen en kısa kirişin uzunluğu |DE| = 2·8 = 16 cm dir. O halde sorunun cevabı 20 + 16 = 36 cm bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 6 4 nolu soruları hemen çözelim.

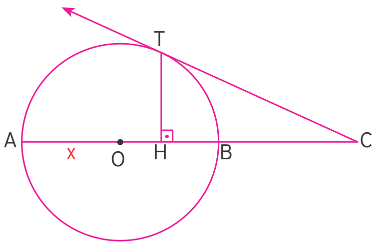
9.8 Çemberde teğet özellikleri



AB doğrusu, O merkezli çembere A noktasında teğet ise,

OA ⊥ AB dir.

örnek soru



[CT, O merkezli çembere T noktasında teğet

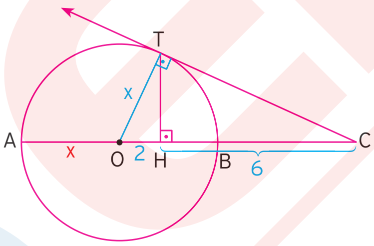
[TH] ⊥ [HC]

|OH| = 2 cm

|HC| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AO| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



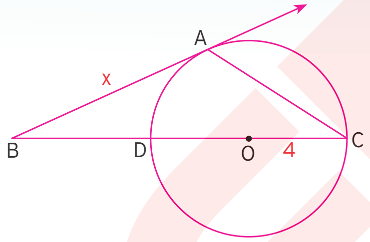
Çemberin merkezini teğet değme noktasına (T noktasına) birleştiren yarıçap teğete diktir.

Buna göre [OT] ⊥ [CT yazabiliriz.

|OT| = |AO| = x, [OT] ⊥ [CT ve [TH] ⊥ [HC] olduğundan TOC dik üçgeninde öklid bağıntısı uygulayabiliriz. Buna göre, $|TO|^2 = |OH| \cdot |OC|$

$x^2 = 2 \cdot 8 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$ cm bulunur.

örnek soru



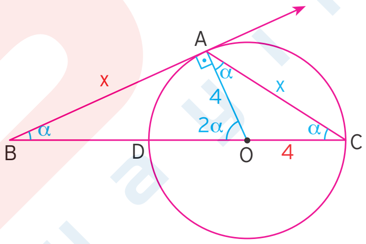
[BA, A noktasında O merkezli çembere teğet

|OC| = 4 cm

|AB| = |AC| = x

Yukarıdaki verilere göre, x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



Merkezi, A teğet değme noktasına birleştiren yarıçap teğete dik olduğundan [OA] ⊥ [BA dır.

Yarıçap uzunluğu |OC| = 4 cm olduğundan |OA| = 4 cm dir.

|OA| = |OC| = 4 cm olduğundan $m(\widehat{OAC}) = m(\widehat{OCA}) = \alpha$ olsun.

|BA| = |AC| = x olduğundan $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ACB}) = \alpha$ olur. Ayrıca OAC üçgeninde iki iç açının toplamı kendilerine komşu olmayan dış açıya eşit olduğundan $m(\widehat{AOB}) = 2\alpha$ olur.

ABO dik üçgeninde iç açılar toplamı 180° olduğundan $\alpha + 2\alpha + 90° = 180° \Rightarrow \alpha = 30°$ bulunur.

Bu durumda $m(\widehat{ABO}) = \alpha = 30°$ ve $m(\widehat{AOB}) = 2\alpha = 60°$ dir.

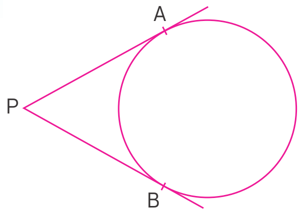
ABO üçgeninde 30° nin karşısındaki uzunluk

|AO| = 4 cm iken,

60° nin karşısındaki uzunluk

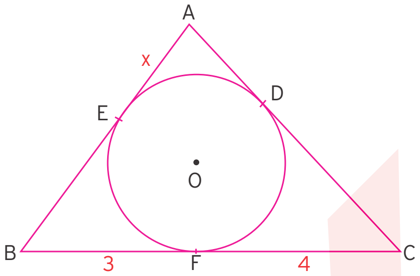
$|AB| = x = 4\sqrt{3}$ cm bulunur.

Çembere dışındaki bir noktadan çizilen teğetlerin uzunlukları eşittir.



$|PA| = |PB|$

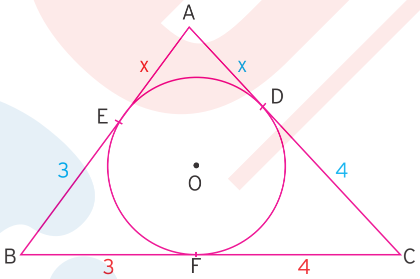
örnek soru



O merkezli çember, D, E, F noktalarında ABC üçgenine içten teğettir.

$|BF| = 3$ cm, $|FC| = 4$ cm ve Çevre(ABC) = 18 cm olduğuna göre, $|AE| = x$ in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



Çemberin dışındaki noktalardan çizilen teğet uzunlukları eşit olduğundan $|BE| = |BF| = 3$ cm,

$|CD| = |CF| = 4$ cm ve $|AD| = |AE| = x$ cm dir.

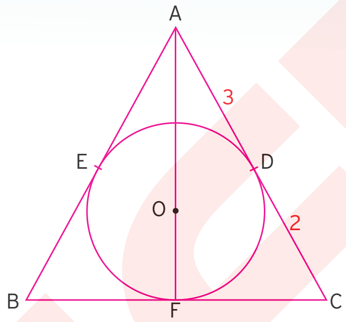
Çevre(ABC) = 18 cm olduğundan

$|AB| + |AC| + |BC| = 18 \Rightarrow x + 3 + x + 4 + 3 + 4 = 18$

$\Rightarrow 2x + 14 = 18 \Rightarrow x = 2$ cm

bulunur.

örnek soru



O merkezli çember, ABC üçgeninin kenarlarına D, E, F noktalarında teğettir.

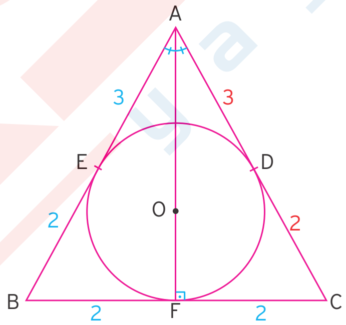
A, O, F noktaları doğrusal

$|AO| = 3$ cm

$|DC| = 2$ cm

Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



[AE ve [AD çembere teğet iken [AF] çemberin merkezinden geçtiği için [AF] açıortaydır.

Çemberin merkezini F teğet değme noktasına birleştiren yarıçap teğete dik olduğu için $[AF] \perp [BC]$ yazabiliriz. [AF] hem açıortay, hem de yükseklik olduğundan ABC ikizkenar üçgendir, yani $|AB| = |AC| = 5$ cm dir. Çembere dışındaki bir noktadan çizilen teğet uzunlukları eşit olduğundan $|AE| = |AD| = 3$cm dir.

Bu durumda $|EB| = |AB| - |AE| = 5 - 3 = 2$ cm dir. Yine teğet uzunluklarının eşitliğinden $|BE| = |BF| = 2$ cm ve $|DC| = |FC| = 2$ cm dir.

$\text{Alan}(ABC) = \dfrac{|BC| \cdot |AF|}{2}$ olduğundan $|AF|$ uzunluğunu bulmalıyız.

AFC dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa

$|AC|^2 = |AF|^2 + |FC|^2$

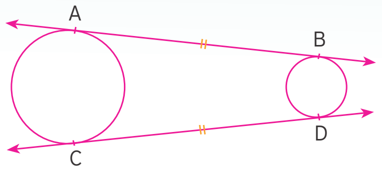
$5^2 = |AF|^2 + 2^2$

$|AF|^2 = 21 \Rightarrow |AF| = \sqrt{21}$ cm olur.

O halde $\text{Alan}(ABC) = \dfrac{|BC| \cdot |AF|}{2} = \dfrac{4 \cdot \sqrt{21}}{2} = 2\sqrt{21}\ cm^2$

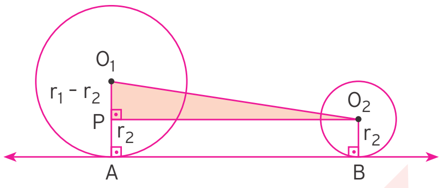
bulunur.

İki Çemberin Ortak Teğetleri



AB ve CD çemberlere teğet ise, $|AB| = |CD|$ dir.

Ortak Dış Teğet Uzunluğu



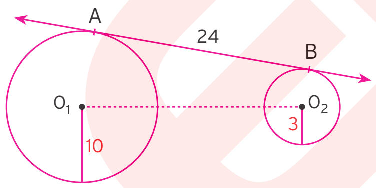
AB çemberlere dıştan teğet

$O_2P \perp O_1A$, $|PO_2| = |AB|$

Taralı dik üçgende pisagor teoremi uygulanırsa,

$|O_1O_2|^2 = (r_1 - r_2)^2 + |AB|^2$ bulunur.

örnek soru

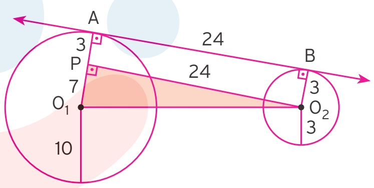


AB, O_1 ve O_2 merkezli çemberlere A ve B noktalarında teğet

$r_1 = 10$ cm , $r_2 = 3$ cm , $|AB| = 24$ cm

olduğuna göre, $|O_1O_2|$ kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



AB ortak teğet olduğuna göre,

$O_1A \perp AB$ ve

$O_2B \perp AB$ dir.

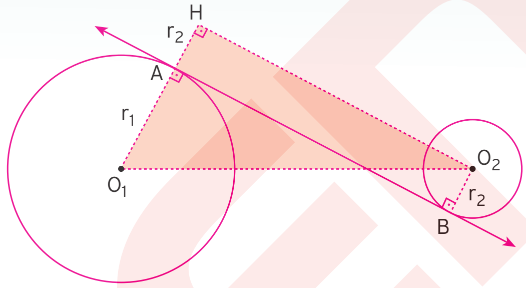
$O_2P \perp AO_1$ olacak şekilde O_2P çizilirse,

$|O_2P| = |AB| = 24$ cm olur.

PO_1O_2 dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa

$|O_1O_2|^2 = 7^2 + 24^2 \Rightarrow |O_1O_2| = 25$ cm bulunur.

Ortak İç Teğet Uzunluğu



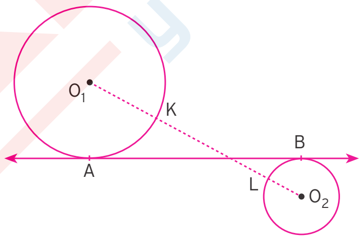
AB, çemberlere içten teğet

$O_1H \perp O_2H$ ve $|AB| = |HO_2|$

Taralı HO_1O_2 dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$|O_1O_2|^2 = |AB|^2 + (r_1 + r_2)^2$ olur.

örnek soru



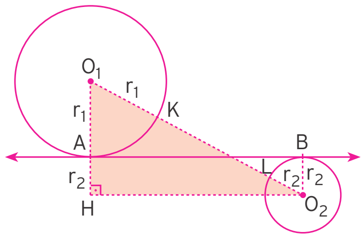
AB, O_1 ve O_2 merkezli çemberlere içten teğet

$|O_1O_2| = 20$ cm

$|AB| = 16$ cm

Yukarıdaki verilere göre, çemberler arasındaki <u>en kısa</u> mesafe $|KL|$ kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



$|AB| = 16$ cm ise $|HO_2| = 16$ cm dir.

$|O_1O_2| = 20$ cm ise, taralı O_1HO_2 dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa

$|O_1O_2|^2 = |HO_2|^2 + (r_1 + r_2)^2$

$20^2 = 16^2 + (r_1 + r_2)^2$

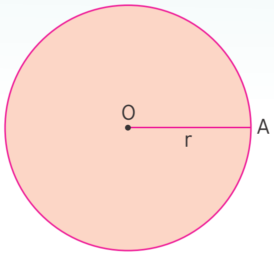
$r_1 + r_2 = 12$ cm olur.

$|KL| = |O_1O_2| - (|O_1K| + |LO_2|)$

$|KL| = 20 - 12 = 8$ cm bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 4 1, 3, 10, 11 / Kavrama Testi 5 4, 5 nolu soruları hemen çözelim.

9.9 Dairenin alanını ve çevresini nasıl hesaplıyoruz?



Yarıçapı $|OA| = r$ olan dairenin

alanı $= \pi \cdot r^2$

çevresi $= 2\pi r$

eşitlikleriyle bulunur.

örnek soru

Çevresi 16π cm olan dairenin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

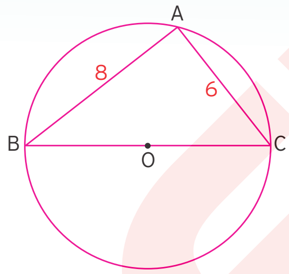
çözüm

Dairenin çevresi $2\pi r = 16\pi$ cm ise

$r = \frac{16\pi}{2\pi} = 8$ cm olur.

O halde, dairenin alanı $\pi r^2 = \pi \cdot 8^2 = 64\pi$ cm^2 dir.

örnek soru



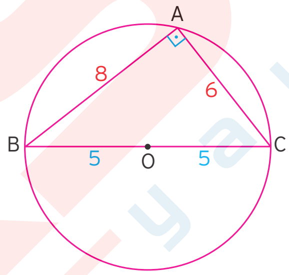
O merkezli, [BC] çaplı dairede

$|AB| = 8$ cm ve

$|AC| = 6$ cm dir.

Buna göre, dairenin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



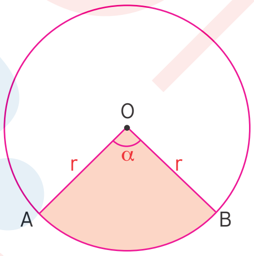
Çapı gören çevre açının ölçüsü 90° olduğundan $m(\widehat{BAC}) = 90°$ dir. BAC dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa, $|BC| = 10$ cm bulunur. (6 − 8 − 10 üçgeni)

Bu durumda dairenin yarıçapı $|BO| = |OC| = \frac{10}{2} = 5$ cm dir.

O halde, dairenin alanı $\pi r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi$ cm^2 bulunur

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 7 1, 2, 5, 6 nolu soruları hemen çözelim.

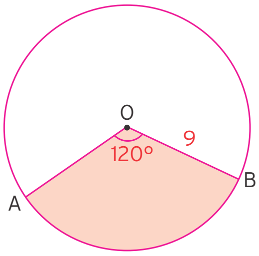
9.10 Daire dilimlerinin büyüklüğü merkez açıyla orantılıdır.



O merkezli, r yarıçaplı dairede $m(\widehat{AOB}) = \alpha$ olacak şekilde taranan daire diliminin alanı $\pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°}$ ile

$\overset{\frown}{AB}$ çember yayının uzunluğu ise $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360°}$ ile bulunur.

örnek soru



O noktası dairenin merkezi

$m(\widehat{AOB}) = 120°$

$|OB| = 9$ cm

Yukarıdaki verilere göre, daire diliminin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm

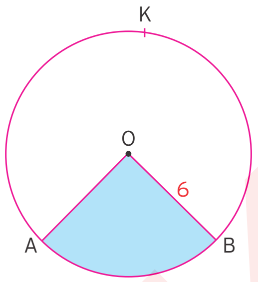
Daire diliminin alanı = $\pi r^2 \cdot \dfrac{\alpha}{360°} = \pi \cdot 9^2 \cdot \dfrac{120°}{360°}$

$= 81\pi \cdot \dfrac{1}{3}$

$= 27\pi \text{ cm}^2$

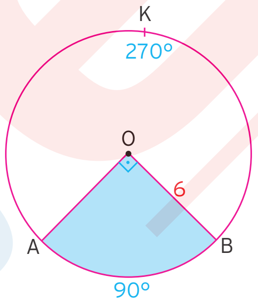
bulunur.

örnek soru



Şekildeki O merkezli dairede |OB| = 6 cm ve AKB yayının uzunluğu 9π cm olduğuna göre, taralı daire diliminin alanının kaç cm² olduğunu bulalım.

çözüm



$\overset{\frown}{AKB}$ yayının uzunluğu $2\pi r \cdot \dfrac{\alpha}{360°} = 2\pi \cdot 6 \cdot \dfrac{\alpha}{360°} = 9\pi$ cm

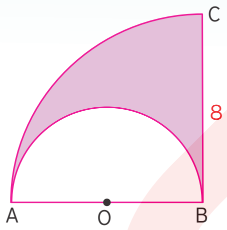
ise $12\cancel{\pi} \cdot \dfrac{\alpha}{360°} = 9\cancel{\pi} \Rightarrow \dfrac{\alpha}{30°} = 9 \Rightarrow \alpha = 270°$ dir.

$\overset{\frown}{AKB}$ yayının ölçüsü 270° ise, geriye kalan AB yayının ölçüsü 90° dir. Dolayısıyla $m(\widehat{AOB}) = 90°$ dir.

Buna göre taralı daire diliminin alanı

$\pi r^2 \cdot \dfrac{\alpha}{360°} = \pi 6^2 \cdot \dfrac{90°}{360°} = 36\pi \cdot \dfrac{1}{4} = 9\pi \text{ cm}^2$ bulunur.

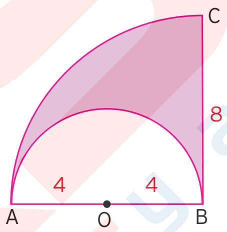
örnek soru



B merkezli çeyrek çemberin içine O merkezli yarım çember çizilmiştir.

|BC| = 8 cm olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç cm² dir?

çözüm



|BC| = |AB| = 8 cm

olduğundan

|AO| = |OB| = 4 cm dir.

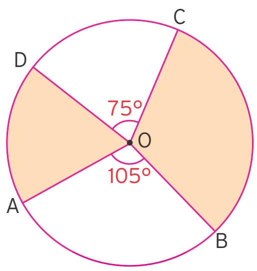
Taralı bölgenin alanı = (8 cm yarıçaplı çeyrek dairenin alanı) − (4 cm yarıçaplı yarım dairenin alanı)

Taralı bölgenin alanı = $\dfrac{1}{4} \cdot \pi 8^2 - \dfrac{1}{2} \cdot \pi 4^2$

$= 16\pi - 8\pi$

$= 8\pi \text{ cm}^2$ bulunur.

örnek soru



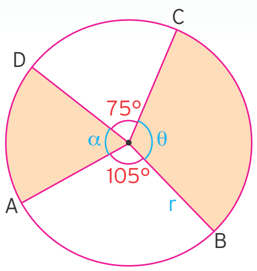
O noktası dairenin merkezi

$m(\widehat{AOB}) = 105°$

$m(\widehat{DOC}) = 75°$

Taralı daire dilimlerinin alanları toplamı 32π cm² olduğuna göre, dairenin yarıçapının kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



Dairenin yarıçapı r ve taralı daire dilimlerinin merkez açıları

$m(\widehat{AOD}) = \alpha$ ve $m(\widehat{COB}) = \theta$ olsun.

$\alpha + \theta + 75° + 105° = 360°$ olduğundan

$\alpha + \theta + 180° = 360° \Rightarrow \alpha + \theta = 180°$ olur.

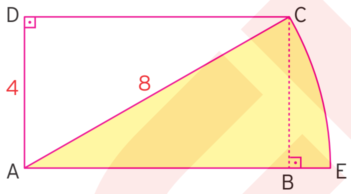
Buna göre, taralı daire dilimlerinin alanları toplamı

$$\pi \cdot r^2 \cdot \frac{180°}{360°} = 32\pi \Rightarrow \pi r^2 \cdot \frac{1}{2} = 32\pi$$

$$\pi r^2 = 64\pi$$

$$r^2 = 64 \Rightarrow r = 8 \text{ cm bulunur.}$$

örnek soru



ABCD bir dikdörtgen

$\overset{\frown}{CE}$, A merkezli çember yayı

$|DA| = 4$ cm

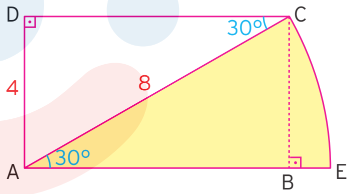
$|AC| = 8$ cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı daire diliminin alanı kaç cm^2 dir?

A) $\frac{16\pi}{3}$ B) $\frac{20\pi}{3}$ C) $\frac{25\pi}{3}$ D) $\frac{28\pi}{3}$ E) $\frac{32\pi}{3}$

(2010 YGS)

çözüm



DAC dik üçgeninde |DA| dik kenar uzunluğu |AC| hipotenüs uzunluğunun yarısı olduğundan $m(\widehat{DAC}) = 30°$ dir. Çünkü, ancak 30° nin karşısı 4 cm iken 90° nin karşısı 8 cm olabilir.

Bu durumda, $m(\widehat{CAE}) = m(\widehat{DCA}) = 30°$ dir. (iç ters açılar eşittir.)

O halde, taralı daire diliminin alanı

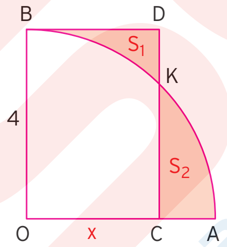
$$\pi r^2 \frac{\alpha}{360°} = \pi \cdot 8^2 \cdot \frac{30°}{360°}$$

$$= 64\pi \cdot \frac{1}{12}$$

$$= \frac{16\pi}{3} \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

Cevap A

örnek soru



OCDB bir dikdörtgen

BKA, O merkezli çember yayı

$|OB| = 4$ cm

$|OC| = x$

Taralı S_1 ve S_2 alanları birbirine eşit olduğuna göre, x in kaç cm olduğunu bulalım.

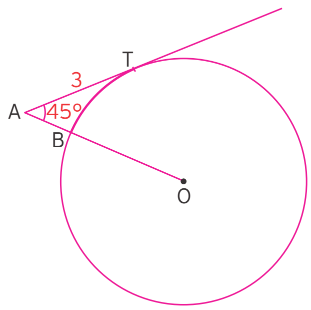
çözüm

$S_1 = S_2$ olduğuna göre, OCBD dikdörtgeninin alanı, O merkezli çeyrek dairenin alanına eşittir.

$$\text{Alan(OCDB)} = \frac{\pi \cdot r^2}{4} \Rightarrow x \cdot 4 = \frac{\pi \cdot 4^2}{4} \Rightarrow x = \pi \text{ cm}$$

bulunur.

örnek soru



O noktası çemberin merkezi

AT, çembere T noktasında teğet

$|AT| = 3$ cm

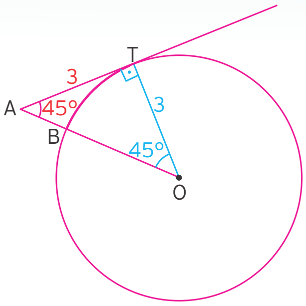
$m(\widehat{OAT}) = 45°$

Yukarıdaki verilere göre, BT yayının uzunluğu kaç cm dir?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{3\pi}{4}$ D) $\frac{4\pi}{5}$ E) $\frac{5\pi}{6}$

(2010 YGS)

çözüm



Çemberin merkezini teğet değme noktasına birleştiren yarıçap teğete dik olduğundan, [OT] çizilirse, [OT] ⊥ [AT olur.

Bu durumda AOT dik üçgeni 45° – 45° – 90° üçgenidir ve $|AT| = |OT| = 3$ cm dir.

O halde, BT yayının uzunluğu

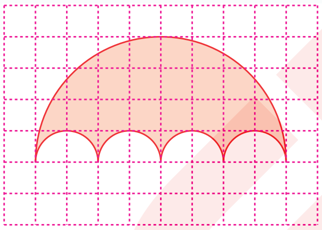
$= 2\pi r \cdot \dfrac{\alpha}{360°} = 2\pi \cdot 3 \cdot \dfrac{45°}{360°}$

$= 6\pi \cdot \dfrac{1}{8}$

$= \dfrac{3\pi}{4}$ cm bulunur.

Cevap C

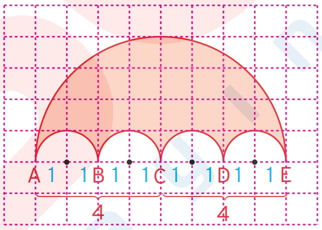
örnek soru



Birim karelerden oluşmuş zemin üzerine yarım çember yaylarından oluşan yukarıdaki şekil çizilmiştir.

Buna göre, şeklin çevre uzunluğunun kaç br olduğunu bulalım.

çözüm



Taralı şeklin çevre uzunluğu

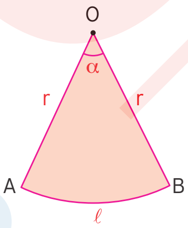
$= |\overset{\frown}{AE}| + |\overset{\frown}{AB}| + |\overset{\frown}{BC}| + |\overset{\frown}{CD}| + |\overset{\frown}{DE}| = |\overset{\frown}{AE}| + 4 \cdot |\overset{\frown}{AB}|$

$= 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot \dfrac{1}{2} + 4 \cdot \left(2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot \dfrac{1}{2}\right)$

$= 4\pi + 4\pi = 8\pi$ br bulunur.

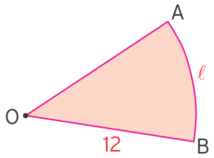
Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 7 8, 9, 11 nolu soruları hemen çözelim.

9.11 *Daire diliminin alanı üçgenin alanı gibi hesaplanabilir.*



O merkezli r yarıçaplı daire diliminde $\overset{\frown}{AB}$ yayının uzunluğu ℓ ise daire diliminin alanı $= \dfrac{\ell \cdot r}{2}$ ile bulunur.

örnek soru



Yarıçapı 12 cm olan O merkezli daire diliminin alanı 48 cm² olduğuna göre, AB yayının uzunluğunun kaç cm olduğunu bulalım.

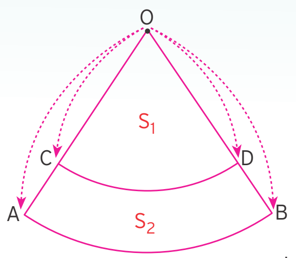
çözüm

Daire diliminin alanı $= \dfrac{\ell \cdot r}{2} \Rightarrow 48 = \dfrac{\ell \cdot 12}{2} \Rightarrow 6 \cdot \ell = 48$

$\ell = 8$ cm

bulunur.

9.12 Çember ve dairede benzerlik

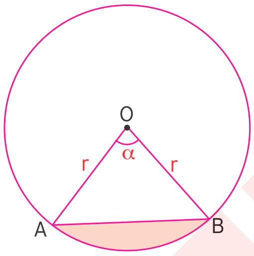


Üçgenlerdeki temel benzerlikte olduğu gibi, OCD ve OAB daire dilimleri benzerdir.

Benzerlik oranları eşitliği $\frac{|OC|}{|OA|} = \frac{|OD|}{|OB|} = \frac{|CD|}{|AB|} = k$

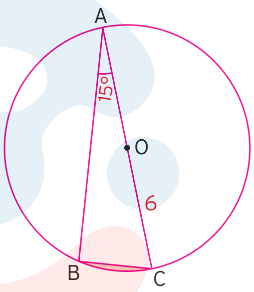
Alanlar oranı benzerlik oranının karesi olduğuna göre, $\frac{S_1}{S_1 + S_2} = k^2$ dir.

9.13 Daire kesmesinin alanı



Şekildeki O merkezli ve r yarıçaplı dairede, taralı olarak verilen daire kesmesinin alanını bulmak için OAB daire diliminden OAB üçgeninin alanı çıkarılır. OAB üçgeninin alanı $\frac{r^2}{2} \cdot \sin\alpha$ olduğuna göre, daire kesmesinin alanı $\pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°} - \frac{r^2}{2} \cdot \sin\alpha$ ile bulunur.

örnek soru



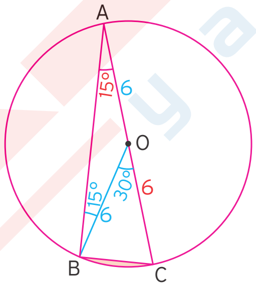
O merkezli, [AC] çaplı dairede

$m(\widehat{BAC}) = 15°$

$|OC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgenin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



Dairenin yarıçapı $|OC| = 6$ cm olduğuna göre, [OB] çizilirse, $|OA| = |OB| = 6$ cm olur.

Bu durumda, $m(\widehat{ABO}) = m(\widehat{BAO}) = 15°$ dolayısıyla $m(\widehat{BOC}) = 30°$ dir.

O halde, taralı daire kesmesinin alanı

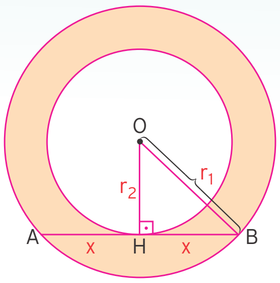
$$\pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°} - \frac{r^2}{2}\sin\alpha = \pi \cdot 6^2 \cdot \frac{30°}{360°} - \frac{6^2}{2} \cdot \sin 30°$$

$$= 36\pi \cdot \frac{1}{12} - 18 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 3\pi - 9 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 7 10 nolu soruyu hemen çözelim.

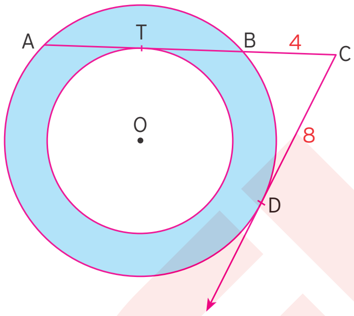
9.14 Daire halkasının alanı



O merkezli, r_1 ve r_2 yarıçaplı çemberler arasında kalan daire halkasının alanı, büyük dairenin alanından küçük dairenin alanı çıkarılarak bulunur.

Buna göre, halkanın alanı $\pi r_1^2 - \pi r_2^2 = \pi(r_1^2 - r_2^2)$ dir. OHB dik üçgeninde pisagor teoremine göre $r_1^2 = x^2 + r_2^2 \Rightarrow r_1^2 - r_2^2 = x^2$ olduğundan daire halkasının alanı πx^2 ile de bulunabilir.

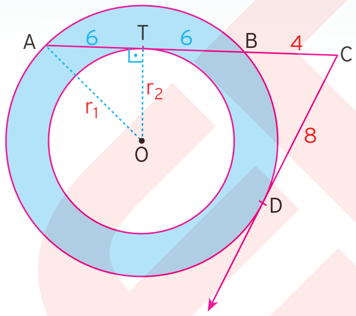
örnek soru



O noktası dairelerin merkezi, [CA] T noktasında küçük çembere, [CD D noktasında büyük çembere teğet, |CB| = 4 cm ve |CD| = 8 cm

olduğuna göre, taralı bölgenin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



C noktasının büyük çembere göre kuvveti alınırsa,

$|CD|^2 = |CB| \cdot |CA|$

$8^2 = 4 \cdot |CA|$

$|CA| = 16$ cm bulunur.

Bu durumda $|AB| = 16 - 4 = 12$ cm ve dolayısıyla $|AT| = |TB| = 6$ cm olur.

Taralı alan = (büyük dairenin alanı) − (küçük dairenin alanı)

$= \pi r_1^2 - \pi r_2^2$

$= \pi(r_1^2 - r_2^2)$

$= \pi|AT|^2 = \pi 6^2 = 36\pi$ cm^2 bulunur.

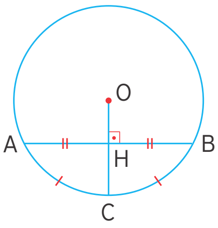
Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 8 9 / Genel Tekrar Testi 19 nolu soruları hemen çözelim.

Bu KONUDA ÖZETLE...

Konuların ve Kavramların Özeti

Kiriş Özellikleri

1.

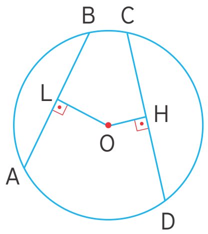


Merkezden kirişe indirilen dikme kirişi ve yayı ortalar.

|AH| = |HB|

$|\overset{\frown}{AC}| = |\overset{\frown}{CB}|$

2.



O merkezli çemberde

|AB| < |CD| ise, |OL| > |OH|

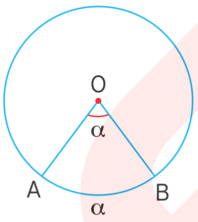
|AB| = |CD| ise, |OL| = |OH|

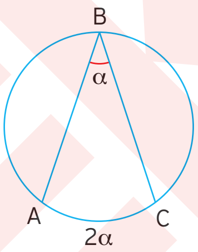
|AB| > |CD| ise, |OL| < |OH|

olur.

Çemberde Açılar

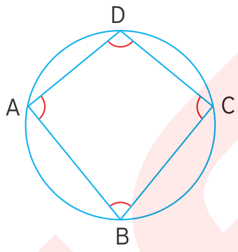
1.





- Merkez açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.
- ABC çevre açısının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.
- Aynı yayı gören çevre açıların ölçüleri birbirine eşittir.
- Çapı gören çevre açının ölçüsü 90° dir.
- Paralel kirişler arasındaki yayların ölçüleri ve uzunlukları eşittir.
- Eş kirişlerin yayları da birbirine eşittir.

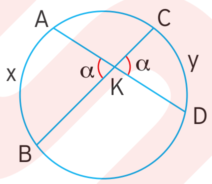
Kirişler Dörtgeni

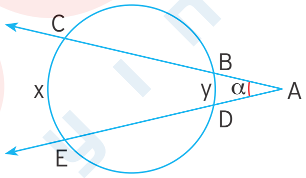


$m(\widehat{A}) + m(\widehat{C}) = 180°$

$m(\widehat{B}) + m(\widehat{D}) = 180°$

İç ve Dış Açılar





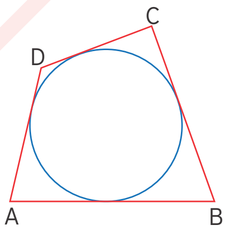
[AD] ve [BC] kiriş ise,

$\alpha = \dfrac{x+y}{2}$ olur.

[AC ve [AE kesen ise,

$\alpha = \dfrac{x-y}{2}$ olur.

Teğetler Dörtgeni

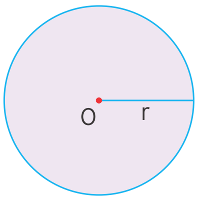


ABCD teğetler dörtgeni ise,

|AB| + |CD| = |AD| + |BC|

olur.

Dairede Çevre ve Alan

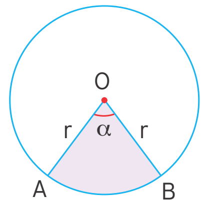


Yarıçapı r olan

dairenin alanı = πr^2

çevresi = $2\pi r$ olur.

$|\overset{\frown}{AB}| = 2\pi r \cdot \dfrac{\alpha}{360°}$ olur.



Daire diliminin alanı

$= \pi r^2 \cdot \dfrac{\alpha}{360°}$

ÖĞRENDİKLERİMİZİ TEST EDELİM

Kavrama Testi 1 (9.1 - 9.3)

Kavrama Testi 2 (9.1 - 9.3)

Kavrama Testi 3 (9.4 - 9.7)

Kavrama Testi 4 (9.4 - 9.8)

Kavrama Testi 5 (9.8 - 9.8)

Kavrama Testi 6 (9.10 - 9.14)

Kavrama Testi 7 (9.10 - 9.14)

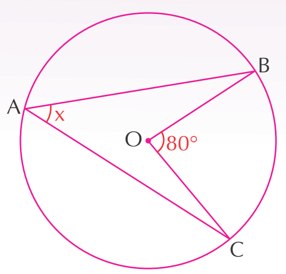
Genel Tekrar Testi (9.1 - 9.14)

Sınavlarda (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) Sorulmuş Sorular

Sınavlarda Sorulabilecek Sorular

KAVRAMA TESTİ 1

1.



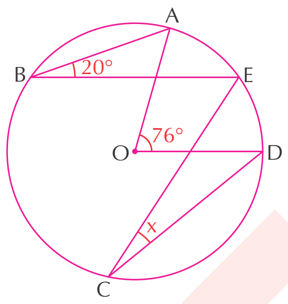
O merkezli çemberde

$m(\widehat{BOC}) = 80^\circ$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BAC}) = x$ kaç derecedir?

A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 80

2.



O merkezli çemberde

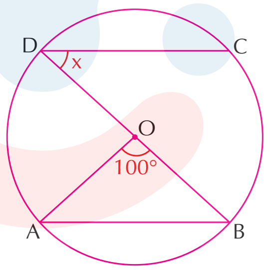
$m(\widehat{AOD}) = 76^\circ$

$m(\widehat{ABE}) = 20^\circ$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ECD}) = x$ kaç derecedir?

A) 24 B) 22 C) 20 D) 18 E) 16

3.



O merkezli çemberde

[DC] // [AB]

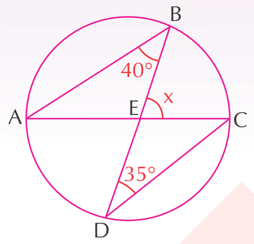
D, O, B doğrusal

$m(\widehat{AOB}) = 100^\circ$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CDB}) = x$ kaç derecedir?

A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

4.



Şekildeki çemberde

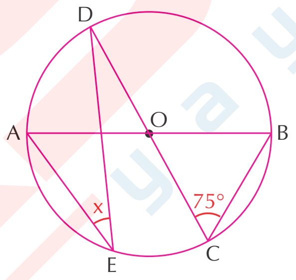
$m(\widehat{ABD}) = 40^\circ$

$m(\widehat{BDC}) = 35^\circ$

olduğuna göre, $m(\widehat{BEC}) = x$ kaç derecedir?

A) 90 B) 85 C) 80 D) 75 E) 70

5.



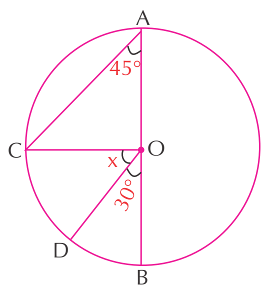
O merkezli [AB] çaplı çemberde

$m(\widehat{DCB}) = 75^\circ$

olduğuna göre, $m(\widehat{AED}) = x$ kaç derecedir?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

6.



O çemberin merkezi

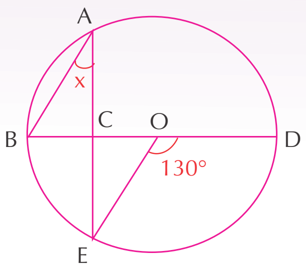
$m(\widehat{CAB}) = 45^\circ$

$m(\widehat{DOB}) = 30^\circ$

Yukarıda verilenlere göre, $m(\widehat{COD}) = x$ kaç derecedir?

A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

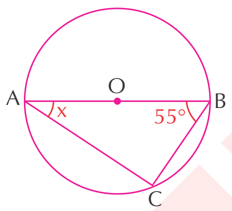
7.



O merkezli çemberde, $m(\widehat{EOD}) = 130^\circ$ ise, $m(\widehat{BAE}) = x$ kaç derecedir?

A) 40 B) 35 C) 30 D) 25 E) 20

8.



Şekildeki

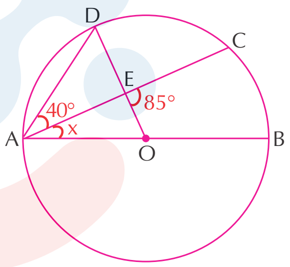
O merkezli çemberde

$m(\widehat{ABC}) = 55^\circ$

olduğuna göre, $m(\widehat{BAC}) = x$ kaç derecedir?

A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

9.



O merkezli [AB] çaplı çemberde

$m(\widehat{DAC}) = 40^\circ$

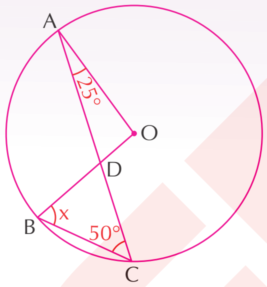
$m(\widehat{CEO}) = 85^\circ$

A, E, C ve D, E, O doğrusal noktalar

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CAB}) = x$ kaç derecedir?

A) 35 B) 30 C) 25 D) 20 E) 15

10.



O merkezli çemberde

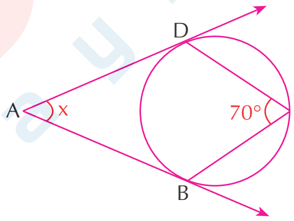
$m(\widehat{CAO}) = 25^\circ$

$m(\widehat{ACB}) = 50^\circ$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CBO}) = x$ kaç derecedir?

A) 75 B) 70 C) 65 D) 60 E) 55

11.

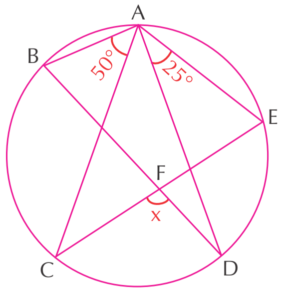


[AD, D noktasında, [AB, B noktasında çembere teğettir.

$m(\widehat{BCD}) = 70^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{BAD}) = x$ kaç derecedir?

A) 60 B) 55 C) 50 D) 45 E) 40

12.



Şekildeki çemberde;

$m(\widehat{BAC}) = 50^\circ$

$m(\widehat{DAE}) = 25^\circ$

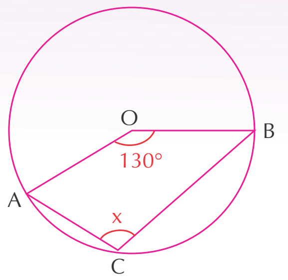
Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CFD}) = x$ kaç derecedir?

A) 110 B) 105 C) 100 D) 95 E) 85

B - D - C / D - A - C / D - C - E / A - E - B

KAVRAMA TESTİ 2

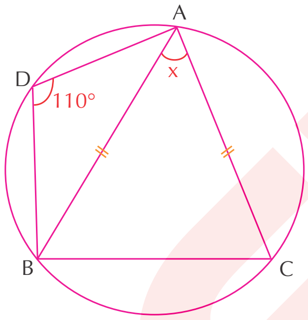
1.



O merkezli çembede; $m(\widehat{AOB}) = 130°$ olduğuna göre, $m(\widehat{ACB}) = x$ kaç derecedir?

A) 105 B) 110 C) 115 D) 120 E) 125

2.



Şekildeki çemberde;

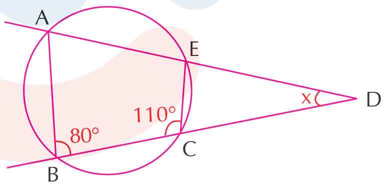
$|AB| = |AC|$

$m(\widehat{ADB}) = 110°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BAC}) = x$ kaç derecedir?

A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

3.



Şekildeki çemberde

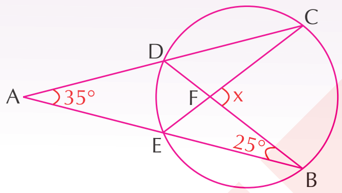
$m(\widehat{ABC}) = 80°$

$m(\widehat{BCE}) = 110°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ADB}) = x$ kaç derecedir?

A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

4.



Şekilde

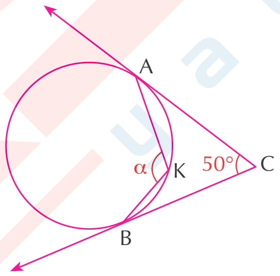
$m(\widehat{CAB}) = 35°$

$m(\widehat{DBA}) = 25°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CFB}) = x$ kaç derecedir?

A) 105 B) 100 C) 95 D) 90 E) 85

5.



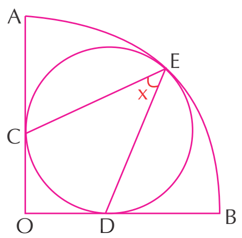
A ve B teğet değme noktaları

$m(\widehat{ACB}) = 50°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{AKB}) = \alpha$ kaç derecedir?

A) 130 B) 125 C) 120 D) 115 E) 110

6.

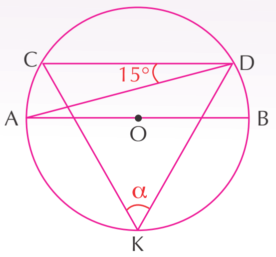


Şekildeki O merkezli dörtte bir çember içine E, C ve D noktalarında teğet olacak şekilde bir çember çizilmiştir.

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CED}) = x$ kaç derecedir?

A) 30 B) 45 C) 55 D) 60 E) 75

7.



O merkezli çemberde,

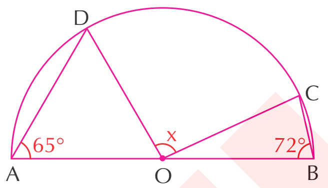
[CD] // [AB]

$m(\widehat{CDA}) = 15°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CKD})$ kaç derecedir?

A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

8.



O merkezli yarım çemberde

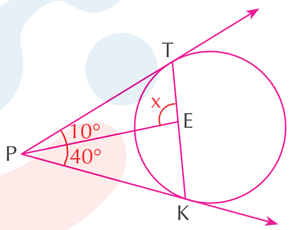
$m(\widehat{DAO}) = 65°$

$m(\widehat{CBO}) = 72°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{DOC}) = x$ kaç derecedir?

A) 94 B) 98 C) 102 D) 104 E) 106

9.



Şekilde

[PT ve [PK çembere T ve K noktalarında teğet

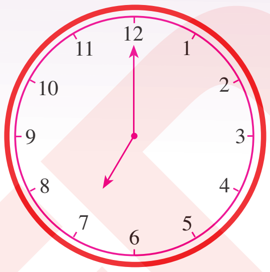
$m(\widehat{TPE}) = 10°$

$m(\widehat{EPK}) = 40°$

Yukarıdaki verileri göre, $m(\widehat{TEP}) = x$ kaç derecedir?

A) 85 B) 90 C) 95 D) 100 E) 105

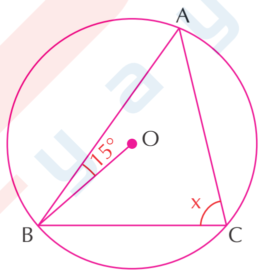
10.



Yukarıda verilen dairesel saatte akrep ile yelkovan arasındaki küçük açının ölçüsü kaç derecedir?

A) 160 B) 150 C) 140 D) 135 E) 120

11.



Şekildeki

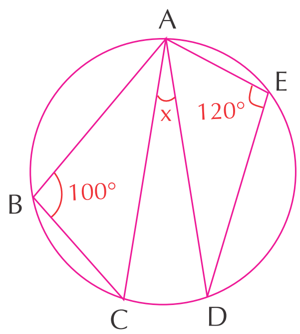
O merkezli çemberde

$m(\widehat{ABO}) = 15°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ACB}) = x$ kaç derecedir?

A) 75 B) 78 C) 80 D) 84 E) 85

12.



Şekildeki çemberde;

$m(\widehat{ABC}) = 100°$

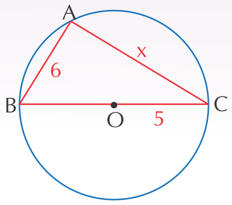
$m(\widehat{AED}) = 120°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{CAD}) = x$ kaç derecedir?

A) 40 B) 35 C) 30 D) 25 E) 20

C - D - B / E - D - B / E - A - E / B - A - A

KAVRAMA TESTİ 3

1. 

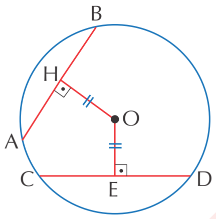
O merkezli çemberde

$|AB| = 6$ cm

$|OC| = 5$ cm

O merkezli $|BC|$ çaplı çemberde verilenlere göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

A) 7 B) 7,5 C) 8 D) 8,5 E) 9

2. 

O merkezli çemberde

$|AB| = 3x - 5$

$|CD| = 2x + 1$

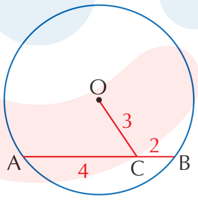
$|OH| = |OE|$

$[OH] \perp |AB]$

$[DE] \perp [CD]$

Yukarıdaki verilere göre, $|ED|$ kaç cm dir?

A) 6 B) 6,5 C) 7 D) 7,5 E) 8

3. 

O merkezli çemberde

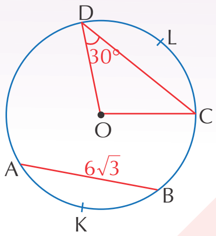
$[OC] = 3$ cm

$|AC| = 4$ cm

$|CB| = 2$ cm

Yukarıdaki verilere göre, çemberin yarıçapı kaç cm dir?

A) $\sqrt{17}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{6}$ E) 5

4. 

O merkezli çemberde

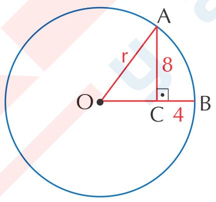
$m(\widehat{AKB}) = m(\widehat{CLD})$

$m(\widehat{ODC}) = 30°$

$|AB| = 6\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, çemberin yarıçapı kaç cm dir?

A) 8 B) $6\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{3}$ D) 6 E) 4

5. 

O merkezli çemberde

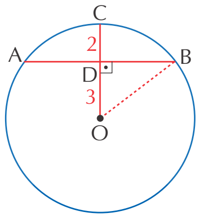
$[AC] \perp [OB]$

$|AC| = 8$ cm

$|CB| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AO| = r$ kaç cm dir?

A) 15 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

6. 

O merkezli çemberde

$[OC] \perp [AB]$

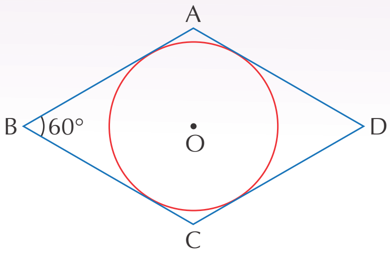
$|CD| = 2$ cm

$|OD| = 3$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AB|$ kaç cm dir?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

7.

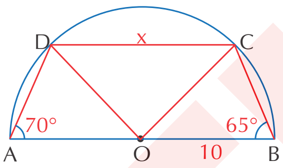


Yukarıdaki şekilde, ABCD eşkenar dörtgeninin iç teğet çemberi verilmiştir.

Çemberin yarıçapı 6 cm olduğuna göre, B ve D noktaları arasındaki uzaklık kaç cm dir?

A) $12\sqrt{3}$ B) $18\sqrt{3}$ C) 24 D) $24\sqrt{3}$ E) 36

8.



O merkezli yarım çemberde

$m(\widehat{DAO}) = 70°$

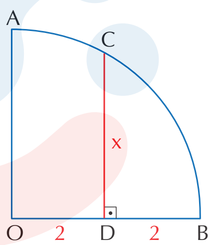
$m(\widehat{ABC}) = 65°$

$|OB| = 10$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|DC| = x$ kaç cm dir?

A) 10 B) 12 C) 15 D) $10\sqrt{2}$ E) $10\sqrt{3}$

9.



O merkezli çeyrek çemberde

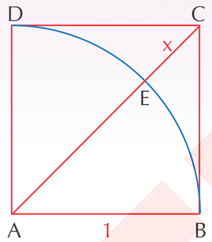
$[CD] \perp [OB]$

$|OD| = |DB| = 2$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|CD| = x$ kaç cm dir?

A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{15}$ C) 4 D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{5}$

10.



ABCD kare

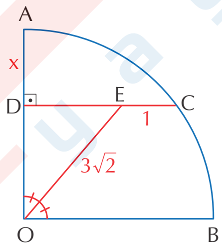
A çeyrek çemberin merkezi

$|AB| = 1$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|EC| = x$ kaç cm dir?

A) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ B) $2 - \sqrt{2}$ C) $\sqrt{2} + 1$ D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{2} - 1$

11.



O merkezli çeyrek çemberde

$[CD] \perp [AO]$

[OE] açıortay

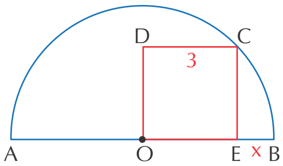
$|EC| = 1$ cm

$|OE| = 3\sqrt{2}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AD| = x$ kaç cm dir?

A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3

12.



Şekilde OECD karesi O merkezli yarım çemberin içine yerleştirilmiştir.

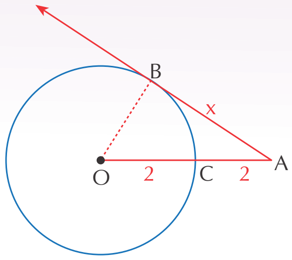
$|DC| = 3$ cm olduğuna göre, $|EB| = x$ kaç cm dir?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2} + 1$ C) $3\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{2} - 3$ E) $3\sqrt{2} - 2$

C - B - A / D - E - B / C - D - A / E - C - D

KAVRAMA TESTİ 4

1.



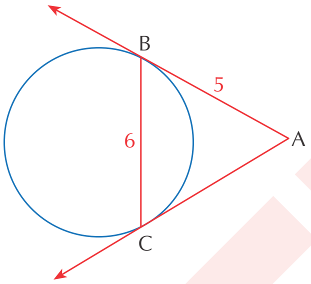
[AB, O merkezli çembere B noktasında teğet

$|OC| = |CA| = 2$ cm

[AB, O merkezli çembere B noktasında teğet olduğuna göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{10}$ C) 3 D) $2\sqrt{2}$ E) $\sqrt{6}$

2.



[AB, B noktasında

[AC, C noktasında çembere teğet

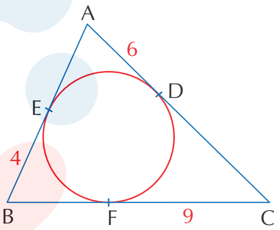
$|AB| = 5$ cm

$|BC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABC) kaç cm^2 dir?

A) 24 B) 20 C) 18 D) 15 E) 12

3.

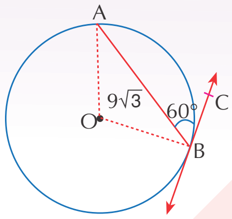


Şekilde, ABC üçgeninin iç teğet çemberi verilmiştir.

$|AD| = 6$ cm, $|BE| = 4$ cm ve $|FC| = 9$ cm olduğuna göre, Çevre(ABC) kaç cm dir?

A) 32 B) 34 C) 36 D) 38 E) 40

4.



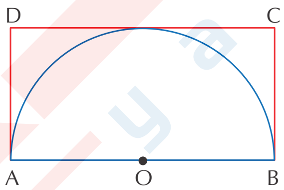
$|AB| = 9\sqrt{3}$ cm

$m(\widehat{ABC}) = 60°$

O merkezli çemberde B teğet değme noktası olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç cm dir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) $9\sqrt{2}$

5.

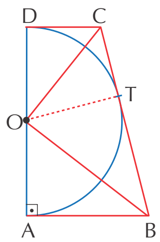


ABCD dikdörtgeninin içine O merkezli yarım çember kenarlara teğet olacak şekilde yerleştirilmiştir.

ABCD dikdörtgeninin alanı 32 cm^2 olduğuna göre, yarım çemberin yarıçapı kaç cm dir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6.



ABCD dik yamuk

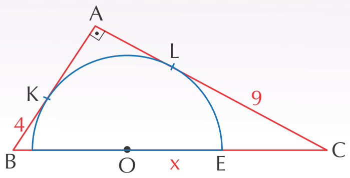
$|OC| = 3$ cm

$|OB| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, O merkezli [AD] çaplı çemberin yarıçapı kaç cm dir?

A) 2,4 B) 2,6 C) 2,8 D) 3 E) 3,2

7.



ABC dik üçgen,

O noktası yarım çemberin merkezi

[BA] ⊥ [AC]

K ve L teğet değme noktaları

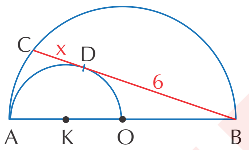
|BK| = 4 cm

|LC| = 9 cm

Yukarıdaki verilere göre, |OE| = x kaç cm dir?

A) $4\sqrt{2}$ B) 6 C) $4\sqrt{3}$ D) 7 E) $5\sqrt{2}$

8.



K ve O yarım çemberlerin merkezleri

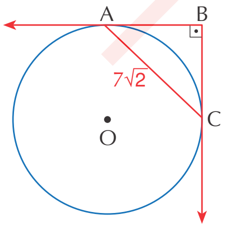
D teğet değme noktası

|BD| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, |CD| = x kaç cm dir?

A) 3 B) $2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{5}$ D) 2 E) $\sqrt{3}$

9.

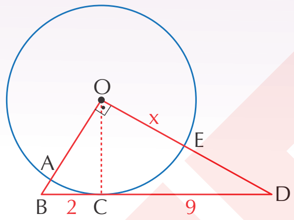


[BA, A noktasında, [BC, C noktasında O merkezli çembere teğettir.

|AC| = $7\sqrt{2}$ cm ve m($\widehat{ABC}$) = 90° olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç cm dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

10.

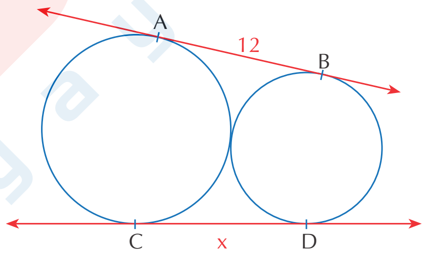


O merkezli çember C noktasında [BD] ye teğettir.

[BO] ⊥ [OD], |BC| = 2 cm ve |CD| = 9 cm olduğuna göre, |OE| = x kaç cm dir?

A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) $2\sqrt{3}$ D) 4 E) $3\sqrt{2}$

11.

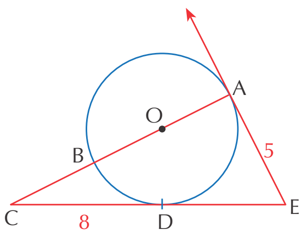


AB ve CD şekildeki çemberlerin ortak teğetidir.

|AB| = 12 cm olduğuna göre, |CD| = x kaç cm dir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

12.



A ve D teğet değme noktasıdır.

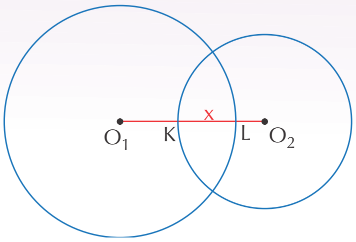
Şekilde verilenlere göre, |CA| kaç cm dir?

A) 10 B) 11 C) 12 D) $5\sqrt{6}$ E) $4\sqrt{10}$

A - E - D / B - C - A / B - D - C / E - D - C

KAVRAMA TESTİ 5

1.

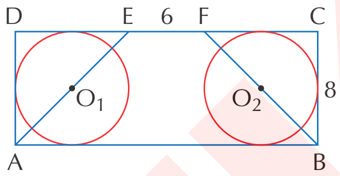


O_1 ve O_2 merkezli çemberler, dik kesişen çemberlerdir.

Çemberlerin yarıçapları sırasıyla $r_1 = 12$ cm ve $r_2 = 9$ cm olduğuna göre, $|KL| = x$ kaç cm dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2.

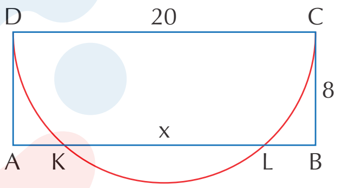


Şekildeki O_1 ve O_2 merkezli çemberler ABCD dikdörtgeninin üçer kenarına teğettir.

$|BC| = 8$ cm ve $|EF| = 6$ cm olduğuna göre, dikdörtgenin çevresi kaç cm dir?

A) 52 B) 60 C) 68 D) 76 E) 84

3.



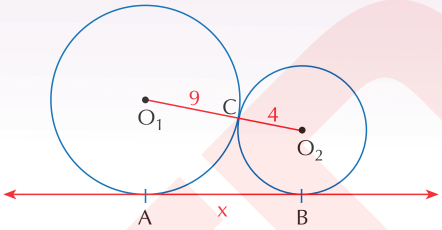
ABCD dikdörtgen [DC], yarım çemberin çapı

$|BC| = 8$ cm, $|DC| = 20$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|KL| = x$ kaç cm dir?

A) 18 B) 16 C) 14 D) 12 E) 10

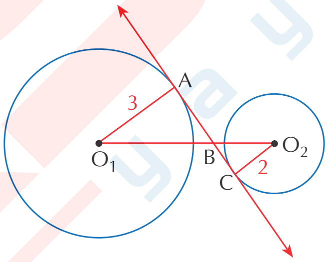
4.



AB çemberin ortak teğeti, $|O_1C| = 9$ cm, $|CO_2| = 4$ cm olduğuna göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

A) 10 B) $6\sqrt{3}$ C) 11 D) 12 E) $5\sqrt{6}$

5.



$|AC| = 5$ cm

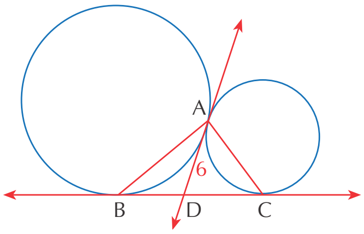
$|AO_1| = 3$ cm

$|CO_2| = 2$

A ve C teğet değme noktaları olduğuna göre, $|O_1O_2|$ kaç cm dir?

A) $5\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{6}$ C) 8 D) $6\sqrt{2}$ E) 9

6.

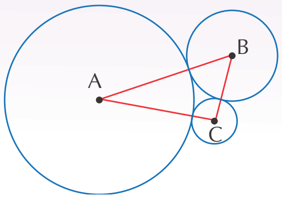


Şekilde A, B ve C teğet değme noktalarıdır.

$|AD| = 6$ cm olduğuna göre, $|BC|$ kaç cm dir?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

7.



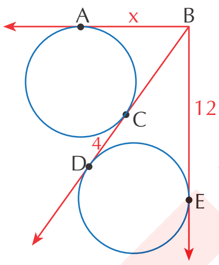
A, B ve C merkezli çemberler birbirine teğettir.

|AB| = 15 cm , |AC| = 13 cm , |BC| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, C merkezli çemberin yarıçapı kaç cm dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

8.



Yandaki şekilde A, C, E ve D teğet noktaları

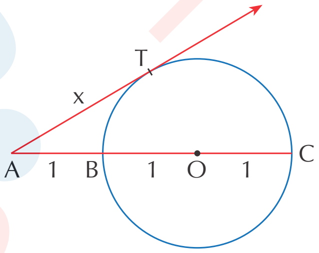
|BE| = 12 cm

|DC| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, |BA| = x kaç cm dir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

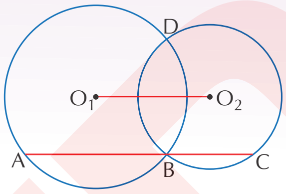
9.



[AT, T noktasında O merkezli çembere teğet, A, B, O ve C noktaları doğrusal ve |AB| = |BO| = |OC| = 1 cm olduğuna göre, |AT| = x kaç cm dir?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{3}$

10.



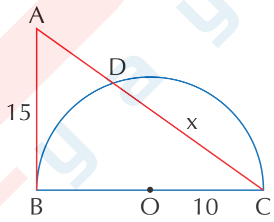
O_1 ve O_2 merkezli çemberler D ve B noktalarında kesişmiştir.

$[O_1O_2]$ // [AC] , $|O_1O_2|$ = 18 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AC| kaç cm dir?

A) 38 B) 36 C) 34 D) 32 E) 30

11.



ABC bir dik üçgen

[AB] ⊥ [BC]

[BC], O merkezli yarım çemberin merkezi

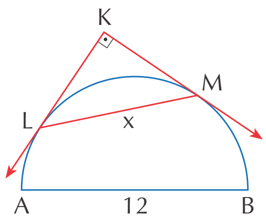
|AB| = 15 cm

|OC| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, |DC| = x kaç cm dir?

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

12.



[KL L noktasında, [KM M noktasında [AB] çaplı yarım çembere teğet, [KM ⊥ [KL, |AB| = 12 cm

Yukarıdaki verilere göre, |LM| = x kaç cm dir?

A) 6 B) $6\sqrt{2}$ C) $8\sqrt{2}$ D) 12 E) $12\sqrt{2}$

C - B - D / D - A - C / A - E - B / B - C - B

KAVRAMA TESTİ 6

1. Yarıçapı 5 cm olan dairenin çevresi kaç cm dir?

A) 5π B) 10π C) 15π D) 20π E) 25π

2. Yarıçapı 7 cm olan dairenin alanı kaç cm^2 dir?

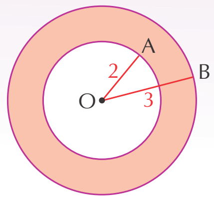
A) 14π B) 21π C) 28π D) 35π E) 49π

3. Çapı 24 cm olan yarım dairenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 48π B) 60π C) 72π D) 84π E) 96π

4. Çevresi 26π cm olan dairenin çapı kaç cm dir?

A) 26 B) 24 C) 18 D) 13 E) 12

5. 

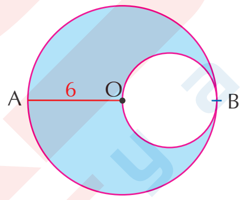
Şekilde O merkezli iki daire verilmiştir.

$|OA| = 2$ cm

$|OB| = 3$ cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

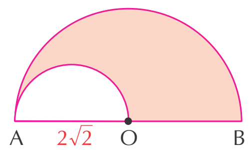
A) 6π B) 5π C) 4π D) 3π E) 2π

6. 

Şekildeki çemberler B noktasında içten teğettir.

O merkezli çemberin yarıçapı 6 cm olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 18π B) 21π C) 24π D) 27π E) 30π

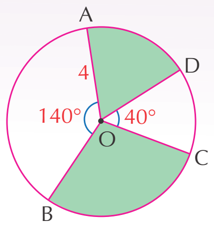
7. 

Şekilde verilen iki yarım daire A noktasında içten teğettir.

$|AO| = 2\sqrt{2}$ cm olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 2π B) 3π C) 4π D) 5π E) 6π

8.



O merkezli dairede

$m(\widehat{AOB}) = 140°$

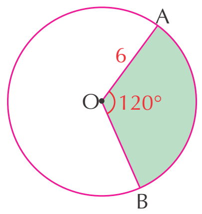
$m(\widehat{DOC}) = 40°$

$|AO| = 4$ cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç cm^2 dir?

A) 4π B) 6π C) 8π D) 10π E) 12π

9.



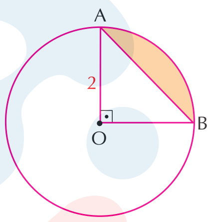
$m(\widehat{AOB}) = 120°$

$|AO| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 9π B) 10π C) 12π D) 15π E) 18π

10.



$[AO] \perp [OB]$

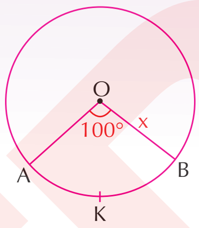
$|AO| = 2$ cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) $\pi + 2$ B) $2\pi + 2$ C) $2\pi - 2$

D) $\pi - 2$ E) π

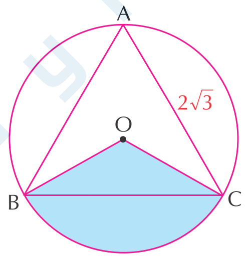
11.



O merkezli çemberde, $|\widehat{AKB}| = 20\pi$ cm olduğuna göre, x kaç cm dir?

A) 9 B) 12 C) 16 D) 18 E) 36

12.

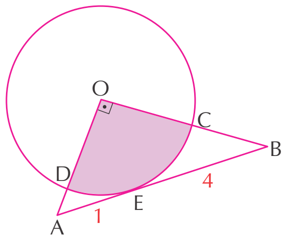


ABC eşkenar üçgeninin çevrel çemberi verilmiştir.

$|AC| = 2\sqrt{3}$ cm ve O noktası merkez olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) $\frac{4\pi}{3}$ B) 2π C) $\frac{8\pi}{3}$ D) 3π E) 4π

13.



O merkezli çemberde,

E teğet değme noktası

$[AO] \perp [OB]$

$|AE| = 1$ cm

$|EB| = 4$ cm

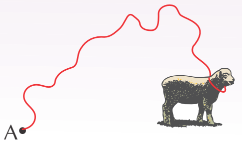
Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 4π B) 2π C) $\frac{3\pi}{2}$ D) π E) $\frac{\pi}{2}$

B - E - C - A / B - D - B / C - C - D / E - A - D

KAVRAMA TESTİ 7

1.

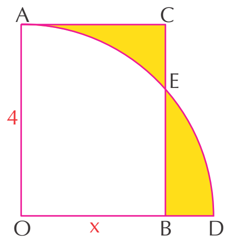


Bir koyun 9 m uzunluğunda bir iple A noktasına bağlanıyor.

Buna göre, koyunun otlayabileceği alan en çok kaç m^2 dir?

A) 64π B) 72π C) 81π D) 90π E) 108π

2.



Yukarıdaki şekilde AOBC dikdörtgen

O, çeyrek dairenin merkezi

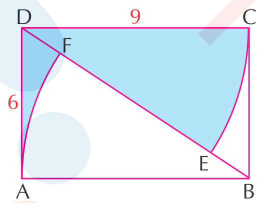
$|AO| = 4$ cm

$|OB| = x$

Taralı bölgelerin alanları birbirine eşit olduğuna göre, x kaç cm dir?

A) $\frac{3\pi}{2}$ B) π C) $\frac{4\pi}{5}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{2}$

3.



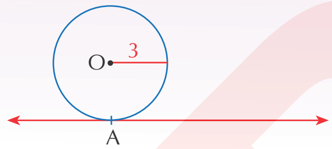
ABCD dikdörtgen AF, B merkezli daire yayı CE, D merkezli daire yayı [BD] köşegen

$|DC| = 9$ cm , $|DA| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç cm^2 dir?

A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

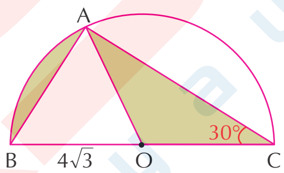
4.



Yarıçapı 3 cm olan daire düz bir zemin üzerinde 20 tam devir yaptığında dairenin merkezi kaç cm yol almıştır?

A) 90π B) 100π C) 110π D) 120π E) 130π

5.



O merkezli yarım çemberde

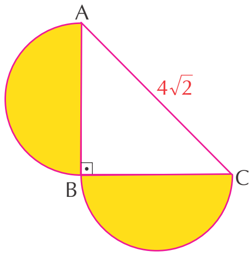
$m(\widehat{ACB}) = 30°$

$|BO| = 4\sqrt{3}$ cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç cm^2 dir?

A) 8π B) 9π C) 12π D) 18π E) 24π

6.

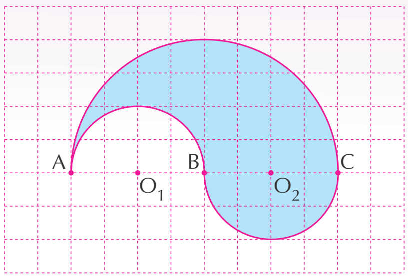


Şekilde [AB] ve [BC] çaplı iki yarım daire verilmiştir.

[AB] ⊥ [BC] ve $|AC| = 4\sqrt{2}$ cm olduğuna göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç cm^2 dir?

A) 3π B) 4π C) 5π D) 6π E) 8π

7.

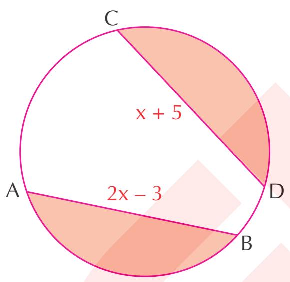


Birim kareler üzerindeki zemine O_1, O_2 ve B merkezli yarım çember yayları çizilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 8π B) 10π C) 12π D) 14π E) 16π

8.



Şekildeki çemberde

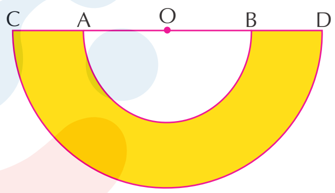
|AB| = 2x – 3 cm

|CD| = x + 5 cm

Taralı bölgelerin alanları birbirine eşit olduğuna göre, |AB| kaç cm dir?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

9.



O her iki yarım dairenin merkezidir.

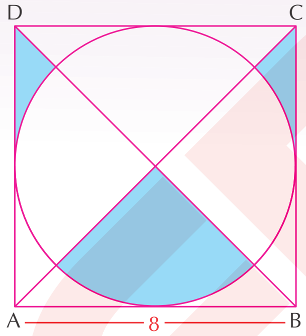
$|\overset{\frown}{AB}| = 8\pi$

$|\overset{\frown}{CD}| = 12\pi$

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgenin alanı kaç π cm^2 dir?

A) 32 B) 36 C) 40 D) 44 E) 48

10.



Şekilde

ABCD karesinin iç teğet çemberi çizilmiştir.

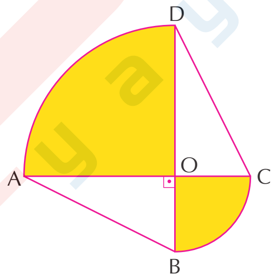
[AC] ve [BD] köşegen

|AB| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç cm^2 dir?

A) 8π B) 10π C) 12π D) 16 E) 24

11.



Şekilde

[AC] ⊥ [BD]

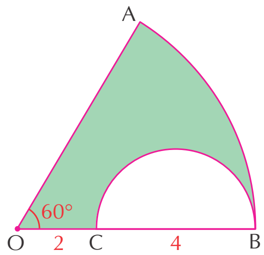
|AB| + |CD| = 8 cm

O noktası çeyrek dairelerin merkezi

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç cm^2 dir?

A) 2π B) 3π C) 4π D) 6π E) 8π

12.



O merkezli daire diliminde

$m(\widehat{AOB}) = 60°$

|OC| = 2 cm

|CB| = 4 cm

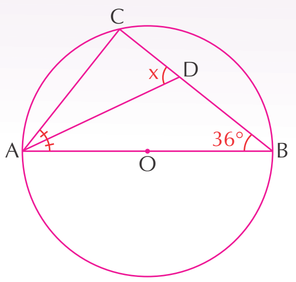
[BC] yarım dairenin çapı olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 3π B) 4π C) 6π D) 8π E) 9π

C - B - E / D - A - B / A - E - C / D - C - B

GENEL TEKRAR TESTİ

1.



O merkezli çemberde

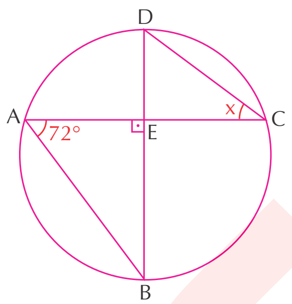
[AD] açıortay

$m(\widehat{ABC}) = 36°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ADC}) = x$ kaç derecedir?

A) 45 B) 54 C) 60 D) 63 E) 72

2.



Şekildeki çemberde

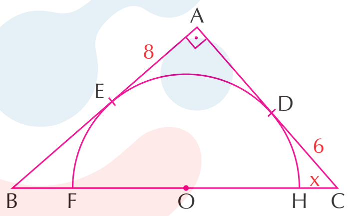
$[AC] \perp [BD]$

$m(\widehat{BAC}) = 72°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{ACD}) = x$ kaç cm dir?

A) 28 B) 24 C) 20 D) 18 E) 16

3.



[AB] ve [AC] sırasıyla E ve D noktalarında O merkezli yarım çembere teğet

$[BA] \perp [AC]$

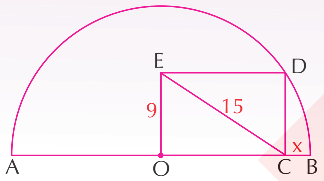
$|EA| = 8$ cm

$|DC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|HC| = x$ kaç cm dir?

A) 1 B) 2 C) 2,5 D) 3 E) 3,5

4.



O merkezli yarım çemberin içine OCDE dikdörtgeni çizilmiştir.

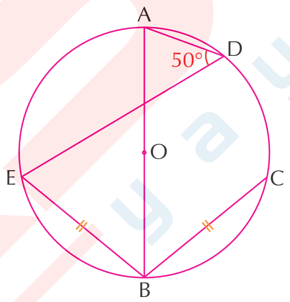
$|OE| = 9$ cm

$|EC| = 15$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|CB| = x$ kaç cm dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5.



O merkezli çemberde

[AB] çap

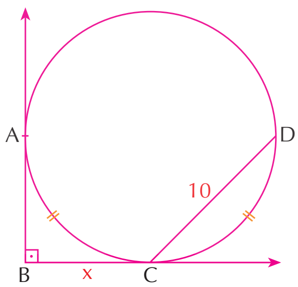
$|EB| = |BC|$

$m(\widehat{ADE}) = 50°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{EBC})$ kaç derecedir?

A) 100 B) 110 C) 120 D) 130 E) 140

6.



[BA ve [BC çembere teğet

$[BA \perp [BC$

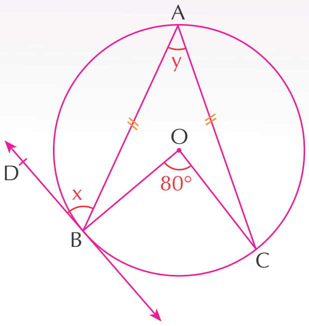
$|\widehat{AC}| = |\widehat{CD}|$

$|CD| = 10$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|BC| = x$ kaç cm dir?

A) $4\sqrt{3}$ B) 7 C) $5\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{6}$ E) 8

7.



O merkezli çemberde B teğet değme noktası

|AB| = |AC|

m($\widehat{BOC}$) = 80°

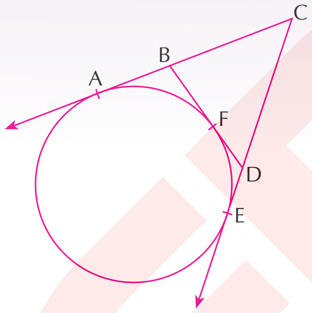
m($\widehat{BAC}$) = y

m($\widehat{ABD}$) = x

Yukarıdaki verilere göre, x – y farkı kaç derecedir?

A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

10.



Şekilde

[CA, A noktasında

[CE, E noktasında çembere teğet

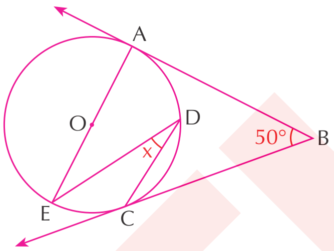
F teğet değme noktası

|AC| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, Çevre(CBD) kaç cm dir?

A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

8.



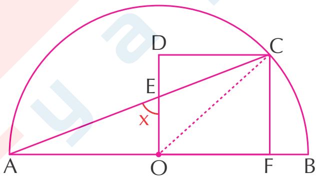
O merkezli, [AE] çaplı çemberde A ve C teğet değme noktaları

m($\widehat{ABC}$) = 50°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{EDC}$) = x kaç derecedir?

A) 45 B) 40 C) 35 D) 30 E) 25

11.



O merkezli yarım çemberde

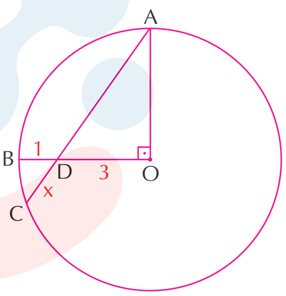
OFCD kare

A, E, C doğrusal

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{AEO}$) = x kaç derecedir?

A) 50 B) 52,5 C) 60 D) 67,5 E) 72,5

9.



O merkezli çemberde

[AO] ⊥ [BO]

A, D, C doğrusal

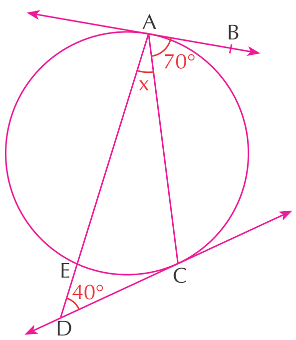
|BD| = 1 cm

|DO| = 3 cm

Yukarıdaki verilere göre, |DC| = x kaç cm dir?

A) 1 B) $\frac{6}{5}$ C) $\frac{7}{5}$ D) 2 E) $\frac{12}{5}$

12.



A ve C teğet değme noktaları

A, E, D doğrusal

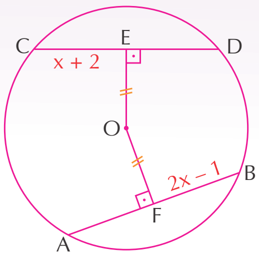
m($\widehat{BAC}$) = 70°

m($\widehat{ADC}$) = 40°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{DAC}$) = x kaç derecedir?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

13.



O merkezli çemberde

[OE] ⊥ [CD]

[OF] ⊥ [AB]

|OE| = |OF|

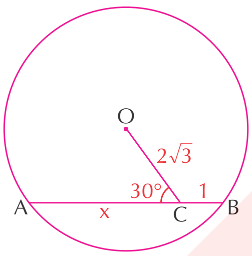
|CE| = x + 2 cm

|FB| = 2x – 1 cm

Yukarıdaki verilere göre, |CD| kaç cm dir?

A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

14.



O merkezli çemberde

$m(\widehat{OCA}) = 30°$

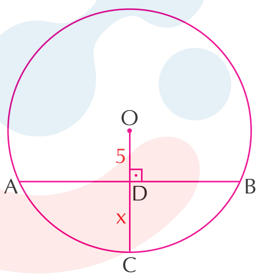
$|OC| = 2\sqrt{3}$ cm

|CB| = 1 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AC| = x kaç cm dir?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

15.



O merkezli çemberde

[OC] ⊥ [AB]

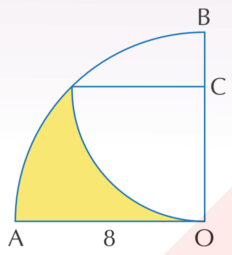
|OD| = 5 cm

|AB| = 24 cm

Yukarıdaki verilere göre, |DC| = x kaç cm dir?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

16.



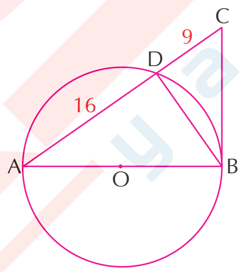
O ve C noktaları çeyrek çemberlerin merkezleri

|AO| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 8 B) 2π C) 12 D) 4π E) 16

17.



[CB], B noktasında [AB] çaplı çembere teğet

ABC bir üçgen

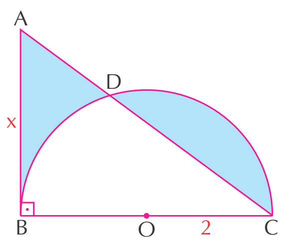
|AD| = 16 cm

|DC| = 9 cm

Yukarıdaki verilere göre, Çevre(BCD) kaç cm dir?

A) 36 B) 35 C) 34 D) 33 E) 32

18.



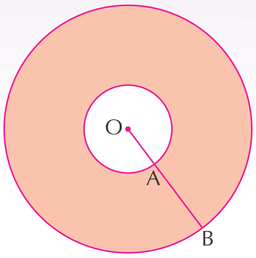
O merkezli yarım çemberde B teğet değme noktası

|OC| = 2 cm

Taralı bölgelerin alanları birbirine eşit olduğuna göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) $\dfrac{\pi}{2}$ B) π C) $\dfrac{3\pi}{2}$ D) 2π E) $\dfrac{5\pi}{2}$

19.



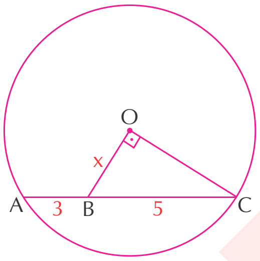
O merkezli dairelerde

$|AB| = 2 \cdot |AO|$

Küçük dairenin alanı 9π cm^2 olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 36π B) 45π C) 54π D) 63π E) 72π

20.



O merkezli çemberde

$[BO] \perp [OC]$

$|AB| = 3$ cm

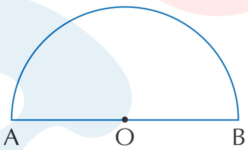
$|BC| = 5$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|BO| = x$ kaç cm dir?

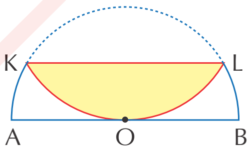
A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) $\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{2}$ E) 3

21.

Şekil I



Şekil II

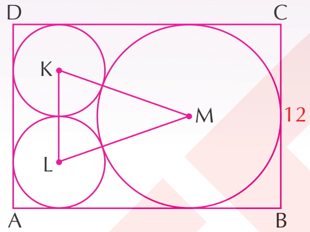


Çapı 12 cm olan O merkezli, [AB] çaplı yarım daire biçimli karton, çapa paralel olan [KL] doğru parçası boyunca katlandığında, KL yayı O noktasına teğet oluyor.

Buna göre, Şekil II deki taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) $12\pi - 6\sqrt{3}$ B) $12\pi - 9\sqrt{3}$ C) $9\pi - 6\sqrt{3}$ D) $9\pi - 9\sqrt{3}$ E) $6\pi - 3\sqrt{3}$

22.



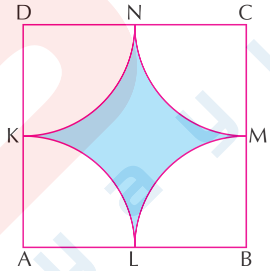
K, L ve M merkezli çemberler birbirlerine ve ABCD dikdörtgeninin kenarlarına teğet

$|BC| = 12$ cm

Yukarıdaki verilere göre, Çevre(KLM) kaç cm dir?

A) 20 B) 24 C) 28 D) 32 E) 36

23.



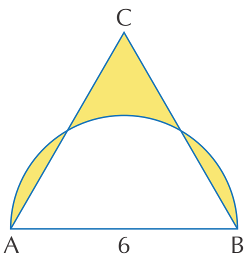
ABCD karesinin içine A, B, C ve D merkezli eşit yarıçaplı daireler çiziliyor.

K, L M, N teğet değme noktaları

Çevre(ABCD) = 16 cm olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) $24 - 4\pi$ B) $16 - 2\pi$ C) $8\pi - 16$ D) $16 - 4\pi$ E) $6\pi - 16$

24.



CAB eşkenar üçgen

[AB] yarım çemberin çapı

$|AB| = 6$ cm

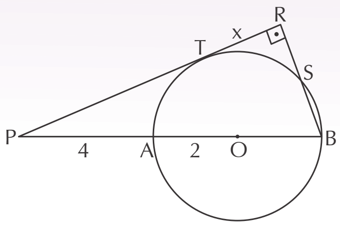
Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç cm^2 dir?

A) $\frac{3\pi}{2}$ B) 2π C) 3π D) $\frac{9\pi}{2}$ E) 6π

D - D - B / C - A - E / A - E - C / B - D - C / D - A - E / E - B - A / E - C - B / B - D - A

SINAVLARDA (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) SORULMUŞ SORULAR

1.



PR doğrusu O merkezli çembere T noktasında teğet

PR ⊥ RB

|PA| = 4 cm

|AO| = 2 cm

|TR| = x

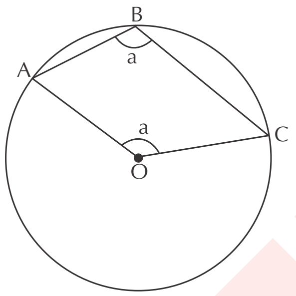
Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm dir?

A) $\frac{4}{3}\sqrt{2}$ B) $\frac{5}{4}\sqrt{2}$ C) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$

D) $\frac{5}{3}\sqrt{3}$ E) $\frac{2}{3}\sqrt{5}$

(ÖSS 2009 Mat-1)

2.



A, B ve C noktaları O merkezli çember üzerinde

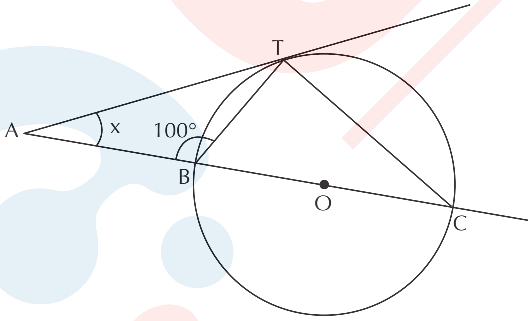
$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{AOC}) = a$

Yukarıdaki verilere göre, a kaç derecedir?

A) 105 B) 110 C) 115 D) 120 E) 135

(ÖSS 2009 Mat-1)

3.



O noktası çemberin merkezi, AT, çembere T noktasında teğet, A, B, O, C doğrusal

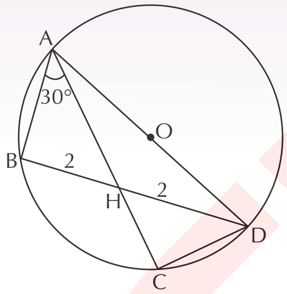
$m(\widehat{ABT}) = 100°$, $m(\widehat{CAT}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

(ÖSS 2009 Mat-2)

4.



AD doğru parçası O merkezli çemberin çapı

B ve C çember üzerinde

H noktası AC ve BD nin kesim noktası

|BH| = |HD| = 2 cm

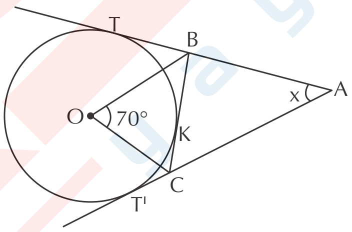
$m(\widehat{BAH}) = 30°$

Yukarıdaki verilere göre, |AC| uzunluğu kaç cm dir?

A) $\frac{13}{2}$ B) $\frac{14}{3}$ C) 5 D) 6 E) 7

(ÖSS 2008 Mat-1)

5.



AT, AT' ve BC O merkezli çembere teğet

$m(\widehat{BOC}) = 70°$

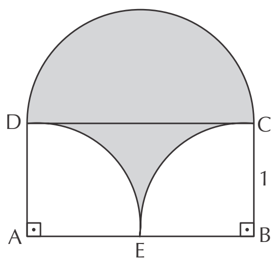
$m(\widehat{BAC}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

(ÖSS 2007 Mat-1)

6.



Yandaki şekilde taralı alan kaç birim karedir?

ABCD bir dikdörtgen

$\widehat{DC}$: CD çaplı yarı çember yayı

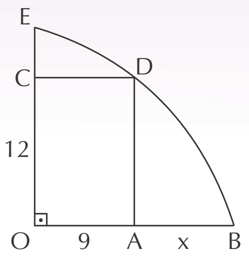
$\widehat{DE}$: A merkezli çeyrek çember yayı

$\widehat{EC}$: B merkezli çeyrek çember yayı

A) 1 B) 2 C) 3 D) π E) 2π

(ÖYS 1987)

7.



OADC bir dikdörtgen

$|OC| = 12$ cm

$|OA| = 9$ cm

$|AB| = x$

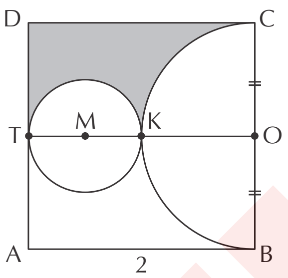
Şekildeki E, D ve B noktaları O merkezli çeyrek çemberin üzerindedir.

Buna göre, x kaç cm dir?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

(ÖSS 2007 Mat-1)

8.



ABCD bir kare

$|OB| = |OC|$

TO // AB

$|AB| = 2$ cm

Şekildeki M merkezli çember [AD] kenarına T noktasında ve O merkezli, [BC] çaplı yarı çembere K noktasında teğettir.

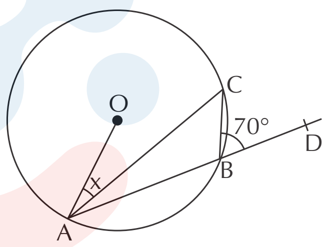
Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) $2-\frac{3\pi}{8}$ B) $2-\frac{5\pi}{8}$ C) $2-\frac{3\pi}{7}$

D) $4-\frac{3\pi}{8}$ E) $4-\frac{5\pi}{7}$

(ÖSS 2007 Mat-2)

9.



A, B, C noktaları O merkezli çemberin üzerinde

A, B, D doğrusal

$m(\widehat{CBD}) = 70°$

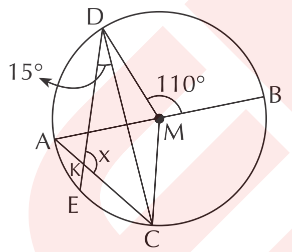
$m(\widehat{OAC}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

(ÖSS 2005)

10. M merkezli bir çemberin [AB] çapının ayırdığı farklı yaylar üzerinde C ve D noktaları alınıyor. [AC] kirişi üzerinde alınan bir K noktası için DK doğrusu, çemberi E noktasında kesiyor.



$m(\widehat{EDC}) = 15°$

$m(\widehat{DMB}) = 110°$

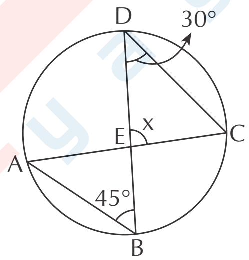
$m(\widehat{DKC}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 130 B) 125 C) 120 D) 115 E) 105

(ÖSS 2007 Mat-2)

11.



$m(\widehat{BDC}) = 30°$

$m(\widehat{ABD}) = 45°$

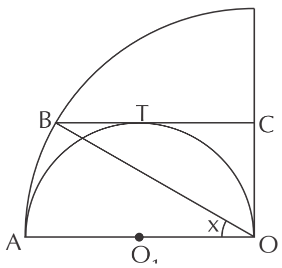
$m(\widehat{DEC}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 95 B) 100 C) 105 D) 110 E) 115

(ÖSS 2006 Mat-1)

12.



BC ⊥ OC

AO ⊥ OC

$m(\widehat{AOB}) = x$

Şekildeki O_1 merkezli yarım çember, O merkezli çeyrek çembere A noktasında, [BC] doğru parçasına da T noktasında teğettir.

Buna göre, x kaç derecedir?

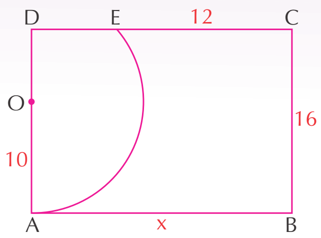
A) 15 B) 20 C) 30 D) 45 E) 60

(ÖSS 2007 Mat-1)

A - D - E / C - D - B / E - A - C / A - C - C

SINAVLARDA SORULABİLECEK SORULAR

1.



ABCD dikdörtgen

AE, O merkezli çember yayı

|EC| = 12 cm

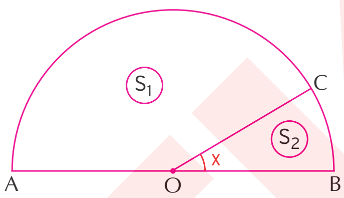
|BC| = 16 cm

|AO| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

2.



O merkezli yarım çemberde m($\widehat{COB}$) = x

S_1 ve S_2 içinde bulundukları bölgelerin alanlarıdır.

$\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{5}$ olduğuna göre, x kaç derecedir?

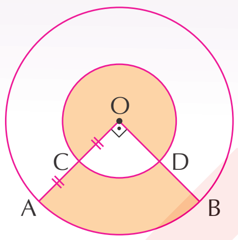
A) 15 B) 20 C) 30 D) 45 E) 50

3. Kirişlerinden birinin uzunluğu 12 br olan bir çemberin çevre uzunluğu x br ise, x ile ilgili aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) $x \leq 12\pi$ B) $x \leq 18\pi$ C) $x \geq 12\pi$

D) $x \geq 18\pi$ E) $x \geq 24\pi$

4.



O noktası dairelerin merkezi

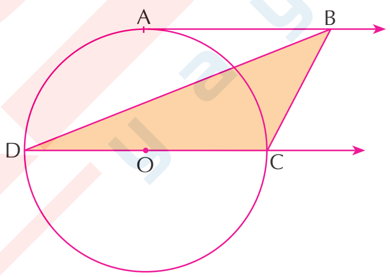
[AO] ⊥ [OB]

|OC| = |AC|

Yukarıdaki şekilde taralı bölgelerin alanları toplamı 24π cm^2 olduğuna göre, O merkezli büyük dairenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 64π B) 72π C) 81π D) 96π E) 100π

5.



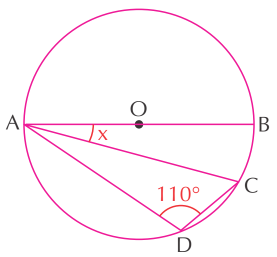
O merkezli çemberde

[AB // [DC

O merkezli dairenin alanı 36π cm^2 olduğuna göre, Alan(BDC) kaç cm^2 dir?

A) 18 B) 20 C) 24 D) 36 E) 48

6.



O merkezli çemberde

m($\widehat{ADC}$) = 110°

Yukarıdaki verilere göre, m($\widehat{BAC}$) = x kaç derecedir?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

B - C - C / A - D - C

KAZANMIŞ OLMAMIZ GEREKEN BİLGİ ve BECERİLER

	+	∓	−
Kiriş, kesen, teğet, yarıçap ve çap gibi temel kavramları tanımlayabilme			
Merkez açı ve çevre açı ile ilgili açı özelliklerini uygulayabilme			
Teğet kiriş açı, iç açı ve dış açı ile ilgili açı özelliklerini uygulayabilme			
Kirişler dörtgenine ait açı özelliklerini uygulayabilme			
Çemberde kiriş özelliklerini kullanabilme			
Çemberde teğet özelliklerini kullanabilme			
Dairenin çevresini ve alanını hesaplayabilme			
Daire diliminin alanını ve yay uzunluğunu hesaplayabilme			
Düzgün geometrik şekillerle çemberler arasında kalan alanı hesaplayabilme			
Eş alanları belirleyip taşıma tekniğini kullanabilme			

10 KATI CİSİMLER

- İzometrik ve ortografik çizim
- Çevremizdeki kutular birer prizmadır.
- Prizmalarda yüzey köşegeni ve cisim köşegeni
- Prizmalarda yüzey alanı
- Dik prizmaların hacimleri nasıl hesaplanır?
- Silindir, tabanı daire olan bir prizmadır.
- Piramit ile prizmayı karıştırmayalım.
- Piramitlerin yüzey alanı
- Dik piramidin hacmi
- Kesik piramit, kesilen piramidin hangi kısmıdır?
- Koni
- Dik dairesel koninin yüzey alanı
- Kesik koni
- Dik dairesel koninin hacmi
- Küre
- Kürenin yüzey alanı
- Kürenin hacmi

YÖRÜNGEDEKİ KAVRAMLAR

izometrik çizim s. 311

ortografik çizim s. 311

prizma s. 313

dik prizma s. 313

üçgen prizma s. 313

dikdörtgenler prizması s. 314

küp s. 314

kare prizma s. 314

yüzey köşegeni s. 315

cisim köşegeni s. 315

silindir s. 319

piramit s. 322

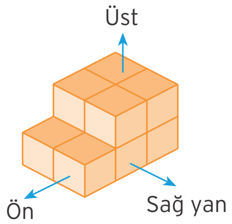
koni s. 328

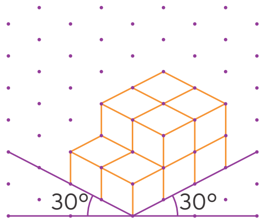
küre s. 333

10.1 İzometrik ve ortografik çizim

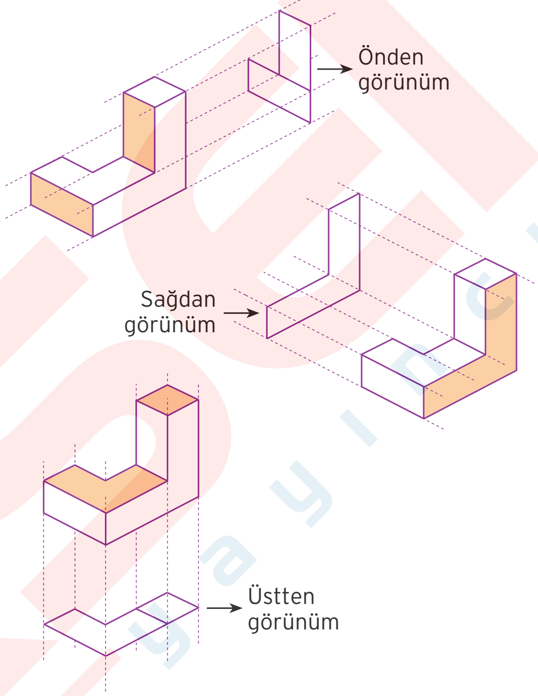
İzometrik Çizim

Üç boyutlu bir yapının perspektif dikkate alınmadan bir bütün olarak izometrik kağıda çizilmesine izometrik çizim denir.





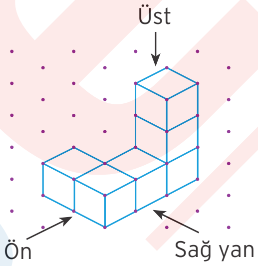
Yandaki cismin izometrik kağıda çizimi.



Dik Görüntü Çizimi (Ortografik Çizim)

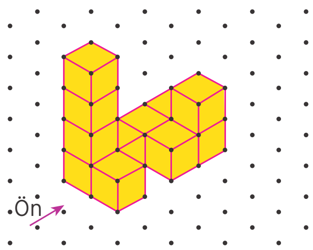
Üç boyutlu bir yapıya tek bir yönden bakılarak (üstten, önden, soldan veya sağdan) görünümlerinin iki boyutlu olarak çizilmesine dik görüntü çizimi denir.

- Dik görüntü çizimi yapılırken, görünmeyen düzlemi belirten ayrıtlar kesik çizgi ile gösterilir.



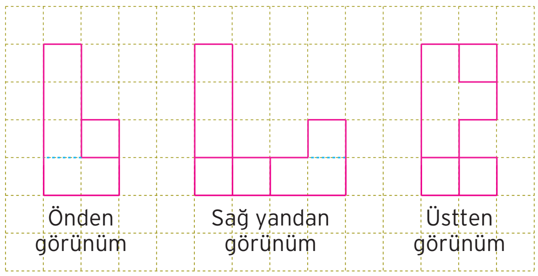
Yukarıda verilen üç boyutlu yapının üstten, önden ve sağdan görünümü aşağıdaki şekillerde belirtildiği gibi zihinde canlandırılır.

örnek soru

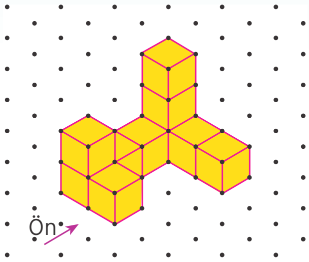


İzometrik zeminde çizimi verilen şekildeki yapının dik görüntü (ortografik) çizimlerini yapınız.

çözüm

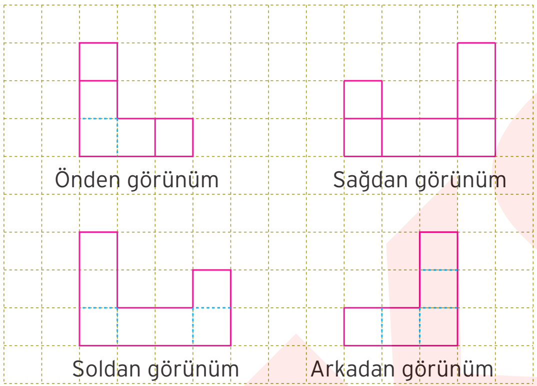


örnek soru

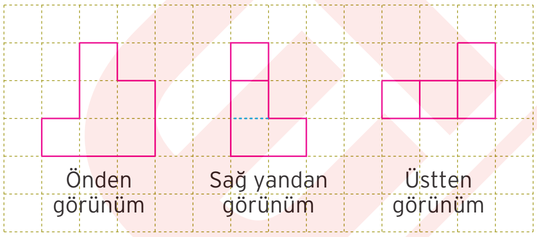


İzometrik zeminde çizimi verilen şekildeki yapının önden, sağdan, soldan ve arkadan dik görüntü (ortografik) çizimlerini yapınız.

çözüm



örnek soru

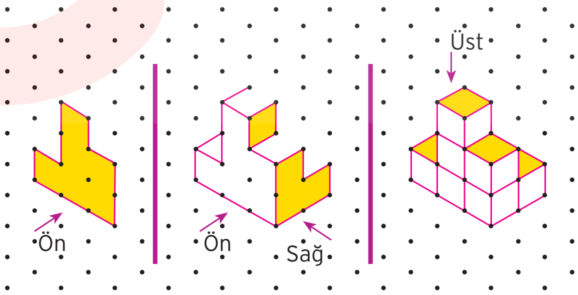


Yukarıdaki şekilde bir yapının dik görüntü (ortografik) çizimi verilmiştir.

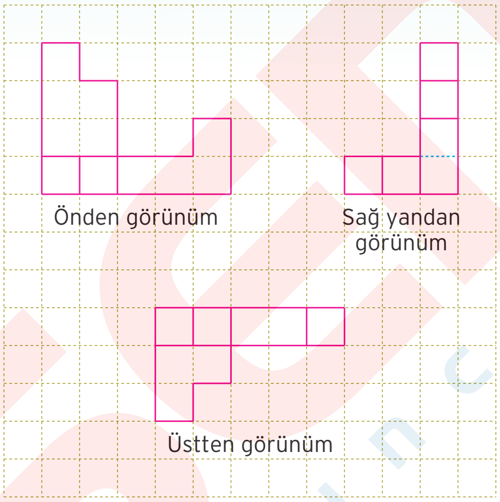
Bu yapının izometrik çizimini yapınız.

çözüm

Dik görüntü (ortografik) çizimi verilen bir yapının izometrik çizimi yapılırken izometrik kağıttan faydalanılır. Verilen görünümlerden ayrıntısı en az olandan başlamak çizimi kolaylaştırır.



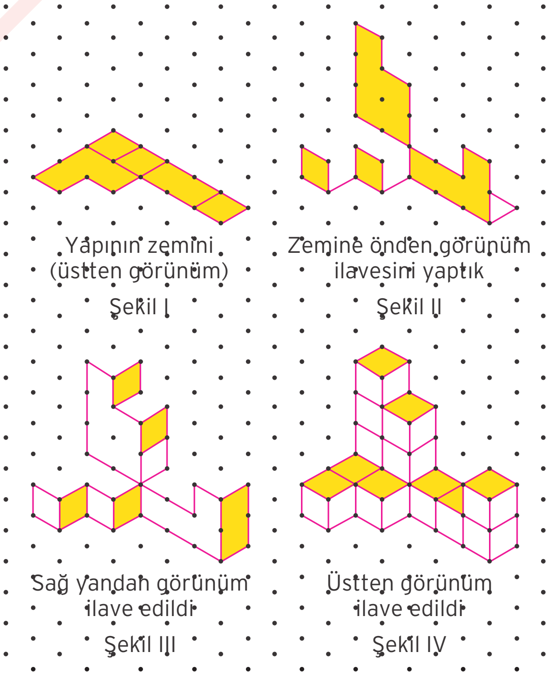
örnek soru



Yukarıdaki şekilde dik görüntü (ortografik) çizimi verilen yapının izometrik çizimini yapınız.

çözüm

Yapıyı oluşturmaya zeminden başlayalım. Yapının üstten görünümü ile zemin aynı olduğundan, zemin olarak üstten görünümü çizebiliriz.



Yapının zemini (üstten görünüm)
Şekil I

Zemine önden görünüm ilavesini yaptık
Şekil II

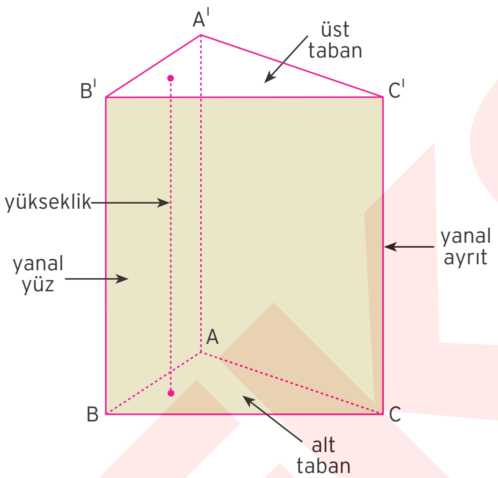
Sağ yandan görünüm ilave edildi
Şekil III

Üstten görünüm ilave edildi
Şekil IV

10.2 *Çevremizdeki kutular birer prizmadır.*

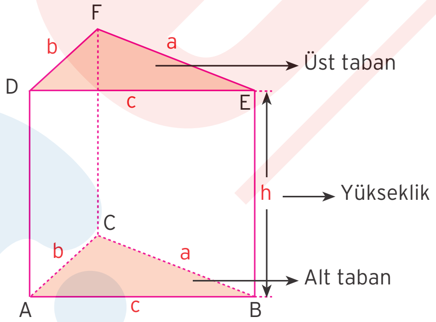
Alt ve üst tabanı birbirine paralel eş çokgenlerden oluşan cisimlere prizma denir. Biz burada, yan yüzeyleri taban düzlemine dik olan dik prizmaları işleyeleceğiz.

Prizmanın altını ve üstünü oluşturan çokgensel bölgelere prizmanın tabanları, prizmanın taban kenarlarına taban ayrıtları, tabanların karşılıklı köşe noktalarını birleştiren doğru parçalarına yanal ayrıtlar ve iki yanal ayrıt arasında kalan ve bir tabanın kenar sayısı kadar olan paralelkenarsal bölgelere yanal yüzeyler, iki taban arasındaki uzaklığa prizmanın yüksekliği denir.



Sık karşılaşılan prizmalar ve açınımları

1. Üçgen prizma



Alt ve üst tabanı birbirine paralel olan iki eş üçgenden oluşan prizmaya üçgen prizma denir.

Bu iki taban arasındaki uzaklık üçgen prizmanın yüksekliğidir.

Tabanların dışında kalan üç dikdörtgensel yüzeyi vardır yani yanal yüzey üç dikdörtgenden oluşur.

Yukarıdaki şekilde, ABC ve DEF üçgensel bölgeleri prizmanın tabanları

[AD], [BE] ve [CF] prizmanın yükseklikleri

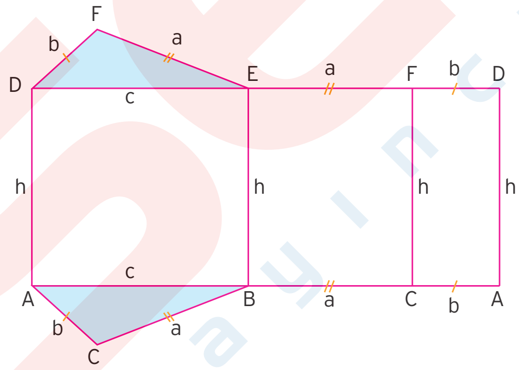
[AB], [BC] ve [AC] alt taban ayrıtları

[DE|, [EF] ve [DF] üst taban ayrıtları

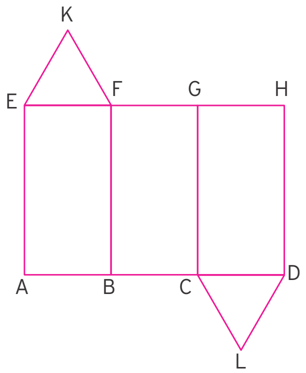
ABED, CBEF ve ACFD dikdörtgensel bölgeleri prizmanın yan yüzleri,

A, B, C, D, E ve F noktaları prizmanın köşeleridir.

Üçgen Prizmanın Açınımı



örnek soru



Şekilde bir üçgen prizmanın açınımı verilmiştir.

Bu şekil, üçgen prizma oluşturacak şekilde kapatıldığında [EK], [BC], [LD] ve [DH] ayrıtlarının hangi ayrıtlarla çakışacağını bulalım.

çözüm

Verilen şekil kapatıldığında G noktası K noktası ile,

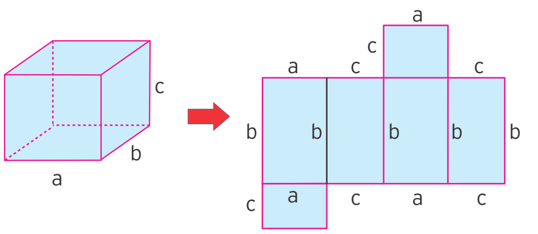
H noktası E noktası ile, B noktası L noktası ile,

D noktası da A noktası ile çakışır.

Dolayısıyla [EK], [HG] ile; [BC], [LC] ile; [LD], [BA] ile; [DH] ise [AE] ile çakışır.

2. Dikdörtgenler prizması

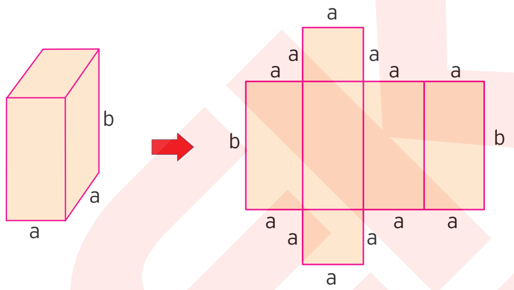
Eni, boyu ve yüksekliği farklı uzunlukta olan ve altı yüzünün her biri bir dikdörtgen olan prizmalardır. İçinde bulunduğumuz sınıflar dikdörtgenler prizması için iyi bir modeldir.



Yukarıdaki şekilde a, b ve c birbirinden farklı uzunluklardır.

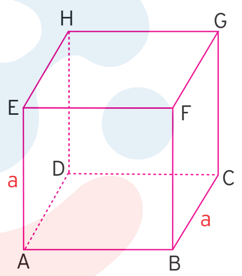
3. Kare dik prizma

Tabanı kare, yüksekliği ise taban ayrıtından farklı uzunlukta olan prizmalardır.

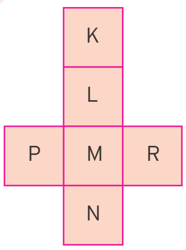


4. Küp

Tüm ayrıtları eşit ve tüm yüzeyleri kare olan prizmaya küp denir.



Küpün Açınımı

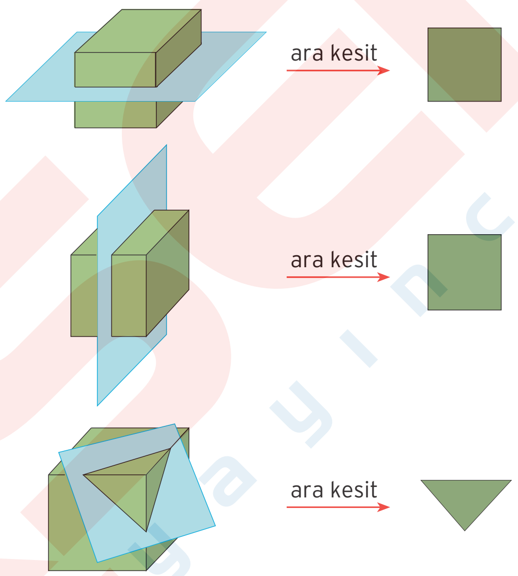


Burada K ile M, L ile N, P ile R karşı karşıya bulunan yüzlerdir.

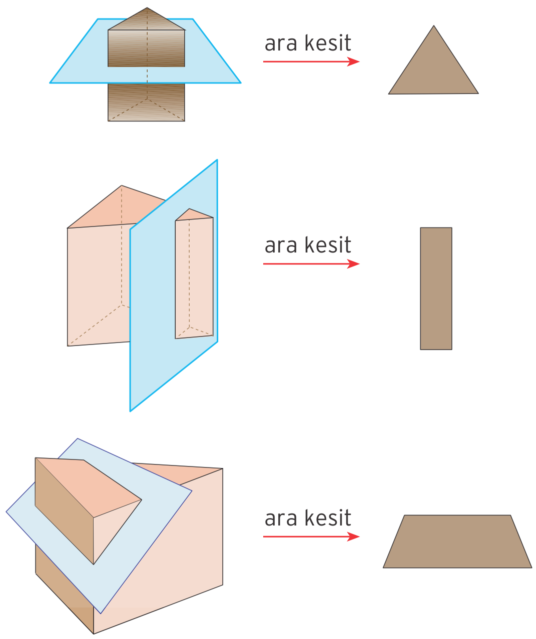
Çok yüzlülerin arakesitleri

Bir geometrik cismi bir düzlemle kestiğimizde düzlem ile cismin ortak yüzeyine ara kesit denir.

Bir küpün bir düzlemle oluşturduğu bazı ara kesitler:

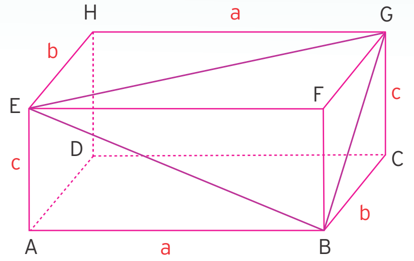


Bir üçgen prizmanın bir düzlemle oluşturduğu bazı ara kesitler:



10.3 Prizmalarda yüzey köşegeni ve cisim köşegeni

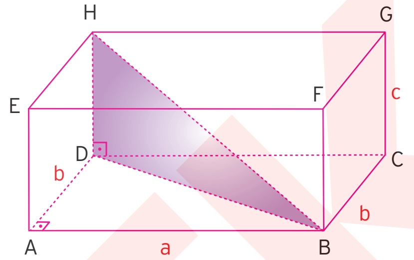
a. Yüzey Köşegeni



Ayrıtları a, b ve c cm olan dikdörtgenler prizmasının yüzey köşegenleri pisagor teoremiyle hesaplanırsa,

$$|EB| = \sqrt{a^2 + c^2}$$
$$|BG| = \sqrt{b^2 + c^2}$$
$$|EG| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{bulunur.}$$

b. Cisim Köşegeni



Ayrıtları a, b ve c cm olan dikdörtgenler prizmasının cisim köşegeni, ABD ve HDB üçgenlerinde pisagor teoremi uygulanırsa, $|HB| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ bulunur.

örnek soru

Farklı yüzey köşegenleri $2\sqrt{5}$ cm, $2\sqrt{6}$ cm ve $2\sqrt{7}$ cm olan bir dikdörtgenler prizmasının cisim köşegeninin kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

Prizmanın ayrıtları a, b ve c cm olsun.

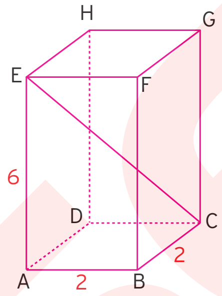
Farklı yüzey köşegenleri $2\sqrt{5}$ cm, $2\sqrt{6}$ cm ve $2\sqrt{7}$ cm olduğudan

$$\sqrt{a^2 + b^2} = 2\sqrt{5} \quad \Rightarrow \quad a^2 + b^2 = 20$$
$$\sqrt{a^2 + c^2} = 2\sqrt{6} \quad \Rightarrow \quad a^2 + c^2 = 24$$
$$\sqrt{b^2 + c^2} = 2\sqrt{7} \quad \Rightarrow \quad + \; b^2 + c^2 = 28$$

$$2(a^2 + b^2 + c^2) = 72$$
$$a^2 + b^2 + c^2 = 36 \text{ olur.}$$

O halde, cisim köşegeni $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{36} = 6$ cm bulunur.

örnek soru



Şekildeki kare dik prizmada

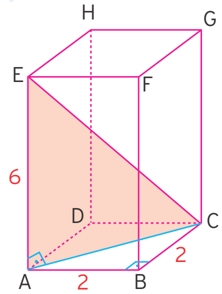
$|AB| = |BC| = 2$ cm

$|EA| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, bu prizmanın cisim köşegeninin uzunluğunun, |EC| nin kaç cm olduğunu bulalım?

çözüm

Önce ABC dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanarak |AC| bulunur.



$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

$|AC|^2 = 2^2 + 2^2$

$|AC|^2 = 8 \Rightarrow |AC| = 2\sqrt{2}$ cm bulunur.

Sonra, EAC dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanarak |EC| bulunur.

$|EC|^2 = |EA|^2 + |AC|^2 \Rightarrow |EC|^2 = 6^2 + (2\sqrt{2})^2$

$|EC|^2 = 36 + 8$

$|EC|^2 = 44$

$|EC| = 2\sqrt{11}$ cm bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 1, 2 / Genel Tekrar Testi 7 nolu soruları hemen çözelim.

10.4 Prizmalarda yüzey alanı

Bir prizmanın yüzey alanı, bu prizmanın sahip olduğu tüm yüzeylerin alanları toplamıdır.

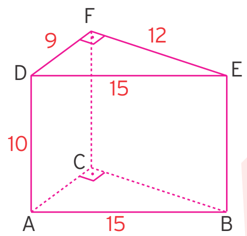
Tüm prizmaların iki tabanı ve tabanının kenar sayısı kadar yanal yüzeyi vardır. Bu durumda prizmada yüzey alanı

Toplam alan = 2$\cdot$Taban alanı + Yanal alan ile bulunur.

Ayrıca, Yanal alan = Taban çevresi x Yüksekliktir.

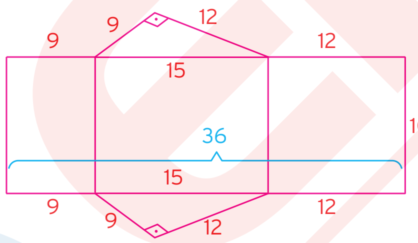
Ayrıtları a, b, c olan dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı 2(ab + ac + bc) ile, bir ayrıtı a cm olan küpün alanı $6a^2$ ile bulunur.

örnek soru



Yukarıda verilen üçgen prizmanın yüzey alanını bulalım.

çözüm



Yanal yüzeyin alanı = (9 + 15 + 12)$\cdot$10 = 36$\cdot$10 = 360 cm^2 dir. Prizmanın tabanı dik üçgen olduğundan

$$\text{Taban alanı} = \frac{9\cdot 12}{2} = 54 \ cm^2$$

O halde,

prizmanın yüzey alanı = 2 x Taban Alanı + Yanal yüzey alanı

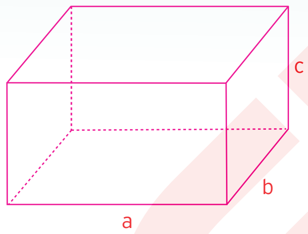
$= 2\cdot 54 + 360 = 468 \ cm^2$

bulunur.

örnek soru

Farklı yüzeylerinin alanları 24 cm^2, 40 cm^2 ve 60 cm^2 dikdörtgenler prizmasının tüm ayrıtlarının toplam uzunluğunun kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



Eni, boyu ve yüksekliği sırasıyla a cm, b cm ve c cm olan dikdörtgenler prizmasının toplam 12 ayrıtı vardır. Bu ayrıtlardan 4 tanesi a cm, 4 tanesi b cm, 4 tanesi c cm olduğundan, prizmanın tüm ayrıtlarının uzunlukları toplamı 4a + 4b + 4c dir.

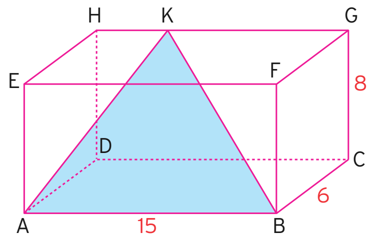
Verilen prizmanın farklı yüzeylerinin alanları 24 cm^2, 40 cm^2 ve 60 cm^2 olduğundan

$a\cdot b = 40$, $a\cdot c = 60$ ve $b\cdot c = 24$ eşitlikleri yazılır.

Bu eşitliklerin ilk ikisi taraf tarafa çarpılırsa,
$a^2\cdot b\cdot c = 2400$ olur. $b\cdot c = 24$ olduğuna göre,
$a^2\cdot 24 = 2400$
$a^2 = 100 \Rightarrow a = 10$ cm bulunur.
$a\cdot b = 40 \Rightarrow b = 4$ cm ve $a\cdot c = 60 \Rightarrow c = 6$ cm dir.

O halde prizmanın tüm ayrıtlarının uzunlukları toplamı = 4a + 4b + 4c = 4(a + b + c) = 4(10 + 4 + 6)
= 80 cm bulunur.

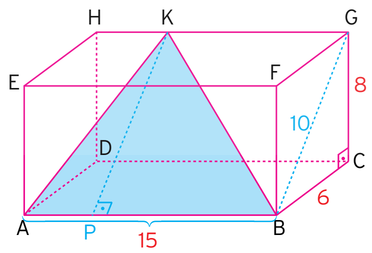
örnek soru



Şekildeki dikdörtgenler prizmasında |AB| = 15 cm, |BC| = 6 cm ve |GC| = 8 cm

olduğuna gör, KAB üçgeninin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



$\text{Alan}(KAB) = \dfrac{|AB| \cdot |KP|}{2}$ olduğundan önce $|KP|$ yi bulalım.

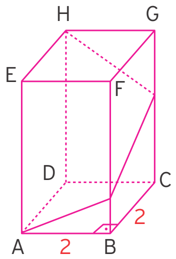
KPBG bir dikdörtgen olduğundan $|KP| = |GB|$ dir.

GBC dik üçgeninde pisagor bağıntısı uygulanırsa, $|GB| = 10$ cm bulunur.

Buna göre, $|KP| = 10$ cm ve

$\text{Alan}(KAB) \dfrac{|AB| \cdot |KP|}{2} = \dfrac{15 \cdot 10}{2} = 75 \ \text{cm}^2$ bulunur.

örnek soru

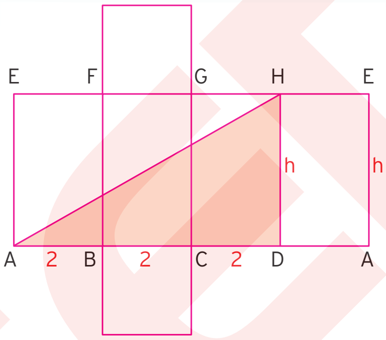


Bir ucu şekildeki kare prizmanın A köşesine diğer ucu H köşesine bağlı olan gergin ipin uzunluğu 10 cm dir.

Buna göre, bu kare dik prizmanın yüzey alanının kaç cm² olduğunu bulalım.

çözüm

Önce, verilen prizmanın açık şeklini çizelim.



A ve H noktaları arasına bağlı olan ipin uzunluğu 10 cm ve $|AD| = 3 \cdot 2 = 6$ cm olduğundan HAD dik üçgeninde pisagor teoremi uygulandığında $h = 8$ cm bulunur.

Buna göre, kare prizmanın yüzey alanı

$2a^2 + 4ah = 2 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 \cdot 8$

$= 8 + 64 = 72 \text{ cm}^2$ bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 3, 11 / Genel Tekrar Testi 3, 8 nolu soruları hemen çözelim.

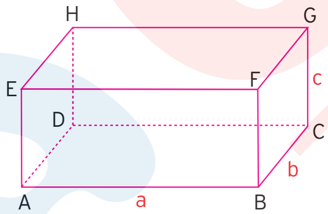
10.5 Dik prizmaların hacimleri nasıl hesaplanır?

Dik Prizmaların Hacmi

Tüm dik prizmaların hacmi, prizmanın taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.

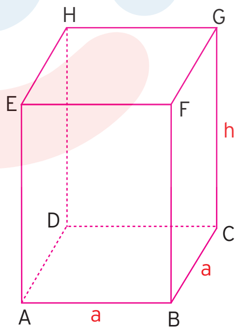
Hacim = Taban Alanı x Yükseklik

Dikdörtgenler Prizmasının Hacmi



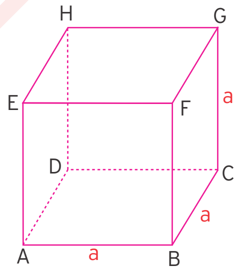
Şekildeki dikdörtgenler prizmasının hacmi a x b x c işlemiyle bulunur.

Kare Prizmanın Hacmi



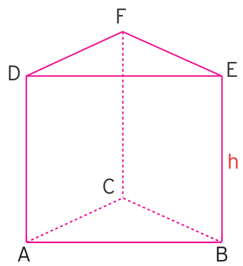
Şekildeki kare prizmanın hacmi a x a x h işlemiyle bulunur.

Küpün Hacmi



Şekildeki küpün hacmi a x a x a = a^3 işlemiyle bulunur.

Üçgen Prizmanın Hacmi



Üçgen prizmanın hacminin bulunuşu, dikdörtgenler prizmasının hacminin bulunuşu gibidir. Yani, taban alanı ile yüksekliğin çarpımı, hacmi verir.

Üçgen prizmanın hacmi = Taban alanı x Yükseklik
= Alan(ABC) x h

örnek soru

Hacmi 27 cm^3 olan bir küpün yüzey alanının hacmi 8 cm^3 olan başka bir küpün yüzey alanından kaç cm^2 fazla olduğunu bulalım.

çözüm

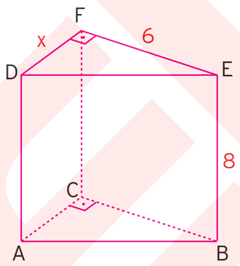
Hacmi 27 cm^3 olan küpün bir kenarı a cm ise,
$a^3 = 27 \Rightarrow a = 3$ cm olur.

Hacmi 8 cm^3 olan küpün bir kenarı b cm ise,
$b^3 = 8 \Rightarrow b = 2$ cm olur.

Bir ayrıtı a = 3 cm olan küpün yüzey alanı $6a^2 = 6 \cdot 3^2 = 54$ cm^2, bir ayrıtı b = 2 cm olan küpün yüzey alanı $6b^2 = 6 \cdot 2^2 = 24$ cm^2 dir.

Buna göre, sorunun cevabı $54 - 24 = 30$ cm^2 bulunur.

örnek soru



Tabanı dik üçgen olan şekildeki üçgen prizmanın hacmi 72 cm^3 olduğuna göre, |DF| = x in kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

Prizmanın hacmi = taban alanı x yükseklik

$$\text{Prizmanın hacmi} = \frac{|DF| \cdot |FE|}{2} \cdot |BE|$$

$$72 = \frac{x \cdot 6}{2} \cdot 8$$

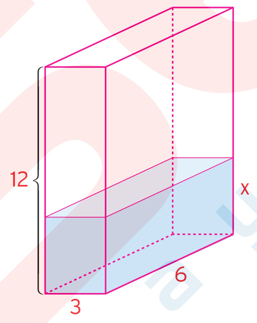
$$72 = 24 \cdot x \Rightarrow x = 3 \text{ cm bulunur.}$$

örnek soru

Farklı ayrıtları 3 cm, 6 cm ve 12 cm olan dikdörtgenler prizması şeklindeki kapalı bir kapta 72 cm^3 su vardır.

Bu prizma üç farklı yüzeyi üzerine yatırıldığında, içindeki suyun yüksekliğinin aldığı değerlerin toplamının kaç cm olduğunu bulalım.

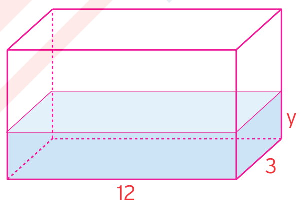
çözüm



I. durum

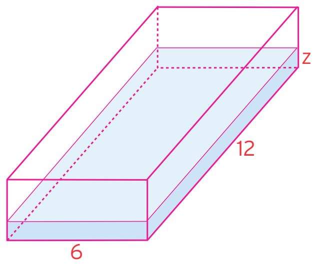
Kap hangi yüzeyi üzerine yatırılırsa yatırılsın, suyun hacmi değişmez. Suyun hacmi

I. durumda
$3 \cdot 6 \cdot x = 72$
$x = 4$ cm



II. durum

II. durumda
$12 \cdot 3 \cdot y = 72$
$y = 2$ cm

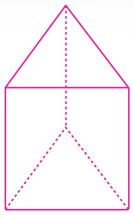


III. durum

III. durumda
$6 \cdot 12 \cdot z = 72$
$z = 1$ cm

O halde, su yüksekliğinin aldığı farklı değerlerin toplamı $x + y + z = 4 + 2 + 1 = 7$ cm bulunur.

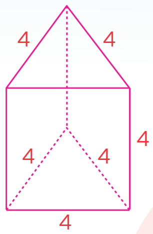
örnek soru



Taban çevresi 12 cm olan şekildeki üçgen prizmanın tabanları eşkenar üçgendir.

Bu prizmanın yüksekliği taban ayrıtının uzunluğuna eşit olduğuna göre, hacminin kaç cm^3 olduğunu bulalım.

çözüm



Taban çevresi 12 cm olduğundan eşkenar üçgenin bir kenar uzunluğu 4 cm olur.

Bu durumda, Taban alanı = $\frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$ cm^2 dir.

(Bir kenarı a cm olan eşkenar üçgenin alanı $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ tür)

O halde, prizmanın hacmi = Taban alanı x Yükseklik

$= 4\sqrt{3} \cdot 4 = 16\sqrt{3}$ cm^3 tür.

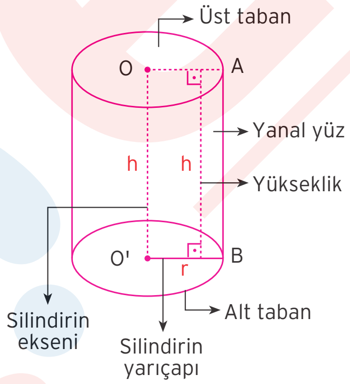
Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 7, 8, 9 / Genel Tekrar Testi 5, 11 nolu soruları hemen çözelim.

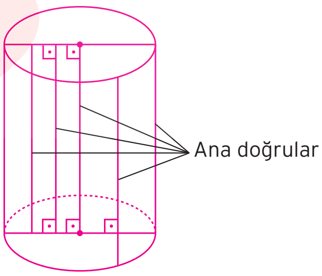
10.6 Silindir tabanı daire olan bir prizmadır.

Alt ve üst tabanı birbirine paralel iki eş daire olan ve yan yüzü bu daireleri saran kapalı cisme silindir denir. Bir silindirde, tabanların merkezlerini birleştiren doğruya eksen denir.

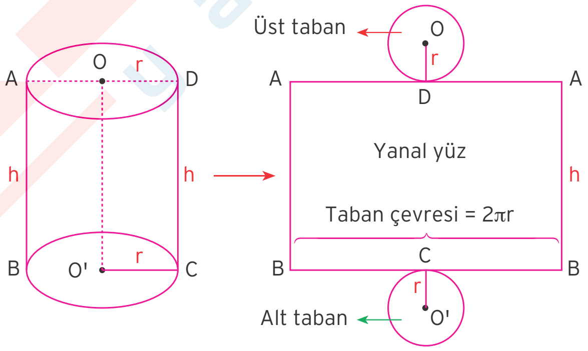
Tabanların karşılıklı iki noktasını birleştiren ve silindirin eksenine paralel olan doğrulara silindirin ana doğruları veya sadece silindirin doğruları denir.

Dairesel silindirin ekseni tabanlara dik ise dik dairesel silindir, tabanlara dik değilse eğik dairesel silindir olarak isimlendirilir.

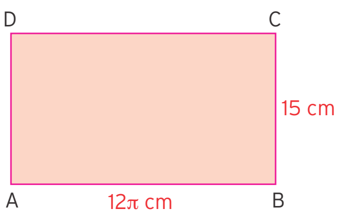




Dik Dairesel Silindirin Açık Şekli



örnek soru



Yukarıda verilen dikdörtgen şeklindeki karton [AD] ve [BC] kenarları çakışacak şekilde kıvrılarak bir silindir elde ediliyor.

Elde edilen bu silindirin yarıçapının ve yüksekliğinin kaç cm olduğunu bulalım.

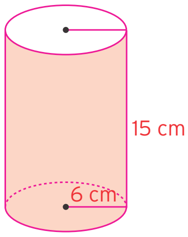
çözüm

Şekildeki karton [AD] ve [BC] kenarları çakışacak biçimde kıvrılırsa taban çevresi 12π cm ve yüksekliği 15 cm olan bir silindir elde edilir.

Taban çevresi 12π cm ise,

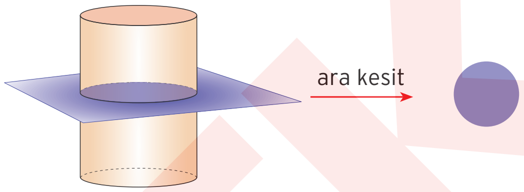
$2\pi r = 12\pi \Rightarrow 2r = 12$

$r = 6$ cm olur.

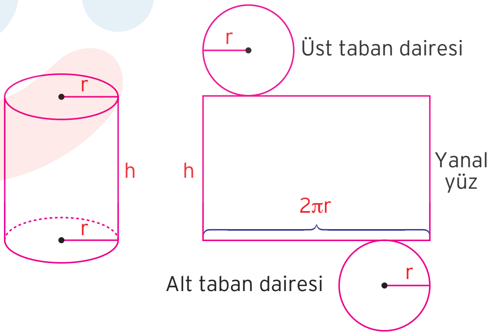


Bu durumda oluşacak silindir yandaki gibidir.

Bir silindirin bir düzlemle oluşturduğu bazı ara kesitler:



Dik Silindirin Yüzey Alanı



Taban yarıçapı r ve yüksekliği h olan dik dairesel silindirin yüzey alanı, yanal yüz ile alt ve üst taban alanlarının toplamına eşittir.

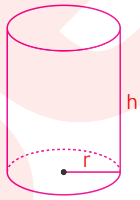
Yanal yüzey alanı = $2\pi r \cdot h$

Taban dairelerinin toplam alanı = $2 \cdot \pi \cdot r^2$

olduğuna göre, toplam alan:

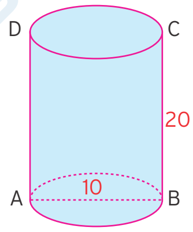
$A = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot h$ ile bulunur.

Dik Silindirin Hacmi



Taban yarıçapı r ve yüksekliği h olan silindirin hacmi Taban alanı x Yükseklik ile yani $V = \pi r^2 \cdot h$ ile bulunur.

örnek soru



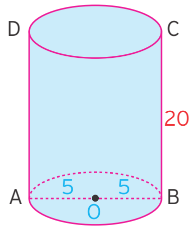
Taban çapı 10 cm ve yüksekliği 20 cm olan şekildeki dik silindirin

a) yanal alanını bulalım.

b) toplam alanını bulalım.

çözüm

a)



Verilen silindirin çapı 10 cm ise yarıçapı $|AO| = |OB| = 5$ cm dir.

Silindirin yanal alanı = $2\pi r \cdot h$

$= 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 20$

$= 200\,\pi$ cm^2 bulunur.

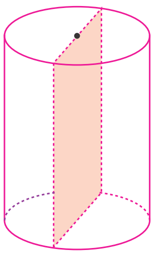
b) Taban alanı = $\pi r^2 = \pi 5^2 = 25\pi$ cm^2 dir. O halde
toplam alan = yanal alan + 2·taban alanı

$= 200\pi + 2\cdot 25\pi$

$= 250\pi$ cm^2

bulunur.

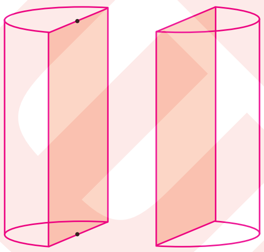
örnek soru



Yarıçapı 4 cm ve yüzey alanı 232π cm^2 olan şekildeki dik silindir, merkezinden geçen düşey bir düzlemle kesilerek iki eş parçaya ayrılıyor.

Buna göre, elde edilen parçalardan birinin yüzey alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



Verilen silindirin yüzey alanı 232π cm^2 ve yarıçapı 4 cm ise,

$2\pi rh + 2\pi r^2 = 232\pi$

$2\pi 4\cdot h + 2\pi 4^2 = 232\pi$

$8\pi h + 32\pi = 232\pi$

$8\pi h = 200\pi$

$h = 25$ cm olur.

Silindir, şekildeki gibi iki eş parçaya ayrıldığında elde dilen parçalardan birinin <u>yanal alanı</u>, başlangıçtaki silindirin yanal alanının yarısı ile taralı dikdörtgenin alanının toplamıdır. Taban alanı ise, bir yarım dairenin alanı kadardır.

Bu durumda, parçalardan birinin yanal alanı

$\frac{1}{2}\cdot 2\pi rh + 2r\cdot h = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\pi\cdot 4\cdot 25 + 2\cdot 4\cdot 20$

$= 100\pi + 160$ cm^2

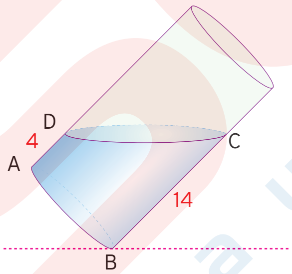
taban alanı $= \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi 4^2}{2} = 8\pi$ cm^2 dir.

O halde, parçalardan birinin toplam yüzey alanı

Yanal alan + 2·taban alanı $= 100\pi + 160 + 2\cdot 8\pi$

$= 116\pi + 160$ cm^2 bulunur.

örnek soru

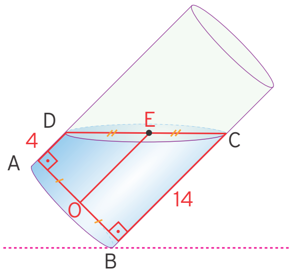


$|AD| = 4$ cm

$|BC| = 14$ cm

Eğik durumda bulunan ve [CD] seviyesine kadar su ile dolu olan dik silindir biçimindeki kap, dik konuma getirildiğinde su yüksekliğinin kaç cm olacağını bulalım.

çözüm

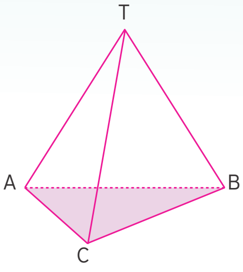


Eğik durumda silindir dik konuma getirildiğinde oluşacak su yüksekliği, başlangıçtaki ABCD dik yamuğunun orta tabanı kadardır.

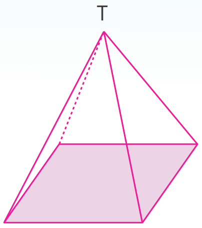
Buna göre, dik konuma getirildiğinde su yüksekliği h ise, $h = \frac{|BC| + |AD|}{2} = \frac{14+4}{2} = 9$ cm bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 2 1, 2, 4 nolu soruları hemen çözelim.

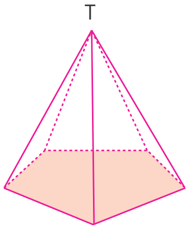
10.7 *Piramit ile prizmayı karıştırmayalım.*



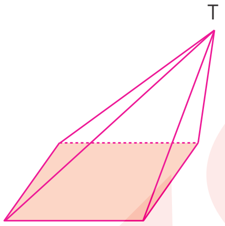
Üçgen Piramit



Kare Piramit



Beşgen Piramit

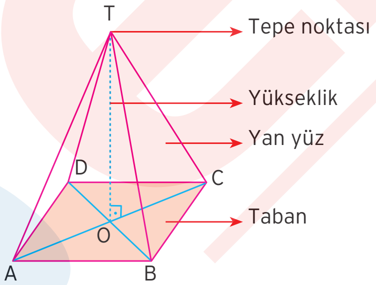


Eğik kare Piramit

Tabanı bir çokgen ve tepesi bir nokta olan cisimlere piramit denir. Tabanı düzgün çokgen ise düzgün piramit denir.

Kare Piramit

Aşağıda bir kare piramidin temel elemanları belirtilmiştir.



Şekildeki piramitte T, tepe noktası

ABCD karesi, taban

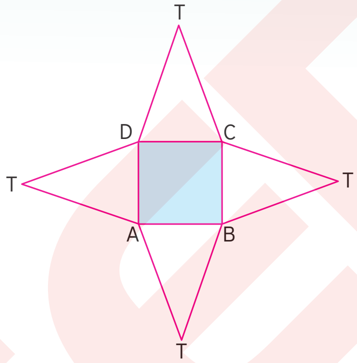
[TO], yükseklik

[TA], [TB], [TC] ve [TD] yan ayrıtlar

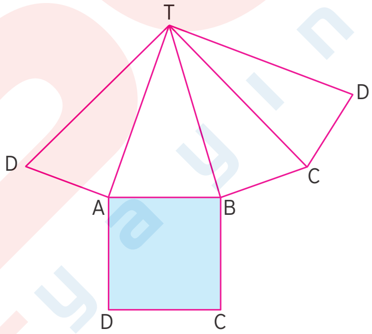
[AB], [BC], [CD] ve [DA] taban ayrıtları

TAB, TBC, TCD ve TDA üçgensel bölgeleri yan yüzlerdir. Bu üçgenlerin her biri ikizkenar üçgendir.

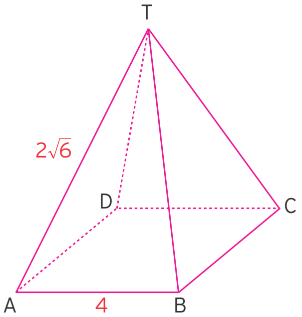
Kare Piramidin Açınımı



veya

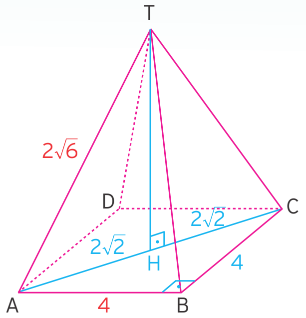


örnek soru



Şekilde verilen kare dik piramitte |TA| = $2\sqrt{6}$ cm ve |AB| = 4 cm olduğuna göre, bu piramidin yüksekliğinin kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



Piramidin yüksekliği [TH] olsun.

ABC dik üçgeninde pisagor bağıntısı uygulanırsa,

$|AC| = 4\sqrt{2}$ cm olur.

$[TH] \perp [AC]$ olacak şekilde [TH] çizildiğinde

$|AH| = |HC| = 2\sqrt{2}$ cm olur.

TAH dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa

$|TA|^2 = |AH|^2 + |TH|^2$

$(2\sqrt{6})^2 = (2\sqrt{2})^2 + |TH|^2$

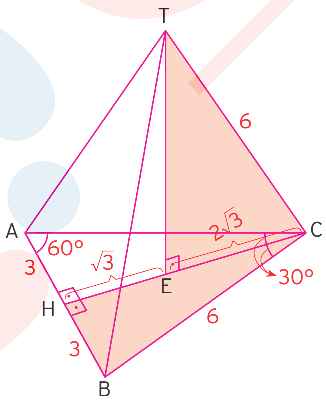
$24 = 8 + |TH|^2$

$16 = |TH|^2 \Rightarrow |TH| = 4$ cm bulunur.

örnek soru

Bir ayrıtının uzunluğu 6 cm olan düzgün dörtyüzlünün yüksekliğinin kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm



Tüm yüzeyleri eşkenar üçgen olan piramide düzgün dörtyüzlü denir.

Düzgün dörtyüzlünün yüksekliği [TE] olsun. Tüm yüzeyler eşkenar üçgen olduğundan $|AB| = |BC| = 6$ cm,

dolayısıyla $[CH] \perp [AB]$ olacak şekilde [CH] çizilirse,

$|AH| = |HB| = 3$ cm olur.

CHB dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$|BC|^2 = |CH|^2 + |HB|^2$

$6^2 = |CH|^2 + 3^2 \Rightarrow |CH|^2 = 27$

$|CH| = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ cm olur.

Düzgün dörtyüzlünün yüksekliği olan [TE], [CH] doğru parçasını $|CE| = 2|EH|$ olacak şekilde böler. (Çünkü E noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezidir.)

$|CH| = 3\sqrt{3}$ cm olduğuna göre,

$|EH| = \sqrt{3}$ cm ve $|CE| = 2\sqrt{3}$ cm olur.

TEC dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

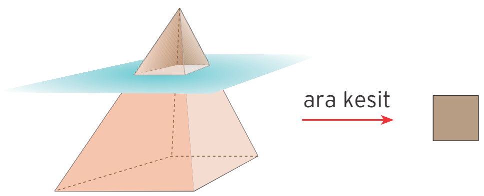
$|TC|^2 = |TE|^2 + |EC|^2$

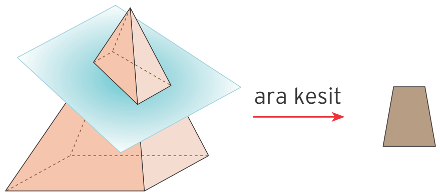
$6^2 = |TE|^2 + (2\sqrt{3})^2$

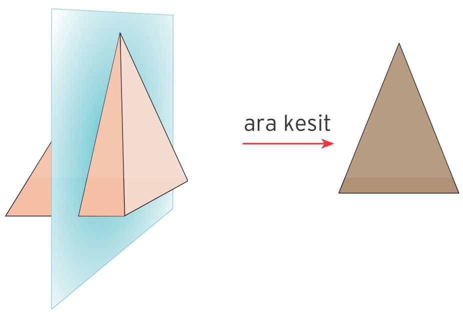
$36 = |TE|^2 + 12 \Rightarrow |TE|^2 = 24$

$|TE| = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ cm bulunur.

Bir kare piramidin bir düzlemle oluşturduğu bazı ara kesitler:

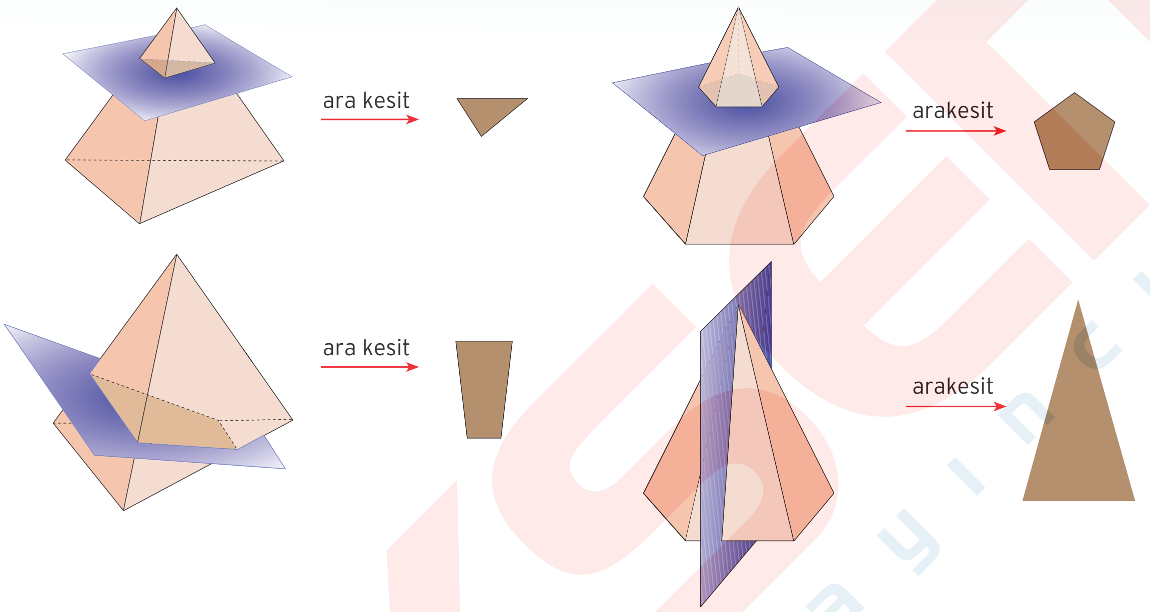






Bir üçgen piramidin bir düzlemle oluşturduğu bazı ara kesitler:

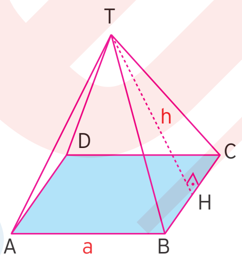
Bir beşgen piramidin bir düzlemle oluşturduğu bazı ara kesitler:



10.8 *Piramitlerin yüzey alanı*

Bir piramidin yüzey alanı, piramidin taban alanı ile yan yüzeyleri oluşturan üçgensel bölgelerin alanları toplamına eşittir.

Kare Dik Piramidin Yüzey Alanı



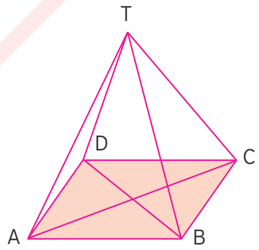
Taban ayrıtı $|AB| = a$ ve yan yüz yüksekliği $|TH| = h$ olan kare dik piramidin

yüzey alanı = Taban Alanı + Yan yüzey alanı

$$= a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot h}{2}$$

$= a^2 + 2a \cdot h$ ile bulunur.

örnek soru

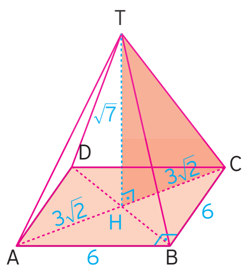


Kare piramit biçiminde bezden yapılmış olan şekildeki çadırın üzerinde bulunduğu zeminin alanı $36\ m^2$ dir.

Çadırın tepe noktasının zemine uzaklığı $\sqrt{7}$ m olduğuna göre, çadırın üretiminde kullanılan kumaşın kaç m^2 olduğunu bulalım.

çözüm

ABCD karesi için, Alan(ABCD) = $36\ m^2$ ise, $|AB| = 6$ m olur. ABCD karesinin köşegen uzunluğunu bulmak için ABC dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,



$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

$|AC|^2 = 6^2 + 6^2 \Rightarrow$

$|AC|^2 = 72$

$|AC| = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ m olur.

Dolayısıyla

$|AH| = |HC| = 3\sqrt{2}$ m dir.

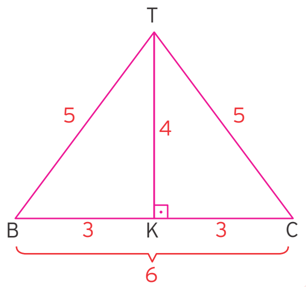
[TH] ⊥ [AC] olduğundan THC dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$|TC|^2 = |TH|^2 + |HC|^2$

$|TC|^2 = \sqrt{7}^2 + (3\sqrt{2})^2$

$|TC|^2 = 7 + 18 \Rightarrow |TC|^2 = 25 \Rightarrow |TC| = 5$ m

olur.



Çadırın üretiminde kullanılan kumaşın alanı, piramidin yan yüzeylerinin toplam alanına eşit olduğuna göre, kullanılan kumaşın alanı TBC üçgeninin alanının 4 katına eşittir.

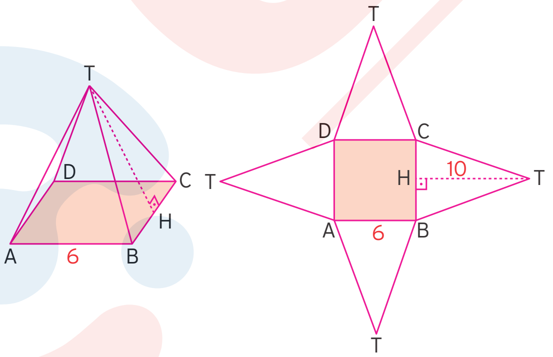
$\text{Alan}(TBC) = \frac{1}{2} \cdot |BC| \cdot |TK|$

$= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4$

$= 12 \text{ m}^2$

O halde, kullanılan kumaşın alanı $4 \cdot 12 = 48 \text{ m}^2$ dir.

örnek soru



Şekilde bir kare piramit ile bu kare piramidin açınımı verilmiştir.

Piramidin tabanının bir kenarı 6 cm ve yan yüz yüksekliği 10 cm ise, piramidin yüzey alanı kaç cm^2 dir?

çözüm

Piramidin yüzey alanı, karesel bölge olan taban alanı ile 4 tane üçgensel bölgeden oluşan yan yüzeyinin alanının toplamıdır.

O halde,

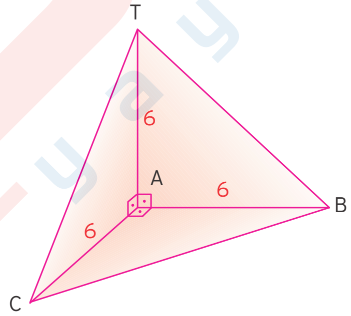
Piramidin yüzey alanı = Taban alanı + Yanal alan

$= 6 \cdot 6 + 4 \cdot \frac{6 \cdot 10}{2}$

$= 36 + 120$

$= 156 \text{ cm}^2$ bulunur.

örnek soru



Şekilde, üç yüzeyi ikizkenar dik üçgen olan bir piramit verilmiştir.

|TA| = |AB| = |AC| = 6 cm olduğuna göre, bu piramidin yüzey alanı kaç cm^2 dir?

çözüm

$\widehat{TAB}$, $\widehat{TAC}$ ve $\widehat{BAC}$ birbirine eş dik üçgenlerdir.

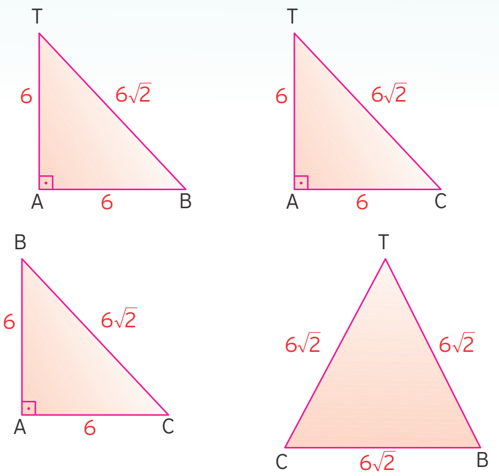
Dolayısıyla |TB| = |TC| = |BC| olup $\widehat{TCB}$ eşkenar üçgendir. TAB dik güçeninde pisagor bağıntısı uygulanırsa,

$|TB|^2 = |TA|^2 + |AB|^2 \Rightarrow |TB|^2 = 6^2 + 6^2$

$|TB|^2 = 72$

$|TB| = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ cm olur.

Bu prizmanın 4 yüzeyi aşağıda verilmiştir.|AH| = |HC| $= 3\sqrt{2}$ m dir.



Bu piramidin yüzey alanı = 3 x A(TAB) + A(TCB)

$$\text{Alan(TAB)} = \frac{|TA|\cdot|AB|}{2} = \frac{6\cdot 6}{2} = 18 \ \text{cm}^2$$

TCB üçgeni eşkenar üçgen olduğundan alanı

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(6\sqrt{2})^2\cdot\sqrt{3}}{4} = \frac{72\cdot\sqrt{3}}{4} = 18\sqrt{3} \ \text{cm}^2 \ \text{dir.}$$

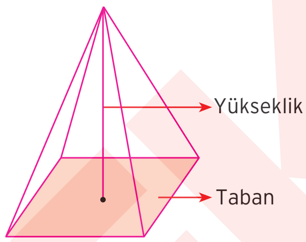
O halde piramidin yüzey alanı = $3\cdot 18 + 18\sqrt{3}$

$= 54 + 18\sqrt{3}$ cm^2

bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 3 1, 2 / Genel Tekrar Testi 13 nolu soruları hemen çözelim.

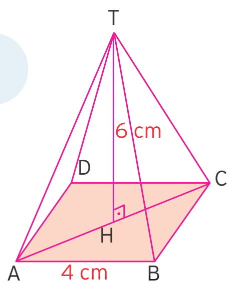
10.9 Dik piramidin hacmi



Dik piramitlerin hacmini bulmak için taban alanı ile yüksekliğini çarptıktan sonra sonucu 3 e böleriz. Dolayısıyla, bir dik piramidin hacmi, aynı taban alanına ve aynı yüksekliğe sahip olan prizmanın hacminin $\frac{1}{3}$ üne eşittir.

Dik piramidin hacmi = $\frac{1}{3}$ x Taban Alanı x Yükseklik

örnek soru



Şekilde verilen kare piramidin taban ayrıtlarından biri 4 cm, yüksekliği 6 cm olduğuna göre, bu piramidin hacminin kaç cm^3 olduğunu bulalım.

çözüm

Kare piramidin hacmi $= \frac{1}{3}$ x Taban Alanı x Yükseklik

$= \frac{1}{3}\cdot(4^2)\cdot 6$

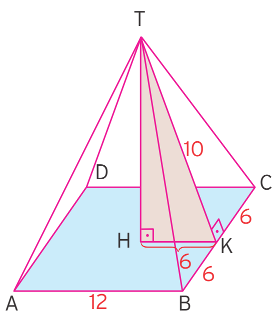
$= \frac{1}{3}\cdot 16\cdot 6$

$= 32$ cm^3

örnek soru

Bir kare piramidin yanal yüzey alanı 240 cm^2 ve taban alanı 144 cm^2 olduğuna göre, bu piramidin hacmininin kaç cm^3 olduğunu bulalım.

çözüm



Kare piramidin taban alanı $a^2 = 144$ cm^2 ise,

$a = 12$ cm olur.

Kare piramidin yanal alanı, birbirine eş dört tane üçgenin alanları toplamıdır.

Buna göre,

$4 \cdot Alan(\widehat{TBC}) = 240\ cm^2$ ise,

$Alan(\widehat{TBC}) = 60\ cm^2$ dir.

$Alan(\widehat{TBC}) = \frac{1}{2} \cdot |BC| \cdot |TK|$

$60 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot |TK| \Rightarrow |TK| = 10$ cm bulunur.

H noktası tabanın ağırlık merkezi ise, $|HK| = 6$ cm olur. THK dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$$|TK|^2 = |TH|^2 + |HK|^2$$

$$10^2 = |TH|^2 + 6^2$$

$$100 = |TH|^2 + 36 \Rightarrow |TH|^2 = 64 \Rightarrow |TH| = 8$$

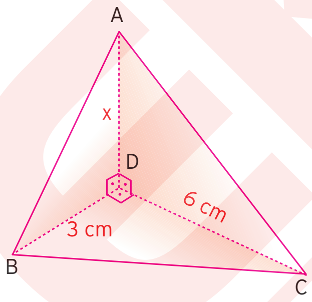
cm olur.

O halde piramidin hacmi $= \frac{1}{3}$ x Taban Alanı x Yükseklik

$= \frac{1}{3} \cdot 144 \cdot 8$

$= 48 \cdot 8 = 384\ cm^3$ bulunur.

örnek soru



Şekildeki dik üçgen dik piramidin hacmi 12 cm^3 olduğuna göre, bu piramidin yüksekliğinin kaç cm olduğunu bulalım.

çözüm

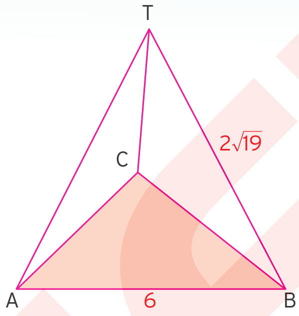
Dik piramidin hacmi $= \frac{1}{3}$ x Taban Alanı x Yükseklik

$$12 = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3 \cdot 6}{2}\right) \cdot x$$

$$12 = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot x \Rightarrow 12 = 3 \cdot x \Rightarrow x = 4 \text{ cm}$$

O halde, piramidin yüksekliği 4 cm dir.

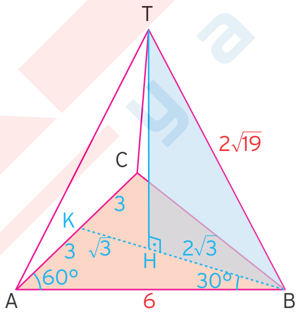
örnek soru



Tabanı eşkenar üçgen olan şekildeki piramidin taban ayrıtları 6 şar cm, yan ayrıtlarının her biri $2\sqrt{19}$ cm dir.

Buna göre, bu piramidin hacminin kaç cm^3 olduğunu bulalım.

çözüm



Piramidin hacmi taban alanı ile yüksekliğinin çarpımının $\frac{1}{3}$ üne eşit olduğundan önce prizmanın yüksekliğini bulalım.

[BK] ⊥ [AC] olacak şekilde [BK] yı çizersek $|AK| = |KC| = 3$ cm ve $|BK| = 3\sqrt{3}$ cm olur. (Çünkü, ABC üçgeni eşkenar üçgen)

Piramidin cisim yüksekliği olan [TH], tabanının ağırlık merkezine indiği için, H, ABC üçgeninin ağırlık merkezidir. Dolayısıyla $|KH| = \sqrt{3}$ cm, $|HB| = 2\sqrt{3}$ cm olur.

THB dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$$|TB|^2 = |TH|^2 + |HB|^2 \Rightarrow (2\sqrt{19})^2 = |TH|^2 + (2\sqrt{3})^2$$

$$\Rightarrow 76 = |TH|^2 + 12$$

$$64 = |TH|^2 \Rightarrow |TH| = 8 \text{ cm bulunur.}$$

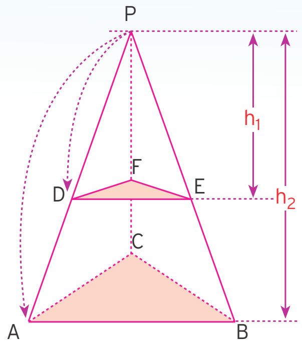
O halde, piramidin hacmi $= \frac{1}{3}$ x taban alanı x yükseklik

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{6^2\sqrt{3}}{4} \cdot 8$$

$= 24\sqrt{3}\ cm^3$ bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 3 3, 5, 6 nolu soruları hemen çözelim.

10.10 *Kesik piramit, kesilen piramidin hangi kısmıdır?*



(P'ABC) piramidi tabana paralel bir düzlemde kesilirse, alt kısımda kalan parçaya kesik piramit denir.

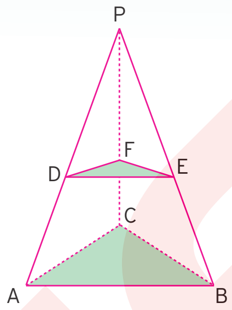
Burada (P'DEF) piramidi ile (P'ABC) piramidi birbirinin benzeridir.

Benzerlik oranı $\frac{|PD|}{|PA|} = \frac{|PE|}{|PB|} = \frac{|PF|}{|PC|} = \frac{h_1}{h_2} = k$ ise,

alanlar oranı benzerlik oranının karesi olduğundan $\frac{\text{Alan(DEF)}}{\text{Alan(ABC)}} = k^2$ dir.

Hacimler oranı ise benzerlik oranının küpüdür. (P'DEF) piramidinin hacmi V_1 ve (P'ABC) piramidinin hacmi V_2 ise, $\frac{V_1}{V_2} = k^3$ tür.

örnek soru



Şekildeki (P'ABC) dik piramidi taban paralel bir düzlemde kesiliyor.

$\frac{\text{Alan(DEF)}}{\text{Alan(ABC)}} = \frac{4}{25}$ olduğuna göre, (P'DEF) piramidinin hacminin (P'ABC) piramidinin hacmine oranının kaç olduğunu bulalım.

çözüm

Alanlar oranı benzerlik oranın karesi idi. Benzerlik oranı k alınırsa,

$$\frac{\text{Alan(DEF)}}{\text{Alan(ABC)}} = \frac{4}{25} = k^2 \Rightarrow k = \frac{2}{5} \text{ olur.}$$

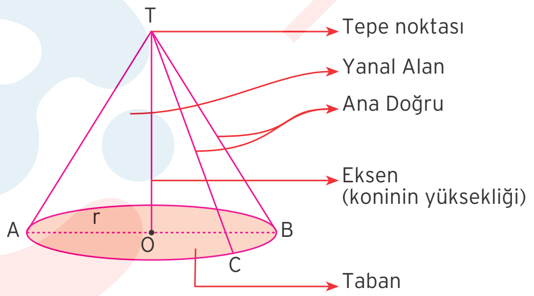
Hacimler oranı benzerlik oranın küpü olduğundan

$$\frac{V(P'DEF)}{V(P'ABC)} = \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125} \text{ bulunur.}$$

Bu alt başlığın pekişmesi için Genel Tekrar Testi 14 nolu soruyu hemen çözelim.

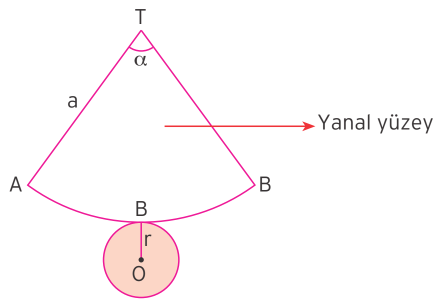
10.11 *Koni*

Tabanı bir daire ve tepesi bir nokta olan cisimlere koni denir.



Yukarıdaki şekilde, taralı dairesel bölge koninin tabanı, T noktası koninin tepe noktası, [TO] koninin ekseni ya da yüksekliği [TA], [TB] ve [TC] koninin ana doğrusudur.

Dik Koninin Açınımı



|TA| = a "Koninin ana doğrusunun uzunluğu"

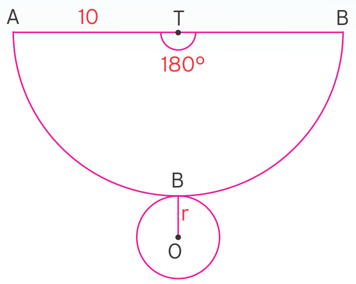
|OB| = r "Koninin taban yarıçapı"

Şekildeki a, r ve α değerleri arasında

$$\boxed{a \cdot \alpha = r \cdot 360°}$$

bağıntısı vardır.

örnek soru



Şekilde bir koninin açınımı verilmiştir.

|AT| = 10 cm olduğuna göre, koninin taban yarıçapının r kaç cm olduğunu bulalım.

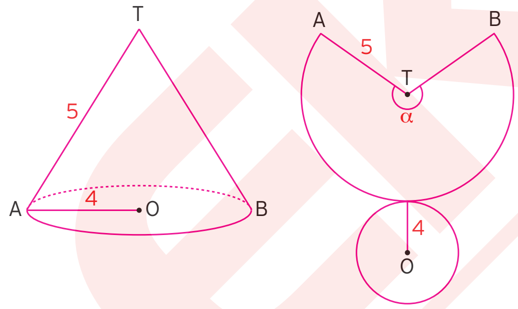
çözüm

Koninin ana doğrusu |AT| = a = 10 cm veriliyor.

$\alpha = 180°$ olduğuna göre, $a \cdot \alpha = r \cdot 360°$ bağıntısı kullanılırsa,

$10 \cdot 180° = r \cdot 360° \Rightarrow 2r = 10 \Rightarrow r = 5$ cm olur.

örnek soru



Yukarıdaki şekilde bir koni ve bu koninin açınımı verilmiştir.

Buna göre, α kaç derecedir?

çözüm

Şekle göre koninin ana doğrusunun uzunluğu a = 5 cm

Koninin taban yarıçapı r = 4 cm olduğuna göre,

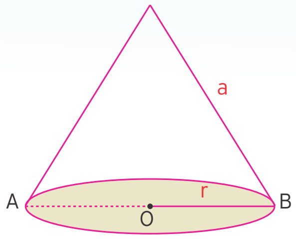
$a \cdot \alpha = r \cdot 360° \Rightarrow 5 \cdot \alpha = 4 \cdot 360° \Rightarrow 5 \cdot \alpha = 1440$

$\Rightarrow a = 288°$ bulunur.

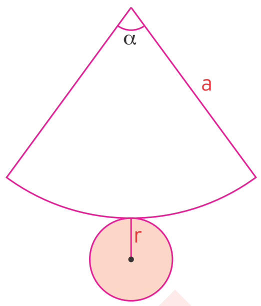
Bir koninin bir düzlemle oluşturduğu bazı arakesitler:

Bu alt başlığın pekişmesi için Genel Tekrar Testi 21 nolu soruyu hemen çözelim.

10.12 *Dik dairesel koninin yüzey alanı*



Şekilde verilen dik dairesel koninin yüzey alanı, yanal yüzeyin alanı ile taban dairesinin alanının toplamıdır.



Koninin yanal yüzeyinin alanı = $\pi \cdot a^2 \cdot \dfrac{\alpha}{360°}$ ile taban alanı ise $\pi \cdot r^2$ ile hesaplanır.

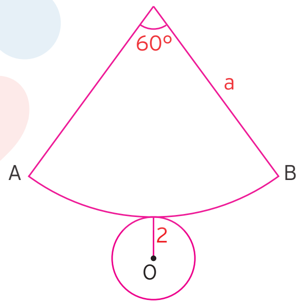
O halde, dik dairesel koninin yüzey alanı:

Taban alanı + Yanal alan = $\boxed{\pi r^2 + \pi a^2 \cdot \dfrac{\alpha}{360°}}$

Konide a, r ve α arasında $a \cdot \alpha = r \cdot 360°$ bağıntısının olduğunu biliyorsunuz. Bu bağıntı kullanıldığında, koninin yanal yüzeyinin alanı $\pi \cdot a \cdot r$ ifadesiyle de bulunur. Bu durumda dik dairesel koninin yüzey alanı :

Taban alanı + Yanal alan = $\boxed{\pi r^2 + \pi \cdot a \cdot r}$ dir.

örnek soru



Yukarıda açınımı verilen dik dairesel koninin yüzey alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm

Alan formülünü uygulayabilmek için önce |TB| = a uzunluğunu bulmalıyız.

$a \cdot \alpha = r \cdot 360° \Rightarrow a \cdot 60° = 2 \cdot 360° \Rightarrow a = \dfrac{720°}{60°}$

a = 12 cm bulunur.

O halde, açınımı verilen koninin alanı $= \pi r^2 + \pi \cdot a \cdot r$

$= \pi 2^2 + \pi \cdot 12 \cdot 2$

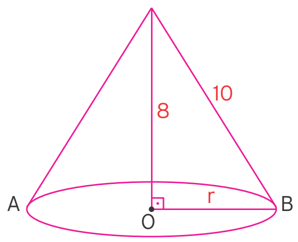
$= 28\pi \text{ cm}^2$

bulunur.

örnek soru

Ana doğrusunun uzunluğu 10 cm ve yüksekliği 8 cm olan dik dairesel koninin yüzey alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



Koninin ana doğrusunun uzunluğu |TB| = 10 cm ve yüksekliği |TO| = 8 cm veriliyor.

TOB dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$|TB|^2 = |TO|^2 + |OB|^2$

$10^2 = 8^2 + r^2 \Rightarrow r^2 = 36$

r = 6 cm bulunur.

O halde, koninin yüzey alanı:

Taban Alanı + Yanal Alan $= \pi r^2 + \pi \cdot a \cdot r$

$= \pi \cdot 6^2 + \pi \cdot 10 \cdot 6$

$= 96\pi \text{ cm}^2$ bulunur.

örnek soru

Yanal alanı 65π cm^2 ve taban alanı 25π cm^2 olan bir dik dairesel koninin yüksekliğinin kaç cm olduğunu bulalım.

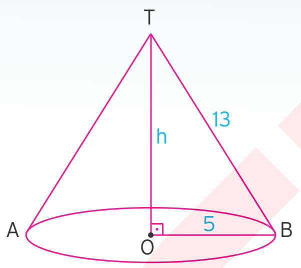
çözüm

Taban alanı: $\pi r^2 = 25\pi \Rightarrow r^2 = 25$

$r = 5$ cm olur.

Yanal alan $65\pi = \pi \cdot a \cdot r \Rightarrow 65\cancel{\pi} = \cancel{\pi} \cdot a \cdot 5$

$65 = 5a \Rightarrow a = 13$ cm olur.



TOB dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$|TB|^2 = |TO|^2 + |OB|^2$

$13^2 = h^2 + 5^2$

$169 = h^2 + 25$

$h^2 = 144$

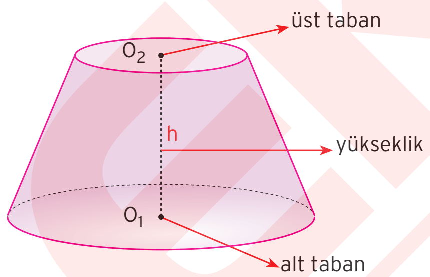
$h = 12$ cm bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 2 10 / Genel Tekrar Testi 20 nolu soruları hemen çözelim.

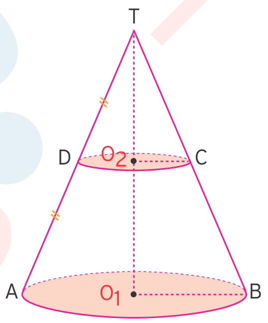
10.13 Kesik koni

Bir koni tabana paralel bir düzlemle kesildiğinde, kesit ile taban düzlemi arasında kalan cisme kesik koni denir.

Kesite üst taban; iki taban arasındaki uzaklığa kesik koninin yüksekliği denir.



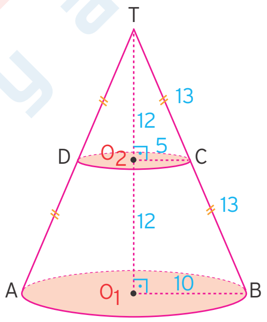
örnek soru



Yarıçapı $|O_1B| = 10$ cm ve yüksekliği $|TO_1| = 24$ cm olan dik koni şeklindeki içi dolu bir cisim, yüksekliğinin orta noktasından tabana paralel bir düzlemle kesiliyor.

Oluşan kesik koninin yanal alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



$[O_2C] \,//\, [O_1B]$ olduğundan $\widehat{TO_2C}$, $\widehat{TO_1B}$ dir.

Buna göre, $\dfrac{|TO_2|}{|TO_1|} = \dfrac{|TC|}{|TB|} = \dfrac{|O_2C|}{|O_1B|} = \dfrac{1}{2}$ olur.

Dolayısıyla $|TO_2| = |O_1O_2| = 12$ cm ve $|O_2C| = 5$ cm dir.

Pisagor bağıntısıyla $|TC| = |CB| = 13$ cm bulunur. (5 – 12 – 13 üçgeni)

Kesik koninin yanal alanı, büyük koninin yanal alanından küçük koninin yanal alanının çıkarılmasıyla bulunur.

Büyük koninin yanal alanı

$\pi ra = \pi \cdot |O_1B| \cdot |TB| = \pi \cdot 10 \cdot 26 = 260\pi$ cm^2

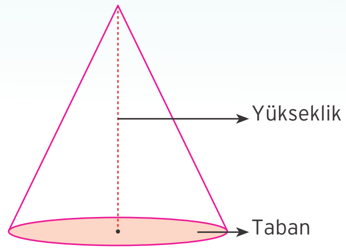
Küçük koninin yanal alanı

$\pi ra = \pi \cdot |O_2C| \cdot |TC| = \pi \cdot 5 \cdot 13 = 65\pi$ cm^2

O halde, kesik koninin yanal alanı

$260\pi - 65\pi = 195\,\pi$ cm^2 bulunur.

10.14 Dik dairesel koninin hacmi



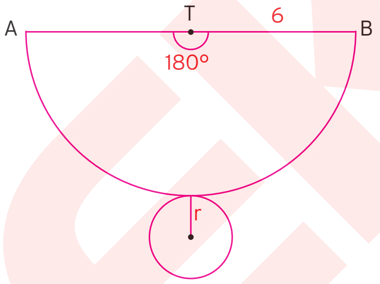
Dik piramidin hacminde olduğu gibi dik dairesel koninin de hacmi bulunurken taban alanı ile yükseklik çarpıldıktan sonra sonuç 3 e bölünür.

Dolayısıyla, bir dik dairesel koninin hacmi aynı taban ve aynı yüksekliğe sahip olan silindirin hacminin $\frac{1}{3}$ üne eşittir.

O halde koninin hacmi = $\frac{1}{3}$ x Taban alanı x Yükseklik

$$= \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h$$

örnek soru

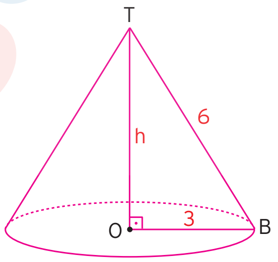


Şekilde açınımı verilen koninin hacminin kaç cm^3 olduğunu bulalım.

çözüm

Önce $a \cdot \alpha = r \cdot 360°$ eşitliğini kullanarak koninin taban yarıçapını bulalım.

$$6 \cdot 180° = r \cdot 360° \Rightarrow r = 3 \text{ cm olur.}$$



TOB dik üçgeninde teoremi bağıntısı kullanılırsa,

$|TB|^2 = |TO|^2 + |OB|^2$

$6^2 = h^2 + 3^2$

$36 = h^2 + 9 \Rightarrow h^2 = 27$

$h = \sqrt{27}$

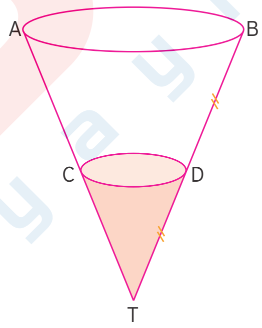
$= 3\sqrt{3}$ cm olur.

Buna göre, koninin hacmi = $\frac{1}{3}$ x Taban alanı x Yükseklik

$= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 3\sqrt{3}$

$= 9\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$ bulunur.

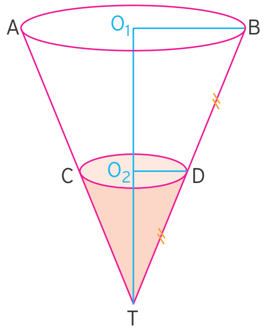
örnek soru



Şekildeki dik koninin yüksekliğinin yarısına kadar su ile doldurulması 10 dakika sürmüştür.

Buna göre, koninin kalan kısmının aynı hızla su ile doldurulmasının kaç dakika süreceğini bulalım.

çözüm



Soruyu cevaplamak için boş kısmın hacminin dolu kısmın hacmine oranını bilmeliyiz.

$[O_1B] \parallel [O_2D]$

olduğundan

$\widehat{TO_2D} \sim \widehat{TO_1B}$ dir.

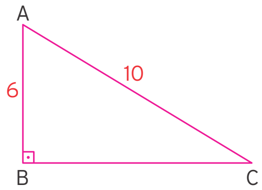
Benzerlik oranı $\frac{|TD|}{|TB|} = \frac{1}{2}$ olduğundan, koninin dolu kısmının hacminin koninin hacmine oranı $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ dir.

(Çünkü hacimler oranı benzerlik oranının küpüdür.)

Bu durumda dolu kısmın hacmi V alınırsa, tüm koninin hacmi 8V, boş kısmın hacmi 7V olur.

Hacmi V olan kısmın doldurulması 10 dakika sürdüğüne göre, hacmi 7V olan kısmın doldurulması 70 dakika sürer.

örnek soru



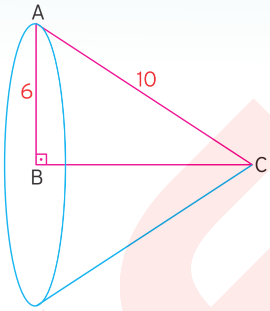
ABC dik üçgen

|AC| = 10 cm

|AB| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin [BC] etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan geometrik şeklin hacminin kaç cm^3 olduğunu bulalım.

çözüm



ABC dik üçgeninde pisagor uygulanırsa,

$10^2 = 6^2 + |BC|^2$

|BC| = 8 cm

ABC üçgeninin [BC] etrafında 360° döndürülmesi sonucunda taban yarıçapı 6 cm yüksekliği 8 cm olan koni elde edilir.

$$\text{Hacim} = \frac{\text{Taban Alanı x Yükseklik}}{3}$$

$$= \frac{36\pi \cdot 8}{3} = 96\pi \text{ cm}^3 \text{ tür.}$$

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 2 9, 11 / Genel Tekrar Testi 22 nolu soruları hemen çözelim.

10.15 Küre

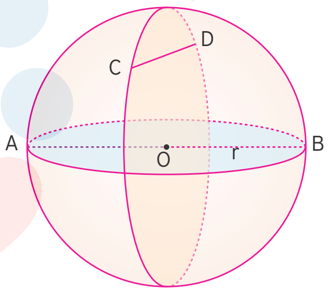
Uzayda sabit bir noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesine, küre yüzeyi; küre yüzeyi ile sınırlanan cisme de küre denir.

Sabit noktaya kürenin merkezi, sabit uzaklığa da kürenin yarıçap uzunluğu denir.

Kürenin iki noktasını birleştiren [CD] na, kürenin bir kirişi; merkezden geçen her kirişe, kürenin çapı denir.

Şekilde, [AB] kürenin çapıdır. Yarıçap uzunlukları eşit olan kürelere, eş küreler denir.

Merkezi O ve çapı AB doğru parçası olan çembere de kürenin büyük çemberi denir.

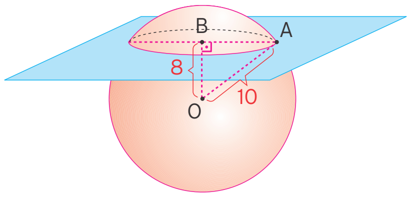


örnek soru

Yarıçapı 10 cm olan bir küre, merkezinden 8 cm uzaktan bir düzlemle kesiliyor.

Düzlemle kürenin oluşturduğu ara kesit dairesinin alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



[AB] oluşan ara kesit dairesinin yarıçapıdır.

OAB dik üçgeninde pisagor teoremi uygularsak,

$|OA|^2 = |OB|^2 + |AB|^2$

$10^2 = 8^2 + |AB|^2 \Rightarrow |AB|^2 = 36 \Rightarrow |AB| = 6$ cm olur.

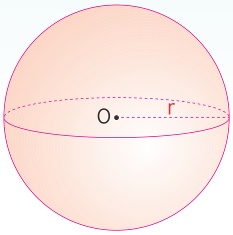
O halde,

oluşan ara kesit dairesinin alanı $= \pi r^2$

$= \pi 6^2$

$= 36\pi$ cm^2 bulunur.

10.16 Kürenin yüzey alanı



Yarıçapı r olan kürenin yüzey alanı, en büyük dairesinin alanının 4 katıdır. Buna göre, kürenin yüzey alanı = $4 \cdot \pi \cdot r^2$ dir.

örnek soru

Yüzey alanı 100π cm^2 olan bir kürenin en büyük dairesinin çevresi kaç cm dir?

çözüm

Kürenin yüzey alanı = $4 \cdot \pi \cdot r^2 = 100\cancel{\pi} = 4 \cdot \cancel{\pi} \cdot r^2$

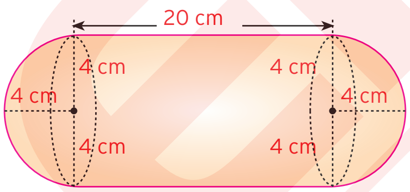
$100 = 4 \cdot r^2 = 25 = r^2 \Rightarrow 5 \text{ cm} = r$

O halde, en büyük dairenin çevresi = $2 \cdot \pi \cdot r$

$= 2 \cdot \pi \cdot 5 = 10\pi$ cm

bulunur.

örnek soru



Yukarıda, uçları yarım küre şeklinde olan silindirik bir boya kabı veriliyor.

Bu kabın yüzey alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm

Kabın yüzey alanı, iki tane yarım kürenin yüzey alanı ile bir silindirin yan yüzeyinin alanının toplamıdır.

İki yarım küre, bir tam küreye eşit olduğundan küresel yüzeylerin alanları toplamı = $4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 4^2$

$= 64\pi$ cm^2 dir.

Silindirik yüzeyin alanı = $2\pi r \cdot h$

$= 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 20$

$= 160\pi$ cm^2 dir.

O halde verilen kabın toplam yüzey alanı:

$= 64\pi + 160\pi$

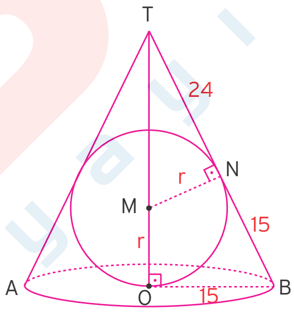
$= 224\pi$ cm^2 bulunur.

örnek soru

Taban yarıçapı 15 cm, yüksekliği 36 cm olan bir dik koninin içine yüzeylere teğet olacak şekilde bir küre yerleştirilmiştir.

Buna göre, bu kürenin yüzey alanının kaç cm^2 olduğunu bulalım.

çözüm



Koninin yüksekliği $|TO| = 36$ cm ve

yarıçapı $|OB| = 15$ cm olduğundan

TOB dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa

$|TB| = 39$ cm bulunur.

$|OB| = |NB|$ olduğundan $|NB| = 15$ cm, dolayısıyla

$|TN| = 39 - 15 = 24$ cm olur.

$\widehat{TMN} \sim \widehat{TBO}$ olduğundan

$$\frac{|MN|}{|BO|} = \frac{|TN|}{|TO|} \Rightarrow \frac{r}{15} = \frac{24}{36}$$

$$\Rightarrow \frac{r}{15} = \frac{2}{3}$$

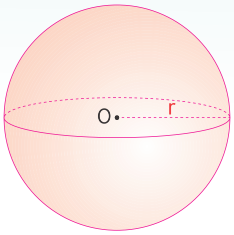
$$\Rightarrow 3r = 30$$

$$\Rightarrow r = 10 \text{ cm olur.}$$

O halde, kürenin yüzey alanı $4\pi r^2 = 4\pi \cdot 10^2 = 400\pi$ cm^2 bulunur.

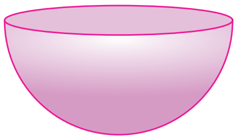
Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 3 8 nolu soruyu hemen çözelim.

10.17 Kürenin hacmi



Yarıçapı r olan kürenin hacmi $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ ifadesiyle bulunur.

örnek soru



Yarıçapı 6 cm olan yarım küre şeklindeki bir kap su ile doludur.

Bu kaba yarıçapı 3 cm olan bir demir bilye bırakıldığında kapta kaç cm^3 su kalacağını bulalım.

çözüm

Yarım küre şeklindeki kabın hacmi $= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 6^3$

$= 144\pi \text{ cm}^3$

Kaba bırakılan kürenin hacmi $= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3$

$= 36\pi \text{ cm}^3$

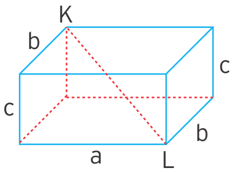
O halde, kapta $144\pi - 36\pi = 108\pi \text{ cm}^3$ su kalır.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 3 9, 10, 12 nolu soruları hemen çözelim.

BU KONUDA ÖZETLE...

Konuların ve Kavramların Özeti

1. Dikdörtgenler Prizması



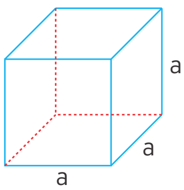
Hacim = Taban alanı x Yükseklik

$= a.b.c$

Alan = $2(ab + ac + bc)$

Cisim köşegeni $= |KL| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

2. Küp

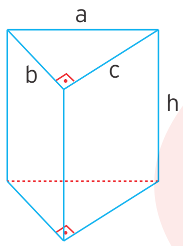


Hacim = Taban alanı x Yükseklik = a^3

Alan = $6a^2$

Cisim köşegeni $= |KL| = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$

3. Dik Üçgen Dik Prizma

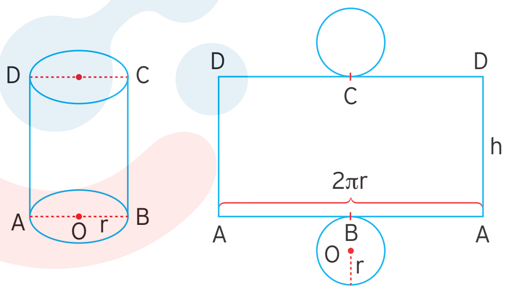


Hacim = Taban alanı x Yükseklik

$= \frac{b \cdot c}{2} \cdot h$

Alan = $bc + (a + b + c).h$

4. Silindir

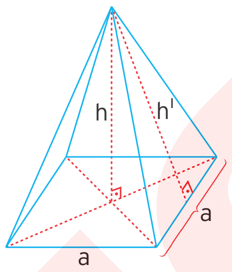


Hacim = Taban alanı x Yükseklik

$= \pi r^2 . h$

Alan = $2\pi rh + 2\pi r^2$

5. Kare Piramit

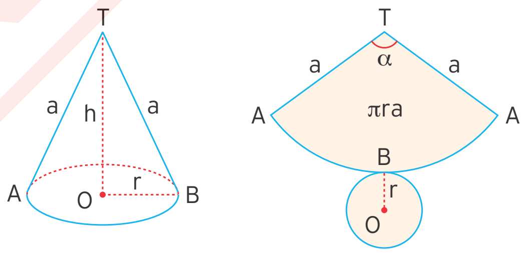


Hacim = $\frac{1}{3}$ x Taban alanı x Yükseklik

$= \frac{1}{3} \times a^2 \cdot h$

Alan = $a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot h'}{2} = a^2 + 2ah'$

6. Koni



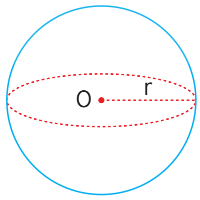
Hacim = $\frac{1}{3}$ x Taban alanı x Yükseklik

$= \frac{1}{3} . \pi r^2 . h$

Alan = $\pi ra + \pi r^2$

$a . \alpha = r . 360°$ (a, α ve r arasındaki bağıntı)

7. Küre



Hacim = $\frac{4}{3} \pi r^3$

Alan = $4\pi r^2$

ÖĞRENDİKLERİMİZİ TEST EDELİM

Kavrama Testi 1 (10.1 - 10.1)

Kavrama Testi 2 (10.2 - 10.5)

Kavrama Testi 3 (10.6, 10.11 - 10.14)

Kavrama Testi 4 (10.7, 10.10 - 10.15, 10.17)

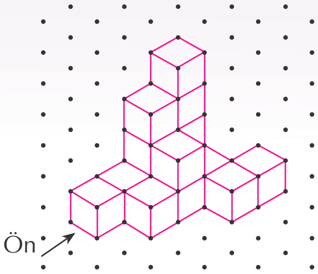
Genel Tekrar Testi (10.1 - 10.17)

Sınavlarda (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) Sorulmuş Sorular

Sınavlarda Sorulabilecek Sorular

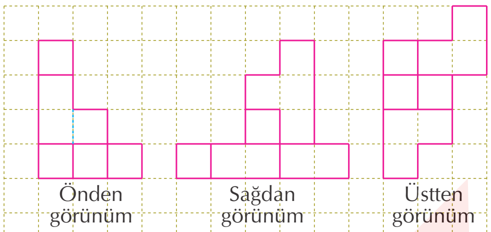
KAVRAMA TESTİ 1

1.

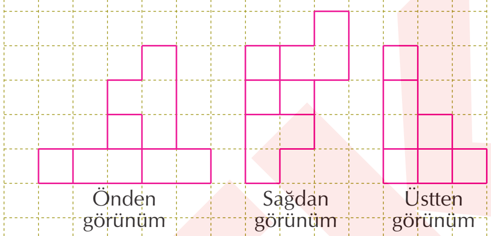


15 adet birim küpten oluşturulan şekildeki yapının dik görüntü (ortografik) çizimleri aşağıdakilerden hangisidir?

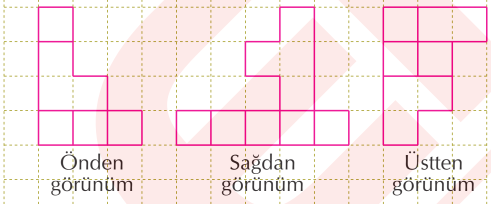
A)



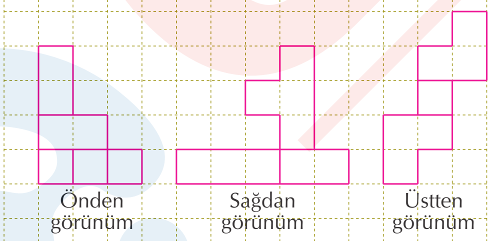
B)



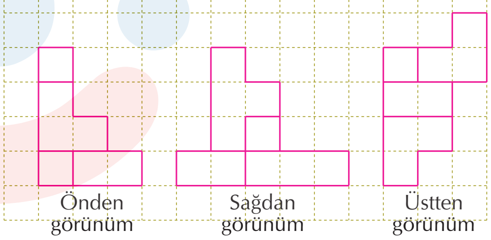
C)



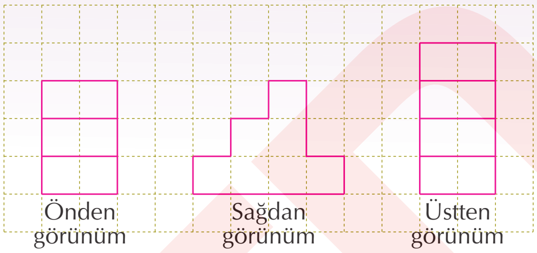
D)



E)

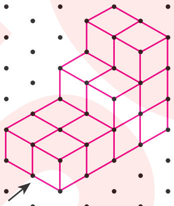


2.

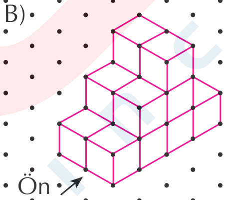


Yukarıdaki şekilde ortografik çizimleri verilen yapının izometrik zemine çizimi aşağıdakilerden hangisidir?

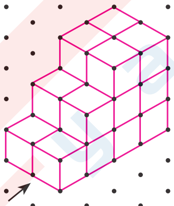
A)



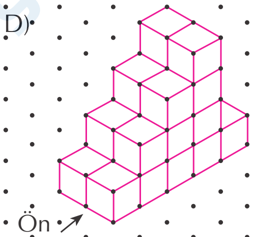
B)



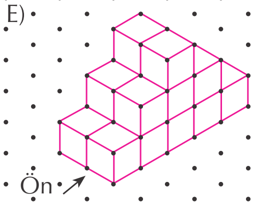
C)



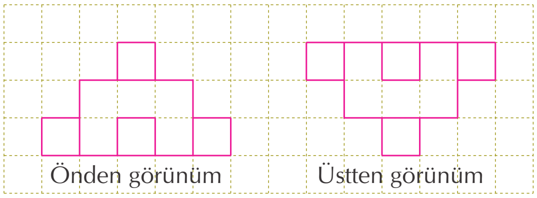
D)



E)



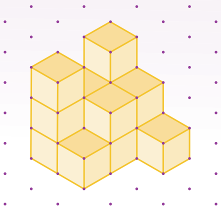
3.



Yukarıdaki şekilde iki yönden ortografik çizimi verilen yapıda kaç adet birim küp kullanılmıştır?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

4.

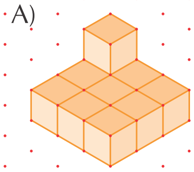


Yukarıda verilen yapıya en az kaç birim küp eklenirse, küp şeklinde bir yapı elde edilir?

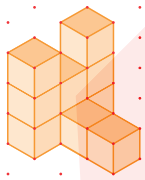
A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

5. Aşağıda verilen cisimlerden hangisinde kullanılan küp sayısı diğerlerinden farklıdır?

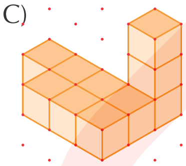
A)



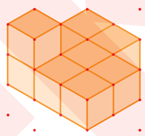
B)



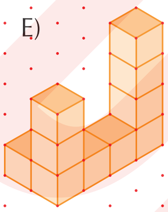
C)



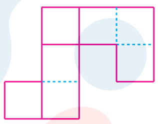
D)



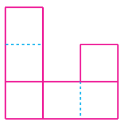
E)



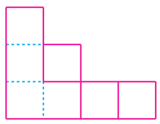
6.



Üstten görünüm



Sağdan görünüm

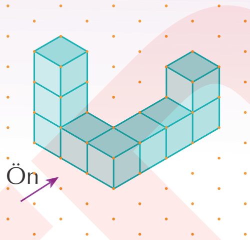


Önden görünüm

Yukarıda üstten, sağdan ve önden görünümü verilen cisimde kaç tane küp kullanılmıştır?

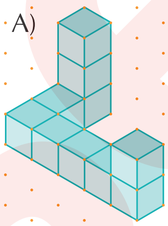
A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

7.

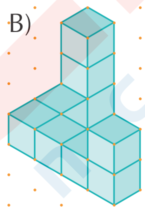


Yukarıda verilen yapının sağ tarafı, yapının ön tarafı olsaydı, görünümü aşağıdakilerden hangisi olurdu?

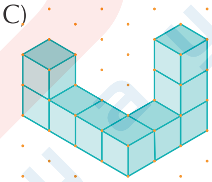
A)



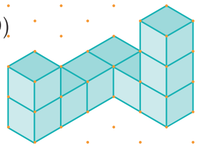
B)



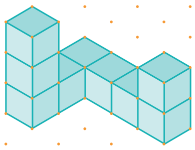
C)



D)



E)



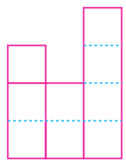
8.

4	
1	
3	2

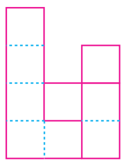
Bir yapının üstten görünümü ve bu yapıyı oluşturmak için kullanılan küp sayısı yandaki şekilde verilmiştir.

Buna göre, bu yapının sağdan görünümü aşağıdakilerden hangisidir?

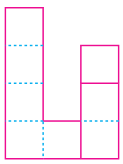
A)



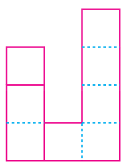
B)



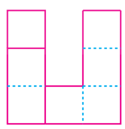
C)



D)



E)



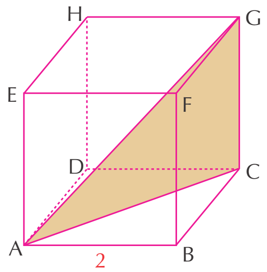
A / B - C / C - D - C / B - D

KAVRAMA TESTİ 2

1. **Yüzey köşegeni $4\sqrt{2}$ cm olan küpün tüm ayrıtlarının uzunlukları toplamı kaç cm dir?**

A) 48 B) 60 C) 72 D) 84 D) 96

2.

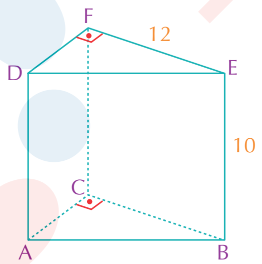


Şekildeki küpün bir kenarı 2 cm dir.

Buna göre, Alan(ACG) kaç cm^2 dir?

A) 4 B) $3\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{2}$ E) $\sqrt{2}$

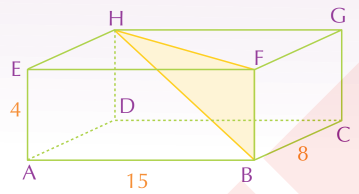
3.



Şekildeki dik üçgen dik prizmada |EF| = 12 cm, |EB| = 10 cm ve Alan(ABED) = 150 cm^2 olduğuna göre, bu prizmanın tabanlarının alanları toplamı kaç cm^2 dir?

A) 84 B) 96 C) 108 D) 120 E) 132

4.



Şekildeki dikdörtgenler prizmasında

|AB| = 15 cm

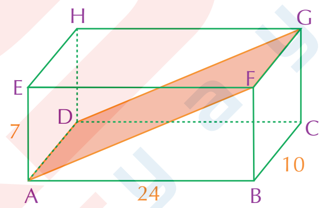
|BC| = 8 cm

|AE| = 4 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(HFB) kaç cm^2 dir?

A) 30 B) 34 C) 42 D) 50 E) 56

5.



Şekildeki dikdörtgenler prizmasında

|AE| = 7 cm

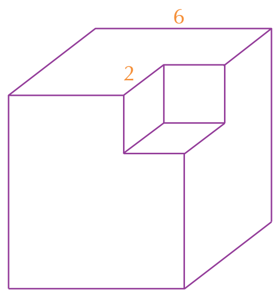
|AB| = 24 cm

|BC| = 10 cm

Yukarıdaki verilere göre, Alan(AFGD) kaç cm^2 dir?

A) 250 B) 240 C) 230 D) 220 E) 210

6.

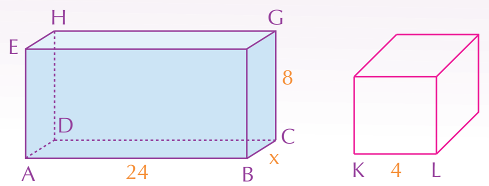


Bir ayrıtı 6 cm olan şekildeki küpün bir köşesinden bir ayrıtı 2 cm olan bir küp çıkarılıyor.

Buna göre, küpün yüzey alanı nasıl değişmiştir?

A) 12 cm^2 artmıştır.
B) 6 cm^2 artmıştır.
C) Değişmemiştir.
D) 6 cm^2 azalmıştır.
E) 12 cm^2 azalmıştır.

7.

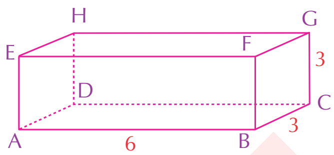


Şekildeki dikdörtgenler prizması ile bir ayrıtı 4 cm olan küpün hacimleri eşittir.

Dikdörtgenler prizmasında |AB| = 24 cm ve |CG| = 8 cm olduğuna göre, |BC| = x kaç cm dir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

8.



Şekildeki kare prizmada

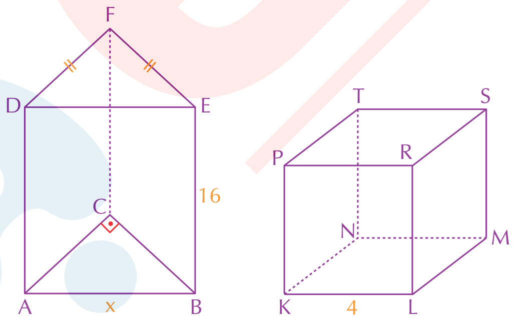
|BC| = |GC| = 3 cm

|AB| = 6 cm

Yukarıdaki verilere göre, prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?

A) 36 B) 42 C) 48 D) 54 E) 60

9.

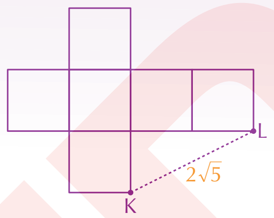


Yüksekliği 16 cm olan şekildeki ikizkenar dik üçgen dik prizmanın hacmi ile bir ayrıtı 4 cm olan küpün hacmi eşittir.

Buna göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) $2\sqrt{2}$ B) 4 C) $4\sqrt{2}$ D) 6 E) $6\sqrt{2}$

10.

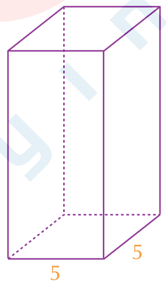


Yukarıdaki şekilde bir küpün açınımı verilmiştir.

$|KL| = 2\sqrt{5}$ cm olduğuna göre, bu küpün hacmi kaç cm^3 tür?

A) 8 B) $16\sqrt{2}$ C) 27 D) $32\sqrt{2}$ E) 64

11.

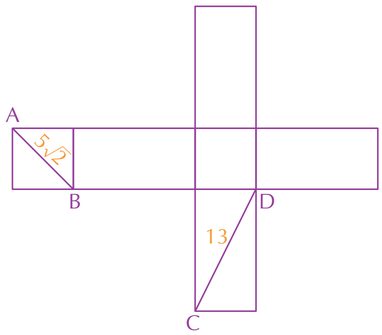


Şekilde taban ayrıtları 5 cm olan bir kare dik prizma verilmiştir.

Kare dik prizmanın yüzey alanı 290 cm^2 olduğuna göre, yüksekliği kaç cm dir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

12.



Yukarıdaki şekilde bir kare dik prizmanın açılmış şekli görünmektedir.

$|AB| = 5\sqrt{2}$ cm ve |CD| = 13 cm olduğuna göre, bu prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?

A) 240 B) 280 C) 300 D) 320 E) 360

A - D - C / B - A - C / A - D - B / A - D - C

KAVRAMA TESTİ 3

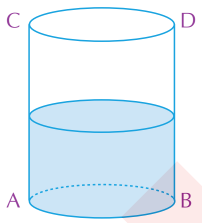
1. Yanal alanı 160π cm^2 olan dik silindirin taban çapı 10 cm olduğuna göre, yüksekliği kaç cm dir?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

2. Hacmi 300π cm^3 olan bir dik silindirin yüksekliği 12 cm olduğuna göre, taban yarıçapı kaç cm dir?

A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) $2\sqrt{3}$ D) 4 E) 5

3.

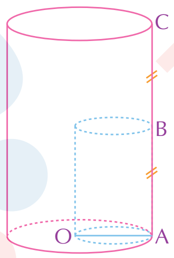


Yukarıda verilen dik silindirin içerisinde 50π cm^3 su vardır. Bu silindir içerisine 40π cm^3 daha su ilave edilirse suyun yüksekliği 9 cm oluyor.

Buna göre, ilk durumda suyun yüksekliği kaç cm dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4.

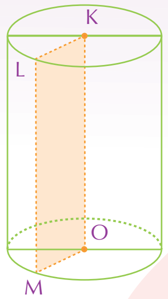


Şekilde taban merkezi O noktası olan dik silindirin içine taban çapı [OA] olan bir dik silindir yerleştirilmiştir.

|BC| = |AB| ve küçük silindirin hacmi 30π cm^3 olduğuna göre, büyük silindirin hacmi kaç cm^3 tür?

A) 240π B) 260π C) 280π D) 300π E) 320π

5.



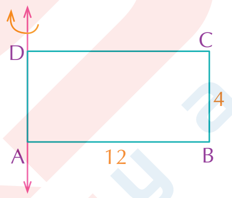
Şekildeki dik silindirin içerisinde MOKL dikdörtgeni verilmiştir.

Alan(MOKL) = 75 cm^2

O ve K noktaları taban dairelerinin merkezleri olduğuna göre, silindirin yanal alanı kaç cm^2 dir?

A) 120π B) 150π C) 175π D) 225π E) 300π

6.



ABCD dikdörtgen

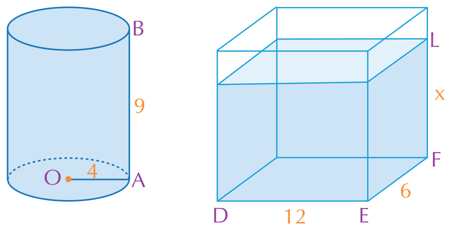
|AB| = 12 cm

|BC| = 4 cm

ABCD dikdörtgeni [AD] kenarı etrafında 360° döndürülürse oluşan silindirin yüzey alanı kaç cm^2 dir?

A) 384π B) 372π C) 360π D) 348π E) 336π

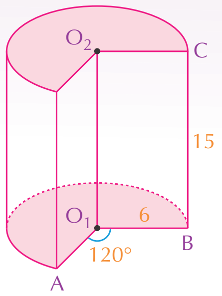
7.



Yukarıdaki şekilde taban merkezi O noktası olan silindir tamamen su ile doludur. Bu su, taban ayrıtları 12 cm ve 6 cm olan bir dikdörtgenler prizmasının içine boşaltıldığında su L noktasına kadar yükseliyor.

|OA| = 4 cm ve |AB| = 9 cm olduğuna göre, |LF| = x kaç cm dir?

A) 2π B) $\frac{3\pi}{2}$ C) π D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{\pi}{3}$

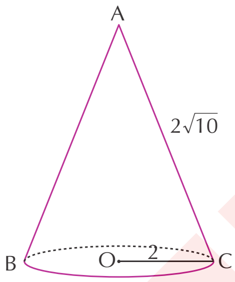
8. 

Şekildeki dik silindirden taban merkez açısı 120° olan bir parça kesilerek çıkartılmıştır.

$|O_1B| = 6$ cm , $|BC| = 15$ cm

Buna göre, kalan kısmın hacmi kaç cm^3 tür?

A) 280π B) 320π C) 360π D) 400π E) 480π

9. 

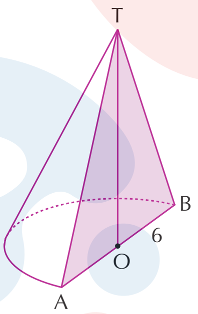
Şekildeki dik konide

$|AC| = 2\sqrt{10}$ cm

$|OC| = 2$ cm

Yukarıdaki verilere göre, koninin hacmi kaç cm^3 tür?

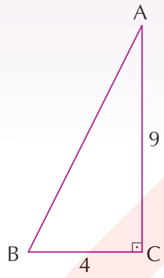
A) 8π B) 9π C) 12π D) 15π E) 18π

10. 

Yandaki yarım koni, bir dik koninin tepe noktasından geçen ve tabana dik olan bir düzlemle kesilmesinden elde edilmiştir.

$|OB| = 6$ cm ve taralı TAB üçgeninin alanı 48 cm^2 olduğuna göre, yarım koninin yüzey alanı kaç cm^2 dir?

A) $24 + 78\pi$ B) $24 + 60\pi$ C) $48 + 78\pi$ D) $48 + 60\pi$ E) $48 + 48\pi$

11. 

ABC dik üçgen

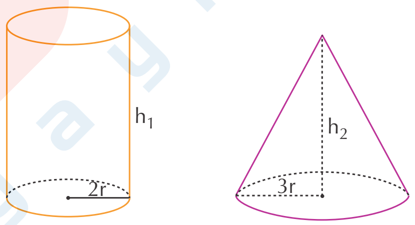
$[AC] \perp [BC]$

$|AC| = 9$ cm

$|BC| = 4$ cm

ABC üçgeni [AC] kenarı etrafında 360° döndürülürse oluşan cismin hacmi kaç cm^3 tür?

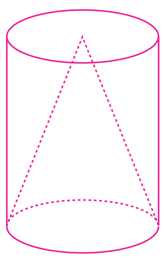
A) 48π B) 42π C) 36π D) 30π E) 24π

12. 

Şekildeki yüksekliği h_1 ve yarıçapı 2r olan silindir ile yüksekliği h_2 ve yarıçapı 3r olan koninin hacimleri eşittir.

Buna göre, $\dfrac{h_1}{h_2}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{3}{4}$

13. 

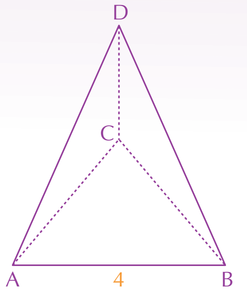
Silindir biçimindeki bir bardağın içine, tabanı ve yüksekliği bardağınkine eşit olan dik bir koni şekildeki gibi yerleştirilmiştir.

Bardak başlangıçta su ile dolu olduğuna göre, taşan suyun hacmi kalan suyun hacminin kaçta kaçıdır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

D - E - C - A / B - A - A / C - A - E / A - E - B

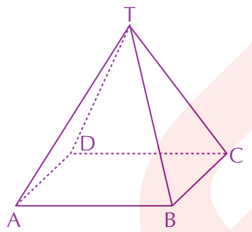
KAVRAMA TESTİ 4

1. 

Şekildeki piramidin tüm ayrıtları eş uzunluktadır.

|AB| = 4 cm olduğuna göre, piramidin yüzey alanı kaç cm^2 dir?

A) $32\sqrt{3}$ B) $24\sqrt{3}$ C) $20\sqrt{3}$ D) $16\sqrt{3}$ E) $12\sqrt{3}$

2. 

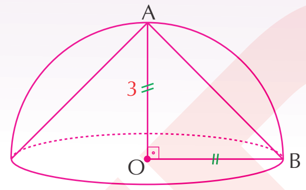
Şekilde tüm ayrıtları birbirine eşit olan kare dik piramit verilmiştir.

Çevre(ABCD) = 24 cm olduğuna göre, piramidin yanal alanı kaç cm^2 dir?

A) $36\sqrt{3}$ B) $32\sqrt{3}$ C) $28\sqrt{3}$
D) $24\sqrt{3}$ E) $20\sqrt{3}$

3. **Bir dik piramidin taban alanı 18 cm^2 ve yüksekliği 8 cm olduğuna göre, hacmi kaç cm^3 tür?**

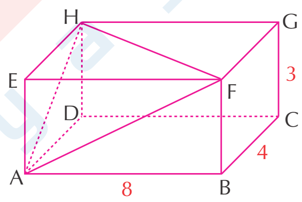
A) 144 B) 120 C) 96 D) 60 E) 48

4. 

Şekilde O merkezli yarım küreden O merkezli koni çıkarılıyor.

|OA| = 3 cm olduğuna göre, kalan hacim kaç cm^3 tür?

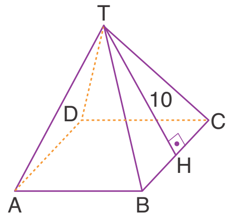
A) 9π B) 10π C) 12π D) 15π E) 18π

5. 

Boyutları 3 cm, 4 cm ve 8 cm olan dikdörtgenler prizmasından (E, AFH) piramidi kesilip alınıyor.

Buna göre, kalan kısmın hacmi kaç cm^3 tür?

A) 56 B) 60 C) 68 D) 72 E) 80

6. 

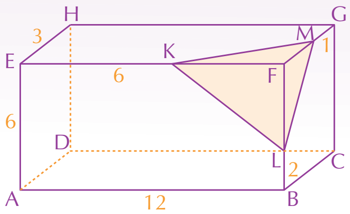
Şekildeki kare dik piramitte

[TH] ⊥ [BC]

|TH| = 10 cm

Piramidin yanal alanı 240 cm^2 olduğuna göre, hacmi kaç cm^3 tür?

A) 336 B) 360 C) 384 D) 408 E) 432

7. 

|AB| = 12 cm

|BL| = 2 cm

|AE| = 6 cm

|EH| = 3 cm

|EK| = 6 cm

|MG| = 1 cm

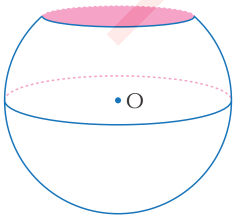
Şekildeki dikdörtgenler prizmasından üçgen piramit kesilip çıkarılıyor.

Buna göre, kalan cismin hacmi kaç cm^3 tür?

A) 192 B) 200 C) 208 D) 216 E) 224

8. **Yüzey alanı 256π cm^2 olan kürenin çapı kaç cm dir?**

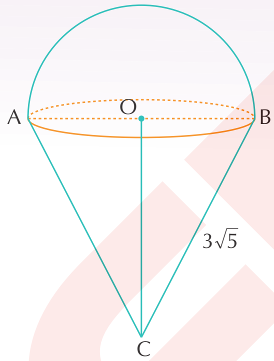
A) 6 B) 7 C) 8 D) 12 E) 16

9. 

Şekildeki küre merkezinden 3 cm uzaklıkta bir düzlemle kesiliyor.

Oluşan arakesitin alanı 27π cm^2 olduğuna göre, kürenin hacmi kaç π cm^3 tür?

A) 270 B) 288 C) 306 D) 324 E) 342

10. 

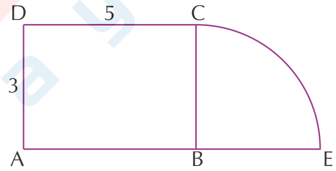
Şekilde yarım küre ile bir dik koni verilmiştir.

|OC| = 2|OB|

|BC| = $3\sqrt{5}$ cm

Yukarıda verilenlere göre, tüm şeklin hacmi kaç cm^3 tür?

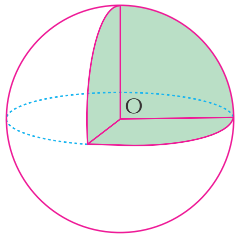
A) 54π B) 48π C) 42π D) 36π E) 30π

11. 

Şekilde ABCD dikdörtgeni ve B merkezli çeyrek çember verilmiştir.

Yukarıdaki şekil [AE] etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç cm^3 tür?

A) 63π B) 75π C) 81π D) 87π E) 96π

12. 

Şekilde $\frac{1}{8}$ i kesilip çıkarılan O merkezli bir küre verilmiştir.

Kalan kısmın hacmi 252π cm^3 olduğuna göre, kürenin yarıçapı kaç cm dir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

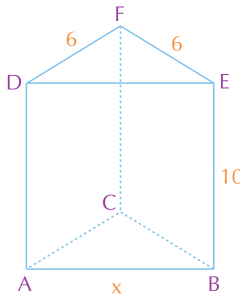
D - A - E / A - E - C / C - E - B / D - A - D

GENEL TEKRAR TESTİ

1. Cisim köşegeninin uzunluğu $3\sqrt{3}$ cm olan bir küpün yüzey alanı kaç cm^2 dir?

A) 72 B) 66 C) 60 D) 54 E) 48

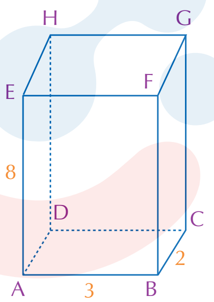
2.



Yanal alanı 190 cm^2 olan şekildeki üçgen dik prizmada |FD| = |FE| = 6 cm ve |EB| = 10 cm olduğuna göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3.



Şekildeki dikdörtgenler prizmasında

|AB| = 3 cm

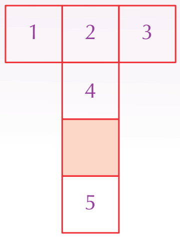
|BC| = 2 cm

|AE| = 8 cm

Yukarıdaki verilere göre, dik prizmanın yüzey alanı kaç cm^2 dir?

A) 120 B) 114 C) 108 D) 100 E) 92

4.

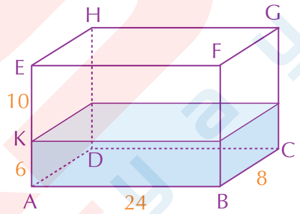


Şekilde bir küpün açınımı verilmiştir.

Şekil kapatılıp küp haline getirildiğinde taralı yüzeyin karşısına numaralandırılmış yüzeylerden hangisi gelir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5.



Şekilde

|BC| = 8 cm

|AB| = 24 cm

|EK| = 10 cm

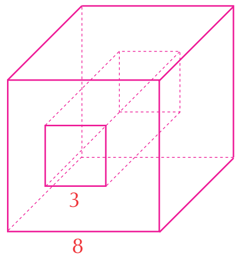
|KA| = 6 cm

Yukarıda verilen dikdörtgenler prizması şeklindeki kapta 6 cm yüksekliğinde su bulunmaktadır.

Bu kap, tabanı BCGF olacak şekilde çevrilirse suyun yüksekliği kaç cm olur?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

6.

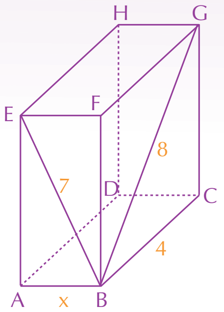


Bir ayrıtı 8 cm olan bir küpten taban ayrıtları 3 er cm ve yüksekliği 8 cm olan bir kare dik prizma oyularak küpten çıkarılıyor.

Geriye kalan cismin yüzey alanı kaç cm^2 dir?

A) 422 B) 430 C) 442 D) 450 E) 462

7.



Şekildeki dikdörtgenler prizmasında

$|BE| = 7$ cm

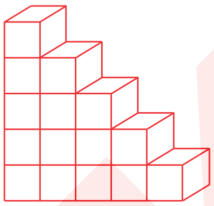
$|BC| = 4$ cm

$|BG| = 8$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

A) $2\sqrt{2}$ B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) 1

8.

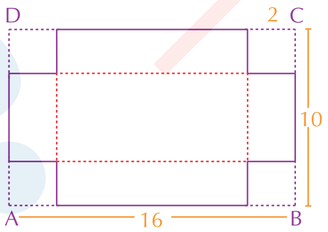


Şekildeki 15 birim küple oluşturulmuş cismin tüm yüzeyleri bir kat karton ile kaplanmıştır.

Buna göre, bu iş için kaç birimkare karton kullanılmıştır?

A) 50 B) 52 C) 54 D) 58 E) 60

9.

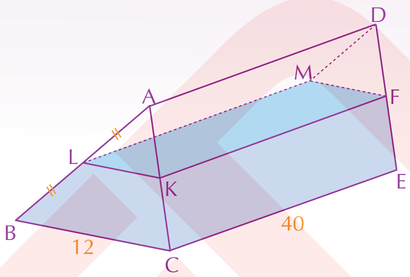


Kenarları 10 cm ve 16 cm olan dikdörtgen şeklindeki bir kartonun köşelerinden bir kenarı 2 cm olan kareler kesiliyor.

Kalan kısım kırmızı çizgiler boyunca katlandığında elde edilen üstü açık prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?

A) 120 B) 132 C) 144 D) 156 E) 168

10.

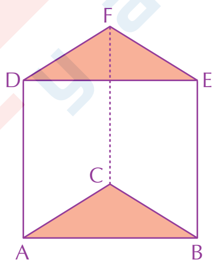


Taban ayrıtlarından biri 12 cm ve yüksekliği 40 cm olan eşkenar üçgen dik prizma biçimli kap, su ile doldurulup şekildeki gibi yerleştirildiğinde, su seviyesi [LK] nın hizasında oluyor.

$|AL| = |LB|$ olduğuna göre, bu kap ABC yüzeyi yere gelecek şekilde çevrildiğinde suyun yüksekliği kaç cm olur?

A) 24 B) 28 C) 30 D) 32 E) 35

11.

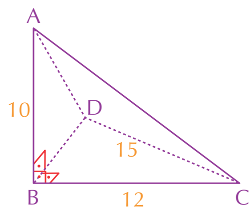


Şekildeki eşkenar üçgen dik prizmanın yüksekliği taban çevresinin yarısına eşittir.

Bu prizmanın alt ve üst tabanının alanları toplamı $8\sqrt{3}$ cm^2 olduğuna göre, hacmi kaç cm^3 tür?

A) $36\sqrt{3}$ B) $30\sqrt{3}$ C) $28\sqrt{3}$ D) $24\sqrt{3}$ E) $20\sqrt{3}$

12.



Şekildeki dik üçgen dik piramitte

$[AB] \perp [BC]$

$[AB] \perp [BD]$

$[DB] \perp [BC]$

$|AB| = 10$ cm

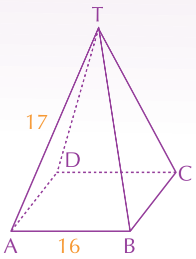
$|BC| = 12$ cm

$|DC| = 15$ cm

Yukarıdaki verilere göre, piramidin hacmi kaç cm^3 tür?

A) 168 B) 180 C) 192 D) 204 E) 216

13.



Şekildeki kare dik piramitte

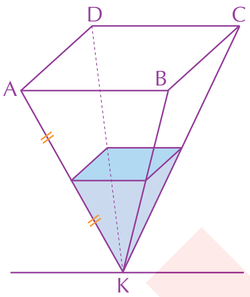
|TA| = 17 cm

|AB| = 16 cm

Yukarıdaki verilere göre, piramidin yüzey alanı kaç cm^2 dir?

A) 768 B) 760 C) 752 D) 744 E) 736

14.

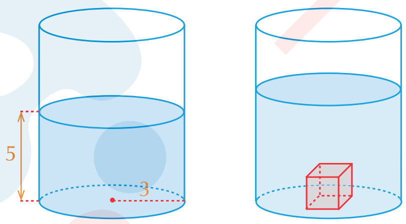


Şekildeki gibi ters çevrilmiş olan kare dik piramit biçimli kap yüksekliğinin yarısına kadar su doldurulmuştur.

Buna göre, kabın boş kısmının hacmi dolu kısmının hacminin kaç katıdır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

15.

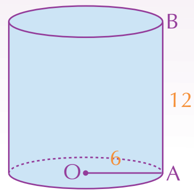


Taban yarıçapı 3 cm olan dik silindirin içerisinde 5 cm yüksekliğinde su vardır. Silindirin içerisine bir ayrıtı 3 cm olan küp şeklinde bir demir cisim atılıyor.

Buna göre, su seviyesi kaç cm yükselir?

A) $\frac{2}{\pi}$ B) $\frac{3}{\pi}$ C) $\frac{4}{\pi}$ D) $\frac{3}{2\pi}$ E) $\frac{3}{4\pi}$

16.



Şekildeki dik silindirde

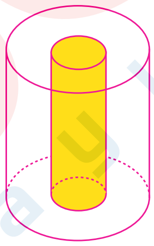
|AB| = 12 cm

|OA| = 6 cm

Yukarıda tamamı su dolu verilen silindir taban düzlemi ile kaç derecelik açı yapacak şekilde eğilirse içindeki suyun yarısı dökülür?

A) 30 B) 45 C) 50 D) 60 E) 75

17.

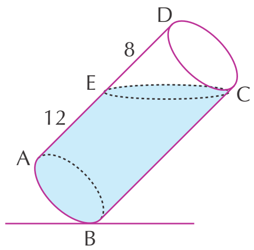


Yüksekliklere ve taban merkezleri aynı olan iç içe iki dik silindirden içteki su ile doludur. İçteki silindir tabanına yakın bir noktadan deliniyor ve ara bölmeye olan su akışı, su seviyesi sabitleninceye kadar devam ediyor.

Büyük silindirin yarıçapı küçük silindirin yarıçapının 4 katı olduğuna göre, yeni su seviyesi silindirin yüksekliğinin kaç katıdır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{18}$

18.



Şekildeki dik silindirde

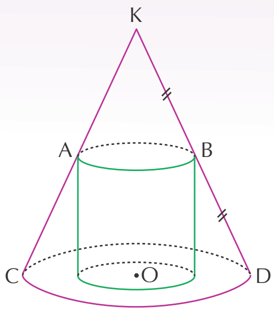
|DE| = 8 cm

|AE| = 12 cm

Yukarıdaki silindir düz konuma getirildiğinde suyun yüksekliği kaç cm olur?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

19.



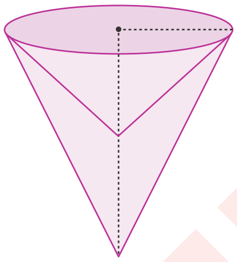
Şekildeki dik koninin içerisine bir dik silindir yerleştirilmiştir.

|KB| = |BD|

Koni ile silindirin taban merkezleri O noktası olduğuna göre, koninin hacminin silindirin hacmine oranı kaçtır?

A) 4 B) $\frac{10}{3}$ C) 3 D) $\frac{8}{3}$ E) 2

20.

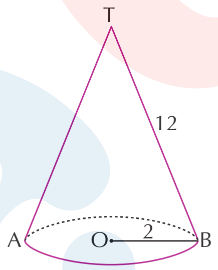


Taban yarıçapı 8 cm ve yüksekliği 15 cm olan bir dik koniden taban yarıçapı 8 cm ve yüksekliği 6 cm olan bir koni oyularak çıkarılıyor.

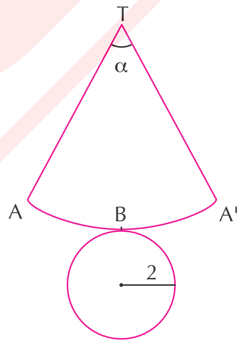
Geriye kalan cismin yüzey alanı kaç cm^2 dir?

A) 56π B) 108π C) 160π D) 196π E) 216π

21.



Şekil I



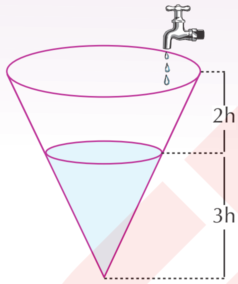
Şekil II

Yukarıdaki Şekil II, Şekil I de verilen dik koninin açınımıdır.

Buna göre, $m(\widehat{ATA'}) = \alpha$ kaç derecedir?

A) 36 B) 45 C) 60 D) 72 E) 75

22.

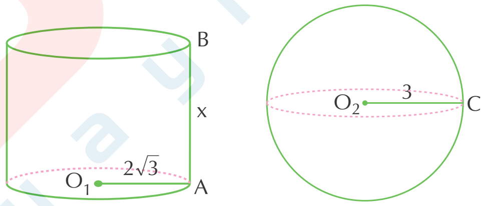


Şekildeki dik koniye su doldurulmaktadır. Koninin yüksekliği 5h dir.

3h lık yüksekliğe kadar su doldurulması 27 dakika sürdüğüne göre, koninin geri kalan kısmı kaç dakikada dolar?

A) 98 B) 105 C) 112 D) 118 E) 125

23.



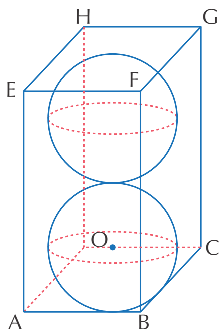
Şekilde bir silindir ve bir küre verilmiştir.

$|O_1A| = 2\sqrt{3}$ cm , $|O_2C| = 3$ cm

Silindir ile kürenin hacimleri eşit olduğuna göre, |AB| = x kaç cm dir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

24.



Şekildeki kare dik prizmanın içine, prizmanın tüm yüzeylerine ve birbirine teğet olacak şekilde iki küre yerleştirilmiştir.

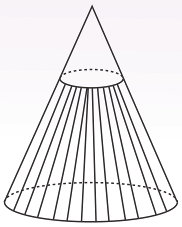
Prizmanın yüksekliği 12 cm olduğuna göre, kürelerden birinin hacmi kaç cm^3 tür?

A) 30π B) 36π C) 42π D) 48π E) 60π

D - C - E / B - A - E / E - A - C / C - D - B / E - D - B / B - D - D / D - E - C / A - B - B

SINAVLARDA (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) SORULMUŞ SORULAR

1.



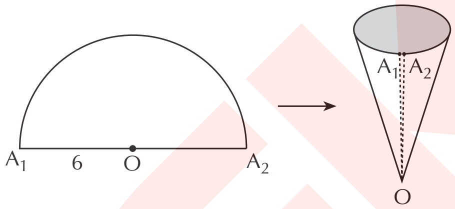
Şekildeki dik koni, tabana paralel bir düzlemle kesiliyor.

Meydana gelen kesik koninin yüksekliği, başlangıçtaki dik koninin yüksekliğinin $\frac{2}{3}$ katı olduğuna göre, başlangıçtaki dik koninin hacmi, kesik koninin hacminin kaç katıdır?

A) $\frac{64}{27}$ B) $\frac{27}{26}$ C) $\frac{27}{8}$ D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{3}{2}$

(ÖSS 2004)

2.



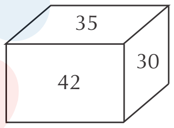
Yarıçap uzunluğu 6 cm olan yarım daire biçimindeki kâğıt parçası, A_1 ve A_2 noktaları şekildeki gibi çakışacak biçimde bükülerek tepesi O noktası olan bir dik koni oluşturuluyor.

Bu koninin taban alanı kaç cm^2 dir?

A) 6π B) 7π C) 8π D) 9π E) 10π

(ÖSS 2009)

3.



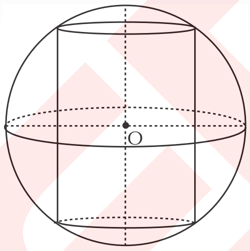
Şekildeki dikdörtgenler prizmasının üç farklı yüzünün alanları cm^2 türünden üzerlerine yazılmıştır.

Bu prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?

A) 200 B) 210 C) 240 D) 260 E) 280

(ÖSS 2007 Mat-2)

4. Yarıçapı 3 cm olan O merkezli küre içine, ekseni küre merkezinden geçen 1 cm yarıçaplı dik dairesel silindir aşağıdaki gibi yerleştiriliyor.

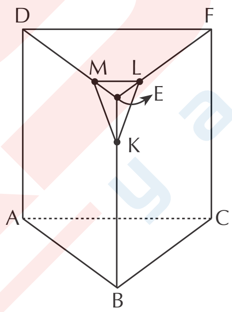


Bu silindirin hacmi kaç cm^3 tür?

A) $\frac{3\pi}{2}$ B) 3π C) $3\sqrt{3}\pi$ D) $4\sqrt{2}\pi$ E) 9π

(ÖSS 2008)

5.



Yukarıda, ABCDEF üçgen tabanlı dik prizması ile, köşeleri bu prizmanın ayrıtları üzerinde olan MLEK piramidi verilmiştir.

[ML] // [DF],

$\frac{|ME|}{|DE|} = \frac{1}{3}$,

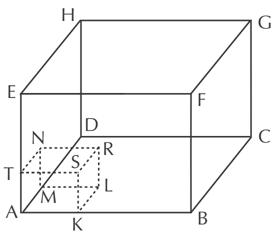
$\frac{|EK|}{|EB|} = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, $\frac{\text{Hacim(MLEK)}}{\text{Hacim(ABCDEF)}}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{81}$ B) $\frac{1}{64}$ C) $\frac{1}{49}$ D) $\frac{1}{36}$ E) $\frac{1}{27}$

(ÖSS 2001)

6.



ABCDEFGH küp

AKLMTSRN küp

|AB| = a cm

|AK| = $\frac{a}{3}$ cm

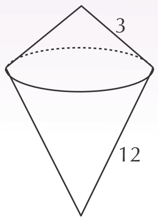
Bir kenarı a cm olan içi dolu tahta bir küpün köşesinden, bir kenarı $\frac{a}{3}$ olan bir küp kesilerek çıkartılıyor.

Geriye kalan büyük küp parçasının alanının, küçük küpün alanına oranı kaçtır?

A) 9 B) 12 C) 18 D) 27 E) 36

(ÖSS 2002)

7.



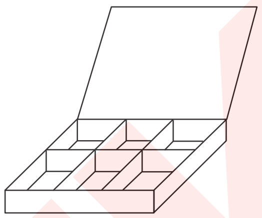
Şekildeki gibi, koni biçiminde bir kapak ile koni biçiminde bir gövdeden oluşan kapaklı bir cisim yapılacaktır. Kapak koninin yanal ayrıtı 3 cm, yanal alanı 24 cm^2 dir.

Gövde koninin yanal ayrıtı 12 cm olduğuna göre, yanal alanı kaç cm^2 dir?

A) 96 B) 108 C) 116 D) 150 E) 384

(ÖSS 2003)

8.



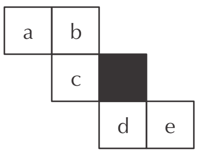
Şekildeki gibi 6 bölümlü ve tabanı kare olan kapaklı bir karton kutu yapılacaktır.

Bu kutunun yüksekliği 5 cm, tabanının bir kenarının uzunluğu 20 cm olacağına göre, kaç cm^2 karton gereklidir?

A) 1000 B) 1100 C) 1200 D) 1400 E) 1500

(ÖSS 2003)

9.



Yukarıda bir küpün açınımı verilmiştir.

Küpün üst yüzeyinde siyah kare bulunduğunda alt yüzeyindeki karede hangi harf bulunur?

A) a B) b C) c D) d E) e

(YGS 2010)

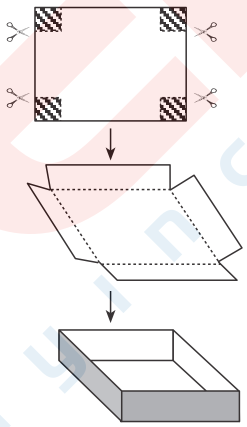
10. Yüksekliği 10 cm olan dik silindir biçimindeki bir su bardağı tümüyle su doludur. Suyun 25 cm^3 ü boşaltıldığında su yüksekliği 2 cm azalmaktadır.

Buna göre, tümüyle dolu bardakta kaç cm^3 su bulunur?

A) 125 B) 135 C) 150 D) 225 E) 250

(ÖSS 2005)

11.



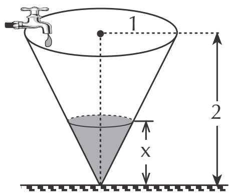
Bir kenar uzunluğu 16 cm olan kare şeklindeki kartonun köşelerinden bir kenar uzunluğu 3 cm olan birer kare kesilerek çıkartılıyor ve kalan karton parçası kıvrılarak şekildeki gibi üstü açık biri kutu yapılıyor.

Bu kutunun hacmi cm^3 tür?

A) 200 B) 240 C) 250 D) 300 E) 360

(ÖSS 2006 Mat-1)

12.



Şekildeki gibi, taban yarıçapı 1 metre, yüksekliği 2 metre olan dik koni biçimindeki bir su deposuna bir musluktan sabit hızla su akıtılıyor.

Depoda biriken suyun derinliği x metre olduğunda, depoda biriken suyun hacmi x türünden kaç metreküp olur?

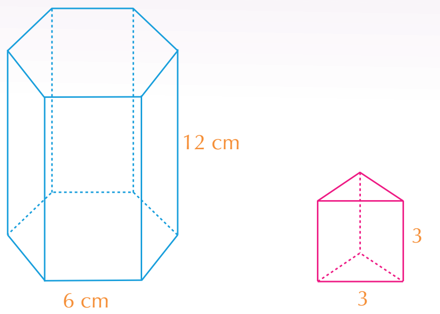
A) $\frac{\pi x^3}{12}$ B) $\frac{\pi x^3}{9}$ C) $\frac{\pi x^3}{6}$ D) $\frac{\pi x^3}{4}$ E) $\frac{\pi x^3}{3}$

(ÖSS 2006 Mat-2)

B - D - B / D - A - A / A - E - A / A - D - A

SINAVLARDA SORULABİLECEK SORULAR

1.

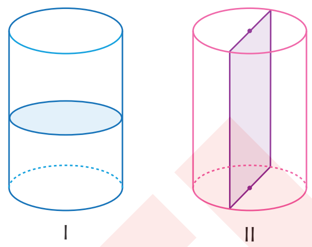


Şekildeki düzgün altıgen dik prizma biçimli kabın taban ayrıtları 6 şar cm, yüksekliği 12 cm dir.

Bu kabın içine tüm ayrıtları 3 er cm olan eşkenar üçgen dik prizmalardan en çok kaç tane sığdırılabilir?

A) 36 B) 60 C) 72 D) 84 E) 96

2.

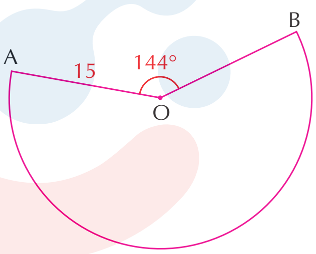


Birbirine eş silindir şeklindeki plastik cisimlerden I. si tabana paralel bir düzlemle, II. si tabana dik ve taban merkezinden geçen bir düzlemle kesiliyor.

I. silindirde oluşan arakesitin alanı 16π cm^2, II. silindirde oluşan arakesitin alanı 160 cm^2 olduğuna göre, bu cisimlerden birinin hacmi kaç cm^3 tür?

A) 280π B) 300π C) 320π D) 340π E) 360π

3.



Şekildeki O merkezli daire diliminde

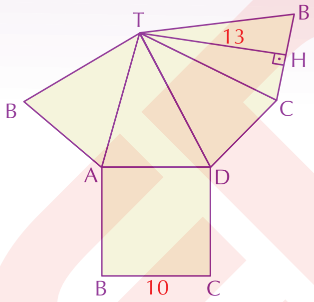
$|AO| = 15$ cm

$m(\widehat{AOB}) = 144°$

Bu dilimle oluşturulan koninin yüksekliği kaç cm dir?

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

4.

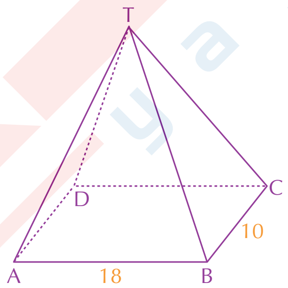


Yukarıdaki şekilde bir kare dik piramidin açınımı verilmiştir.

$|BC| = 10$ cm ve $|TH| = 13$ cm olduğuna göre, bu piramidin hacmi kaç cm^3 tür?

A) 360 B) 400 C) 440 D) 480 E) 540

5.

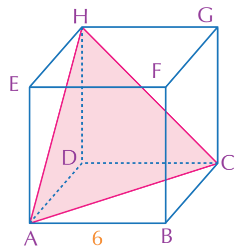


Şekildeki dikdörtgen dik piramidin cisim yüksekliği 12 cm dir.

$|AB| = 18$ cm ve $|BC| = 10$ cm olduğuna göre, piramidin yanal alanı kaç cm^2 dir?

A) 384 B) 390 C) 396 D) 402 E) 408

6.



Şekildeki küpte $|AB| = 6$ cm olduğuna göre, Alan(ACH) kaç cm^2 dir?

A) $6\sqrt{3}$ B) $8\sqrt{3}$ C) $9\sqrt{3}$ D) $12\sqrt{3}$ E) $18\sqrt{3}$

E - C - A / B - A - E

KAZANMIŞ OLMAMIZ GEREKEN BİLGİ ve BECERİLER

	+	∓	−
Bir yapının izometrik ve ortografik çizimini yapabilme			
Üçgen prizma, dikdörtgenler prizması, kare prizma ve küpü tanımlayabilme			
Prizmaların alanlarını ve hacimlerini hesaplayabilme			
Prizmanın iki ayrıtı üzerindeki iki nokta arasındaki mesafeyi hesaplayabilme			
Düzlemsel bir şekilden prizma oluşturabilme			
Prizmaların açılımlarını çizebilme			
Yüzey köşegeni ve cisim köşegeni uzunluklarını hesaplayabilme			
Silindirin yanal alanını ve taban alanını hesaplayabilme			
Silindirin hacmini hesaplayabilme			
Üçgen piramit ve kare piramidi tanımlayabilme			
Piramitlerin alanlarını ve hacimlerini hesaplayabilme			
Kesik piramidin alanını ve hacmini hesaplayabilme			
Koninin açık şeklini çizebilme			
Koninin alanını ve hacmini hesaplayabilme			
Kürenin yüzey alanını ve hacmini hesaplayabilme			

11 NOKTANIN ANALİTİĞİ VE ANALİTİK DÜZLEMDE VEKTÖRLER

- Sayı doğrusu
- Dik koordinat sistemi noktaların adresini buldurur.
- İki nokta arasındaki uzaklık
- Bir doğrusu parçasını belli bir oranda içten bölen noktayı bulma
- Bir doğru parçasının orta noktasının koordinatları
- Üçgenin ağırlık merkezinin koordinatları
- Bir doğru parçasının belli bir oranda dıştan bölen noktayı bulma
- Analitik düzlemde çokgenler
- Vektörleri tanıyoruz.

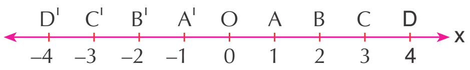
YÖRÜNGEDEKİ KAVRAMLAR

- dik koordinat sistemi s. 357
- x ekseni s. 357
- y ekseni s. 357
- bir noktanın koordinatı s. 357
- apsis s. 357
- ordinat s. 357
- orijin s. 357

NOKTANIN ANALİTİĞİ VE ANALİTİK DÜZLEMDE VEKTÖRLER

11.1 *Sayı doğrusu*

Reel sayılarla bire bir eşlenmiş doğrulara sayı doğrusu (sayı ekseni) denir.



Şekildeki Ox doğrusunda O noktası başlangıç noktası olarak kabul edilir. Başlangıç noktasının sağına pozitif sayılar soluna negatif sayılar yazılır. Sayı doğrusu üzerinde seçilen her noktaya bir reel sayı karşılık gelir. Sayı doğrusu üzerindeki noktalara karşılık gelen sayılara noktaların koordinatı denir ve A(1), B(2), A'(–1), B'(–2), ... olarak ifade edilir.

Sayı doğrusu üzerindeki A noktasının koordinatı x olduğu için $|OA| = x$, B noktasının koordinatı y olduğu için $|OB| = |y|$ dir.

Bu iki nokta arasındaki uzaklık $|AB| = |x - y|$ şeklinde bulunur.

örnek soru

A(1) ve B(-4) noktaları veriliyor.

Buna göre, [AB] nin uzunluğunu bulalım.

çözüm

$|AB| = |1 - (-4)| = |1 + 4| = 5$ birim olur.

örnek soru

A(3) ve B(-6) ise, |AB| uzunluğunun kaç birim olduğunu bulalım.

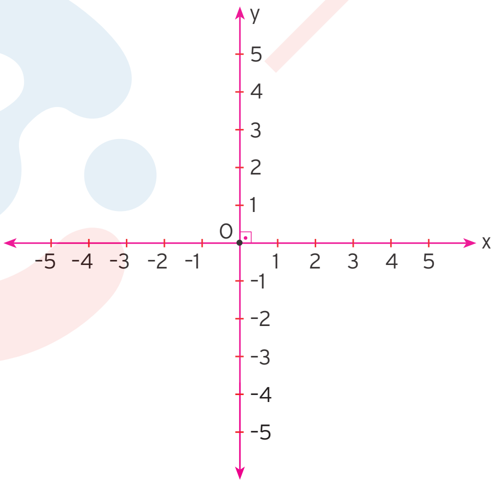
çözüm

$|AB| = |3 - (-6)| = |3 + 6| = 9$ birim olur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 1 nolu soruyu hemen çözelim.

11.2 *Dik koordinat sistemi noktaların adresini buldurur.*

Başlangıç noktasında birbirine dik olan iki sayı doğrusunun oluşturduğu sisteme dik koordinat sistemi denir.



Şekilde,

- x e yatay eksen (apsisler ekseni veya Ox ekseni) denir.
- y ye düşey eksen (ordinatlar ekseni veya Oy ekseni) denir.
- O noktasına başlangıç noktası (orijin) denir.
- Dik koordinat sisteminin belirttiği düzleme ise analitik düzlem denir.

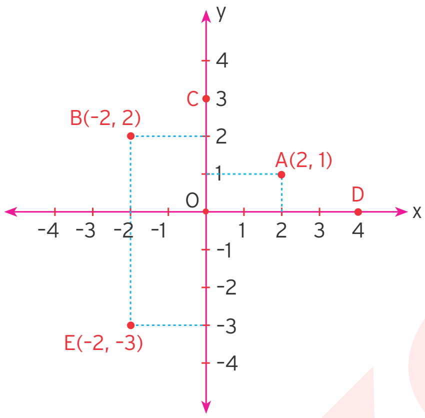
Analitik düzlemin üzerindeki her noktaya R x R kümesinin bir elemanı, R x R kümesinin her elemanına da düzlemde bir nokta karşılık gelir.

Dik koordinat düzleminde her noktanın bir koordinatı vardır. Her bir nokta ikililer şeklinde ifade edilir ve A(a, b) şeklinde gösterilir. a ya A noktasının apsisi b ye A noktasının ordinatı denir.

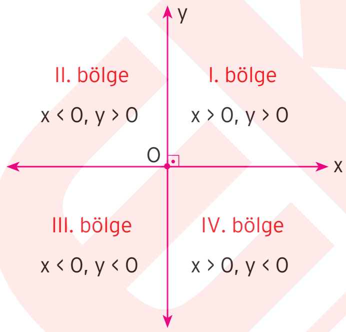
örnek soru

A(2, 1), B(−2, 2), C(0, 3), D(4, 0) ve E(−2, −3) noktalarını koordinat sisteminde gösterelim.

çözüm



- Apsisi sıfır olan noktalar y ekseni üzerinde, ordinatı sıfır olan noktalar x ekseni üzerindedir.



Analitik düzlemde A(a, b) noktası verilsin.

A noktası,

I. bölgede ise, $a > 0$ ve $b > 0$

II. bölgede ise, $a < 0$ ve $b > 0$

III. bölgede ise, $a < 0$ ve $b < 0$

IV. bölgede ise, $a > 0$ ve $b < 0$

olur.

Analitik düzlemde,

- apsisi de ordinatı da pozitif olan noktalar birinci bölgededir.
- apsisi negatif, ordinatı pozitif olan noktalar ikinci bölgededir.
- apsisi de ordinatı da negatif olan noktalar üçüncü bölgededir.
- apsisi pozitif, ordinatı negatif olan noktalar dördüncü bölgededir.

örnek soru

a ve b reel sayılardır.

A(a, b) noktası analitik düzlemin ikinci bölgesinde olduğuna göre, B(−a, b), $C\left(\frac{a}{b}, -b\right)$, D($a^2$, −b), E(a − b, b) noktalarının analitik düzlemin hangi bölgelerinde olduğunu bulalım.

çözüm

A(a, b) noktası ikinci bölgede olduğuna göre, a negatif ($a < 0$), b pozitif ($b > 0$) bir sayıdır. Bu durumda $-a > 0$, $-b < 0$ dır.

B(−a, b) ⟶ (+, +) olduğundan B noktası I. bölgededir.

$C\left(\frac{a}{b}, -b\right)$ ⟶ (−, −) olduğundan C noktası III. bölgededir.

D(a^2, −b) ⟶ (+, −) olduğundan D noktası IV. bölgededir.

E(a − b, b) ⟶ (−, +) olduğundan E noktası II. bölgededir.

örnek soru

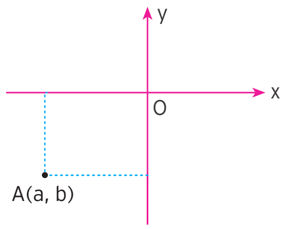
A(a,b) noktası koordinat düzleminde 3. bölgede bulunduğuna göre, (a, b) ikilisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1,2) B) (−2, 3) C) (2, 3)

D) (−1, −1) E) (0, 4)

(ÖSS 1995)

çözüm



$a < 0$

$b < 0$

A(a, b) = A(−1, −1)

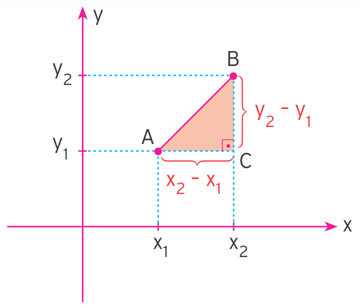
olabilir.

Cevap: D

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 2, 5, 8, 9 nolu soruları hemen çözelim.

11.3 *İki nokta arasındaki uzaklık*

$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktaları arasındaki uzaklığı hesaplayalım.



$|AC| = x_2 - x_1$

$|BC| = y_2 - y_1$

ACB dik üçgeninde pisagor teoremi uygularsak,

$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

A ile B noktaları arasındaki uzaklık

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

olur.

örnek soru

A(1, 3) ve B(4, 7) noktaları arasındaki uzaklığı bulalım.

çözüm

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(4-1)^2 + (7-3)^2}$$
$$= \sqrt{3^2 + 4^2}$$
$$= \sqrt{25} = 5 \text{ birim bulunur.}$$

örnek soru

A(3, 2) ve B(a, -3) noktaları veriliyor.

|AB| = 13 birim olduğuna göre, a değerlerini bulalım.

çözüm

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(a-3)^2 + (-3-2)^2}$$
$$= \sqrt{(a-3)^2 + 25}$$

$(13)^2 = \left(\sqrt{(a-3)^2 + 25}\right)^2$ (Her iki tarafın karesini alalım.)

$169 = (a - 3)^2 + 25$

$144 = (a - 3)^2$

$a - 3 = 12$ veya $a - 3 = -12$

$a = 15$ $\quad$ $a = -9$ bulunur.

örnek soru

A(2, -1), B(a, 3) ve C(3, 7) noktaları veriliyor.

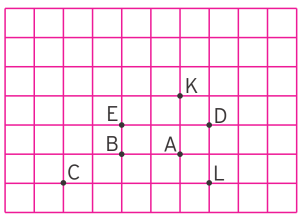
|AB| = |BC| olduğuna göre, a reel sayısını bulalım.

çözüm

$|AB| = |BC|$ ise, $\sqrt{(a-2)^2 + (3-(-1))^2} = \sqrt{(3-a)^2 + (7-3)^2}$

$$(a-2)^2 + 4^2 = (3-a)^2 + 4^2$$
$$\cancel{a^2} - 4a + 4 + \cancel{16} = 9 - 6a + \cancel{a^2} + \cancel{16}$$
$$6a - 4a = 9 - 4$$
$$2a = 5$$
$$a = \frac{5}{2} \text{ bulunur.}$$

örnek soru



Birim karelere bölünmüş bir kâğıt üzerinde A, B, C, D, E, K, L noktaları şekildeki gibi işaretlenmiştir. Bu kareli kâğıda A, B, C, D, E noktalarından biri orijin olacak biçimde bir dik koordinat sistemi yerleştiriliyor.

K ve L noktalarının orijine uzaklıkları eşit olduğuna göre, orijin aşağıdakilerden hangisidir?

A) A $\quad$ B) B $\quad$ C) C $\quad$ D) D $\quad$ E) E

(ÖSS 2006)

çözüm

C noktası orijin alındığında, K nin koordinatları (4, 3) ve L nin koordinatları (5, 0) olur.

Bu durumda $|CK| = \sqrt{4^2+3^2} = 5$ birim ve

$|CL| = \sqrt{5^2+0^2} = 5$ birim olur.

O halde, C noktası orijin olmalıdır.

Cevap C

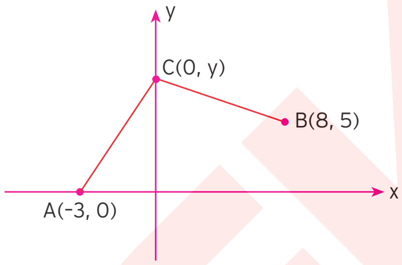
örnek soru

(-3,0) ve (8,5) noktalarına eşit uzaklıkta olan ve y ekseni üzerinde bulunan noktanın ordinatı (y) kaçtır?

A) -6 B) -4 C) 0 D) 2 E) 8

(ÖSS 1996)

çözüm



$C(0, y)$, $|CA| = |CB|$

$$\sqrt{(0+3)^2+(y-0)^2} = \sqrt{(0-8)^2+(y-5)^2}$$

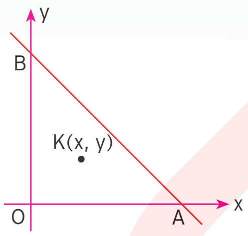
$$9+y^2 = 64+y^2-10y+25$$

$$10y = 80$$

$$y = 8$$

Cevap: E

örnek soru



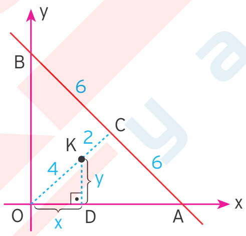
Şekildeki dik koordinat sisteminin eksenleri üzerindeki A ve B noktalarını birleştiren [AB] doğru parçasının uzunluğu 12 cm dir.

OAB üçgeninin kenarortayları K(x, y) noktasında kesiştiğine göre, $x^2 + y^2$ toplamı kaçtır?

A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 25

(ÖSS 2007)

çözüm



K noktasından geçen [OC] kenarortaydır.

$|BC| = |CA| = |OC| = 6$ cm dir.

Buna göre, $|OK| = 4$ cm,

$|KC| = 2$ cm olur.

KOD dik üçgeninde pisagor bağıntısı uygulanırsa,

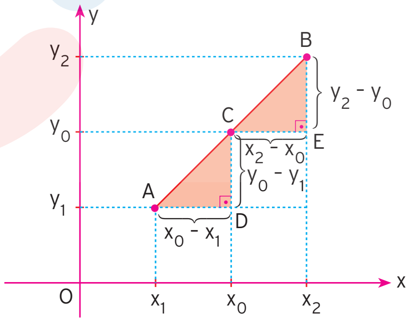
$x^2 + y^2 = 4^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 16$ bulunur.

Cevap C

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 2 3, 7, 8 nolu soruları hemen çözelim.

11.4 Bir doğru parçasını belli bir oranda içten bölen noktayı bulma

$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktaları verilsin. [AB] nı k oranında içten bölen $C(x_0, y_0)$ noktasının koordinatlarını bulalım.



$\dfrac{|CA|}{|CB|} = k$ olsun.

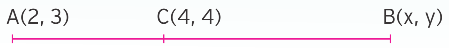
Şekilden; $\widehat{ADC} \sim \widehat{CEB}$ (A.A. benzerlik teoremi)

$$\frac{|AD|}{|CE|} = \frac{|DC|}{|EB|} = \frac{|AC|}{|CB|} = k \text{ dir.}$$

$$\frac{|AD|}{|CE|} = \frac{x_0 - x_1}{x_2 - x_0} = k$$

$$\frac{|DC|}{|EB|} = \frac{y_0 - y_1}{y_2 - y_0} = k \text{ olur.}$$

örnek soru



[AB] üzerinde A(2, 3), B(x, y) ve C(4, 4) noktaları veriliyor.

$\dfrac{|AC|}{|BC|} = \dfrac{1}{2}$ **olduğuna göre, x + y toplamını bulalım.**

çözüm

1. Yol :

$\dfrac{|AC|}{|CB|} = \dfrac{1}{2}$

$\dfrac{2-4}{4-x} = \dfrac{1}{2}$

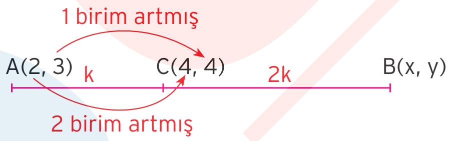
$-4 = 4 - x \Rightarrow x = 8$

$\dfrac{3-4}{4-y} = \dfrac{1}{2}$

$-2 = 4 - y \Rightarrow y = 6$ bulunur.

2. Yol :

$|AC| = k$ ve $|BC| = 2k$ alınırsa,



Apsisler arasında A noktasından C noktasına k için 2 birim artış var ise, C noktasından B noktasına 2k için 4 birim artış olur.

Buna göre, x = 4 + 4 = 8 olur.

Ordinatlar arasında A noktasından C noktasına k için 1 birim artış var ise, C noktasından B noktasına 2k için 2 birim artış olur.

Buna göre, y = 4 + 2 = 6 olur.

x + y = 8 + 6 = 14 bulunur.

örnek soru

A(1, 3), B(4, 0) noktaları veriliyor. [AB] üzerinde bir C(x, y) noktası alınıyor.

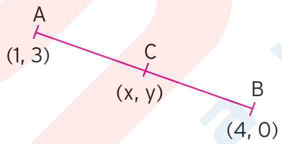
$\dfrac{|CA|}{|BC|} = \dfrac{1}{2}$ **olduğuna göre, C noktasının apsisi (x) kaçtır?**

A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 4

(ÖSS 1991)

çözüm

1. Yol :



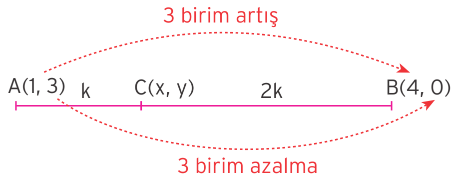
$\dfrac{|CA|}{|BC|} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{x-1}{4-x} = \dfrac{1}{2}$

$2x - 2 = 4 - x$

$3x = 6 \Rightarrow x = 2$

(Apsislerin farkı alınırken aynı yönde alınmasına dikkat ediniz.)

2. Yol :



$\dfrac{|CA|}{|BC|} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow |CA| = k$ alınırsa, $|CB| = 2k$ alınır.

Apsisler arasında, A noktasından B noktasına 3k için 3 birim artış var ise, A noktasından C noktasına k için 1 birim artış olur.

Buna göre, x = 1 + 1 = 2 olur.Ordinatlar arasında da aynı yöntemle işlem yapılabilir.

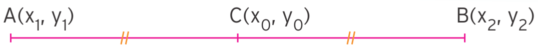
Cevap: A

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 2 2 nolu soruları hemen çözelim.

11.5 Bir doğru parçasının orta noktasının koordinatları

$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktaları verilsin.

[AB] nin orta noktası $C(x_0, y_0)$ olsun.



$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{ve} \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} \text{ dir.}$$

örnek soru

A(2, 7) ve B(−10, 11) noktaları veriliyor.

Buna göre, [AB] nin orta noktasının koordinatlarını bulalım.

çözüm

[AB] nın orta noktası C(a, b) olsun.

$$a = \frac{2+(-10)}{2} \qquad b = \frac{7+11}{2}$$

$$a = -4 \qquad b = 9$$

C(−4, 9) bulunur.

örnek soru

Uç noktaları A(−2, 10) ve B(a, 4) olan [AB] doğru parçasının orta noktası C(3, b) olduğuna göre, a + b toplamını bulalım.

çözüm

$$3 = \frac{-2+a}{2} \qquad b = \frac{10+4}{2}$$

$$6 = -2 + a \qquad b = 7$$

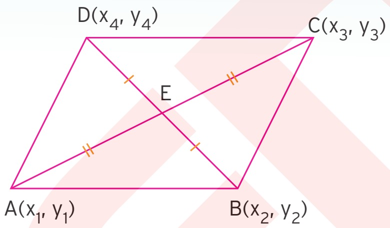
$$8 = a$$

a + b = 8 + 7 = 15 bulunur.

örnek soru

Koordinat düzlemi üzerindeki bir paralelkenarın köşe noktaları arasındaki ilişkiyi bulalım.

çözüm



Paralelkenarda köşegenler birbirini ortalar. Bundan dolayı, |DE| = |EB| ve |AE| = |EC| dir.

E(a, b) olsun.

$$a = \frac{x_1 + x_3}{2} = \frac{x_2 + x_4}{2} \Rightarrow x_1 + x_3 = x_2 + x_4$$

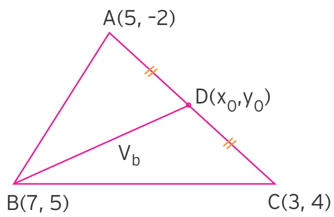
$$b = \frac{y_1 + y_3}{2} = \frac{y_2 + y_4}{2} \Rightarrow y_1 + y_3 = y_2 + y_4$$

bulunur.

örnek soru

Köşelerinin koordinatları A(5, −2), B(7, 5) ve C(3, 4) olan üçgenin [AC] kenarına ait kenarortayın uzunluğu, V_b kaç birimdir?

çözüm



[AC] nin orta noktası $D(x_0, y_0)$ ise,

$$x_0 = \frac{5+3}{2} = 4$$

$$y_0 = \frac{-2+4}{2} = 1 \text{ olur.}$$

O halde, $V_b = \sqrt{(7-4)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{9+16} = 5 \text{ br}$ olur.

örnek soru

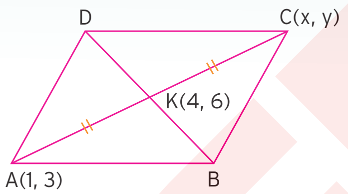
Bir ABCD paralelkenarının A köşesinin koordinatları (1, 3), köşegenlerin kesim noktası olan K nin koordinatları ise (4, 6) dır.

Buna göre, A nın karşısındaki C köşesinin koordinatları toplamı kaçtır?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

(ÖSS 1997)

çözüm



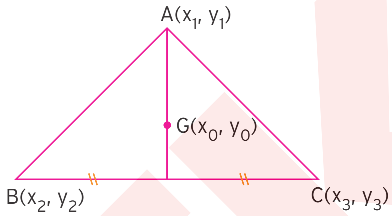
$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x+1}{2}=4 \rightarrow x=7 \\ \dfrac{y+3}{2}=6 \rightarrow y=9 \end{array}\right\}(7,9)$$

$x+y=7+9=16$

Cevap: E

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 1 6 / Genel Tekrar Testi 4 nolu soruları hemen çözelim.

11.6 *Üçgenin ağırlık merkezinin koordinatları*



$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ve $C(x_3, y_3)$ noktalarını köşe kabul eden ABC üçgeninin ağırlık merkezinin koordinatları $G(x_0, y_0)$ olsun.

$$x_0=\frac{x_1+x_2+x_3}{3} \qquad y_0=\frac{y_1+y_2+y_3}{3}$$

olur.

örnek soru

İki köşesinin koordinatı A(8, 17) ve B(-3, -2) olan ABC üçgeninin C köşesi Ox ekseni üzerinde ise ağırlık merkezinin ordinatını bulalım.

çözüm

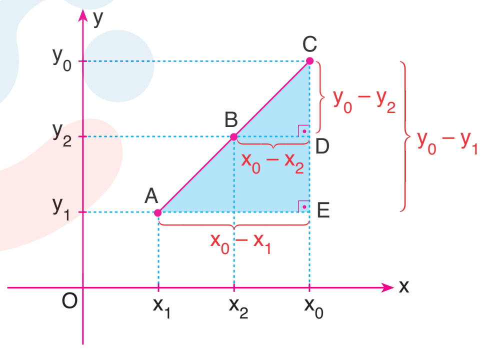
Üçgenin C köşesi Ox ekseni üzerinde olduğu için ordinatı sıfırdır.

Ağırlık merkezinin ordinatı $=\dfrac{17+(-2)+0}{3}$

$=5$ bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 2 9 nolu soruyu hemen çözelim.

11.7 *Bir doğru parçasını belli bir oranda dıştan bölen noktayı bulma*



$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktaları için

[AB] nı $\dfrac{|CA|}{|CB|}=k$

oranında dıştan bölen $C(x_0, y_0)$ noktasının koordinatları

$\widehat{CAE} \sim \widehat{CBD}$ (A.A. benzerlik teoremi)

$$\frac{|AE|}{|BD|}=\frac{|CE|}{|CD|}=k \text{ dir.}$$

$$\frac{|AE|}{|BD|}=\frac{x_0-x_1}{x_0-x_2}=k$$

$$\frac{|CE|}{|BD|}=\frac{y_0-y_1}{y_0-y_2}=k \text{ olur.}$$

örnek soru

A(−1, 3) ve B(5, 1) noktaları veriliyor.

[AB] doğru parçasını |AC| = 3.|BC| olacak şekilde dıştan bölen C noktasının koordinatlarını bulalım.

çözüm

C noktası C(a, b) olsun.

A(−1, 3) — 2k — B(5, 1) — k — C(a, b)

|AC| = 3·|BC| olduğu için |BC| = k, |AC| = 3k olur.

$$\frac{a-5}{a-(-1)} = \frac{1}{3} \qquad \frac{b-1}{b-3} = \frac{1}{3}$$

$$3a-15 = a+1 \qquad 3b-3 = b-3$$

$$2a = 16 \qquad 2b = 0$$

$$a = 8 \qquad b = 0$$

C(8, 0) bulunur.

örnek soru

A(16, −4), B(8, 0) ve C(x, y) noktaları doğrusaldır.

$\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{1}{2}$ **şartını sağlayan C(x, y) noktalarını bulalım.**

çözüm

$\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{1}{2}$ olduğuna göre, |AB| = k olursa, |AC| = 2k olur.

A(16, −4) — k — B(8, 0) — k — C(x, y)

olduğundan B noktası [AC] nin orta noktası olabilir.

$$8 = \frac{16+x}{2} \qquad 0 = \frac{-4+y}{2}$$

$$16 = 16+x \qquad 0 = -4+y$$

$$0 = x \qquad 4 = y$$

C(0, 4) olabilir.

B(8, 0) — k — A(16, −4) — 2k — C(x, y)

C noktası [AB] yi şekildeki gibi aynı oranda bölebilir.

$$\frac{8-16}{8-x} = \frac{1}{3} \qquad \frac{0-(-4)}{0-y} = \frac{1}{3}$$

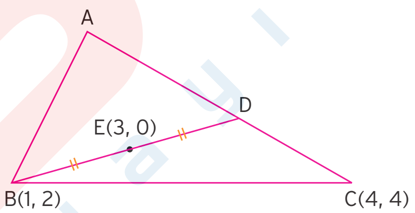
$$\frac{-8}{8-x} = \frac{1}{3} \qquad \frac{4}{-y} = \frac{1}{3}$$

$$-24 = 8-x \qquad y = -12$$

$$x = 32$$

C(32, −12) olabilir.

örnek soru



ABC üçgeninde B(1, 2), C(4, 4) ve E(3, 0) noktaları veriliyor.

|BE| = |ED| ve |AD| = 3.|DC| olduğuna göre, A ve D noktalarının koordinatlarını bulalım.

çözüm

D noktasının koordinatları D(x, y) olsun.

B ile D noktalarının orta noktası E noktası olduğu için

$$3 = \frac{x+1}{2} \qquad 0 = \frac{y+2}{2}$$

$$6 = x+1 \qquad 0 = y+2$$

$$5 = x \qquad -2 = y$$

D(5, −2) bulunur.

A noktasının koordinatları A(a, b) olsun.

A(a, b) — 3k — D(5, −2) — k — C(4, 4)

$$\frac{4-5}{4-a} = \frac{1}{4} \qquad \frac{4-(-2)}{4-b} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{-1}{4-a} = \frac{1}{4} \qquad \frac{6}{4-b} = \frac{1}{4}$$

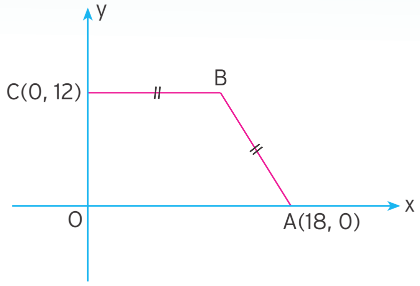
$$-4 = 4-a \qquad 24 = 4-b$$

$$a = 8 \qquad b = -20$$

A(8, −20) bulunur.

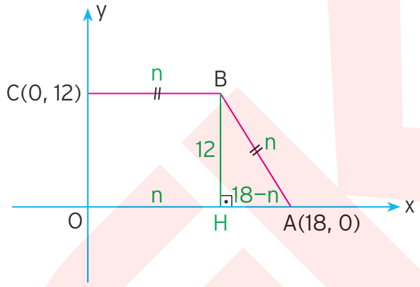
11.8 Analitik düzlemde çokgenler

örnek soru



Yukarıdaki dik koordinat sisteminde OABC bir dik yamuk, CB // OA, |CB| = |AB|, A(18, 0) ve C(0, 12) olduğuna göre, B noktasının koordinatlarının toplamı kaçtır?

çözüm



|CB| = |AB| = n olsun.

[BH] ⊥ Ox olacak şekilde [BH] çizilirse,

|BH| = |OC| = 12 br, |OH| = |CB| = n olur.

Bu durumda, |AH| = 18 − n olur.

BHA dik üçgeninde pisagor teoremi uygulanırsa,

$n^2 = 12^2 + (18 - n)^2$

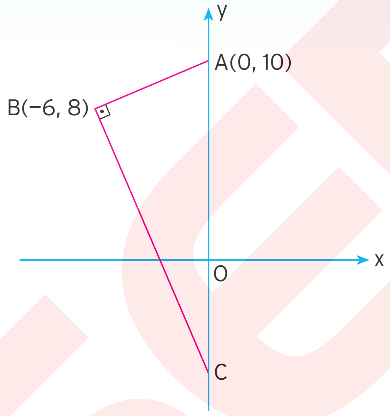
$n^2 = 144 + 324 + n^2 - 36n$

$36n = 468$

$n = 13$ olur.

Bu durumda B noktasının koordinatları (13, 12) ve sorunun cevabı ise, 13 + 12 = 25 bulunur.

örnek soru



ABC bir dik üçgen

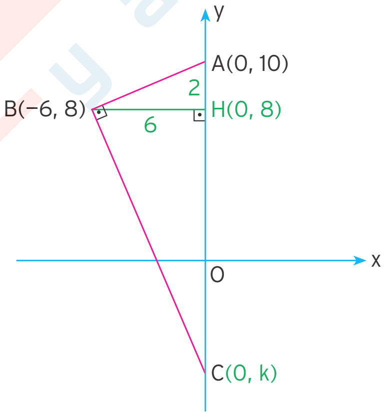
[AB] ⊥ [BC]

A(0, 10)

B(−6, 8)

Yukarıdaki koordinat sisteminde verilenlere göre, C noktasının ordinatı kaçtır?

çözüm



[BH] ⊥ Oy olacak şekilde [BH] çizilirse, B noktasının apsisi −6 olduğundan |BH| = 6 br ve B noktasının ordinatı 8 olduğundan H noktasının ordinatı da y olur.

A ve H noktalarının apsisleri eşit ve ordinatları farkı 2 olduğundan |AH| = 2 br olur.

ABC dik üçgeninde öklid bağıntısı uygulanırsa,

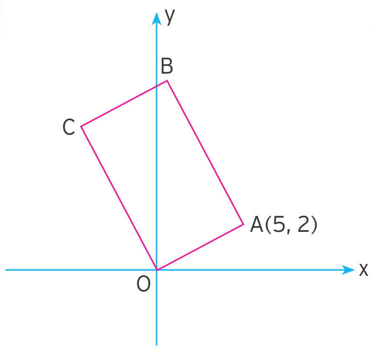
$|BH|^2 = |AH| \cdot |HC|$

$6^2 = 2 \cdot |HC| \Rightarrow |HC| = 18$ br olur.

H noktasının ordinatı 8 ve C noktasının ordinatı k olduğundan,

$|HC| = 8 - k = 18 \Rightarrow k = -10$ bulunur.

örnek soru



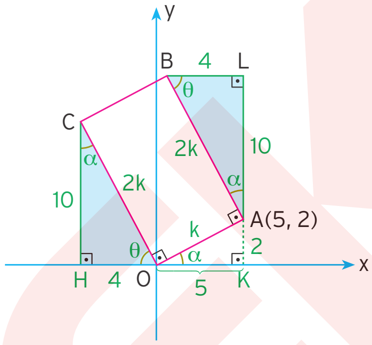
OABC bir dikdörtgen

|OC| = 2|OA|

A(5, 2)

Yukarıdaki verilere göre, B ve C noktalarının ordinatlarının toplamı kaçtır?

çözüm



[AK] ⊥ Ox ve [CH] ⊥ Ox olacak şekilde

[AK] ve [CH] çizilirse, $\widehat{AKO} \sim \widehat{OHC}$ olur.

|OC| = 2|OA| verildiğinden,

|OA| = k ve |OC| = 2k diyelim.

A(5, 2) olduğundan |OK| = 5 br, |AK| = 2 br dir.

Benzerlik uygulanırsa,

|OH| = 4 br ve |CH| = 10 br bulunur.

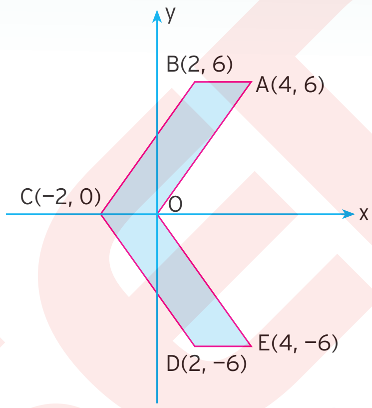
Ayrıca, $\widehat{ALB} \cong \widehat{CHO}$ olduğundan

|BL| = 4 br ve |AL| = 10 br bulunur.

Sonuç olarak, C noktasının ordinatı 10 ve B noktasının ordinatı 12 olduğundan sorunun cevabı

10 + 12 = 22 bulunur.

örnek soru



Yukarıdaki şekilde, bir köşesi orijin olan OABCDE altıgeninin köşe noktalarının koordinatları verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

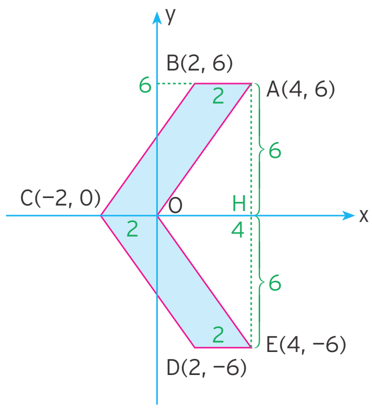
çözüm

A ile B nin ve E ile D nin ordinatlarının eşit olması [AB] ve [ED] kenarlarının Ox eksenine paralel olduğunu gösterir.

Ayrıca, hem A ile B nin, hem O ile C nin, hem de D ile E nin apsisleri arasındaki farkın 2 olması

|AB| = |OC| = |ED| = 2 birim olduğunu gösterir.

Dolayısıyla hem COAB dörtgeni, hem de CDEO dörtgeni birer paralelkenardır.



Alan(COAB) = |OC|·|AH| = 2·6 = 12 br^2 ve

Alan(CDEO) = |OC|·|EH| = 2·6 = 12 br^2

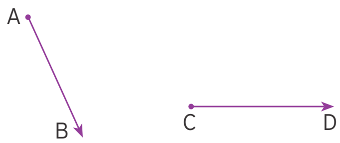
olduğundan taralı bölgelerin toplam alanı

2·12 = 24 br^2 bulunur.

11.9 Vektörleri tanıyoruz.

Yönlü Doğru Parçası

Bir düzlemde, başlangıç noktası, bitiş noktası ve yönü belirlenmiş olan doğru parçalarına yönlü doğru parçası denir.



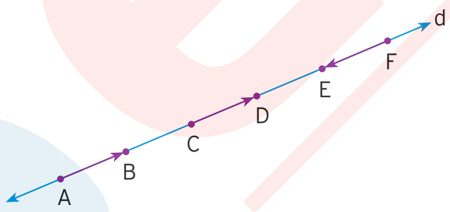
Şekildeki yönlü doğru parçalarından AB yönlü doğru parçaları A noktasından başlayıp B noktasında bittiği için $\overrightarrow{AB}$ ile gösterilir. CD yönlü parçası ise, $\overrightarrow{CD}$ ile gösterilir.

Yönlü doğru parçalarının bir doğrultusu ve bir uzunluğu (şiddeti, normu) vardır. AB yönlü doğru parçasının uzunluğu $|\overrightarrow{AB}|$ ile gösterilir.

Şekildeki $\overrightarrow{AB}$ ve $\overrightarrow{BA}$ uzunlukları birbirine eşit olan yönlü doğru parçalarıdır. Bu durum $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BA}|$ şeklinde gösterilir.

Burada $\overrightarrow{AB}$ ile $\overrightarrow{BA}$ zıt yönlü oldukları için $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ olur.

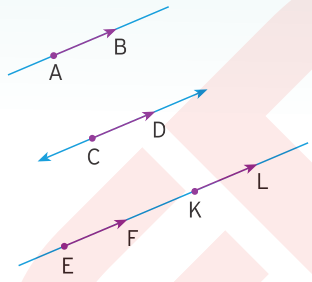
Bir d doğrusu üzerinde A, B, C, D, E ve F noktaları alınmış olsun.



$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ ve $\overrightarrow{FE}$ yönlü doğru parçalarının üzerinde bulunduğu d doğrusuna, yönlü doğru parçalarının taşıyıcısı denir.

Burada $\overrightarrow{AB}$ ile $\overrightarrow{FE}$, taşıyıcıları aynı, yönleri farklı doğru parçalarıdır. Taşıyıcıları aynı olduğu için doğrultuları da aynıdır.

Taşıyıcıları aynı ya da paralel olan yönlü doğru parçalarına, paralel yönlü doğru parçaları denir.



Şekilde $\overrightarrow{AB}$ // $\overrightarrow{CD}$ // $\overrightarrow{EF}$ // $\overrightarrow{KL}$ dır.

$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{EF}$ ve $\overrightarrow{KL}$ gibi paralel taşıyıcılar üzerinde bulunan, yönleri ve uzunlukları aynı olan tüm yönlü doğru parçalarını temsil eden $\overrightarrow{AB}$ yönlü doğru parçasına vektör denir.

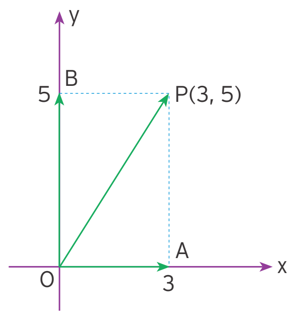
Vektörler $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{k}$, $\vec{w}$, ... gibi harflerle de gösterilir.

Sıfır Vektörü

A da başlayıp A da biten, yani başladığı noktada biten $\overrightarrow{AA}$ vektörüne sıfır vektörü denir.

$\overrightarrow{AA} = \vec{0}$ biçiminde gösterilir, bu vektörün uzunluğu $|\overrightarrow{AA}| = 0$ dır.

Analitik Düzlemde Vektörler

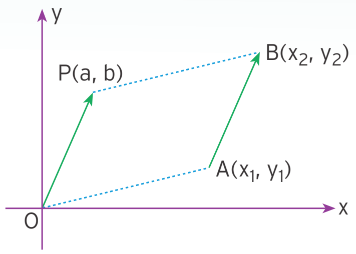


Şekildeki OP vektörü, O noktasından başlayıp P noktasında biten ve bileşenleri (3, 5) olan bir vektördür.

$\overrightarrow{OA} = (3, 0)$ vektörüne OP nin yatay bileşeni

$\overrightarrow{OB} = (0, 5)$ vektörüne OP nin dikey bileşeni denir.

Konum Vektörü



Analitik düzlemde $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktaları verilsin. $\overrightarrow{AB}$ vektörüne eşit ve başlangıç noktası orijin olan $\overrightarrow{OP}$ vektörüne $\overrightarrow{AB}$ vektörünün konum vektörü denir.

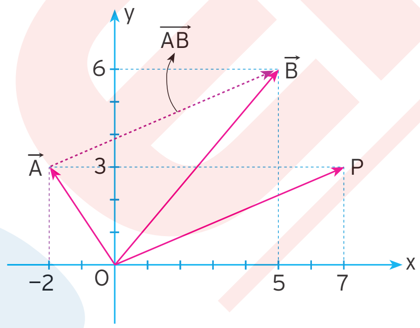
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OP}$ dir ve $P(a, b) = P(x_2 - x_1,\ y_2 - y_1)$ dir. a ve b değerlerine konum vektörünün bileşenleri denir.

örnek soru

Analitik düzlemde $A(-2, 3)$ ve $B(5, 6)$ noktaları veriliyor.

Buna göre, AB vektörünü temsil eden konum vektörünü bulunuz.

çözüm



AB vektörünün konum vektörü OP ise,

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{B} - \overrightarrow{A} = (5 - (-2), 6 - 3) = (7, 3)$ bulunur.

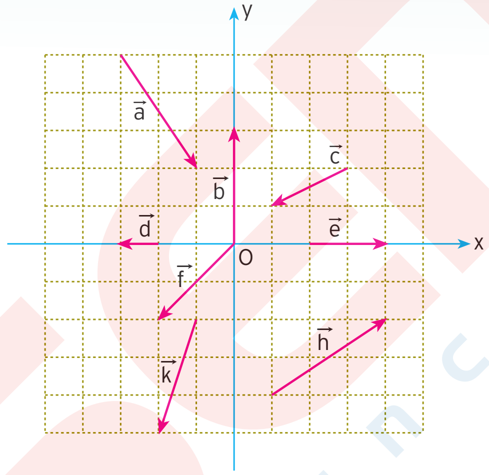
Eşitlikteki $\overrightarrow{B}$ vektörü başlangıç noktası orijin ve bitiş noktası B olan vektördür.

Şekilde

$\overrightarrow{OP} \parallel \overrightarrow{AB}$ ve $|\overrightarrow{OP}| = |\overrightarrow{AB}|$ dir.

Dolayısıyla $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OP}$ dir.

örnek soru



Yukarıdaki şekilde verilen koordinat sistemi birim karelere ayrılmıştır.

Buna göre, verilen vektörlerin bileşenlerini yazınız.

çözüm

Koordinat sisteminde verilen bir vektörün bileşenlerini bulmak için vektörün bitiş noktasının koordinatlarından başlangıç noktasının koordinatları çıkarılır.

$\vec{a}$ vektörünün bitiş noktası (−1, 2) ve başlangıç noktası (−3, 5) olduğundan $\vec{a}$ vektörünün bileşenleri

$\vec{a} = (-1, 2) - (-3, 5) = (-1 - (-3), 2 - 5)$

$\vec{a} = (2, -3)$ bulunur.

İkinci bir yol olarak, vektörün başlangıç noktasını koordinat sisteminin başlangıç noktası gibi düşünürsek, bitiş noktasının koordinatları vektörün bileşenlerini verir.

Buna göre, $\vec{b} = (0, 3)$

$\vec{c} = (-2, -1)$, $\vec{d} = (-1, 0)$

$\vec{e} = (2, 0)$, $\vec{f} = (-2, -2)$

$\vec{k} = (-1, -3)$ ve $\vec{h} = (3, 2)$ bulunur.

Bir Vektörün Uzunluğu

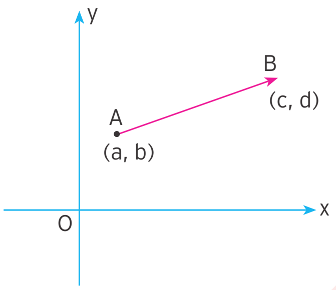
$\overrightarrow{AB} = (x_1, y_1)$ vektörünün uzunluğu (normu)

$|\overrightarrow{AB}|$ ile veya $||\overrightarrow{AB}||$ ile gösterilir.

$|\overrightarrow{AB}|$ uzunluğu

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$

eşitliğiyle bulunur.



Başlangıç noktası A(a, b) ve bitiş noktası B(c, d) olan $\overrightarrow{AB}$ vektörün uzunluğu

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2}$

bağıntısıyla bulunur.

örnek soru

Başlangıç noktası A(−3, 7) ve bitiş noktası B(9, 2) olan $\overrightarrow{AB}$ vektörünün uzunluğu kaç birimdir?

çözüm

A(−3, 7) ve B(9, 2) olduğuna göre,

$\overrightarrow{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (9, 2) - (-3, 7)$

$\overrightarrow{AB} = (12, -5)$ olur.

Buna göre, $\overrightarrow{AB}$ vektörünün uzunluğu,

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{12^2 + (-5)^2}$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{169} = 13$ br bulunur.

örnek soru

$\vec{A} = (-2\sqrt{3}, -2)$ vektörünün uzunluğu

$\vec{B} = \left(\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}\right)$ vektörünün uzunluğundan kaç birim fazladır?

çözüm

$\vec{A} = (-2\sqrt{3}, -2)$ ise, $|\vec{A}| = \sqrt{\left(-2\sqrt{3}\right)^2 + (-2)^2}$

$|\vec{A}| = \sqrt{12 + 4}$

$|\vec{A}| = 4$ br

$\vec{B} = \left(\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}\right)$ ise,

$|\vec{B}| = \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{16}{25} + \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{25}{25}} = 1$ br

O halde, $\vec{A}$ vektörünün uzunluğu $\vec{B}$ vektörünün uzunluğundan $|\vec{A}| - |\vec{B}| = 4 - 1 = 3$ br fazladır.

Birim Vektör

Uzunluğu 1 birim olan vektöre birim vektör denir.

Yani, $|\vec{A}| = 1$ birim ise, $\vec{A}$ vektörü birim vektördür.

örnek soru

$\vec{a} = \left(\frac{15}{17}, n\right)$ vektörü birim vektör olduğuna göre,

n nin alabileceği değerleri bulunuz.

çözüm

$\vec{a}$ vektörü birim vektör ise, $|\vec{a}| = 1$ birimdir.

$|\vec{a}| = \sqrt{\left(\frac{15}{17}\right)^2 + n^2} = 1 \Rightarrow \frac{225}{289} + n^2 = 1$

$n^2 = \frac{64}{289}$

$n_1 = \frac{8}{17}$ ve $n_2 = -\frac{8}{17}$ bulunur.

Bir Vektör ile Aynı Doğrultudaki Birim Vektörler

Bir $\vec{A}$ vektörü ile aynı yönde ve aynı doğrultudaki birim vektör $\vec{I}$ vektörü ise,

$\vec{I} = \frac{1}{|\vec{A}|} \cdot \vec{A}$ olur.

Zıt yöndeki birim vektör ise, $-\vec{I} = -\frac{1}{|\vec{A}|} \cdot \vec{A}$ olur.

örnek soru

Analitik düzlemde $\vec{A} = (-2, 6)$ vektörüyle aynı yöndeki birim vektörün bileşenlerinin toplamı kaçtır?

çözüm

$\vec{A} = (-2, 6)$ ise, $|\vec{A}| = \sqrt{(-2)^2 + 6^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ br

$\vec{A}$ vektörüyle aynı yönlü birim vektör $\vec{I}$ ise,

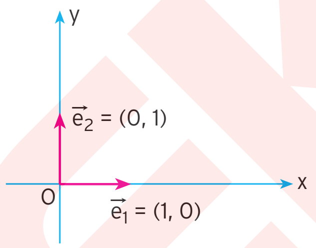
$$\vec{I} = \frac{1}{|\vec{A}|} \cdot \vec{A}$$

$$\vec{I} = \frac{1}{2\sqrt{10}} \cdot (-2, 6)$$

$$\vec{I} = \left(-\frac{1}{\sqrt{10}}, \frac{3}{\sqrt{10}}\right) \text{ bulunur.}$$

O halde, sorunun cevabı $-\frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{2}{\sqrt{10}}$ bulunur.

Standart Birim Vektörler



Analitik düzlemde $\vec{e}_1 = (1, 0)$ ve $\vec{e}_2 = (0, 1)$ birim vektörlerine standart (temel) birim vektörler denir.

Bir Vektörün Standart Birim Vektörler Cinsinden Yazılışı

$\vec{A} = (x_1, y_1)$ vektörünün standart birim vektörler cinsinden yazılışı

$\vec{A} = x_1 \vec{e}_1 + y_2 \vec{e}_2$

şeklindedir.

örnek soru

$\vec{u} = -8\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2$ vektörünün uzunluğu kaç birimdir?

çözüm

$\vec{u} = -8\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2$ vektörü, $\vec{u} = (-8, 6)$ şeklinde yazılabileceğine göre, $\vec{u}$ vektörünün uzunluğu

$|\vec{u}| = \sqrt{(-8)^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$ br dir.

İki Vektörün Eşitliği

$\vec{A} = (x_1, y_1)$ ve $\vec{B} = (x_2, y_2)$ vektörleri verilsin.

$\vec{A} = \vec{B}$ ise, $x_1 = x_2$ ve $y_1 = y_2$ dir.

örnek soru

$\vec{A} = (m - n, 13)$ ve $\vec{B} = (2, 2m + n)$ vektörleri veriliyor.

$\vec{A} = \vec{B}$ ise, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

çözüm

$\vec{A} = (m - n, 13)$ vektörü ile $\vec{B} = (2, 2m + n)$ vektörü eşit ise,

$$\begin{aligned} m - n &= 2 \\ 2m + n &= 13 \\ \hline 3m &= 15 \Rightarrow m = 5 \text{ ve } n = 3 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Bu durumda $m \cdot n = 5 \cdot 3 = 15$ bulunur.

İki Vektörün Toplamı ve Farkı

Analitik düzlemde verilen

$\vec{A} = (x_1, y_1)$ ve $\vec{B} = (x_2, y_2)$ vektörleri için

$\vec{A} + \vec{B} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$

$\vec{A} - \vec{B} = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$ olur.

örnek soru

$\vec{A} = (-2, 1)$ ve $\vec{B} = (4, 3)$ vektörleri için $\vec{A} + \vec{B}$ ve $\vec{A} - \vec{B}$ vektörlerini bulalım.

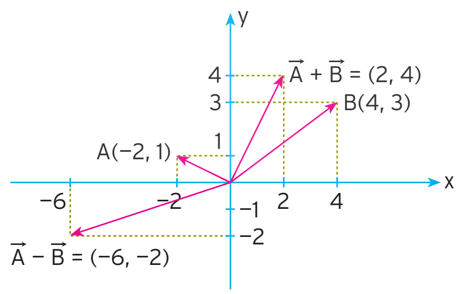
çözüm

$\vec{A} = (-2, 1)$ ve $\vec{B} = (4, 3)$ ise,

$\vec{A} + \vec{B} = (-2 + 4, 1 + 3) = (2, 4)$ olur.

$\vec{A} - \vec{B} = (-2 - 4, 1 - 3) = (-6, -2)$ olur.

Bu işlemler grafik üzerinde aşağıdaki gibi gösterilir.



Bir Vektörün Bir Reel Sayı İle Çarpımı

Her $\vec{A} = (x_1, y_1)$ vektörü ve $k \in R$ için

$k \cdot \vec{A} = k \cdot (x_1, y_1) = (kx_1, ky_1)$ şeklinde tanımlanır.

örnek soru

Koordinat düzleminde $A(2, 3)$, $B(-1, 5)$ noktaları ile $\vec{C} = (4, 3)$ vektörü veriliyor.

Buna göre, $2 \cdot \overrightarrow{AB} + 3 \cdot \vec{C}$ vektörünü bulalım.

çözüm

$\overrightarrow{AB} = \vec{B} - \vec{A}$ olduğundan

$\overrightarrow{AB} = (-1 - 2, 5 - 3) = (-3, 2)$ dir.

$2 \cdot \overrightarrow{AB} + 3 \cdot \vec{C} = 2 \cdot (-3, 2) + 3 \cdot (4, 3)$

$= (-6, 4) + (12, 9)$

$= (6, 13)$ bulunur.

İki Vektörün Paralelliği

$\vec{A} = (x_1, y_1)$ ve $\vec{B} = (x_2, y_2)$ vektörleri paralel ise,

$\dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{y_1}{y_2}$ olur.

örnek soru

Koordinat düzleminde $A(3, -1)$, $B(2, 4)$, $C(-2, 3)$ ve $D(m, 1)$ noktaları veriliyor.

$\overrightarrow{AB} \,//\, \overrightarrow{CD}$ ise, m kaçtır?

çözüm

$\overrightarrow{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (2, 4) - (3, -1) = (2 - 3, 4 - (-1)) = (-1, 5)$

$\overrightarrow{CD} = \vec{D} - \vec{C} = (m, 1) - (-2, 3) = (m - (-2), 1 - 3)$

$= (m + 2, -2)$

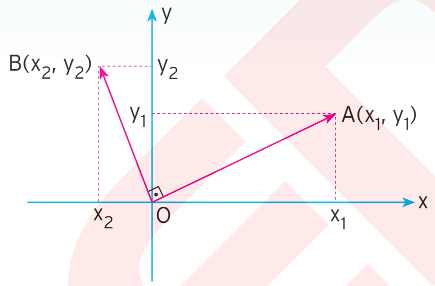
$AB \,//\, CD$ olduğundan

$\dfrac{-1}{m+2} = \dfrac{5}{-2} \Rightarrow 5m + 10 = 2$

$\Rightarrow 5m = -8$

$\Rightarrow m = \dfrac{-8}{5}$ bulunur.

İki Vektörün Dikliği



Koordinat düzleminde

$\vec{A} = (x_1, y_1)$ ve $\vec{B} = (x_2, y_2)$

vektörleri verilsin.

$\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow OA \perp OB$

dolayısıyla, $m_{OA} \cdot m_{OB} = -1$ olur.

O halde, $\vec{A} \perp \vec{B}$ ise,

$\dfrac{y_1}{x_1} \cdot \dfrac{y_2}{x_2} = -1 \Rightarrow x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0$ olur.

örnek soru

$\vec{A} = (2m - 1, 4)$ ve $B = (2, m + 1)$ vektörleri veriliyor.

$\vec{A} \perp \vec{B}$ olması için, m nin değerini bulalım.

çözüm

$\vec{A} \perp \vec{B}$ olması için

$x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0 \Rightarrow (2m - 1) \cdot 2 + 4 \cdot (m + 1) = 0$

$\Rightarrow 4m - 2 + 4m + 4 = 0$

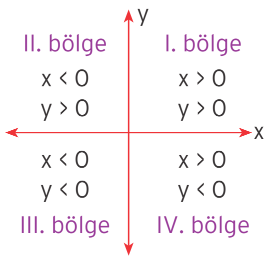
$\Rightarrow 8m = -2$

$\Rightarrow m = -\dfrac{1}{4}$ olmalı.

Bu KONUDA ÖZETLE...

Konuların ve Kavramların Özeti

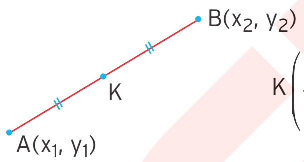
1. *Koordinat düzlemi*



2. *A (x_1, y_1) ve B (x_2, y_2) noktaları arasındaki uzaklık*

$$|AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

3. *Bir doğru parçasının orta noktası*



$$K\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

4. *Köşeleri A (x_1, y_1), B (x_2, y_2) ve C (x_3, y_3) olan ABC üçgeninin ağırlık merkezi*

ABC üçgeninin ağırlık merkezi G ise,

$$G\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$ noktasıdır.

5. *Başlangıç noktası A (x_1, y_1) ve bitim noktası B (x_2, y_2) olan $\overrightarrow{AB}$ vektörü*

$\overrightarrow{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$

eşitliğiyle bulunur.

6. *Bir vektörün uzunluğu*

$\overrightarrow{AB} = (x_1, y_1)$ vektörünün uzunluğu (normu)

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$ eşitliğiyle bulunur.

7. *Birim vektör*

Uzunluğu 1 birim olan vektöre birim vektör denir.

$\vec{I} = (a, b)$ vektörü birim vektör ise,

$\sqrt{a^2 + b^2} = 1$ dir.

8. *Bir vektör ile aynı doğrultuda birim vektörler*

$\vec{A}$ vektörü ile aynı doğrultudaki aynı yönlü birim vektör

$\vec{I} = \dfrac{1}{|\vec{A}|} \cdot \vec{A}$ eşitliğiyle, zıt yönlü birim vektör ise,

$-\vec{I} = -\dfrac{1}{|\vec{A}|} \cdot \vec{A}$ eşitliğiyle bulunur.

9. *Vektörle toplama ve çıkarma*

$\vec{A} = (x_1, y_1)$ ve $\vec{B} = (x_2, y_2)$ ise,

$\vec{A} + \vec{B} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$

$\vec{A} - \vec{B} = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$

10. *İki vektörün paralelliği ve dikliği*

$\vec{A} = (x_1, y_1)$ ve $\vec{B} = (x_2, y_2)$ vektörleri verilsin.

$\vec{A} \,//\, \vec{B}$ ise, $\dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{y_1}{y_2}$ dir.

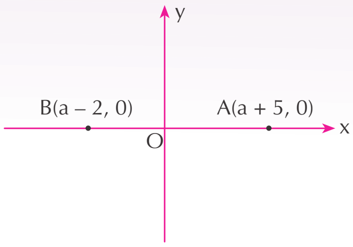
$\vec{A} \perp \vec{B}$ ise, $x_1x_2 + y_1y_2 = 0$ olur.

ÖĞRENDİKLERİMİZİ TEST EDELİM

- Kavrama Testi 1 (11.1 - 11.5)
- Kavrama Testi 2 (11.1 - 11.8)
- Kavrama Testi 3 (11.9 - 11.9)
- Genel Tekrar Testi (11.1 - 11.9)
- Sınavlarda (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) Sorulmuş Sorular
- Sınavlarda Sorulabilecek Sorular

KAVRAMA TESTİ 1

1.



Analitik düzlemde, A(a + 5, 0) ve B(a – 2, 0) noktaları verilmiştir.

Buna göre, A ile B noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. A(k, m) noktası analitik düzlemde IV. bölgededir.

Buna göre, B(m, –k) noktası analitik düzlemde kaçıncı bölgededir?

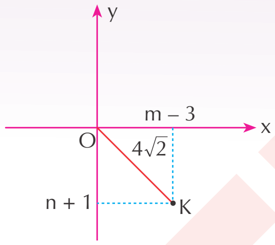
A) I. B) II. C) III. D) IV. E) Orijin üzerinde

3. A(7, –2) noktasının x eksenine uzaklığı a birim, B(–3, 1) noktasının y eksenine uzaklığı b birimdir.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4.



Analitik düzlemde

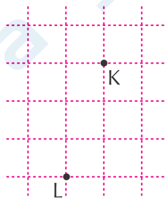
$|OK| = 4\sqrt{2}$ birim

K(m – 3, n + 1)

K noktası eksenlerden eşit uzaklıkta olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) –1 E) –2

5.



Şekilde birim karelere bölünmüş zemin üzerinde noktalar gösterilmiştir.

Koordinat sisteminin orijini K noktası ise, L noktası aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1, –3) B) (–1, –1) C) (–1, –2) D) (–1, –3) E) (–1, –4)

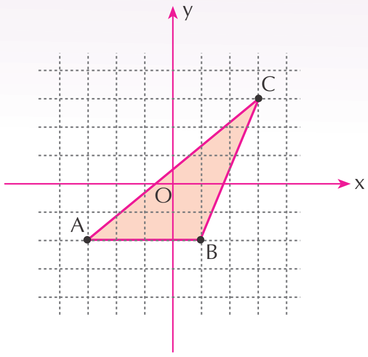
6.

A, B, C noktaları doğrusaldır.

A(2, 11), B(8, –5) ve |AC| = |BC| olduğuna göre, C noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (4, 2) B) (4, 1) C) (5, 1) D) (5, 2) E) (5, 3)

7.

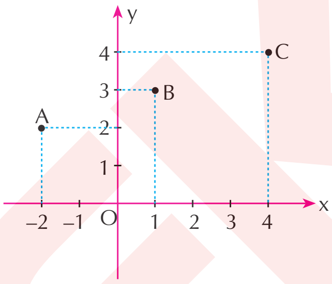


Analitik düzlemde A, B ve C noktaları veriliyor.

Buna göre, Alan(ABC) kaç birimkaredir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

8.



Analitik düzlemde A, B ve C noktaları gösterilmiştir.

Buna göre, A ile C nin apsisi ile B nin ordinatının toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

9. **Aşağıdaki noktalardan hangileri IV. bölgede yer alır?**

I. (–2, 3)

II. (4, –2)

III. (–1, –4)

IV. (5, –3)

A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III

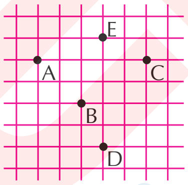
D) II ve IV E) III ve IV

10. Analitik düzlemde A(3k – 12, 4) noktası y ekseni üzerinde, B(k, 2m + 6) noktası x ekseni üzerindedir.

Buna göre, k + m toplamı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

11.



Şekilde birim karelere bölünmüş zemin üzerine A, B, C, D, E noktaları yerleştirilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) Koordinat sisteminin orijini B ise, C noktasının koordinatları (3, 2) dir.

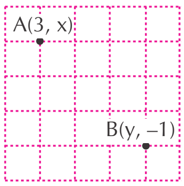
B) Koordinat sisteminin orijini C ise, E noktasının koordinatları (–2, 1) dir.

C) Koordinat sisteminin orijini A ise, C noktasının koordinatları (5, 0) dır.

D) Koordinat sisteminin orijini E ise, D noktasının koordinatları (–5, 0) dır.

E) Koordinat sisteminin orijini D ise, C noktasının koordinatları (2, 4) tür.

12.



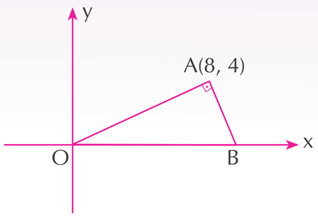
Birim karelere bölünmüş zemin üzerine dik koordinat sistemi yerleştirilmiştir.

A(3, x) ve B(y, –1) olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

E - C - C / B - D - E / C - A - D / C - D - D

KAVRAMA TESTİ 2

1. 

Analitik düzlemde

[OA] ⊥ [AB]

A(8, 4)

Yukarıdaki verilere göre, B noktasının apsisi kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

2. 

A(–2, 2) , B(8, 7) noktaları ile oluşan AB doğru parçasını K noktası $\frac{|AK|}{|KB|} = \frac{2}{3}$ oranında içten bölüyor.

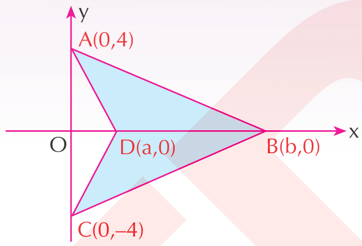
Buna göre, K noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–1, 3) B) (–1, 4) C) (2, 5) D) (2, 4) E) (3, 4)

3. Analitik düzlemde A(–3, 5) , B(6, k) noktaları verilmiştir.

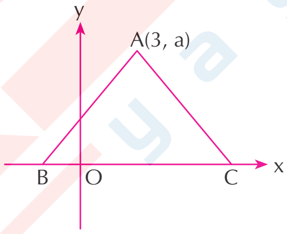
|AB| = 15 br olduğuna göre, k nın alacağı değerler toplamı kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 8 D) 10 E) 22

4. 

Şekilde, b = a + 5 br olduğuna göre, Alan(ABCD) kaç br^2 dir?

A) 15 B) 18 C) 20 D) 24 E) 30

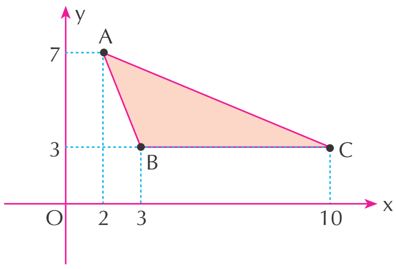
5. 

|AB| = |AC|

A(3, a)

Yukarıdaki verilere göre, B ve C nin apsisleri toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

6. 

A(2, 7)

B(3, 3)

C(10, 3)

Dik koordinat sisteminde verilenlere göre, Alan(ABC) kaç br^2 dir?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

7. A(8, –6) noktasının orijine uzaklığı kaç birimdir?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

8. Analitik düzlemde A(5, 4) ve B(5, 10) noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

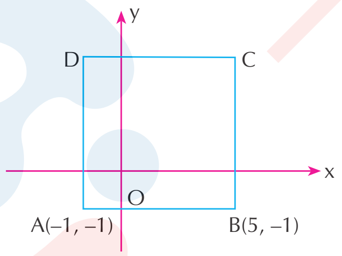
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

9. Analitik düzlemde ABC üçgeninin köşelerinin koordinatları A(4, 1), B(2, –3) ve C(6, 11) dir.

Buna göre, ABC üçgeninin ağırlık merkezinin koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (4, 1) B) (5, 2) C) (5, 1) D) (6, –2) E) (4, 3)

10.



ABCD kare

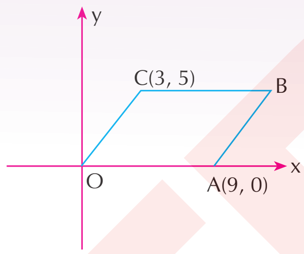
A(–1, –1)

B(5, –1)

Analitik düzlemde verilen ABCD karesinin D köşesinin koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–1, 5) B) (–1, 6) C) (–1, 7) D) (1, 6) E) (1, 7)

11.



OABC paralelkenar

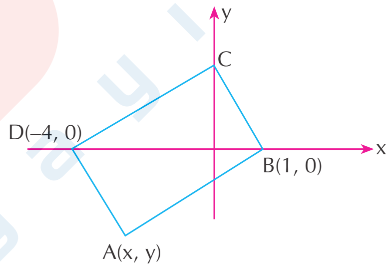
A(9, 0)

C(3, 5)

Dik koordinat sisteminde verilenlere göre, B noktasının apsisi kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

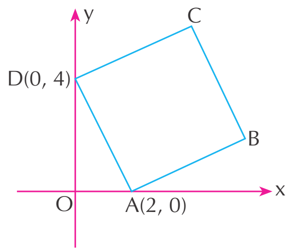
12.



Şekilde verilen ABCD dikdörtgeninin A köşesinin koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–3, –2) B) (–2, –3) C) (–2, –1) D) (–4, –3) E) (–3, –4)

13.



ABCD kare

A(2, 0)

D(0, 4)

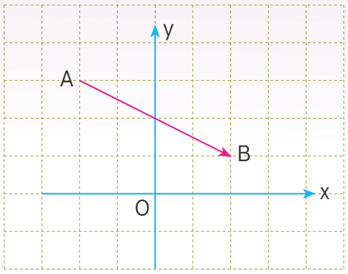
Analitik düzlemde verilenlere göre, B noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (6, 1) B) (6, 2) C) (7, 2) D) (8, 2) E) (8, 3)

A - D - D / C - D - B / A - D - E - A / E - A - B

KAVRAMA TESTİ 3

1.



Yukarıdaki dik koordinat sisteminde verilen $\overrightarrow{AB}$ vektörünün konum vektörünün bileşenleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) (6, –3) B) (5, –2) C) (4, –2) D) (3, –2) E) (3, –1)

2. Analitik düzlemde A(–1, 4), B(1, 3) ve C(4, –3) noktaları veriliyor.

Buna göre, $|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}|$ toplamı kaç br dir?

A) $3\sqrt{5}$ B) $4\sqrt{5}$ C) $3\sqrt{10}$ D) $4\sqrt{10}$ E) $6\sqrt{10}$

3. Analitik düzlemde $\vec{u} = (2, -1)$ ve $\vec{v} = (5, 3)$ vektörleri veriliyor.

Buna göre, $\vec{u} + \vec{v}$ vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

A) (6, –2) B) (6, –4) C) (7, –4) D) (7, –2) E) (7, 2)

4. Analitik düzlemde A(4, 2), B(3, 6), C(–1, 5) ve D(2, –2) noktaları veriliyor.

Buna göre, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ toplam vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

A) (2, –4) B) (0, –4) C) (0, –2) D) (–2, –4) E) (–2, –6)

5. **Analitik düzlemde verilen $\vec{a} = (-2, 3)$ vektörü ile $\vec{b}$ vektörü arasında $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ bağıntısı olduğuna göre, $\vec{b}$ vektörünün bileşenleri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) (4, –6) B) (–4, 6) C) (–2, –3) D) (2, –3) E) (2, 3)

6. Analitik düzlemde $\vec{a} = (1, -3)$, $\vec{b} = (4, -2)$ ve $\vec{c} = (0, 5)$ vektörleri veriliyor.

Buna göre, $3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c} = \vec{u}$ eşitliğini sağlayan $\vec{u}$ vektörünün bileşenleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–5, 0) B) (0, 5) C) (–10, 0) D) (–10, 12) E) (–5, 18)

7. **$\vec{a} = (4, 2)$ ve $\vec{b} = (m, 6)$ vektörleri için $n\vec{a} + 2\vec{b} = \vec{0}$ olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?**

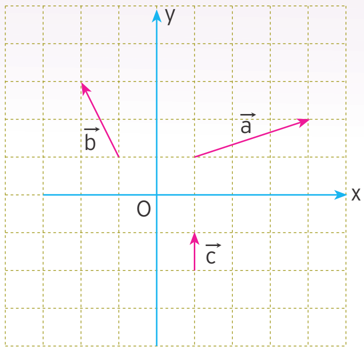
A) –12 B) –6 C) 6 D) 12 E) 18

8. Analitik düzlemde $\vec{A} = (18, -6)$, $\vec{B} = (4, 3)$ ve $\vec{C} = (-2, 5)$ vektörleri veriliyor.

$\vec{A} = p\vec{B} + r\vec{C}$ olduğuna göre, p + r toplamı kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

9.



Yukarıdaki koordinat sisteminde verilen $\vec{a}$, $\vec{b}$ ve $\vec{c}$ vektörleri için $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ olduğuna göre, $\vec{v}$ vektörünün bileşenleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) (4, –2) B) (4, 2) C) (2, 4) D) (2, 2) E) (2, 1)

10. $\vec{a} = (4, k)$ vektörünün uzunluğu $2\sqrt{5}$ birim olduğuna göre, k nın negatif değeri kaçtır?

A) –10 B) –8 C) –4 D) –2 E) –1

11. $\vec{A} = (1, 3)$ vektörü ile aynı doğrultulu ve zıt yönlü birim vektör $\vec{B}$ vektörü ise, $|\vec{A}| = k \cdot |\vec{B}|$ eşitliğini sağlayan k reel sayısı kaçtır?

A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) $\sqrt{10}$

12. $\vec{V} = (6, m)$ vektörüyle aynı yönlü birim vektör $\vec{I} = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ olduğuna göre, m kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

13. $\vec{a} = (2, 5)$ vektörü ile $\vec{b} = (-10, k)$ vektörü birbirine dik olduğuna göre, k kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 4

14. $\vec{a} = \vec{e}_1 - 7\vec{e}_2$ vektörü ile aynı doğrultulu ve zıt yönlü olan birim vektör aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(-\frac{1}{5}, \frac{7}{5}\right)$ B) $\left(\frac{\sqrt{2}}{10}, \frac{7\sqrt{2}}{10}\right)$

C) $\left(-\frac{\sqrt{2}}{10}, \frac{7\sqrt{2}}{10}\right)$ D) $\left(\frac{\sqrt{3}}{10}, -\frac{7\sqrt{3}}{10}\right)$

E) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{10}, \frac{7\sqrt{3}}{10}\right)$

15. Analitik düzlemde A(4, –2), B(3, 5), C(–1, 4) ve D(m, 2) noktaları veriliyor.

$\overrightarrow{AB}$ vektörü ile $\overrightarrow{CD}$ vektörü birbirine paralel olduğuna göre, m kaçtır?

A) $-\frac{9}{7}$ B) $-\frac{8}{7}$ C) –1 D) $-\frac{5}{7}$ E) $-\frac{3}{7}$

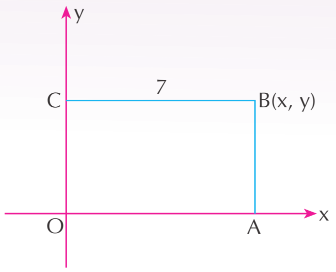
16. Analitik düzlemde $\vec{A} = (2, 6)$ ve $\overrightarrow{AB} = (3, 0)$ olduğuna göre, $\vec{B}$ vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

A) (6, 8) B) (7, 4) C) (7, 2) D) (5, 6) E) (4, 3)

C - B - E - D / D - A - C - A / D - D - E - B / E - C - D - D

GENEL TEKRAR TESTİ

1.

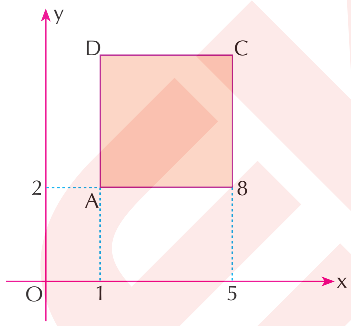


Analitik düzlemde OABC dikdörtgeni verilmiştir.

|CB| = 7 birim, Çevre(OABC) = 20 birim olduğuna göre, B noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (7, 3) B) (7, 2) C) (3, 7) D) (2, 7) E) (7, 4)

2.



Aşağıda verilen noktalardan hangisi şekildeki ABCD karesinin iç bölgesinde bulunmaz?

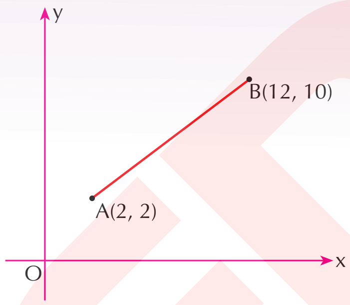
A) (2, 3) B) (2, 5) C) (3, 4) D) (4, 5) E) (5, 7)

3. Koordinat düzleminde A(k + 2, m + 2) noktası x ekseni üzerinde ve B(k + 1, 2m – 4) noktası y ekseni üzerindedir.

Buna göre, A noktasının apsisi ile B noktasının ordinatının toplamı kaçtır?

A) –3 B) –4 C) –5 D) –6 E) –7

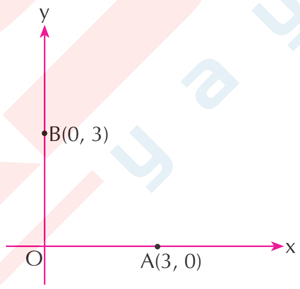
4.



Uç noktaları A(2, 2) ve B(12, 10) noktaları olan [AB] doğru parçasının orta noktasının y eksenine uzaklığı kaç birimdir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

5.

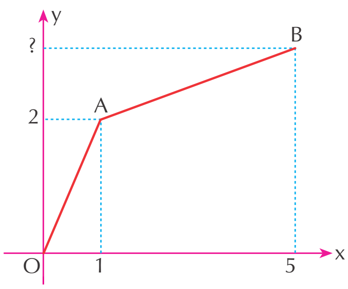


Analitik düzlemde A(3, 0) ve B(0, 3) noktaları verilmiştir.

Buna göre, aşağıdaki noktalardan hangisi A ve B noktalarına eşit uzaklıkta <u>değildir</u>?

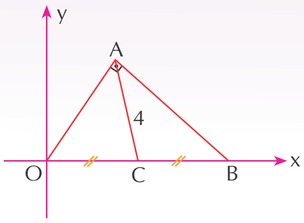
A) (0, 0) B) (1, 1) C) (2, 2) D) (1, –1) E) (–1, –1)

6.



Yukarıdaki dik koordinat sisteminde |AB| = 2·|OA| olduğuna göre, B noktasının ordinatı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7. 

Analitik düzlemde

AOB dik üçgen

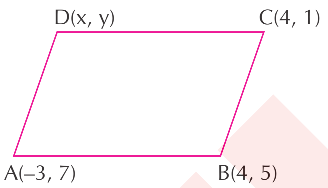
[OA] ⊥ [AB]

|OC| = |CB|

|AC| = 4 birim

Yukarıda verilenlere göre, B noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (4, 0) B) (5, 0) C) (6, 0) D) (7, 0) E) (8, 0)

8. 

ABCD paralelkenar

A(–3, 7)

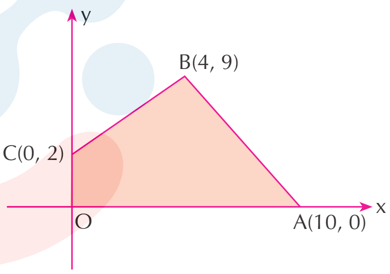
B(4, 5)

C(4, 1)

D(x, y)

Yukarıdaki verilere göre, x + y toplamı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

9. 

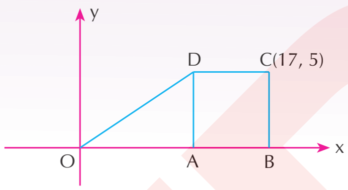
A(10, 0)

B(4, 9)

C(0, 2)

Dik koordinat sisteminde verilenlere göre, Alan(OABC) kaç birimkaredir?

A) 50 B) 49 C) 48 D) 45 E) 43

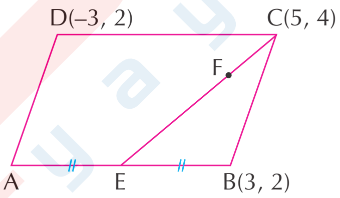
10. 

ABCD kare

C(17, 5)

Yukarıdaki verilere göre, |OD| kaç cm dir?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

11. 

ABCD bir paralelkenar

B(3, 2)

C(5, 4)

D(–3, 2)

|AE| = |EB|

|EF| = 2|FC|

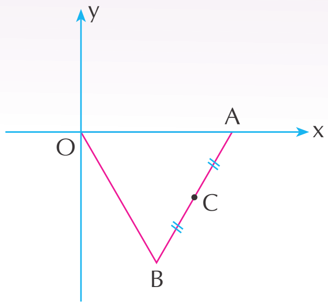
Yukarıdaki verilere göre, F noktasının koordinatlarının toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

12. K(m + n, mn^2) noktası analitik düzlemin IV. bölgesinde olduğuna göre, L(n, m) noktası hangi bölgededir?

A) I. bölgede B) II. bölgede C) III. bölgede D) IV. bölgede E) Orijinde

13.



OAB eşkenar üçgen

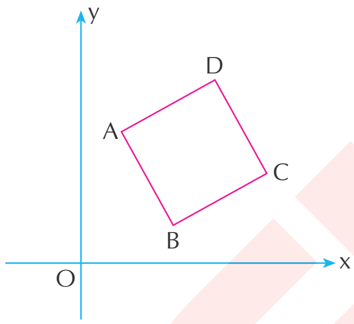
$|AC| = |BC|$

$C(6, -2\sqrt{3})$

Yukarıdaki verilere göre, B noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(3, -3\sqrt{3})$ B) $(2, -2\sqrt{3})$ C) $(2, -4\sqrt{3})$ D) $(4, -2\sqrt{3})$ E) $(4, -4\sqrt{3})$

14.



ABCD bir kare

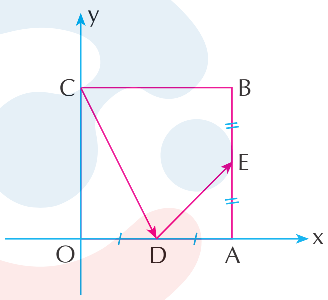
A(1, 5)

C(7, 3)

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç br^2 dir?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

15.



OABC bir kare

$|OD| = |AD|$

$|BE| = |AE|$

B(8, 8)

Yukarıdaki verilere göre, $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$ toplam vektörünün bileşenleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) (8, –6) B) (6, –4) C) (8, –4) D) (8, –2) E) (6, –2)

16. Analitik düzlemde

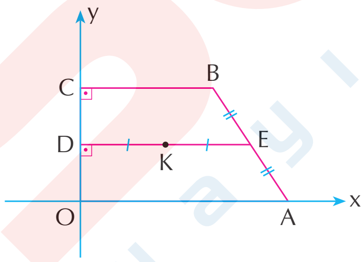
A(6, 3), B(2, 6) ve C(k, –2)

noktaları veriliyor.

$2|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$ olduğuna göre, k pozitif tamsayısı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

17.



OABC bir dik yamuk

[DE] orta taban

$|BE| = |EA|$

$|DK| = |EK|$

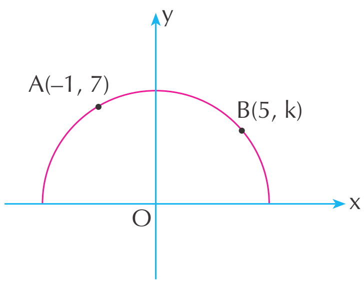
A(10, 0)

B(6, 10)

Yukarıdaki verilere göre, K noktasının koordinatlarının toplamı kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

18.

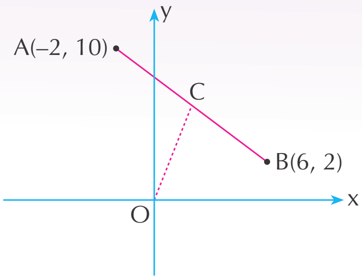


A(–1, 7) ve B(5, k) noktaları şekildeki O merkezli yarım çember yayı üzerindedir.

Buna göre, B noktasının ordinatı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

19.

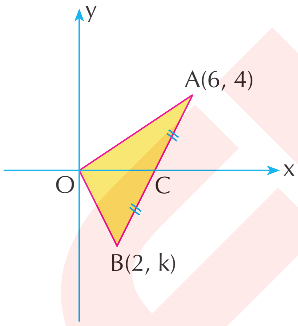


Analitik düzlemde A(–2, 10) ve B(6, 2) noktalarını birleştiren [AB] doğru parçası verilmiştir.

Buna göre, [AB] nin orta noktası olan C noktasının orijine uzaklığı kaç birimdir?

A) 6 B) $2\sqrt{10}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{13}$

20.



AOB bir üçgen

|AC| = |BC|

A(6, 4)

B(2, k)

Yukarıdaki verilere göre, AOB üçgeninin alanı kaç br^2 dir?

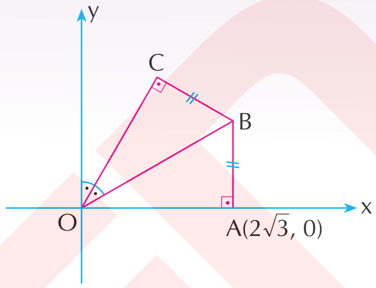
A) 8 B) 10 C) 12 D) 16 E) 20

21. Analitik düzlemde verilen bir ABC üçgeninin AB kenarının ortası K(–3, 1) ve AC kenarının ortası L(5, –5) noktasıdır.

Buna göre, bu üçgenin BC kenarının uzunluğu kaç birimdir?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

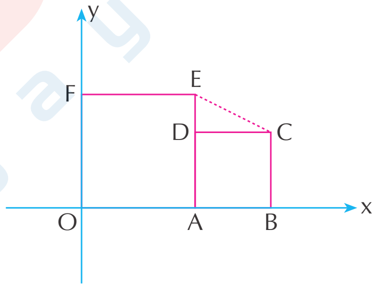
22.



Yukarıdaki koordinat sisteminde [OC] açıortay, [BC] ⊥ [OC], [BA] ⊥ Ox, |BC| = |BA| ve A($2\sqrt{3}$, 0) olduğuna göre, C noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(2, 2\sqrt{3})$ B) $(2, 3\sqrt{3})$ C) $(\sqrt{3}, 3)$ D) $(\sqrt{3}, 3\sqrt{3})$ E) $(\sqrt{3}, 2)$

23.

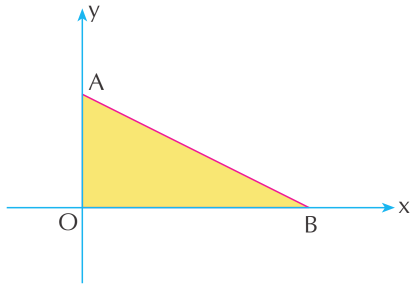


Yukarıdaki koordinat sisteminde OAEF ve ABCD kareleri veriliyor.

C(11, 4) olduğuna göre, |EC| uzunluğu kaç br dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) 10

24.



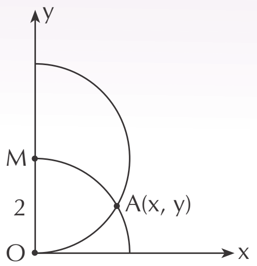
Yukarıdaki şekilde $\overrightarrow{AB} = (6, -3)$ olduğuna göre, AOB üçgeninin ağırlık merkezinin orijine uzaklığı kaç br dir?

A) 5 B) 4 C) 3 D) $\sqrt{6}$ E) $\sqrt{5}$

A - E - E / C - D - B / E - C - B / A - D - D / E - A - C / D - B - C / B - D - C / C - A - E

SINAVLARDA (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) SORULMUŞ SORULAR

1.



|OM| = 2 birim

Dik koordinat düzleminde merkezi M noktası olan yarım çember ile merkezi orijin olan çeyrek çember şekildeki gibi A noktasında kesişmektedir.

Buna göre, A noktasının x koordinatı kaçtır?

A) $\frac{5}{3}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\sqrt{3}$

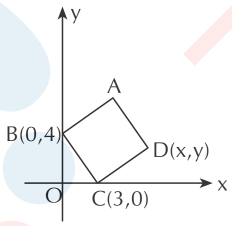
(YGS 2011)

2. **Köşeleri A(3, 1), B(5, 3), C(2, 5) ve D(a, b) köşegenleri [AC] ve [BD] olan paralelkenarın [BD] köşegeninin uzunluğu kaç birimdir?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(YGS 2010)

3.



Dik koordinat düzlemi üzerine şekildeki gibi ABCD karesi yerleştirilmiştir.

Buna göre, D noktasının koordinatlarının toplamı kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

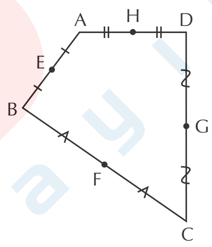
(ÖSS 2009)

4. **Köşelerinin koordinatları $A\left(\frac{3}{5},0\right)$, $B\left(\frac{-3}{5},0\right)$ ve C(1, 10) olan ABC üçgeninin alanı kaç br^2 dir?**

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 24

(ÖSS 2009)

5. Kenarlarının orta noktaları sırasıyla E(–2, –2), F(0, 0), G(m, n) ve H(–1, 2) noktaları olan bir ABCD dörtgeni aşağıdaki gibi çiziliyor.

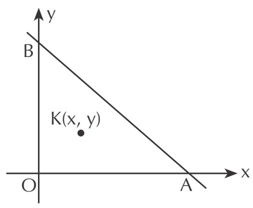


Buna göre, m + n toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

(ÖSS 2008)

6.



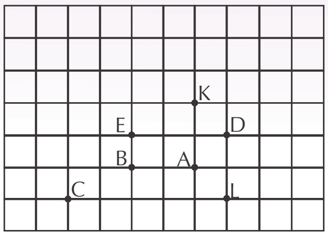
Şekildeki dik koordinat sisteminin eksenleri üzerindeki A ve B noktalarını birleştiren [AB] doğru parçasının uzunluğu 12 cm dir.

OAB üçgeninin kenarortayları K(x, y) noktasında kesiştiğine göre, $x^2 + y^2$ toplamı kaçtır?

A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 25

(ÖSS 2007)

7.



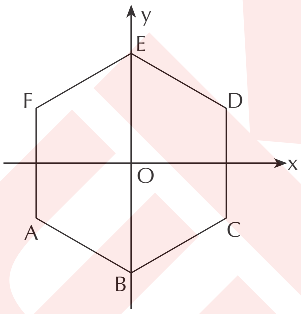
Birim karelere bölünmüş bir kağıt üzerinde A, B, C, D, E, K, L noktaları şekildeki gibi işaretlenmiştir. Bu kareli kağıda A, B, C, D, E noktalarından biri orijin olacak biçimde bir dik koordinat sistemi yerleştiriliyor.

K ve L noktalarının orijine uzaklıkları eşit olduğuna göre, orijin aşağıdakilerden hangisidir?

A) A B) B C) C D) D E) E

(ÖSS 2006)

8.



Yukarıdaki şekilde, ABCDEF düzgün altıgeninin merkezi orijindedir.

E noktasının ordinatı 10 olduğuna göre, D noktasının apsisi kaçtır?

A) $6\sqrt{3}$ B) $5\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

(ÖSS 2003)

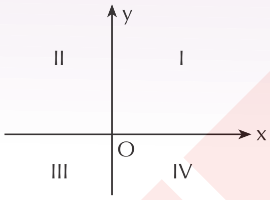
9. Düzlemde $k > 0$ olmak üzere, A(5, 3k) ve B(2k, 4) noktaları veriliyor.

[AB] doğru parçasının orta noktası, x ve y eksenlerinden eşit uzaklıkta olduğuna göre, k kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(ÖSS 2000)

10.



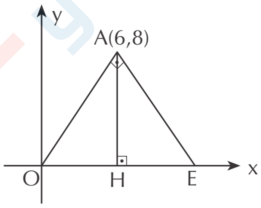
Yandaki şekilde analitik düzlem, eksenleri içine almayan dört bölgeye ayrılmıştır.

K(m–4, 2m + 2) noktası II. bölgede olduğuna göre, m yerine yazılabilecek tamsayıların toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

(ÖSS 2000)

11.



Şekilde

[OA] ⊥ [AB]

[AH] ⊥ [Ox

A(6, 8)

olduğuna göre, Alan(AOB) kaç br^2 dir?

A) $\frac{200}{3}$ B) $\frac{130}{3}$ C) $\frac{110}{3}$ D) 50 E) 60

(ÖSS 1999)

12. **(–3,0) ve (8,5) noktalarına eşit uzaklıkta olan ve y ekseni üzerinde bulunan noktanın ordinatı (y) kaçtır?**

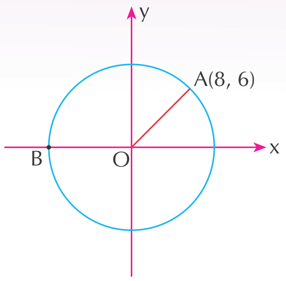
A) –6 B) –4 C) 0 D) 2 E) 8

(ÖSS 1996)

E - E - E / A - C - C / C - B - A / B - A - E

SINAVLARDA SORULABİLECEK SORULAR

1.



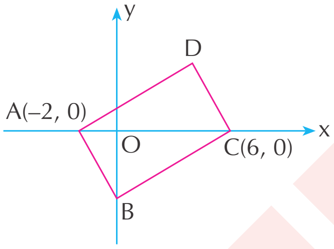
O merkezli çemberde

A(8, 6)

Analitik düzlemde verilenlere göre, B noktasının apsisi kaçtır?

A) –8 B) –9 C) –10 D) –11 E) –12

2.



ABCD bir dikdörtgen

A(–2, 0)

C(6, 0)

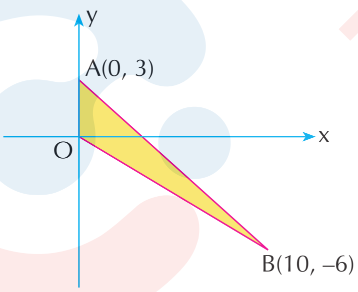
B noktası y ekseni üzerinde

Yukarıdaki verilere göre, D noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (4, 4) B) (3, 4) C) $(3, 2\sqrt{3})$

D) $(4, 2\sqrt{3})$ E) (5, 4)

3.



AOB bir üçgen

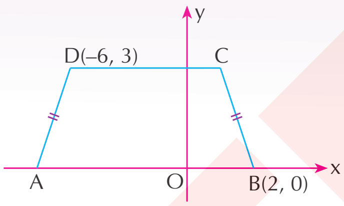
A(0, 3)

B(10, –6)

Yukarıdaki verilere göre, AOB üçgeninin alanı kaç br^2 dir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

4.



Analitik düzlemde

ABCD ikizkenar yamuk

[DC] // [AB]

|AD| = |BC|

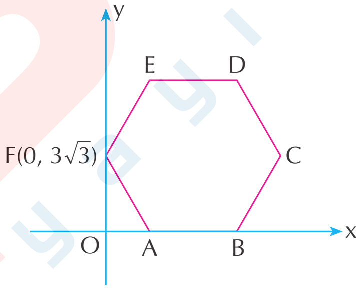
D(–6, 3)

B(2, 0)

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç br^2 dir?

A) 20 B) 24 C) 28 D) 32 E) 36

5.

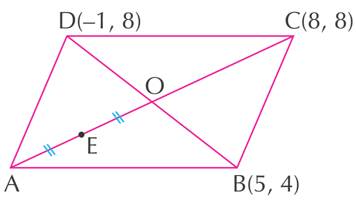


Şekildeki ABCDEF düzgün altıgeninde $F(0, 3\sqrt{3})$ olduğuna göre, D noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(9, 6\sqrt{3})$ B) $(6, 6\sqrt{3})$ C) $(3, 6\sqrt{3})$

D) $(3, 3\sqrt{3})$ E) $(6, 3\sqrt{3})$

6.



ABCD paralelkenar

[AC] ve [BD] köşegen

|AE| = |EO|

B(5, 4)

C(8, 8)

D)(–1, 8)

Yukarıdaki verilere göre, E noktasının koordinatlarının toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

C - D - E / B - A - C

KAZANMIŞ OLMAMIZ GEREKEN BİLGİ ve BECERİLER

	+	∓	−
Koordinat sisteminde bir noktanın koordinatlarını belirleyebilme			
İki nokta arasındaki uzaklığı hesaplayabilme			
Bir doğru parçasını belli oranda içten veya dıştan bölen noktayı bulabilme			
Bir doğru parçasının orta noktasının koordinatlarını bulabilme			
Koordinat düzlemindeki çokgensel bölgelerin alanlarını hesaplayabilme			
Vektörler üzerinde işlem yapabilme			

12 DOĞRUNUN ANALİTİĞİ VE DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ

- Bir doğrunun eğim açısı ve eğimi
- Doğrunun denklemi doğrunun güzergahını belirler.
- Doğrunun vektörel ve parametrik denklemi
- Denklemi verilen doğrunun grafiği
- Birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlikler
- Simetri dönüşümü; aynadaki görüntü
- Öteleme dönüşümü
- Dönme dönüşümü
- Fraktal, süsleme ve kaplama

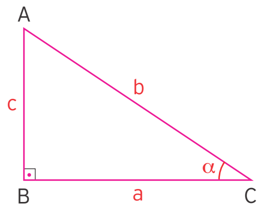
YÖRÜNGEDEKİ KAVRAMLAR

- eğim s. 391
- eğim açısı s. 391
- doğru denklemi s. 394
- simetri dönüşümü s. 405
- öteleme dönüşümü s. 409
- dönme dönüşümü s. 410
- fraktal s. 412

DOĞRUNUN ANALİTİĞİ VE DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ

12.1 Bir doğrunun eğim açısı ve eğimi

Dik üçgende dar açının trignometrik oranları



α nın trigonometrik oranları

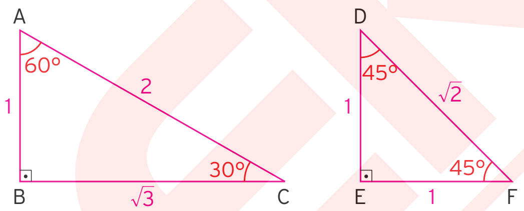
$$\sin\alpha = \frac{\text{Karşı dik kenar uzunluğu}}{\text{Hipotenüs uzunluğu}} = \frac{c}{b}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{Komşu dik kenar uzunluğu}}{\text{Hipotenüs uzunluğu}} = \frac{a}{b}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{Karşı dik kenar uzunluğu}}{\text{Komşu dik kenar uzunluğu}} = \frac{c}{a}$$

$$\cot\alpha = \frac{\text{Komşu dik kenar uzunluğu}}{\text{Karşı dik kenar uzunluğu}} = \frac{a}{c}$$

Bazı özel dar açıların trigonometrik oranları



Toplamları 180° olan iki açıdan birinin tanjantı diğerinin tanjantının ters işaretlisine eşittir.

$\tan120° = -\tan60° = -\sqrt{3}$

$\tan135° = -\tan45° = -1$

$\tan150° = -\tan30° = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

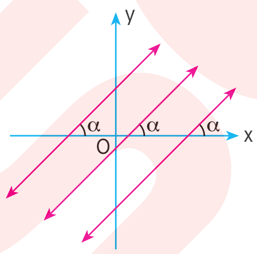
	0	30°	45°	60°	90°
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	tanımsız
cot	tanımsız	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

Bir doğrunun eğim açısı ve eğimi

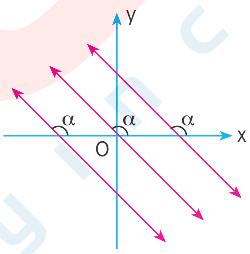
Analitik düzlemde bir doğrunun Ox ekseni ile pozitif yönde yaptığı açıya doğrunun eğim açısı ve bu açının tanjantına da doğrunun eğimi denir.

Bir doğrunun eğim açısı α olduğunda bu doğrunun eğimi

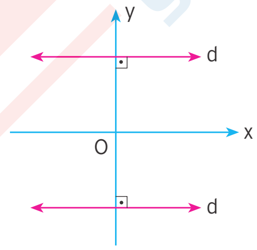
Eğim = m = $\tan\alpha$ dir.



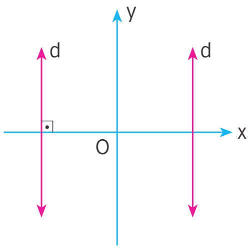
$0° < \alpha < 90°$ ise,
$m = \tan\alpha > 0$ olur.



$90° < \alpha < 180°$ ise,
$m = \tan\alpha < 0$ olur.

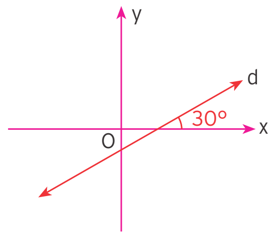


$d \perp Oy$ ve $\alpha = 0°$ ise,
$m = \tan0° = 0$ olur.



$d \perp Ox$ ve $\alpha = 90°$ ise,
$m = \tan90°$ tanımsızdır.

örnek soru



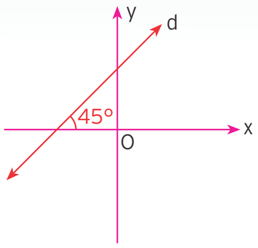
Şekildeki d doğrusunun eğimini bulalım.

çözüm

Eğim = m = $\tan\alpha$

Eğim = $\tan30° = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ bulunur.

örnek soru



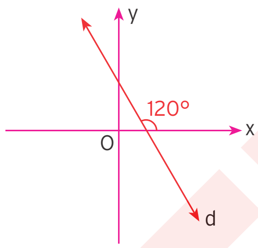
Şekildeki d doğrusunun eğimini bulalım.

çözüm

Eğim = m = tanα

Eğim = tan45° = 1 bulunur.

örnek soru



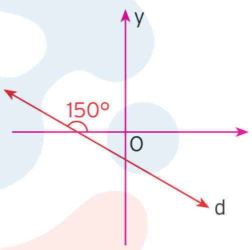
Şekildeki d doğrusunun eğimini bulalım.

çözüm

Eğim = m = tan120°

Eğim = $-\sqrt{3}$ bulunur.

örnek soru



Şekildeki d doğrusunun eğimini bulalım.

çözüm

Eğim = m = tanα

Eğim = tan150° = $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ bulunur.

örnek soru

Eğimi -1 olan d doğrusunun x ekseni ile pozitif yönde yaptığı açının ölçüsü kaç derecedir?

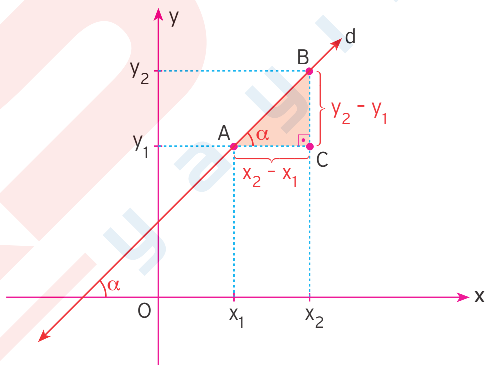
çözüm

Eğim = m = tanα

-1 = tanα

α = 135° bulunur.

İki noktası bilinen doğrunun eğimi



$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen d doğrusunun eğim açısının ölçüsü α olsun.

Eğim = m = tanα

$$\tan\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\text{Eğim} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{olur.}$$

örnek soru

A(3, 1) ve B(4, 5) noktalarından geçen doğrunun eğimini bulalım.

çözüm

A(3, 1) ve B(4, 5) noktalarından geçen doğrunun eğimi

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-1}{4-3} = \frac{4}{1} = 4 \text{ bulunur.}$$

örnek soru

A(−2, 1) ve B(−1, 2) noktalarından geçen doğrunun eğimini ve eğim açısını bulalım.

çözüm

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-1}{-1-(-2)} = \frac{1}{-1+2} = 1$$

AB doğrusunun eğimi 1 dir.

$\tan\alpha = 1$ olduğu için AB doğrusunun eğim açısı 45° olur.

örnek soru

A(3, $-3\sqrt{3}$) ve B(a, $\sqrt{3}$) noktalarından geçen AB doğrusunun eğim açısının ölçüsü 150° ise, a değerini bulalım.

çözüm

$$m_{AB} = \tan 150°$$

$$m_{AB} = -\tan 30°$$

$$m_{AB} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

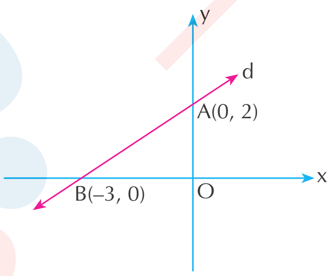
$$-\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-(-3\sqrt{3})}{a-3}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{a-3}$$

$$-a+3 = 12$$

$$a = -9 \text{ bulunur.}$$

örnek soru



Şekilde verilen d doğrusunun eğimini bulalım.

çözüm

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-0}{0-(-3)} = \frac{2}{3} \text{ bulunur.}$$

örnek soru

A(1, 3), B(3, −2) ve C(6, a) noktaları doğrusal olduğuna göre, a kaçtır?

çözüm

A, B ve C noktaları doğrusal olduğundan,

$m_{AB} = m_{BC}$ olmalıdır.

$$\frac{-2-3}{3-1} = \frac{a-(-2)}{6-3}$$

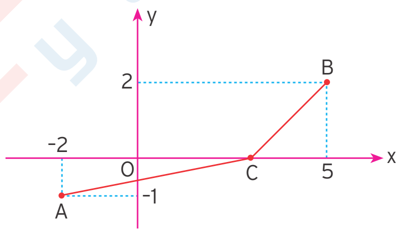
$$\frac{-5}{2} = \frac{a+2}{3}$$

$$-15 = 2a+4$$

$$-19 = 2a$$

$$\frac{-19}{2} = a \text{ bulunur.}$$

örnek soru



Şekilde A ve B noktaları verilmiştir.

C noktası x ekseni üzerinde olduğuna göre, |AC| + |BC| toplamının en küçük değeri için C noktasının apsisi kaç olmalıdır?

çözüm

|AC| + |CB| toplamının en küçük olması için A, C, B noktaları doğrusal olmalıdır.

C noktası x ekseni üzerinde ise, C(a, 0) olur.

A, B ve C noktaları doğrusal olduğundan

$m_{AC} = m_{BC}$

$$\frac{0-(-1)}{a-(-2)} = \frac{2-0}{5-a}$$

$$\frac{1}{a+2} = \frac{2}{5-a}$$

$$5-a = 2a+4$$

$$1 = 3a$$

$$\frac{1}{3} = a \text{ bulunur.}$$

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 3 1, 2, 3, 4 nolu soruları hemen çözelim.

12.2 Doğrunun denklemi doğrunun güzergâhını belirler.

Bir doğru üzerindeki herhangi bir nokta $A(x, y)$ olsun. x ile y arasındaki bağıntıya bu doğrunun denklemi denir.

Bir doğrunun denklemi, eğimi ve herhangi bir noktası veya farklı iki noktası bilindiğinde belirlidir.

Eğimi ve bir noktası bilinen doğrunun denklemi

$A(x_1, y_1)$ noktasından geçen ve eğimi m olan d doğrusu üzerinde herhangi bir nokta $B(x, y)$ olsun.

$m_{AB} = m$ ise, $\dfrac{y - y_1}{x - x_1} = m$ olduğundan $A(x_1, y_1)$ noktasından geçen ve eğimi m olan doğrunun denklemi

$y - y_1 = m(x - x_1)$ olur.

örnek soru

A(−1, 2) noktasından geçen ve eğimi 4 olan doğrunun denklemini bulunuz.

çözüm

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 2 = 4.(x - (-1))$

$y - 2 = 4(x + 1)$

$y - 2 = 4x + 4 \Rightarrow y - 4x - 6 = 0$ bulunur.

örnek soru

A(−5, 3) noktasından geçen ve eğim açısının ölçüsü 135° olan doğrunun denklemini bulalım.

çözüm

Eğim $= m = \tan\alpha = \tan 135° = -1$

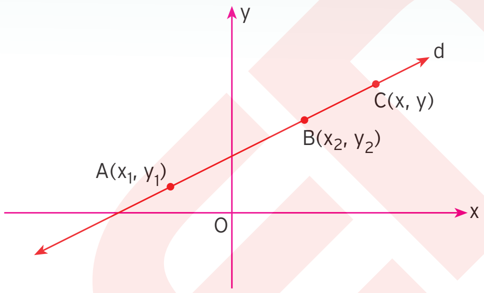
$y - y_1 = m.(x - x_1)$

$y - 3 = -1 \cdot (x - (-5))$

$y - 3 = -x - 5$

$x + y + 2 = 0$ bulunur.

İki Noktası Bilinen Doğrunun Denklemi



Farklı iki noktası $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ olan d doğrusu üzerinde herhangi bir nokta $C(x, y)$ olsun.

$m_{AB} = m_{AC}$ ise, $\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{x - x_1}$ dir.

Buna göre, $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen doğrunun denklemi,

$\dfrac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \dfrac{x - x_1}{x_1 - x_2}$ olur.

örnek soru

A(1, −3) ve B(−2, 6) noktalarından geçen doğrunun denklemini bulalım.

çözüm

$$\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2} \Rightarrow \frac{y - (-3)}{-3 - 6} = \frac{x - 1}{1 - (-2)}$$

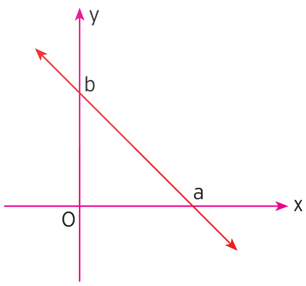
$$\frac{y + 3}{-9} = \frac{x - 1}{3}$$

$$y + 3 = -3x + 3$$

$$y = -3x \text{ bulunur.}$$

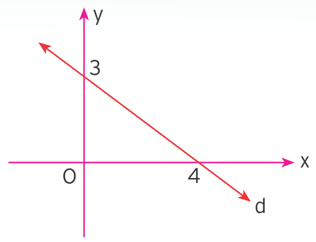
Eksenleri kestiği noktaları bilinen doğrunun denklemi

x eksenini $A(a, 0)$ ve y eksenini $B(0, b)$ noktalarında kesen doğrunun denklemi



$\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$ olur.

örnek soru



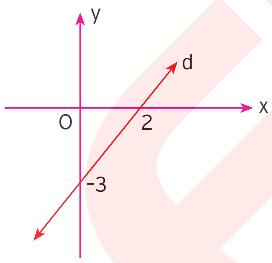
Şekildeki d doğrusunun denklemini yazınız.

çözüm

$$\frac{y}{\underset{(4)}{3}}+\frac{x}{\underset{(3)}{4}}=1$$

$4y + 3x = 12 \Rightarrow 4y + 3x - 12 = 0$ bulunur.

örnek soru



Şekildeki d doğrusunun denklemini yazınız.

çözüm

$$\frac{y}{\underset{(2)}{-3}}+\frac{x}{\underset{(-3)}{2}}=1$$

$2y - 3x = -6 \Rightarrow 2y - 3x + 6 = 0$ bulunur.

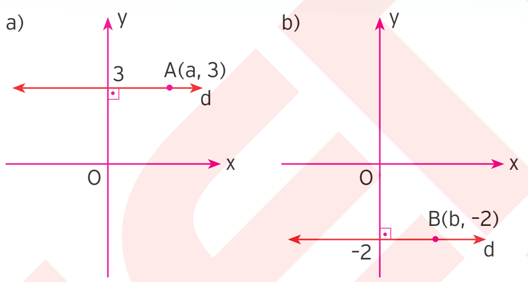
***x* Eksenine Paralel Olan Doğruların Denklemi**

x eksenine paralel olan d doğrusu y eksenine ordinatı a olan noktada dik olsun. Bu doğrunun eğimi (m = 0) sıfır olduğundan denklemi y = b dir.

x ekseninin denklemi y = 0 olur.

örnek soru

Aşağıdaki doğruların denklemlerini yazalım.



çözüm

a) y = 3

b) y = -2 bulunur.

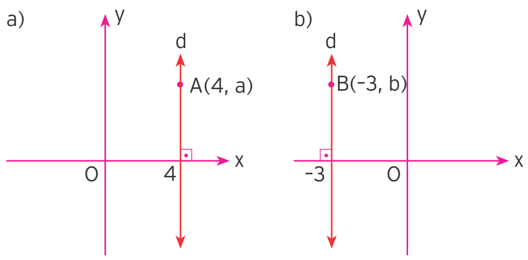
***y* eksenine paralel olan doğruların denklemi**

y eksenine paralel olan d doğrusu x eksenine apsisi a olan noktada dik olsun. Bu doğrunun eğimi tanımsız olduğundan denklemi, x = a dır.

y ekseninin denklemi x = 0 olur.

örnek soru

Aşağıdaki doğruların denklemlerini yazalım.

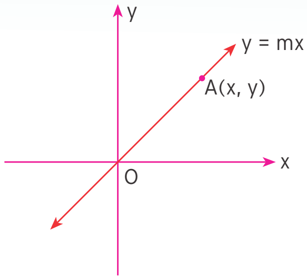


çözüm

a) x = 4

b) x = -3 olur.

Orijinden geçen doğrunun denklemi

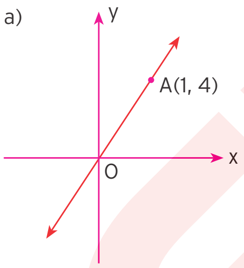


Orijinden geçen ve eğimi m olan doğru üzerindeki herhangi bir nokta A(x, y) olursa bu doğrunun denklemi $y = m \cdot x$ olur.

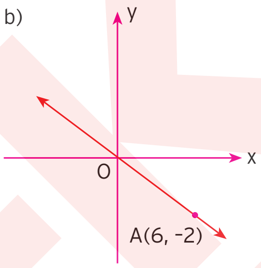
örnek soru

Aşağıdaki doğruların denklemlerini yazalım.

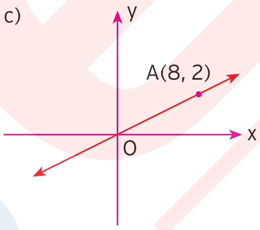
a)



b)



c)



çözüm

a) $y = m \cdot x$

$4 = m \cdot 1$

$4 = m$ Doğrunun denklemi $y = 4x$

b) $y = m \cdot x$

$-2 = m \cdot 6$

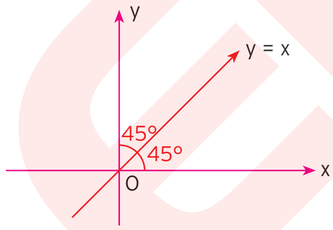
$-\frac{1}{3} = m$ Doğrunun denklemi $y = \frac{-x}{3}$

c) $y = m.x$

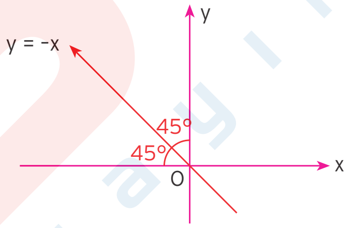
$2 = m \cdot 8$

$m = \frac{1}{4}$ Doğrunun denklemi $y = \frac{x}{4}$

$y = x$ doğrusuna I. açıortay doğrusu denir.



$y = -x$ doğrusuna II. açıortay doğrusu denir.



örnek soru

$k \in R$ olmak üzere, $A(2k + 1, k - 2)$ noktalarının analitik düzlemdeki geometrik yerini bulalım.

çözüm

Geometrik yere ait nokta P(x, y) ise,

$x = 2k + 1$ ve $y = k - 2$ olur.

$k = \frac{x-1}{2}$ ve $k = y + 2$

$\frac{x-1}{2} = y+2 \Rightarrow x - 1 = 2y + 4 \Rightarrow x - 2y - 5 = 0$

12.3 Doğrunun vektörel ve parametrik denklemi

$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen doğrunun vektörel denklemi, $k \in R$ için

$\overrightarrow{OC} = (x, y)$, $\overrightarrow{OA} = (x_1, y_1)$ ve $\overrightarrow{OB} = (x_2, y_2)$ ise,

$(x, y) = (x_1, y_1) + k(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ şeklinde yazılır.

örnek soru

A(4, 7), B(6, 2) noktalarından geçen doğrunun vektörel denklemini yazalım.

çözüm

AB doğrusu üzerinde değişken nokta P(x, y) ise, AB doğrusunun vektörel denklemi;

$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + k \cdot \overrightarrow{AB}$ dir.

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{OP} = (x, y) \\ \overrightarrow{OA} = (4, 7) \\ \overrightarrow{AB} = (6 - 4, 2 - 7) = (2, -5)\end{array}\right\}$$

$\Rightarrow$ $(x, y) = (4, 7) + k(2, -5)$

$(x, y) = (4 + 2k, 7 - 5k)$ olur.

Ayrıca, $x = 4 + 2k \Rightarrow x - 4 = 2k$

$y = 7 - 5k \Rightarrow y - 7 = -5k$ dir.

k nin her değeri için doğrunun yeni bir noktası bulunur. k ye parametre; denklem sistemine doğrunun parametrik denklemi denir.

Parametrik denklemden k parametresi yok edilebilir.

$$\left.\begin{array}{l}x-4=2k \Rightarrow k=\dfrac{x-4}{2} \\ y-7=-5k \Rightarrow k=\dfrac{y-7}{-5}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{x-4}{2}=-\frac{y-7}{5}$$

$5x - 20 = -2y + 14 \Rightarrow 5x + 2y - 34 = 0$ bulunur.

Bu denkleme de A ve B noktalarından geçen doğrunun kartezyen denklemi denir.

Sonuç olarak şunu söyleyebiliriz :

A(4, 7), B(6, 2) noktalarından geçen doğrunun;

1. Vektörel denklemi :

   $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + k \cdot \overrightarrow{AB} \Rightarrow (x, y) = (4, 7) + k(2, -5)$

2. Parametrik denklemi :

   $$\begin{cases} x = 2k + 4 \\ y = -5k + 7 \end{cases}$$

3. Kartezyen denklemi :

   $5x + 2y - 34 = 0$

4. A(4, 7) ve B(6, 2) noktalarından geçen doğrunun eğimi $m_{AB} = -\frac{5}{2}$ olduğundan, bileşenleri (−2, 5) olan vektöre, A ve B noktalarından geçen doğrunun, doğrultman vektörü denir.

5. Denklemi $ax + by + c = 0$ olan doğrunun eğimi, $m = -\frac{a}{b}$ olduğundan, bu doğrunun doğrultman vektörü $\vec{u} = (-b, a)$ dır.

6. Denklemdeki x ve y nin katsayılarının oluşturduğu $\vec{N} = (a, b)$ vektörü ise, doğrunun normal vektörüdür. Normal vektörü hem doğruya, hem de doğrultman vektörüne diktir.

Verilen Bir Vektöre Paralel Olan ve Verilen Bir Noktadan Geçen Doğrunun Denlemi

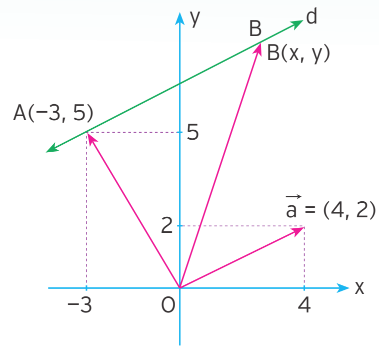
$A(x_1, y_1)$ noktasından geçen ve $\vec{V} = (x_2, y_2)$ vektörüne paralel olan doğrunun vektörel denklemi,

$(x, y) = (x_1, y_1) + k(x_2, y_2)$ dir.

örnek soru

A(−3, 5) noktasından geçen $\vec{a} = (4, 2)$ vektörüne paralel olan doğrunun kapalı denklemini yazalım.

çözüm



A(−3, 5) noktasından geçen $\vec{a} = (4, 2)$ vektörüne paralel doğru d olsun.

$B \in d$ ise, $\overrightarrow{AB} \,//\, \vec{a}$ olduğundan, $\overrightarrow{AB} = k \cdot \vec{a}$ dür.

$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$ ve $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + k \cdot \vec{a}$ dür.

Bu denklem bileşenler cinsinden yazılırsa,

$(x, y) = (-3, 5) + k(4, 2)$

$(x, y) = (-3 + 4k, 5 + 2k)$ olur.

Buradan, $x = -3 + 4k$

$k = \dfrac{x+3}{4}$, $y = 2k + 5 = 2 \cdot \dfrac{x+3}{4} + 5$

$4y = 2x + 6 + 20$

$-2x + 4y - 26 = 0$

$-x + 2y - 13 = 0$ bulunur.

örnek soru

Parametrik denklemi $x = 3k - 2$ ve $y = 2k + 1$ olan doğrunun vektörel ve kapalı denklemini bulunuz.

çözüm

Önce $x = 3k - 2$ ve $y = 2k + 1$ denklemleri

$(x, y) = (3k - 2, 2k + 1)$ şeklinde birleştirilerek yazılır.

Buradaki $(3k - 2, 2k + 1)$ vektörü $(3k, 2k)$ ve $(-2, 1)$ vektörlerinin toplamı şeklinde yazılabilir. Buna göre,

$(x, y) = (-2, 1) + (3k, 2k)$ olur.

O halde, doğrunun vektörel denklemi

$(x, y) = (-2, 1) + k \cdot (3, 2)$ şeklindedir.

Doğrunun kapalı denklemini bulmak için, verilen denklemlerin birinden k parametresi bulunup diğer denklemde yerine yazılır.

$x = 3k - 2$ ve $y = 2k + 1$ denklemlerinin birincisinden k yi çekip ikincisinde yerine yazalım.

$x = 3k - 2 \Rightarrow 3k = x + 2$

$k = \dfrac{x+2}{3}$ olur.

$y = 2k + 1$ denkleminde k yerine $\dfrac{x+2}{3}$ yazılırsa,

$y = 2 \cdot \dfrac{x+2}{3} + 1 \Rightarrow y = \dfrac{2x+4}{3} + 1$

$\Rightarrow 3y = 2x + 4 + 3$

$\Rightarrow 2x - 3y + 7 = 0$ bulunur.

örnek soru

Denklemi $4x - 3y + 6 = 0$ olan doğrunun doğrultman vektörünü ve normal vektörünü bulalım.

çözüm

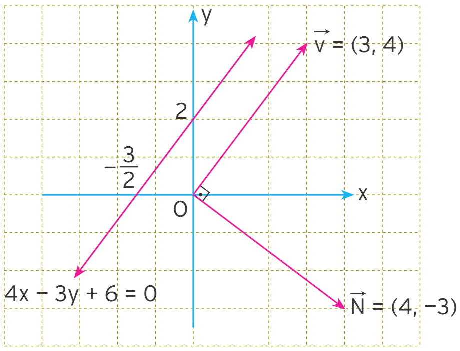
Verilen denklemde x ve y nin katsayıları doğrunun normal vektörünün bileşenleridir.

Buna göre, $4x - 3y + 6 = 0$ doğrusunun normal vektörü

$\vec{N} = (4, -3)$ tür.

Doğrunun doğrultman vektörü ile normal vektörü birbirine dik olduğundan doğrultman vektörü

$\vec{v} = (3, 4)$ vektörüdür.



örnek soru

Vektörel denklemi $(x, y) = (2, 1) + k(0, 3)$ olan doğrunun kapalı denklemini bulunuz.

çözüm

$(x, y) = (2, 1) + k(0, 3) \Rightarrow (x, y) = (2, 1) + (0, 3k)$

$$(x, y) = (2, 3k + 1)$$

$$x = 2$$

$$y = 3k + 1$$

Bu sonuca göre, doğru üzerindeki tüm noktaların apsisi 2 ve ordinatları ise, k ye bağlı olarak değişkendir. O halde, doğrunun kapalı denklemi $x = 2$ dir.

Denklemi bilinen doğrunun eğimi

Denklemi $y = mx + n$ şeklinde olan doğruların eğimi x in katsayısı olan m sayısıdır.

örnek soru

Denklemi $ax + by + c = 0$ olan doğrunun eğimini bulalım.

çözüm

$ax + by + c = 0$ denklemli doğrunun eğimini bulmak için y yi yalnız bırakacağız. x in katsayısı eğim olacak.

$$\frac{by}{b} = \frac{-ax-c}{b} \qquad y = -\frac{ax}{b} - \frac{c}{b}$$

Eğim $= -\frac{a}{b}$ bulunur.

örnek soru

Denklemi $y = x + 7$ olan doğrunun eğimini ve eğim açısının ölçüsünü bulalım.

çözüm

$y = x + 7$ doğrusunun eğimi $m = 1$ dir.

Eğim açısı α ise, $\tan\alpha = 1$ olduğundan $\alpha = 45°$ dir.

örnek soru

Denklemi $y + \sqrt{3} \cdot x + 6 = 0$ olan doğrunun eğimini ve eğim açısının ölçüsünü bulalım.

çözüm

$y + \sqrt{3} \cdot x + 6 = 0$ doğrusunun eğimini bulmak için y yi yalnız bırakalım.

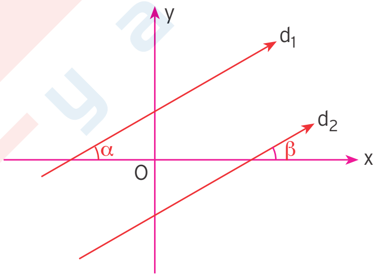
$y = -\sqrt{3} \cdot x - 6$

Eğim x in katsayısıdır. Eğim $= -\sqrt{3}$ olur.

Eğim açısı α olsun. $\tan\alpha = -\sqrt{3}$ olduğundan $\alpha = 120°$

(Tanjant değeri negatif olduğu için eğim açısı geniş açıdır.)

Birbirine paralel veya dik olan doğruların eğimleri arasındaki bağıntılar



Birbirine paralel olan doğruların eğimleri eşittir.

$d_1 // d_2$ ise, $m_1 = m_2$ dir.

Birbirine paralel olan doğruların sadece sabit sayıları farklıdır.

$d_1 // d_2$ ise,

$d_1 : ax + by + c_1 = 0$

$d_2 : ax + by + c_2 = 0$ dır.

örnek soru

$d_1 : 2x + 4y + 1 = 0$

$d_2 : ax + 8y - 7 = 0$

doğruları veriliyor.

$d_1 // d_2$ olduğuna göre, a değerini bulalım.

çözüm

$d_1 // d_2$ ise, $m_1 = m_2$ dir.

$m_1 = \frac{-2}{4}$ ve $m_2 = \frac{-a}{8}$

$\frac{-2}{4} = \frac{-a}{8}$

$a = 4$ bulunur.

örnek soru

A(–1, 2) noktasından geçen ve 2y – 4x + 7 = 0 doğrusuna paralel olan doğrunun denklemini bulalım.

çözüm

1. Yol :

İstenilen doğru $2y - 4x + 7 = 0$ doğrusuna paralel olduğu için denklemi $2y - 4x + n = 0$ biçimindedir.

A(–1, 2) noktası bu doğru üzerinde olduğu için denklemi sağlar.

$2\cdot(2) - 4\cdot(-1) + n = 0$

$4 + 4 + n = 0 \Rightarrow n = -8$ olur.

Doğrunun denklemi $2y - 4x - 8 = 0$ (2 ile sadeleştirilirse)

$y - 2x - 4 = 0$ bulunur.

2. Yol :

Doğrular paralel olduğu için eğimleri eşittir.

$m = \frac{4}{2} = 2$ olur.

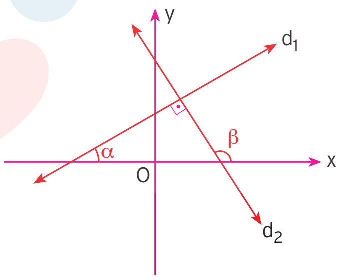
Bizden istenilen doğru, eğimi 2 olan ve A(–1, 2) noktasından geçen doğrudur.

$y - y_1 = m\cdot(x - x_1)$

$y - 2 = 2\cdot(x - (-1))$

$y - 2 = 2x + 2$

$y - 2x - 4 = 0$ bulunur.



Birbirine dik olan doğruların eğimleri çarpımı –1 dir.

$d_1 \perp d_2$ ise, $m_1 \cdot m_2 = -1$

örnek soru

y = 3x + 2 doğrusu, y = (a + 1)·x - 7 doğrusuna dik ise, a değerini bulalım.

çözüm

Birbirine dik olan doğruların eğimleri çarpımı -1 dir.

$m_1 \cdot m_2 = -1$

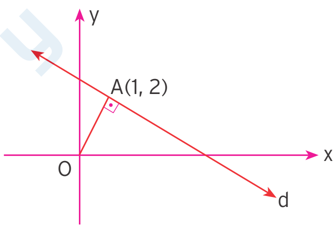
$3\cdot(a + 1) = -1$

$3a + 3 = -1$

$3a = -4$

$a = \frac{-4}{3}$ bulunur.

örnek soru



Şekildeki A(1, 2) noktasında [OA] na dik olan d doğrusunun denklemini bulalım.

çözüm

O(0, 0) ve A(1, 2) olduğundan $m_{OA} = \frac{2}{1} = 2$ dir.

$d \perp [OA]$ ise,

$m_{OA} \cdot m_d = -1$

$2 \cdot m_d = -1$

$m_d = -\frac{1}{2}$ dir.

A(1, 2) noktasından geçen ve eğimi $-\frac{1}{2}$ olan doğrunun denklemi,

$(y - 2) = -\frac{1}{2}\cdot(x - 1)$

$2y - 4 = -x + 1$

$2y + x - 5 = 0$ bulunur.

Bu alt başlığın pekişmesi için Kavrama Testi 3 5, 7, 11, 14 / Kavrama Testi 4 13, 14 nolu soruları hemen çözelim.

12.4 Denklemi verilen doğrunun grafiği

Denklemi $y = mx + n$ biçiminde olan doğrunun grafiği

Bir doğru, farklı iki noktası bilindiğinde belirli olduğundan; doğrunun grafiğini çizmek için herhangi iki noktası bulunur. Bu noktalar analitik düzlemde belirlenerek grafik çizilir.

Doğrunun grafiği çizilirken genellikle doğrunun eksenleri kestiği noktalar bulunur.

$x = 0$ için y eksenini kestiği nokta, $y = 0$ için x eksenini kestiği nokta bulunur. Bu noktalar analitik düzlemde belirtilerek birleştirilirse doğrunun grafiği çizilmiş olur.

m ve n sıfırdan farklı olmak üzere, $y = mx + n$ biçiminde olan doğrular eksenleri farklı iki noktada keserler.

örnek soru

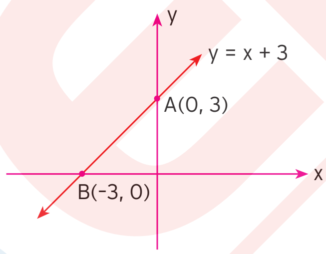
Denklemi $y = x + 3$ olan doğrunun grafiğini çizelim.

çözüm

$y = x + 3$ denkleminde,

$x = 0$ için $y = 3$

$y = 0$ için $x = -3$ olur.



Verilen doğrunun eksenleri kestiği noktalar olan A(0, 3) ve B(-3, 0) noktaları analitik düzlemde belirlenerek birleştirilir.

örnek soru

$y = 2x - 6$ doğrusunun grafiğini çiziniz.

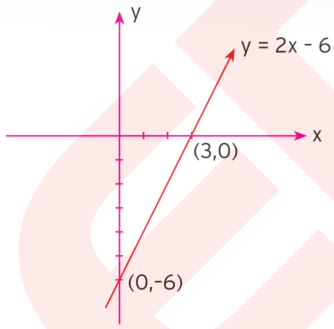
çözüm

$y = 2x - 6$ denkleminde,

$x = 0 \Rightarrow y = -6$ olur. Bu nokta $(0, -6)$ noktasıdır.

$y = 0 \Rightarrow x = 3$ olur. Bu nokta $(3, 0)$ noktasıdır.

Elde edilen noktalardan geçen doğrunun grafiği aşağıdaki gibidir.



Denklemi $y = mx$ olan doğrunun grafiği

Denklemi $y = mx$ olan doğrular orijinden geçerler.

örnek soru

$y = 3x$ ve $y = -\dfrac{1}{2}x$ doğrularının grafiklerini çizelim.

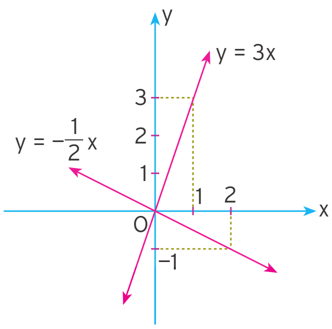
çözüm

$y = 3x$ eşitliğine göre $x = 0$ için $y = 0$ ve $x = 1$ için $y = 3$ olur.

Buna göre, bu doğru $(0, 0)$ ve $(1, 3)$ noktalarından geçer.

$y = -\dfrac{1}{2}x$ eşitliğine göre, $x = 0$ için $y = 0$ ve $x = 2$ için $y = -1$ olur.

Buna göre, bu doğru da $(0, 0)$ ve $(2, -1)$ noktalarından geçer. O halde, verilen doğruların grafikleri aşağıdaki gibidir.



Denklemi $x = a$ biçiminde olan doğrunun grafiği

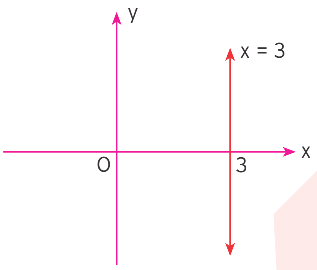
Bu doğru x eksenini A(a, 0) noktasında kesip, y eksenine paralel olan doğrudur.

örnek soru

x - 3 = 0 doğrusunun grafiğini çizelim.

çözüm

x = 3 doğrusu x eksenini A(3, 0) noktasında kesecek ve y eksenine paralel olacaktır.



Denklemi $y = b$ biçiminde olan doğrunun grafiği

Bu doğru y eksenini B(0, b) noktasında kesip, x eksenine paralel olan doğrudur.

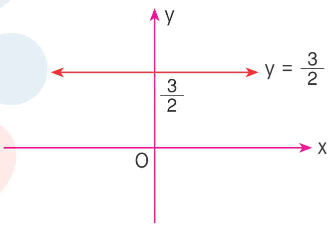
örnek soru

2y - 3 = 0 doğrusunun grafiğini çizelim.

çözüm

$y = \frac{3}{2}$ doğrusu y eksenini $B(0, \frac{3}{2})$ noktasında kesip,

x eksenine paralel olan doğrudur.



y = 0 doğrusu x eksenidir.
x = 0 doğrusu y eksenidir.

örnek soru

Denklemi 2x - y + 8 = 0 olan doğrunun eksenlerle oluşturduğu bölgenin alanı kaç birimkaredir?

çözüm

2x - y + 8 = 0 doğrusunun grafiğini çizelim.

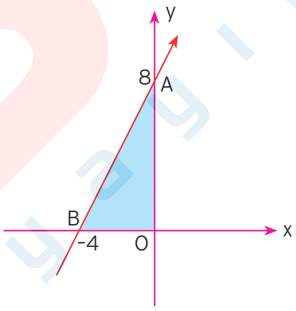
x = 0 için y = 8

y = 0 için x = -4 olur.

Doğru A(0, 8) ve B(-4, 0) noktalarından geçmektedir.

AOB dik üçgen olduğundan,

$$\text{Alan}(AOB) = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16 \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$



örnek soru

A(-6, -4) ve B(3, 8) noktalarından geçen doğrunun eksenleri kestiği noktalar arasında kalan doğru parçasının uzunluğu kaç birimdir?

çözüm

AB doğrusunun denklemi,

$$m_{AB} = \frac{8-(-4)}{3-(-6)} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

y - 8 = m(x - 3)

3y - 24 = 4x - 12

3y - 4x - 12 = 0 bulunur.

Eksenleri kestiği noktalar

x = 0 için 3y - 4·0 - 12 = 0
y = 4 A(0, 4)

y = 0 için 3·0 - 4x - 12 = 0
x = -3 B(-3, 0) olur.

Buradan $|AB| = \sqrt{(4-0)^2 + (0-(-3))^2}$

$= \sqrt{16+9} = 5$ birim bulunur.

İki Doğrunun Birbirine Göre Konumları

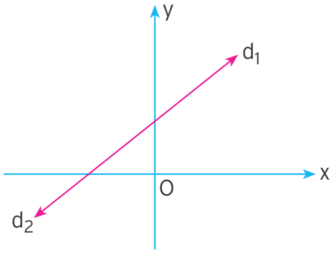
Analitik düzlemde,

$d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ve

$d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ doğruları verilsin.

a) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ise,

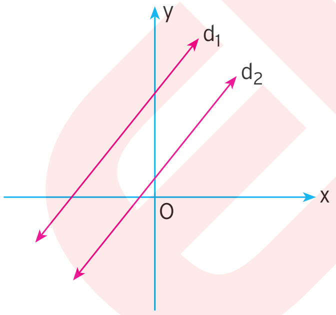
d_1 ve d_2 doğruları çakışıktır.



Çakışık doğrular, aynı doğruyu belirttiğinden grafikleri üst üste çizilir.

b) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ise,

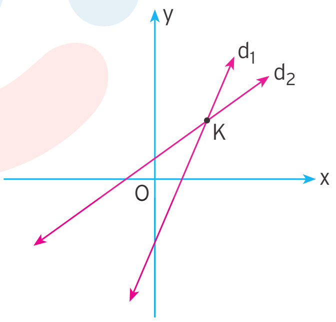
d_1 ve d_2 doğruları paraleldir.



Paralel doğruların x ekseniyle oluşturduğu açılar, dolayısıyla eğimleri birbirine eşittir.

c) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ise,

d_1 ve d_2 doğruları bir noktada kesişir.



örnek soru

$2x - 3y + 5 = 0$ doğrusu ile $(m - 1)x + (n + 1)y - 15 = 0$ doğrusu çakışık doğrular olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

çözüm

Verilen doğrular çakışık olduğundan, denklemlerindeki katsayılar oranı birbirine eşittir. Buna göre,

$$\frac{2}{m-1} = \frac{-3}{n+1} = \frac{5}{-15} \text{ ise,}$$

$$\frac{2}{m-1} = \frac{5}{-15} \qquad \frac{-3}{n+1} = \frac{5}{-15}$$

$5m - 5 = -30$ $\quad$ $5n + 5 = 45$

$5m = -25$ $\quad$ $5n = 40$

$m = -5$ $\quad$ $n = 8$

O halde, $m + n = -5 + 8 = 3$ bulunur.

örnek soru

Denklemleri $2x - y - 2 = 0$ ve $3x + 2y - 17 = 0$ olan doğruların kesiştikleri noktanın koordinat eksenlerine uzaklıkları toplamı kaç birimdir?

çözüm

İki doğrunun kesim noktası verilen denklemlerin ortak çözümüyle bulunur.

$2 /\ \ 2x - y - 2 = 0$

$3x + 2y - 17 = 0$

$4x - 2y - 4 = 0$

$+ \ \ 3x + 2y - 17 = 0$

$7x - 21 = 0$

$7x = 21$

$x = 3$ olur.

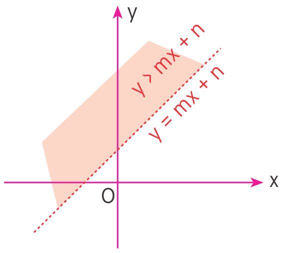
$2x - y - 2 = 0$ denkleminde x yerine 3 yazılırsa, $6 - y - 2 = 0$ $y = 4$ bulunur.

Bu durumda doğruların kesim noktası $k(3, 4)$ noktasıdır ve bu doğrunun koordinat eksenlerine uzaklıkları toplamı $|3| + |4| = 7$ birimdir.

12.5 Birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlikler

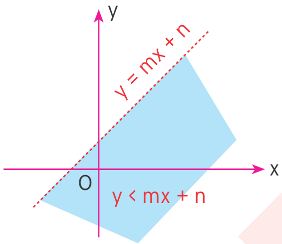
$ax + by + c > 0$ ve $ax + by + c < 0$

eşitsizliklerinin çözüm kümesini analitik düzlemde göstermek için, $ax + by + c = 0$ doğrusunun grafiği çizilir. Yarı düzlemlerin biri üzerinde alınan $P(x_1, y_1)$ noktası verilen eşitsizliği sağlıyor ise, bu yarı düzlem, sağlamıyor ise, diğer yarı düzlem tanır.



$y = mx + n$ doğrusunun üst tarafında kalan bölge

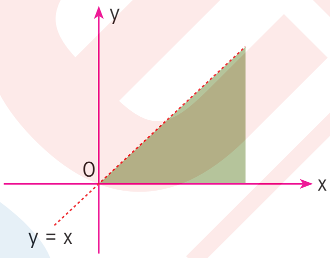
$y > mx + n$ dir.



$y = mx + n$ doğrusunun alt tarafında kalan bölge

$y < mx + n$ dir.

örnek soru



Yukarıdaki grafikte taralı düzlem parçasını tanımlamak için, $x \geq 0$, $y > 0$ koşuluna aşağıdakilerden hangisi eklenmelidir?

A) $x + y < 0$ B) $x + y > 0$ C) $x - y > 0$

D) $x - y < 0$ E) $x = y$

(ÖSS 1985)

çözüm

Taralı bölgede $y < x$ dir.

Cevap: C

örnek soru

$2x - 3y + 12 < 0$ eşitsizliğinin grafiğini çizelim.

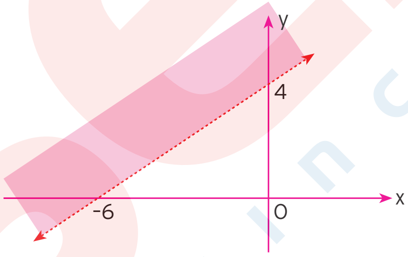
çözüm

$2x - 3y + 12 = 0$ doğrusunda,

$x = 0$ için $y = 4$ ve $A(0, 4)$

$y = 0$ için $x = -6$ ve $B(-6, 0)$ dır.

Eşitlik verilmediğinden doğru kesik çizgilerle çizilir.



$O(0, 0)$ noktasının koordinatları, $2x - 3y + 12 < 0$ eşitsizliğinde yerine yazılırsa, $12 < 0$ olacağından, eşitsizliğin sağlanmadığı görülür. Bu durumda görüntü kümesi, orijinin bulunmadığı yarı düzlemdir.

örnek soru

$y - 3x > 0$ $x + y - 2 \leq 0$

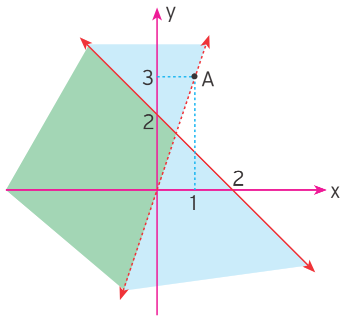
eşitsizlik sistemini sağlayan noktalar kümesini gösterelim.

çözüm

$y = 3x$ doğrusu orijinden ve $A(1, 3)$ noktasından geçer.

$x + y - 2 = 0$ doğrusu eksenleri $B(0, 2)$ ve $C(2, 0)$ noktalarından keser.

Denklemleri verilen doğrular çizilir.



Alınan herhangi bir nokta $D(-1, 0)$ olsun.

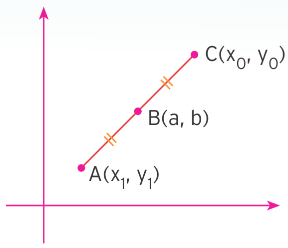
$y - 3x > 0 \Rightarrow 0 - 3(-1) > 0 \Rightarrow 3 > 0$

$x + y - 2 \leq 0 \Rightarrow -1 + 0 - 2 \leq 0 \Rightarrow -3 \leq 0$

Arakesit eşitsizlik sistemini sağlayan noktalar kümesidir.

12.6 *Simetri dönüşümü; aynadaki görüntü*

Bir noktanın bir noktaya göre simetriği



$A(x_1, y_1)$ noktasının $B(a, b)$ noktasına göre simetriği $C(x_0, y_0)$ olsun.

B noktası [AC] nin orta noktası olduğundan,

$C(2a - x_1,\ 2b - y_1)$ olur.

örnek soru

A(1, 3) noktasının B(2, −1) noktasına göre simetriğini bulalım.

çözüm

A noktasının B noktasına göre simetriği C(a, b) noktası olsun.

$C(a, b) = C(2 \cdot 2 - 1,\ 2(-1) - 3)$

$= C(3, -5)$ bulunur.

örnek soru

A(3, 2) noktasının B(−1, 0) noktasına göre simetriği olan C noktası x + y − a = 0 doğrusu üzerinde ise, a değerini bulalım.

çözüm

$C(2 \cdot (-1) - 3,\ 2 \cdot 0 - 2) = C(-5, -2)$

$C(-5, -2)$ noktası $x + y - a = 0$ doğrusu üzerindedir.

$-5 - 2 - a = 0$

$a = -7$ bulunur.

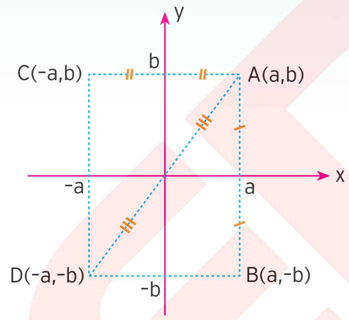
Bir noktanın koordinat eksenlerine ve orijine göre simetriği

A(a, b) noktasının

Ox eksenine göre simetriği B(a, −b)

Oy eksenine göre simetriği C(−a, b)

Orijine göre simetriği D(−a, −b) dir.



örnek soru

A(1, 3) noktasının x eksenine göre simetriği B, y eksenine göre simetriği C ve orijine göre simetriği D noktasıdır.

Buna göre, B, C ve D nin koordinatlarını bulalım.

çözüm

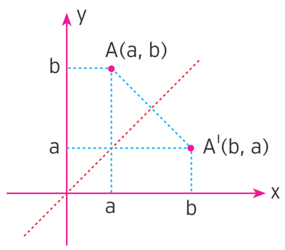
A(1, 3) noktasının x eksenine göre simetriği B(1, −3) olur.

A(1, 3) noktasının y eksenine göre simetriği C(−1, 3) olur.

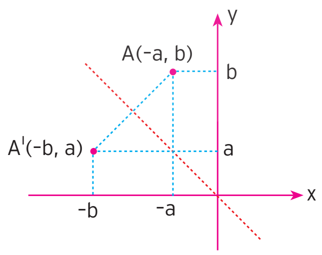
A(1, 3) noktasının orijine göre simetriği D(−1, −3) olur.

Bir noktanın açıortay doğrularına göre simetriği

Bir noktanın I. açıortay (y = x) doğrusuna göre simetriği :



A(a, b) noktasının y = x doğrusuna göre simetriği A'(b, a) dır.



II. açıortay'a (y = -x) göre simetri :

A(-a, b) noktasının y = -x doğrusuna göre simetriği A'(-b, a) dır.

örnek soru

A(2, -5) noktasının y = x doğrusuna göre simetriği B noktası, y = -x doğrusuna göre simetriği C noktasıdır.

Buna göre, B noktasının apsisi ile C noktasının ordinatının toplamını bulalım.

çözüm

A(2, -5) noktasının y = x doğrusuna göre simetriği B(-5, 2) dir.

A(2, -5) noktasının y = -x doğrusuna göre simetriği C(5, -2) dir.

B noktasının apsisi -5, C noktasının ordinatı -2 dir.

-5 + (-2) = -7 olur.

örnek soru

A(-3, 4) noktasının y = -x doğrusuna göre simetriği B ve B nin Ox eksenine göre simetriği C ise |BC| uzunluğu kaç birimdir?

A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{7}{2}$ C) 8 D) 6 E) 5

(ÖSS 2006)

çözüm

A(-3,4) noktasının y = -x doğrusuna göre simetriği B(-4, 3), B(-4, 3) noktasının Ox eksenine göre simetriği C(-4, -3) olur.

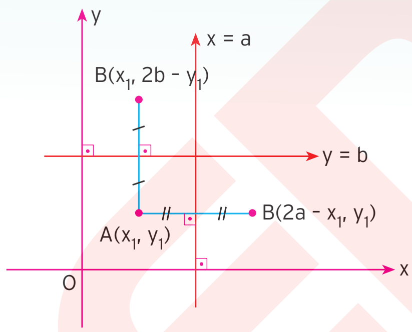
Bu durumda

$|BC| = \sqrt{[-4-(-4)^2]+(3-(-3))^2} = \sqrt{0+36} = 6$ birimdir.

Cevap D

Bir noktanın eksenlere paralel doğrulara göre simetriği

A(x_1, y_1) noktasının şekilde görüldüğü gibi x = a doğrusuna göre simetriği B(2a - x_1, y_1) ve y = b doğrusuna göre simetriği C(x_1, 2b - y_1) olur.



örnek soru

A(7, 5) noktasının x = 1 doğrusuna göre simetriği B ve y = 2 doğrusuna göre simetriği C ise, B ile C noktaları arasındaki uzaklığı bulalım.

çözüm

A(7, 5) noktasının

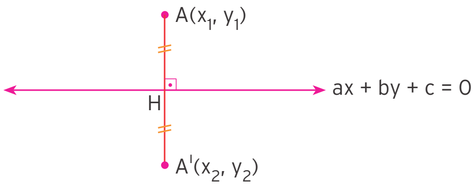
x = 1 doğrusuna göre simetriği B(2·1 - 7,5) = B(-5, 5)

y = 2 doğrusuna göre simetriği C(7,2·2 - 5) = C(7, -1) olur.

$|BC| = \sqrt{(7-(-5))^2+(-1-5)^2}$

$= \sqrt{12^2+6^2} = 6\sqrt{5}$ bulunur.

Bir noktanın bir doğruya göre simetriği



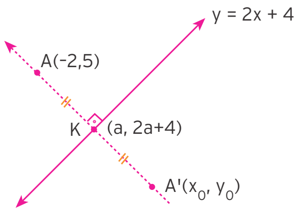
A(x_1, y_1) noktasının ax + by + c = 0 doğrusuna göre simetriğini bulmak için A noktasının doğru üzerindeki dik iz düşümü olan H noktasının koordinatları hesaplanır.

A noktasının H noktasına göre simetriği olan A'(x_2, y_2) noktasının koordinatları bulunur.

örnek soru

A(−2, 5) noktasının y = 2x + 4 doğrusuna göre simetriğini bulalım.

çözüm



A noktasının y = 2x + 4 doğrusuna göre simetriği A' olsun.

AA' doğrusu verilen doğru ile dik kesiştiği için eğimleri çarpımı −1 dir.

$$\frac{2a+4-5}{a-(-2)}\cdot 2=-1$$

$$\frac{2a-1}{a+2}=-\frac{1}{2}$$

$$4a-2=-a-2$$

$$5a=0\Rightarrow a=0 \text{ dır.}$$

K(0, 4) noktası AA' doğru parçasının orta noktası olduğuna göre,

$$\frac{-2+x_0}{2}=0\Rightarrow x_0=2$$

$$\frac{5+y_0}{2}=4\Rightarrow y_0=3$$

O halde, aranan A' noktası (2, 3) noktasıdır.

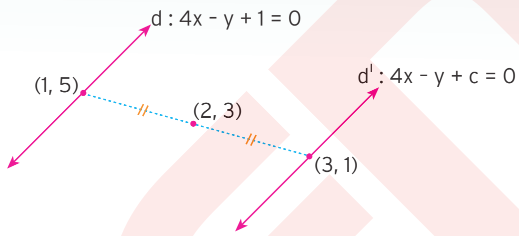
Doğrunun noktaya göre simetriği

ax + by + c = 0 doğrusunun $A(x_1, y_1)$ noktasına göre simetriği $a(2\cdot x_1 - x) + b(2y_1 - y) + c = 0$ olur. (Orta noktadan)

örnek soru

4x − y + 1 = 0 doğrusunun (2, 3) noktasına göre simetriği olan doğrunun denklemini bulalım.

çözüm



Doğrunun noktaya göre simetriği kendisine paralel bir doğrudur. Bu nedenle x ve y nin katsayıları değişmez. Değişen c sabitini bulmak için d doğrusu üzerinde bir nokta alınır. Örneğin; d doğrusu üzerinde x = 1 alınırsa y = 5 bulunur.

O halde, (1, 5) noktasının (2, 3) noktasına göre simetriği d' doğrusu üzerinde olmalıdır.

(1, 5) in (2, 3) e göre simetriği olan (3, 1) noktası

4x − y + c = 0 doğrusunu sağlar.

$4\cdot 3 - 1 + c = 0 \Rightarrow 11 + c = 0 \Rightarrow c = -11$

O halde, aranan doğrunun denklemi :

4x − y − 11 = 0 bulunur.

Bir doğrunun eksenlere ve orijine göre simetriği

- ax + by + c = 0 doğrusunun x eksenine göre simetriği bulunurken y nin işareti değiştirilir.

  ax − by + c = 0 olur.

- ax + by + c = 0 doğrusunun y eksenine göre simetriği bulunurken x in işareti değiştirilir.

  −ax + by + c = 0 olur.

- ax + by + c = 0 doğrusunun orijine göre simetriği bulunurken x in ve y nin işaretleri değiştirilir.

  −ax − by + c = 0 olur.

örnek soru

3x + 2y − 5 = 0 doğrusunun y− eksenine göre simetriği olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$ B) $y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{2}$

C) $y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ D) $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{3}$

E) $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

(ÖYS 1998)

çözüm

Doğru denklemindeki x yerine -x yazılırsa, y eksenine göre simetriğinin denklemi elde edilir.

$3(-x) + 2y - 5 = 0$

$y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

Cevap: A

örnek soru

Dik koordinat sisteminde y = mx + 1 doğrusunun y - eksenine göre simetriği x - eksenini $(\frac{3}{5}, 0)$ noktasında kesmektedir.

Buna göre, y = mx + 1 denklemindeki m kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{2}{3}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

(ÖSS 1991)

çözüm

y = mx + 1 doğrusunun Oy eksenine göre simetriği

y = - mx + 1 dir.

Bu doğru $(\frac{3}{5}, 0)$ noktasından geçtiğine göre

$(\frac{3}{5}, 0)$ noktası doğru denklemini sağlamalıdır.

$0 = -m \cdot \frac{3}{5} + 1$

$\frac{3}{5}m = 1 \rightarrow m = \frac{5}{3}$ olur.

Cevap E

örnek soru

Dik koordinat düzleminde denklemi x + y = 3 olan doğrunun, Oy eksenine göre simetriğinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) -x + y = 3 B) x - y = 3 C) -x - y = 3

D) x + 2y = 1 E) 2x + y = 1

(ÖSS 2007)

çözüm

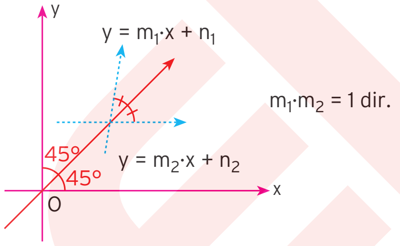
Dik koordinat sisteminde verilen bir doğrunun Oy eksenine göre simetriği alınırken x yerine -x yazılır.

Dolayısıyla x + y = 3 doğrusunun Oy eksenine göre simetriği -x + y = 3 doğrusudur.

Cevap A

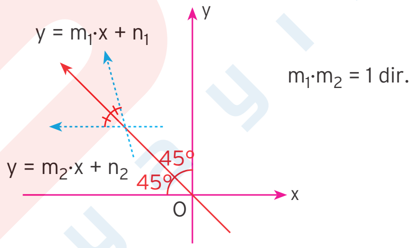
Özellik :

y = x doğrusuna göre simetrik olan iki doğrunun eğimleri çarpımı 1 dir.



Özellik :

y = -x doğrusuna göre simetrik olan iki doğrunun eğimleri çarpımı 1 dir.

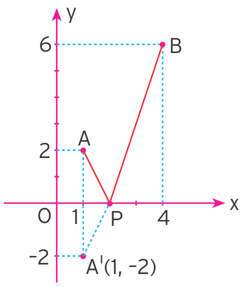


örnek soru

A(1, 2), B(4, 6) ve P(a, 0) noktaları veriliyor.

|PA| + |PB| en küçük olduğunda a değerini bulalım.

çözüm



A ve B noktaları x ekseninin aynı tarafında ve P(a, 0) noktası da x ekseni üzerindedir.

Bu durumda |AP| + |BP| nin minimum olması için A noktasının x eksenine göre simetriği A' noktası ile P ve B noktaları doğrusal olmalıdır.

A'(1, -2), P(a, 0) ve B(4, 6) noktaları doğrusal ise, [A'P] ve [A'B] nin eğimleri eşittir.

$$\frac{0-(-2)}{a-1} = \frac{6-(-2)}{4-1}$$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{a-1} = \frac{\overset{4}{\cancel{8}}}{3}$$

$4a - 4 = 3 \Rightarrow a = \frac{7}{4}$ bulunur.

örnek soru

Eğimleri $-\dfrac{1}{3}$ ve -3 olan iki doğrunun arasında kalan açının açıortayının eğimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 1 C) $\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$ D) $\dfrac{3}{\sqrt{3}}$ E) $\dfrac{5}{2\sqrt{3}}$

(ÖSS 1996)

çözüm

$$\left.\begin{matrix} m_1 = -\dfrac{1}{3} \\ m_2 = -3 \end{matrix}\right\} m_1 \cdot m_2 = \left(-\dfrac{1}{3}\right) \cdot (-3) = 1$$

olduğundan bu doğruların açıortayları $y = x$ e paraleldir. Bu nedenle açıortayın eğimi 1 dir.

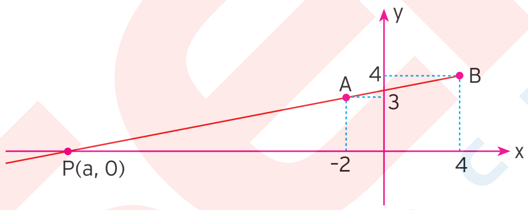
Cevap: B

örnek soru

A(-2, 3), B(4, 4) ve P(a, 0) noktaları veriliyor.

||PB| - |PA|| nın en büyük değeri için a değerini bulalım.

çözüm



||PB| - |PA|| maksimum ise, A, B ve P noktaları doğrusal olmalıdır.

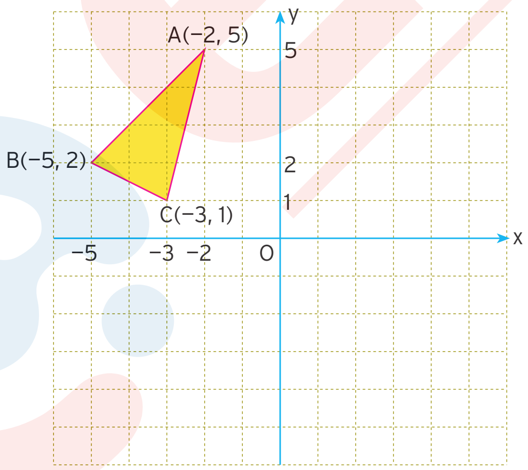
Bu durumda A(−2, 3), B(4, 4) ve P(a, 0) noktaları doğrusal ise [AB] ve [AP] nin eğimleri eşittir.

$$\frac{4-3}{4-(-2)} = \frac{3-0}{-2-a} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{3}{-a-2} \Rightarrow a = -20 \text{ bulunur.}$$

12.7 Öteleme dönüşümü

Bir şekil düzlemde ötelenirken, x ve y eksenleri boyunca belirtilen birim kadar, şeklin bütün noktaları birbirine paralel olarak ötelenir.

örnek soru



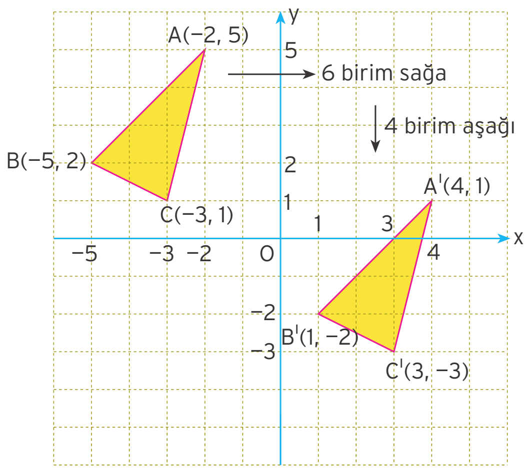
Yukarıdaki şekilde verilen ABC üçgeni 6 birim sağa ve 4 birim aşağı ötelendiğinde $A'B'C'$ üçgeni elde ediliyor.

Buna göre, A', B' ve C' noktalarının koordinatlarını bulunuz.

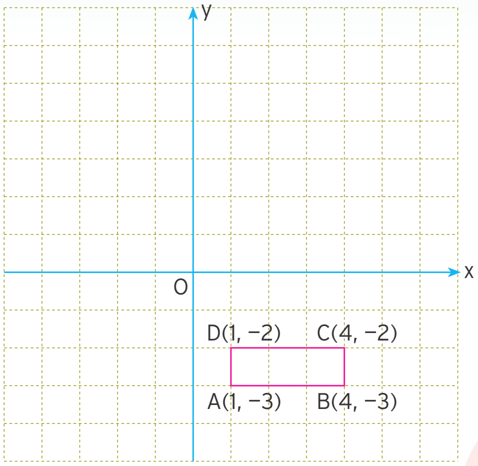
çözüm

ABC üçgenini 6 birim sağa ve 4 birim aşağıya ötelemek için, ABC üçgeninin köşe noktaları 6 birim sağa ve 4 birim aşağı ötelenir.

Aşağıdaki şekilde, A(−2, 5) noktasının apsisi 6 artırılıp, ordinatı 4 azaltıldığında $A'(4, 1)$ noktasının elde edildiğine dikkat ediniz.



örnek soru

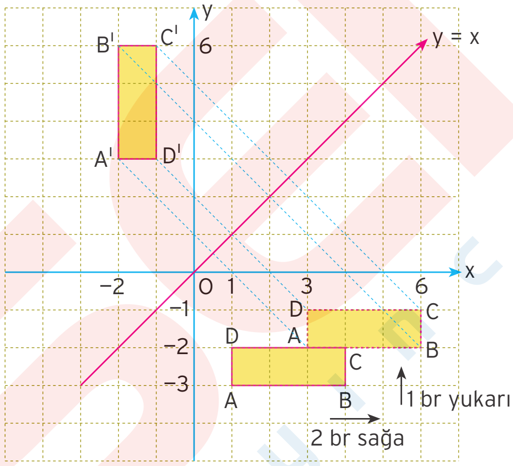


Şekildeki ABCD dikdörtgeni 2 birim sağa ve 1 birim yukarıya ötelendikten sonra elde edilen dikdörtgenin y = x doğrusuna göre simetriği $A'B'C'D'$ dikdörtgeni oluyor.

Buna göre, B' noktasının apsisi ile C' noktasının ordinatının toplamı kaçtır?

çözüm

Soruda verilen ABCD dikdörtgeni 2 br sağa ve 1 br yukarıya ötelendiğinde köşeleri A(3, −2), B(6, −2), C(6, −1) ve D(3, −1) olmaktadır.



Bir noktanın y =x doğrusuna göre simetriği alındığında apsisi ile ordinatı yer değiştirdiğine göre, $B'(-2, 6)$ ve $C'(-1, 6)$ olur.

B' noktasının apsisi −2 ve C' noktasının ordinatı 6 olduğundan, sorunun cevabı −2 + 6 = 4 bulunur.

12.8 Dönme dönüşümü

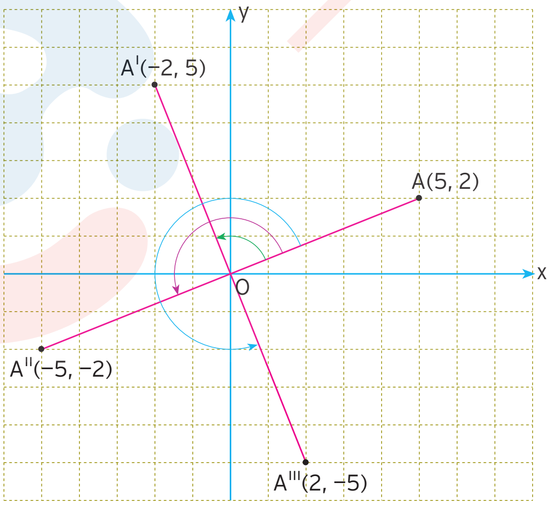
Köşelerinden biri A(a, b) noktası olan bir şekil, orijin etrafında ve saatin tersi yönünde

a) 90° döndürülürse, A(a, b) noktası $A'(-b, a)$ noktasına,

b) 180° döndürülürse, A(a, b) noktası $A'(-a, -b)$ noktasına,

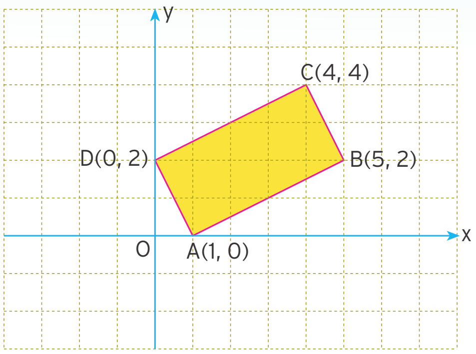
c) 270° döndürülürse, A(a, b) noktası $A'(b, -a)$ noktasına

dönüşür.



Analitik düzlemdeki [OA] doğru parçası orijin etrafında ve saatin tersi yönde 90° döndürüldüğünde $[OA']$ doğru parçası, 180° döndürüldüğünde $[OA'']$ doğru parçası, 270° döndürüldüğünde ise, $[OA''']$ doğru parçası elde edilmiştir. A', A'' ve A''' noktalarının koordinatlarını A noktasının koordinatları ile karşılaştırarak inceleyiniz.

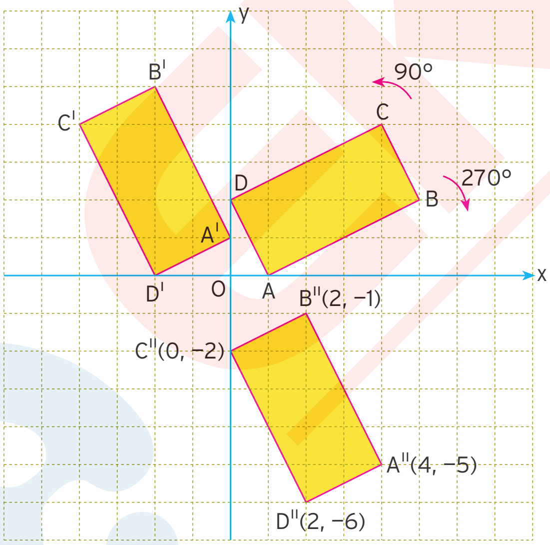
örnek soru



Şekildeki ABCD dikdörtgeni orijin etrafında ve saat yönünde 270° döndürüldükten sonra, elde edilen A'B'C'D' dikdörtgeni 4 birim sağa ve 6 birim aşağıya öteleniyor.

En son oluşan A''B''C''D'' dikdörtgeninin köşe noktaların koordinatlarını bulunuz.

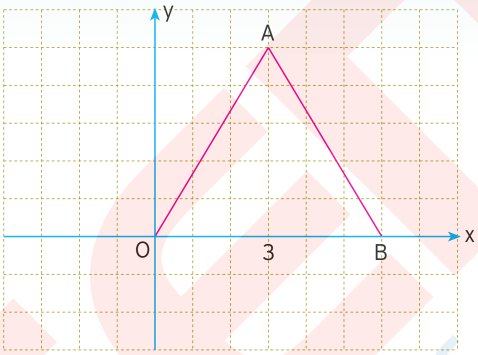
çözüm



Bir şeklin saat yönünde 270° döndürülmesi, saatin tersi yönde 90° döndürülmesine eş değerdir. Köşeleri A(1, 0), B(5, 2), C(4, 4) ve D(0, 2) noktaları olan ABCD dikdörtgeni orijin etrafında ve saatin tersi yönde 90° döndürüldüğünde, köşeleri A'(0, 1), B'(−2, 5), C'(−4, 4) ve D'(−2, 0) noktaları olan A'B'C'D' dikdörtgeni elde edilir.

A'B'C'D' dikdörtgeni 4 br sağa ve 6 br aşağıya ötelendiğinde elde edilen A''B''C''D'' dikdörtgeninin köşeleri A''(4, −5), B''(2, −1), C''(0, −2), D''(2, −6) noktaları olur.

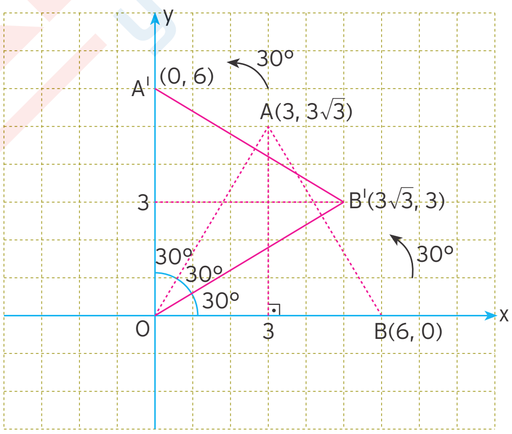
örnek soru



Bir kenarı 6 br olan şekildeki AOB eşkenar üçgeni orijin etarfında ve saatin tersi yönde 30° döndürüldüğünde A'OB' eşkenar üçgeni oluşuyor.

Buna göre, A' ve B' noktalarının koordinatlarını bulunuz.

çözüm



AOB eşkenar üçgeni O noktası etrafında döndürüldüğü için O noktası sabit kalır, A ve B noktaları orijin etrafında 30° dönerler.

Bir kenarı a = 6 br olan eşkenar üçgenin yüksekliği $h = a\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ br olduğundan ilk durumda A noktasının koordinatları $(3, 3\sqrt{3})$, B noktasının koordinatları ise (6, 0) dır.

AOB üçgeni, orijin etrafında ve saatin tersi yönde 30° döndürüldüğünde oluşan A'OB' üçgeninin köşe koordinatları ise, A'(0, 6) ve B'$(3\sqrt{3}, 3)$ olur.

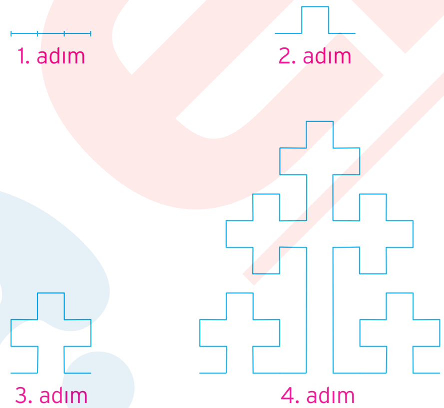
12.9 *Fraktal, süsleme ve kaplama*

Fraktalları, bazen halı desenlerinde, bazen tarihi eserlerin duvarlarında bazen de doğadaki bazı bitkilerin yapılarında görebilirsiniz. Öyle bir şekil düşünün ki hangi bölmesini alırsak alalım büyütüp baktığımızda yine başlangıçtaki şekille karşılaşalım ve bu işleme ne kadar devam edersek edelim aynı görüntü tekrarlansın.

Buna göre, fraktalı kısaca şöyle tanımlayabiliriz:

Bir şeklin orantılı olarak küçültülmüş ya da büyütülmüşleri ile inşa edilen örüntülere fraktal denir.

örnek



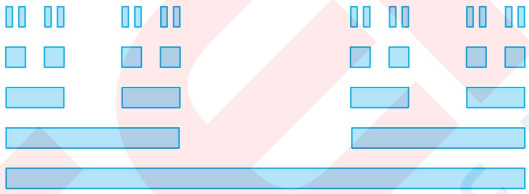
Yukarıdaki örüntü, doğru parçaları üç eş parçaya bölünüp ortadaki parçadan dışarıya kare çizilerek oluşturulmuştur.

Bu örüntüyü inceleyiniz ve örüntünün sonraki adımını çiziniz.

örnek

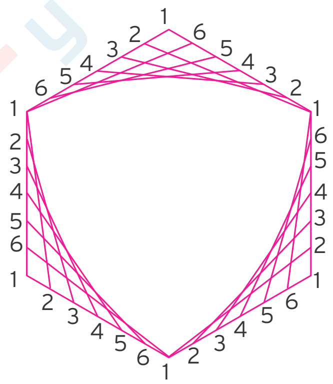
Aşağıda verilen fraktallarda her bir dikdörtgenin üzerine eni, bu dikdörtgenin $\frac{1}{3}$ ü kadar olan iki dikdörtgen simetrik olarak yerleştiriliyor.

Buna benzer bir fraktalı da siz oluşturunuz.



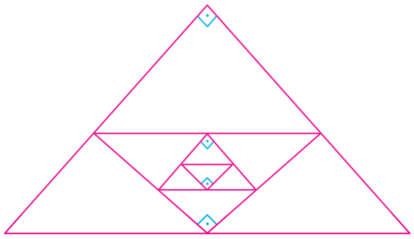
örnek

Aşağıdaki örüntüde düzgün altıgen ve doğrular yardımıyla bir okul arması oluşturulmuştur. Bu örüntü altıgen üzerine eşit aralıklarla yazılan sayıların kendilerinin 1 fazlası olan sayı ile birleştirilmesinden oluşturulmuştur.



Yukarıdaki örüntünün bir benzerini düzgün sekizgen kullanarak oluşturunuz.

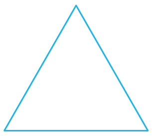
örnek

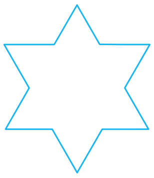


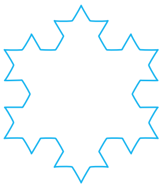
İkizkenar dik üçgenler yardımıyla oluşturulan yukarıdaki şekli inceleyelim. Bu örüntüde tüm ikizkenar dik üçgenlerin hipotenüsleri birbirine paraleldir.

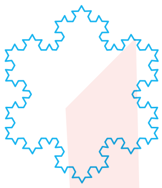
örnek

Aşağıdaki fraktal örneğinde birinci şekilde bir eşkenar üçgen veriliyor. Daha sonra bu üçgenin her kenarı üç eşit parçaya ayrılıp her birinin ortasındaki parçadan dışarıya doğru bakan eşkenar üçgenler çiziliyor. Bu işlem devam ettirildiğinde 3. ve 4. şekiller elde ediliyor.


1. şekil

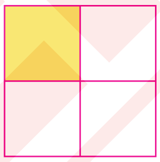

2. şekil

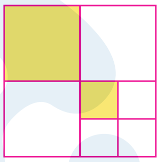

3. şekil

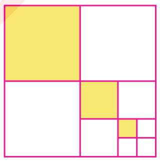

4. şekil

örnek


Başlangıç


1. adım


2. adım


3. adım

Yukarıdaki şekilde iki üç adımı verilen fraktal modelinin 1. adımındaki taralı bölgenin alanı 1 cm^2 dir.

9. adımdaki en küçük alana sahip taralı karenin bir kenarının uzunluğu kaç cm dir?

çözüm

1. adımdaki taralı karenin alanı 1 cm^2 ise, bir kenar uzunluğu 1 cm dir.

Bu durumda 2. adımdaki en küçük taralı karenin bir kenar uzunluğu $\frac{1}{2}$ cm

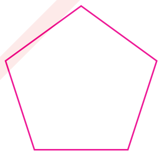
3. adımdaki en küçük taralı karenin bir kenar uzunluğu $\frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$ cm

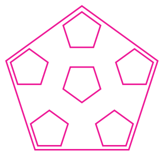
4. adımdaki en küçük taralı karenin bir kenar uzunluğu $\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$ cm

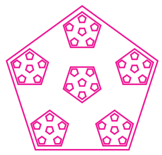
Buna göre, n. adımdaki en küçük taralı karenin bir kenar uzunluğu $\frac{1}{2^{n-1}}$ cm olur.

O halde, 9. adımdaki en küçük taralı karenin bir kenar uzunluğu $\frac{1}{2^{n-1}} = \frac{1}{2^8} = \frac{1}{256}$ cm bulunur.

örnek


Başlangıç


1. adım


2. adım

Yukarıda beşgenlerle oluşturulan ve ilk 2 adımı verilen fraktalın 4. adımında toplam kaç adet beşgen kullanılır?

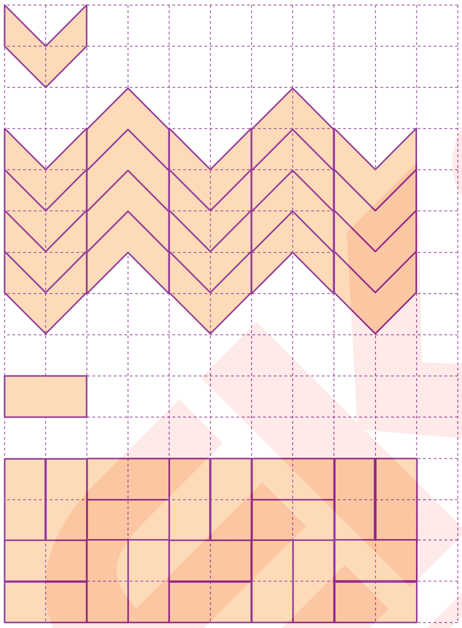
çözüm

	Beşgen adedi
Başlangıç	1
1. adım	$1 + 6 = 7$
2. adım	$1 + 6 + 6 \cdot 6 = 43$
3. adım	$1 + 6 + 6 \cdot 6 + 6 \cdot 6 \cdot 6 = 259$
4. adım	$1 + 6 + 6 \cdot 6 + 6 \cdot 6 \cdot 6 + 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1555$

Çokgenlerle yüzey kaplama

Bir düzlemsel bölgenin, yalnız bir figür kullanılarak boşluk kalmayacak ve figürler çakışmayacak şekilde dönüşüm hareketleri (yansıma, dönme, öteleme ve ötelemeli yansıma) yardımıyla örtülmesine düzgün kaplama denir.

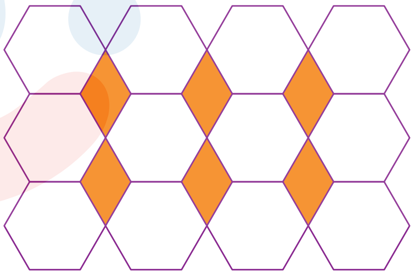
Aşağıdaki şekilde, iki farklı çokgen modeliyle yapılan iki farklı düzgün kaplama verilmiştir. Birinci kaplama örneğinde öteleme ve yansıma hareketleri kullanılırken, ikinci kaplama örneğinde öteleme ve dönme hareketleri kullanılmıştır.



Bir düzlemsel bölgenin, birden fazla figür kullanılarak boşluk kalmayacak ve figürler çakışmayacak şekilde dönüşümler yardımıyla örtülmesine yarı düzgün kaplama denir.

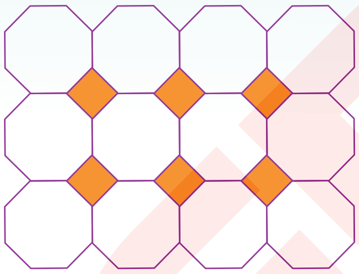
Aşağıda yarı düzgün kaplamaya örnekler verilmiştir.

1.



Düzgün altıgenler ve eşkenar dörtgenler kullanılarak oluşturulmuş bir kaplama.

2.



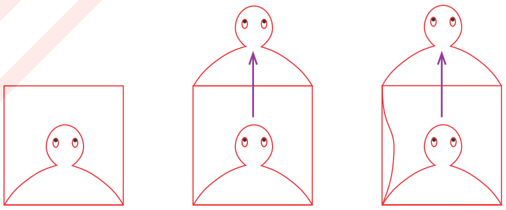
Düzgün sekizgen ve kare kullanılarak oluşturulmuş bir kaplama.

Çokgenlerde süsleme yapılabilmesi için her bir köşede oluşan toplam açı ölçüsü $360°$ olmalıdır. Bu kurala göre sadece eşkenar üçgen, sadece kare, sadece altıgen kullanılarak süsleme yapılabilir. Ancak sadece beşgen, sadece yedigen ya da sadece sekizgen kullanılarak süsleme yapılamaz.

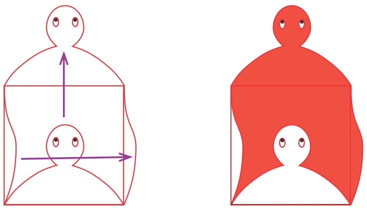
Kaplama örnekleri

Aşağıda bazı geometrik figürlerle adım adım yapılışı gösterilen süslemeleri inceleyiniz.

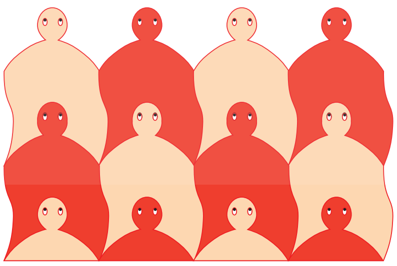
örnek



1. adım 2. adım 3. adım

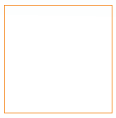


4. adım 5. adım

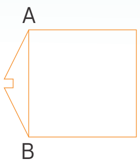


Elde edilen kaplama

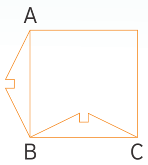
örnek



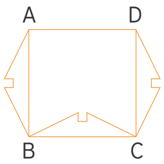
Başlangıç



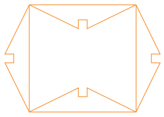
1. adım



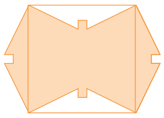
2. adım



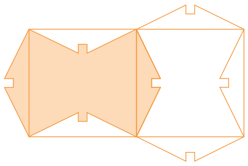
3. adım



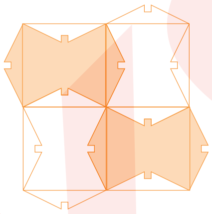
4. adım



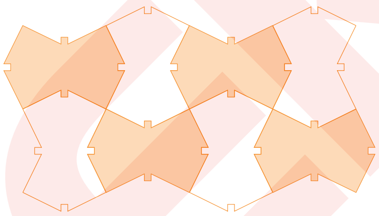
5. adım



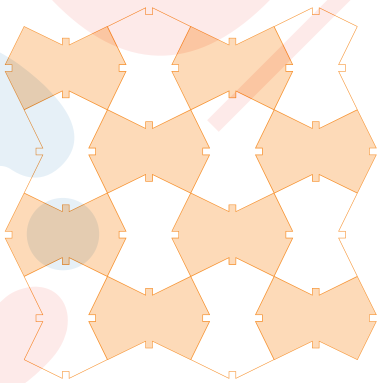
6. adım



7. adım

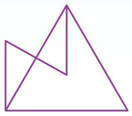


8. adım

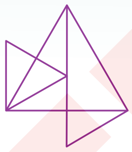


Elde edilen süsleme

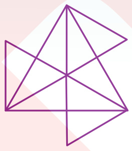
örnek



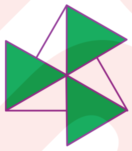
1. adım



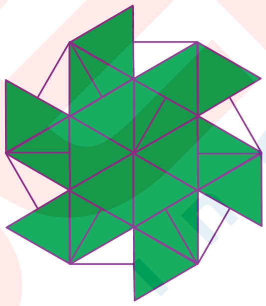
2. adım



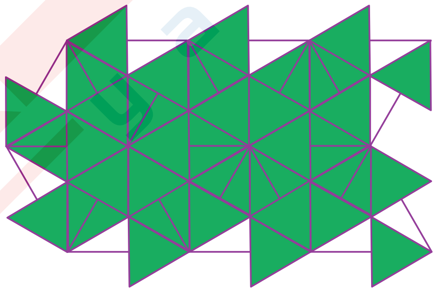
3. adım



4. adım



5. adım

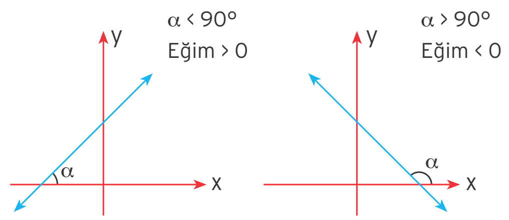


Elde edilen kaplama

BU KONUDA ÖZETLE...

Konuların ve Kavramların Özeti

1. Doğrunun eğimi



$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen AB doğrusunun eğimi $m = \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ ile bulunur.

- İki doğrunun paralellik şartı $d_1 // d_2$ ise,

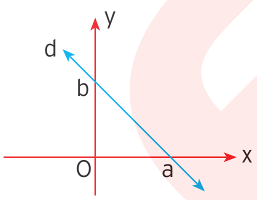
  $m_1 = m_2$ dir.

  Yani doğruların eğimleri eşittir.
- İki doğrunun diklik şartı $d_1 \perp d_2$ ise,

  $m_1 \cdot m_2 = -1$ dir.

  Yani doğruların eğimleri çarpımı -1 dir.

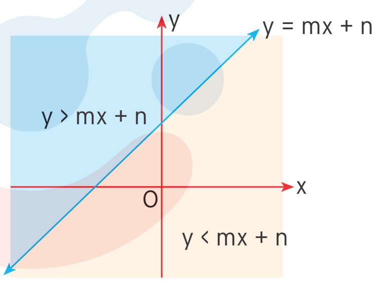
2. Eksenleri kestiği noktaları bilinen doğru denklemi



d doğrusunun denklemi

$\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$ dir.

3. Grafik



4. Simetri

A(a, b) noktasının;

- x eksenine göre simetriği (a, −b)
- y eksenine göre simetriği (−a, b)
- orijine göre simetriği (−a, −b)
- y = x doğrusuna göre simetriği (b, a)
- y = -x doğrusuna göre simetriği (−b, −a)
- x = k doğrusuna göre simetriği (2k − a, b)
- y = k doğrusuna göre simetriği (a, 2k − b)

olur.

$ax + by + c = 0$ doğrusunun

- x eksenine göre simetriği

  $ax + b(-y) + c = 0$
- y eksenine göre simetriği

  $a(-x) + by + c = 0$
- orijine göre simetriği

  $a(-x) + b(-y) + c = 0$
- y = x doğrusuna göre simetriği

  $ay + bx + c = 0$
- y = −x doğrusuna göre simetriği

  $a(-y) + b(-x) + c = 0$
- x = k doğrusuna göre simetriği

  $a(2k - x) + by + c = 0$
- y = k doğrusuna göre simetriği

  $ax + b(2k - y) + c = 0$

5. A(a, b) noktası orijin etrafında ve saatin tersi yönde

i) 90° döndürülürse, oluşan nokta $A'(-b, a)$

ii) 180° döndürülürse, oluşan nokta $A'(-a, -b)$

iii) 270° döndürülürse, oluşan nokta $A'(b, -a)$

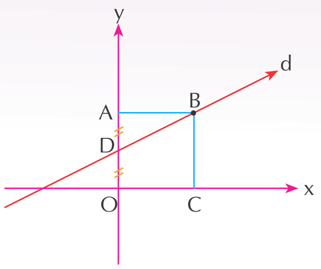
olur.

ÖĞRENDİKLERİMİZİ TEST EDELİM

- Kavrama Testi 1 (12.1 - 12.4)
- Kavrama Testi 2 (12.6 - 12.8)
- Kavrama Testi 3 (12.5, 12.9)
- Genel Tekrar Testi (12.1 - 12.9)
- Sınavlarda (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) Sorulmuş Sorular
- Sınavlarda Sorulabilecek Sorular

KAVRAMA TESTİ 1

1.



$|AD| = |DO|$

AOCB kare

Yukarıdaki verilere göre, d doğrusunun eğimi kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

2. Analitik düzlemde,

A(1, 3) noktası $x - 2y + k = 0$

doğrusunun üzerinde olduğuna göre, k değeri kaçtır?

A) –5 B) –3 C) 0 D) 3 E) 5

3. Analitik düzlemde,

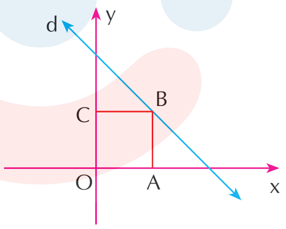
$7x - 3y + 23 = 0$

$x + 3y - 7 = 0$

doğrularının kesim noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

4.



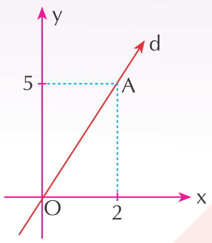
OABC kare

d : $2x + y - 9 = 0$

Yukarıdaki verilere göre, Çevre(OABC) kaç br dir?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

5.



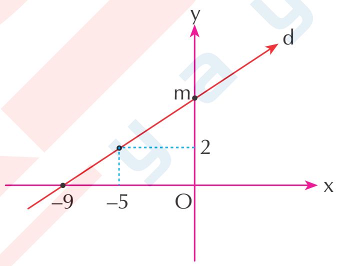
Analitik düzlemde d doğrusunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, d doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5y = 2x$ B) $2y = 5x$ C) $y = \frac{x}{2}$

D) $y + x = 5$ E) $y - x = 3$

6.

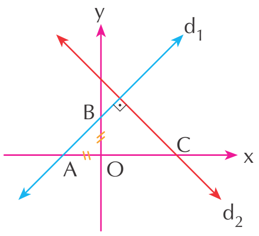


d doğrusu (–9, 0) , (–5, 2) ve (0, m) noktalarından geçmektedir.

Yukarıdaki verilere göre, m değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) $\frac{5}{2}$ D) 4 E) $\frac{9}{2}$

7.



$d_1 \perp d_2$

$|AO| = |OB|$

C(3, 0)

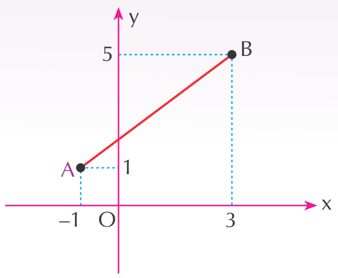
Yukarıdaki verilere göre, d_2 doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x + y - 3 = 0$ B) $x - y - 3 = 0$

C) $2x + y - 6 = 0$ D) $3x - y - 12 = 0$

E) $x + 2y - 12 = 0$

8.



Analitik düzlemde A ve B noktaları verilmiştir.

Buna göre, AB doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x + 2y - 1 = 0$
B) $2x + 3y - 21 = 0$
C) $y + x - 4 = 0$
D) $y - x - 2 = 0$
E) $y - x - 3 = 0$

9. **A(–2, 4) noktasından geçen ve $2x - y + 7 = 0$ doğrusuna paralel olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2x - y + 9 = 0$
B) $2x - y + 10 = 0$
C) $2x - y + 12 = 0$
D) $2x - y + 8 = 0$
E) $2x - y + 6 = 0$

10. **B(5, –3) noktasından geçen ve $5x + 2y - 10 = 0$ doğrusuna dik olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $5x + 2y - 14 = 0$
B) $5y - 2x + 25 = 0$
C) $5y - 2x - 20 = 0$
D) $2x - 5y - 30 = 0$
E) $2x - 5y - 20 = 0$

11. **A(–6, 0) noktasından geçen ve $\vec{V} = (3, 7)$ vektörüne paralel olan doğrunun vektörel denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(x, y) = (-6, 0) + k(9, 7)$
B) $(x, y) = (-6\ 0) + k(3, 7)$
C) $(x, y) = (-6, 0) + k(-3, 7)$
D) $(x, y) = (3, 7) + k(9, 7)$
E) $(x, y) = (2, 3) + k(6, 7)$

12. **Vektörel denklemi**

$(x, y) = (3, -10) + k(2, 11)$

olan doğrunun kapalı denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $11x - 2y - 53 = 0$
B) $11x + 2y - 53 = 0$
C) $13x - 4y - 55 = 0$
D) $13x + 6y - 57 = 0$
E) $14x - 7y - 59 = 0$

13. **Normal vektörü $\vec{N} = (2, 3)$ olan ve A(–1, 4) noktasından geçen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $3x + 2y - 6 = 0$
B) $3x + 2y - 10 = 0$
C) $2x + 3y - 6 = 0$
D) $2x + 3y - 10 = 0$
E) $2x + 3y - 12 = 0$

14. **A(–1, a) noktası, parametrik denklemi**

$x = k - 2$

$y = 5 + 2k$

olan doğru üzerinde olduğuna göre, a kaçtır?

A) 3
B) 4
C) 5
D) 6
E) 7

C - E - C - E / B - E - A / D - D - B / B - A - D - E

KAVRAMA TESTİ 2

1. Analitik düzlemde,

A(–1, 4) noktasının B(2, –3) noktasına göre simetriğinin x eksenine uzaklığı kaç birimdir?

A) 5 B) 10 C) 12 D) 15 E) $10\sqrt{2}$

2. Analitik düzlemde, A(1, 2) noktasının y = x doğrusuna göre simetriği olan B noktasının x eksenine göre simetriği x – ky + 1 = 0 doğrusu üzerinde olduğuna göre, k değeri kaçtır?

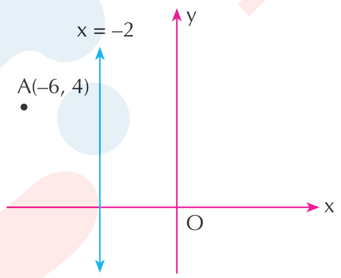
A) –6 B) –5 C) –4 D) –3 E) –2

3. Analitik düzlemde,

A(–5, 2) noktasının y = –1 doğrusuna göre simetriği B noktası, B noktasının (2, 3) noktasına göre simetriği C noktası olduğuna göre, C noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (9, 10) B) (8, 10) C) (9, 11) D) (8, 12) E) (9, 12)

4.



Yukarıdaki verilere göre, A(–6, 4) noktasının x = –2 doğrusuna göre simetriği aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1, 3) B) (1, 4) C) (2, 2) D) (2, 4) E) (2, 3)

5. Analitik düzlemde,

y = –x + 4

doğrusunun x eksenine göre simetriği aşağıdakilerden hangisidir?

A) x + y + 4 = 0 B) x – y – 4 = 0 C) x + y – 4 = 0 D) x – y + 8 = 0 E) x – y + 12 = 0

6. Analitik düzlemde, A(–2, 5) noktasının orijine göre simetriği B noktası, B noktasının da x eksenine göre simetriği C noktası olduğuna göre, |AC| kaç birimdir?

A) 10 B) $4\sqrt{2}$ C) 5 D) $2\sqrt{5}$ E) 4

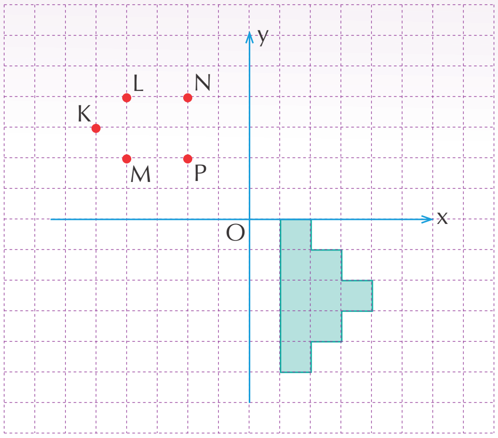
7. Analitik düzlemde verilen 2x + 3y – 5 = 0 doğrusunun y = x doğrusuna göre simetriği aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2x + 3y – 10 = 0 B) 3x + 2y – 5 = 0 C) 2x + 3y + 5 = 0 D) 3x + 2y + 5 = 0 E) 2x + 3y – 5 = 0

8. A(2, 1) noktasının x + y – 5 = 0 doğrusuna göre simetriği aşağıdakilerden hangisidir?

A) (5, 2) B) (6, 3) C) (1, 5) D) (4, 3) E) (3, 4)

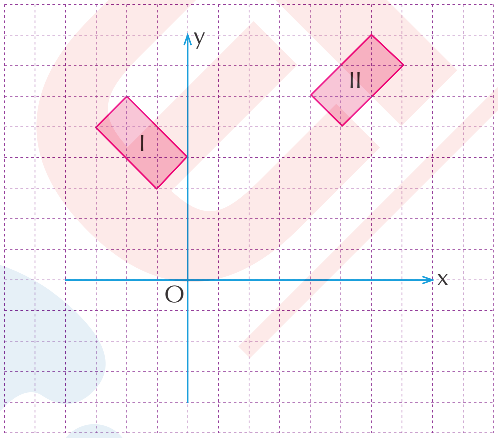
9.



Yukarıdaki koordinat sisteminde verilen taralı şekil orijin etrafında 180° döndürüldüğünde K, L, M, N, P noktalarından hangileri elde edilen şeklin dış bölgesinde kalır?

A) Yalnız K
B) K ve M
C) K ve L
D) K, L ve M
E) N ve P

10.

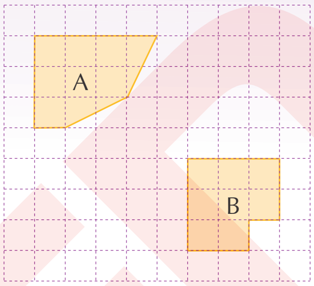


Yukarıdaki koordinat sisteminde verilen I nolu şekil, bir A noktası etrafında saat yönünde 90° döndürüldüğünde II nolu şekil elde ediliyor.

Buna göre, A noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1, 2)
B) (2, 2)
C) (3, 2)
D) (2, 3)
E) (3, 3)

11.

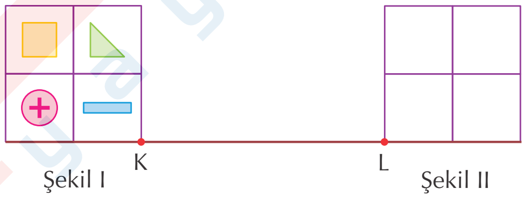


Birim karelerden oluşan zemin üzerinde A ve B şekilleri verilmiştir.

Buna göre, A şekli 1 birim sağa, B şekli 3 birim sola ve 4 birim yukarıya ötelendiğinde A ve B şekillerinin kesişim bölgesinin alanı kaç birimkaredir?

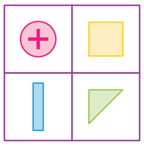
A) 6
B) 6,5
C) 7
D) 7,5
E) 8

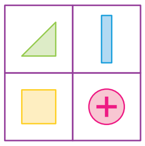
12.

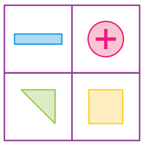


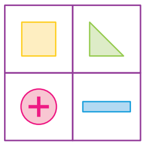
Kenar uzunluğu 2 cm olan kare şeklindeki bir karton parçası Şekil I deki gibi dört eş parçaya bölünerek her bir parçasının içine şekiller çiziliyor. Bu karton parçası KL doğru parçası üzerinde döndürülerek K noktasından L noktasına getiriliyor.

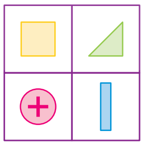
K ile L noktaları arasındaki uzaklık 10 cm olduğuna göre, bu kartonun Şekil II deki görünümü aşağıdakilerden hangisi olur?

A)


B)


C)


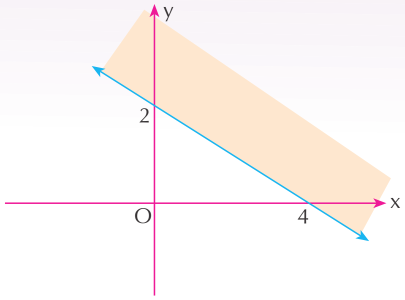
D)


E)


B - D - A - D / B - E - B - D / C - C / A - C

KAVRAMA TESTİ 3

1.



Şekildeki taralı bölgeyi ifade eden eşitsizlik aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2y + x - 4 \geq 0$ B) $2y + x - 6 \leq 0$

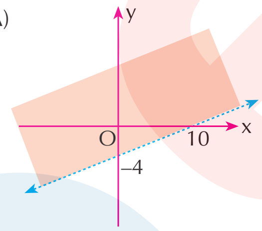
C) $2y + x - 8 \geq 0$ D) $2x + y - 4 \geq 0$

E) $2x + y - 6 \geq 0$

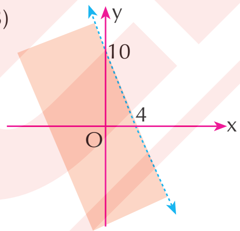
2. $2x - 5y + 20 > 0$

eşitsizliğinin belirttiği açık yarı düzlem aşağıdakilerden hangisidir?

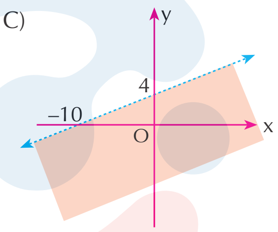
A)



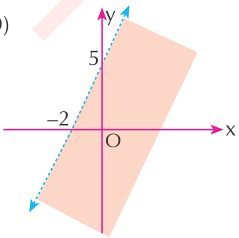
B)



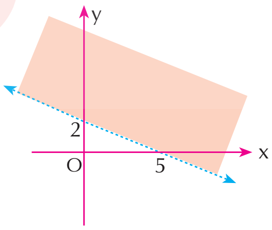
C)



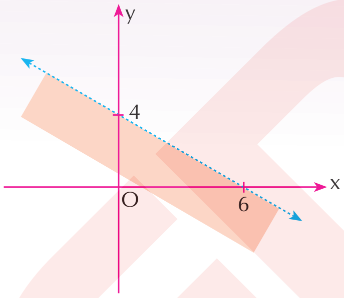
D)



E)



3.



Şekildeki taralı bölgeyi ifade eden eşitsizlik aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3y + 2x - 12 < 0$ B) $3y + 2x - 12 \leq 0$

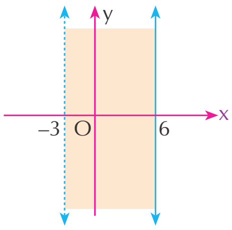
C) $2x + 3y - 12 < 0$ D) $2x + 3y - 12 \leq 0$

E) $3y + 2x - 12 \geq 0$

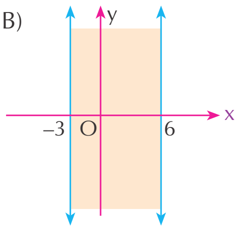
4. $-3 \leq x < 6$

eşitsizliğinin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

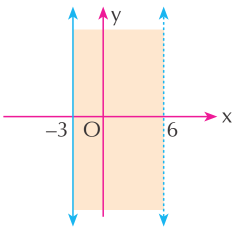
A)



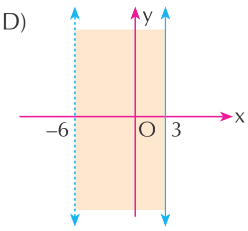
B)



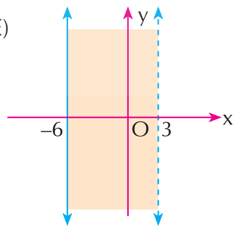
C)



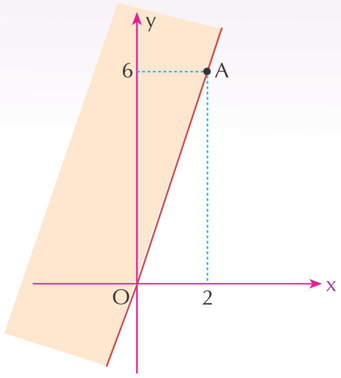
D)



E)



5.

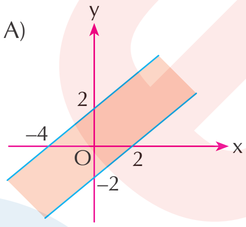


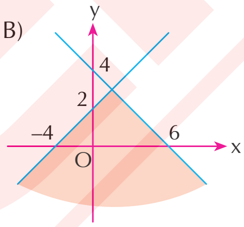
Şekildeki taralı bölgeyi ifade eden eşitsizlik aşağıdakilerden hangisidir?

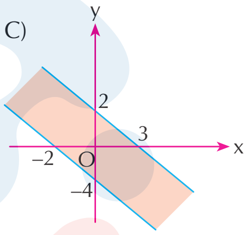
A) $y \geq 3x$　　B) $y \geq 4x$　　C) $y \geq 6x$　　D) $x \leq 3y$　　E) $x \leq 6y$

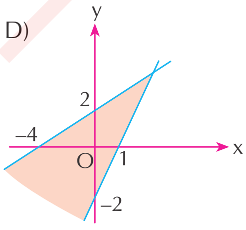
6. $x - 2y + 4 \geq 0$ ve $2x - y - 2 \leq 0$

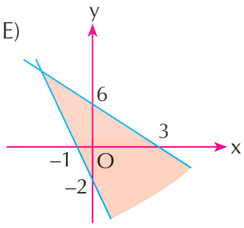
eşitsizliklerinin analitik düzlemde ifade ettiği bölge aşağıdakilerden hangisidir?

A)


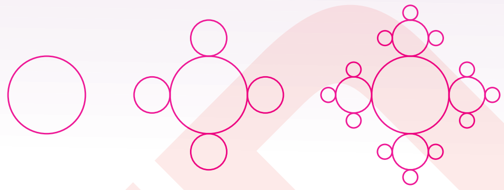
B)


C)


D)


E)


7.

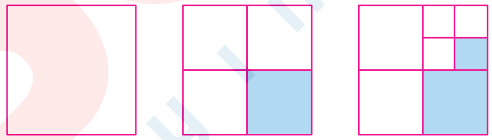


Başlangıç　　1. adım　　2. adım

Yukarıda verilen fraktal örneğinin 3. adımında kaç çember bulunur?

A) 42　　B) 53　　C) 59　　D) 62　　E) 65

8.

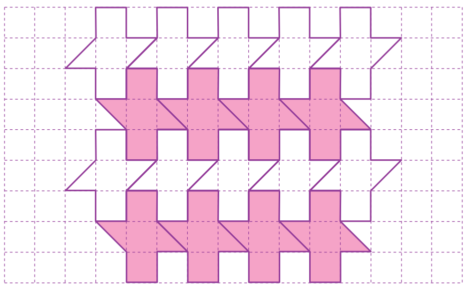


Başlangıç　　1. adım　　2. adım

Yukarıdaki fraktal örneğinde başlangıçtaki karenin alanı 64 br^2 olduğuna göre, bu fraktalın 4. adımındaki taralı bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?

A) $\frac{81}{4}$　　B) 21　　C) $\frac{85}{4}$　　D) 22　　E) $\frac{45}{4}$

9.



Yukarıdaki süslemede aşağıdaki özel dönüşümlerden hangisi kullanılmıştır?

A) Yatay yansıma

B) Dikey yansıma

C) Öteleme

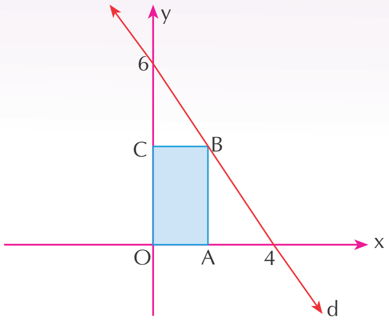
D) Ötelemeli yansıma

E) 180 derecelik dönme

A - C / A - C / A - D / B - C - D

GENEL TEKRAR TESTİ

1.

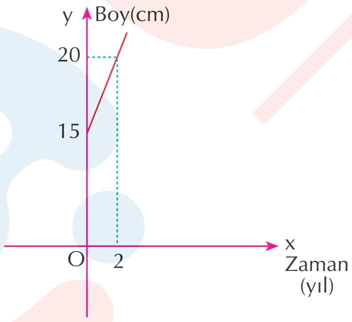


Şekildeki OABC dikdörtgeninde B köşesi, x eksenini 4 te, y eksenini 6 da kesen d doğrusu üzerindedir.

Çevre(OABC) = 10 birim olduğuna göre, Alan(OABC) kaç birimkaredir?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

2.



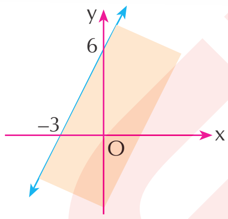
Yukarıdaki grafik, bir bitkinin boyunun yıllara göre değişimini göstermektedir.

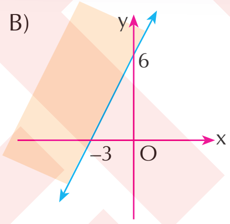
Buna göre, kaçıncı yılın sonunda bitkinin boyu 55 cm olur?

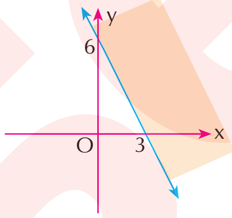
A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 28

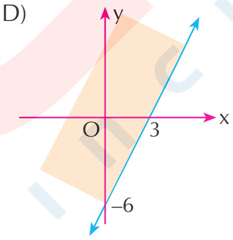
3. $2x - y + 6 \leq 0$

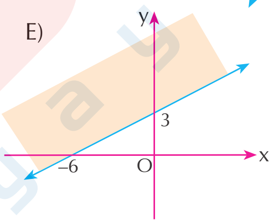
eşitsizliğinin belirttiği taralı bölge aşağıdakilerden hangisidir?

A)


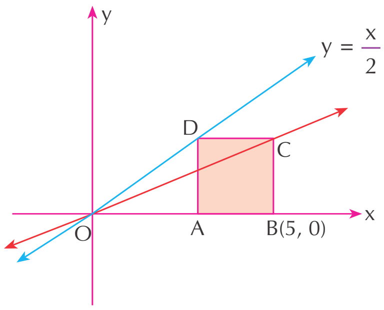
B)


C)


D)


E)


4.



ABCD karesinin D köşesi $y = \frac{x}{2}$ doğrusu, C köşesi OC doğrusu üzerindedir.

B(5, 0) olduğuna göre, OC doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

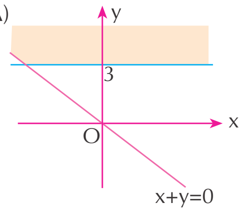
A) $2y - 3x = 0$ B) $5y - 2x = 0$

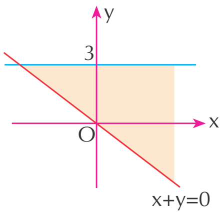
C) $3y - x = 0$ D) $6y - 5x = 0$

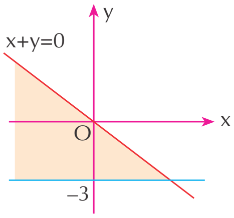
E) $5y + 2x = 0$

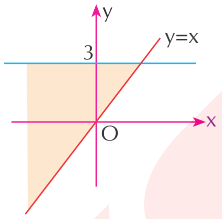
5. $x + y \geq 0$ ve $y - 3 \leq 0$

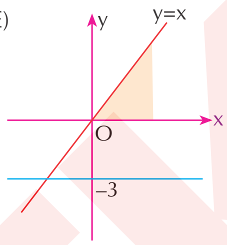
eşitsizliklerinin belirttiği taralı bölge aşağıdakilerden hangisidir?

A) 

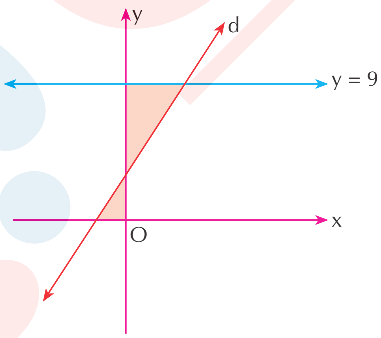
B) 

C) 

D) 

E) 

6.

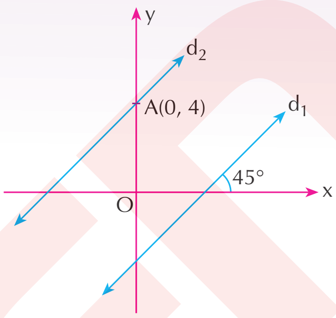


Analitik düzlemde verilen $d : 2y + 3x - 6 = 0$ ve $y = 9$ doğrularının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

A) 24 B) 20 C) 18 D) 16 E) 15

7.



Analitik düzlemde, birbirine paralel olan d_1 ve d_2 doğrularının grafikleri verilmiştir.

d_1 doğrusu x ekseniyle pozitif yönde 45° lik açı yapmaktadır.

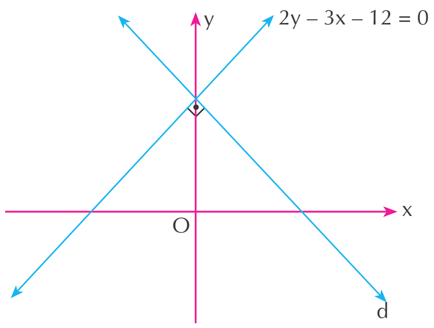
A(0, 4) olduğuna göre, d_2 doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2y - x = 8$ B) $2x - y - 8 = 0$

C) $y - x + 6 = 0$ D) $y + x - 4 = 0$

E) $y - x - 4 = 0$

8.



Şekildeki $2y - 3x - 12 = 0$ ve d doğruları y ekseni üzerinde dik kesişmiştir.

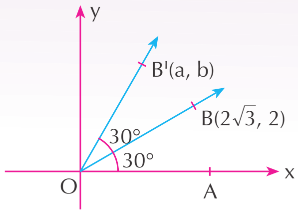
Buna göre, d doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3y + 2x - 18 = 0$ B) $3y + 2x + 18 = 0$

C) $4y + 3x - 15 = 0$ D) $4y + 3x - 24 = 0$

E) $3y + 2y - 12 = 0$

9.



[OB pozitif yönde 30° döndürülürse [OB' elde ediliyor.

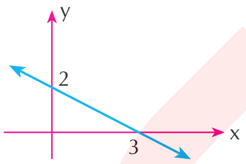
m($\widehat{AOB}$) = 30°, B($2\sqrt{3}$, 2)

Buna göre, B'(a, b) noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

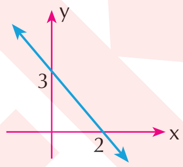
A) (2, 2) B) ($2\sqrt{3}$, 2) C) ($2\sqrt{3}$, 4)
D) (2, $2\sqrt{3}$) E) (4, $2\sqrt{3}$)

10. Aşağıdaki doğrulardan hangisinin eğimi $\frac{2}{3}$ tür?

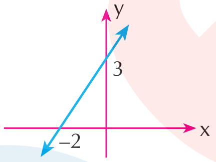
A)



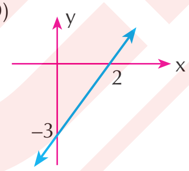
B)



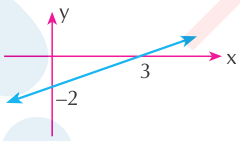
C)



D)



E)



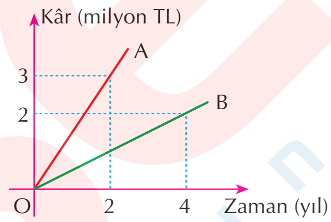
11. Analitik düzlemde, A(–3, 4) noktasının x eksenine göre simetriği B, orijine göre simetriği C olduğuna göre, Alan(ABC) kaç br^2 dir?

A) 36 B) 32 C) 30 D) 28 E) 24

12. Analitik düzlemde, A(6, –5) noktasının x = 9 doğrusuna göre simetriğinin orjine uzaklığı kaç birimdir?

A) 13 B) 15 C) 17 D) 21 E) 25

13.



Şekildeki grafik A ve B firmalarının yıllara göre, kâr miktarını göstermektedir.

Buna göre, kaçıncı yılda A firması B firmasından 3 milyon TL fazla kâr eder?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

14. $(a + 2b)x + (b - 1)y + 5 = 0$

doğrusu (–1, 2) noktasından geçtiğine göre, a kaçtır?

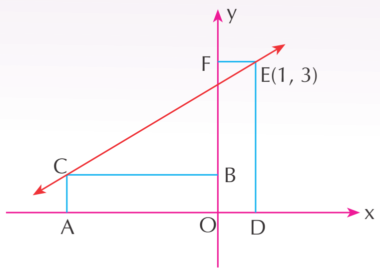
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. A(1, 5) ve B(5, –3) noktalarından geçen bir doğru C(k, 1) noktasından da geçmektedir.

Buna göre, |BC| uzunluğu kaç birimdir?

A) $4\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{3}$ C) 5 D) $2\sqrt{5}$ E) $3\sqrt{2}$

16.



AOBC ve ODEF eş dikdörtgen, E(1, 3)

Yukarıdaki verilere göre, C ve E noktalarından geçen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x - 2y - 9 = 0$
B) $2y - x - 10 = 0$
C) $3y + 2x - 11 = 0$
D) $2x - y - 5 = 0$
E) $2y - x - 5 = 0$

17. **Analitik düzlemde,**

A(–4, 1) noktasının orijine göre simetriği B noktası olduğuna göre, B noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

18. **$x - 3y - 10 = 0$ doğrusunun y eksenine göre simetriğinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $y + 3x + 10 = 0$
B) $x - 3y + 10 = 0$
C) $x + 3y + 10 = 0$
D) $x - 3y - 10 = 0$
E) $y + 3x - 10 = 0$

19. **A(3, 5) noktasının x eksenine göre simetriği B(a – 2, b + 3) noktası olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?**

A) –3 B) –4 C) –5 D) –6 E) –7

20. **Analitik düzlemde,**

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$$

doğrusunun orijine göre simetriği olan doğru aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x + 4y + 12 = 0$
B) $4x + 3y + 12 = 0$
C) $4x + 3y + 6 = 0$
D) $3x + 4y + 6 = 0$
E) $2x - 3y - 12 = 0$

21. A(0, 6) noktasının B(4, 3) noktasına göre simetriği C noktasıdır.

Buna göre, köşe noktaları A, C ve orijin olan üçgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

22. **$2x + 3y - 12 = 0$ doğrusunun $2x + 3y - 9 = 0$ doğrusuna göre simetriği aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2x + 3y - 8 = 0$
B) $2x + 3y - 6 = 0$
C) $2x + 3y + 8 = 0$
D) $2x + 3y + 6 = 0$
E) $3x + 2y - 6 = 0$

23. A(1, 4) noktasının $y = mx + n$ doğrusuna göre simetriği B(7, 12) noktasıdır.

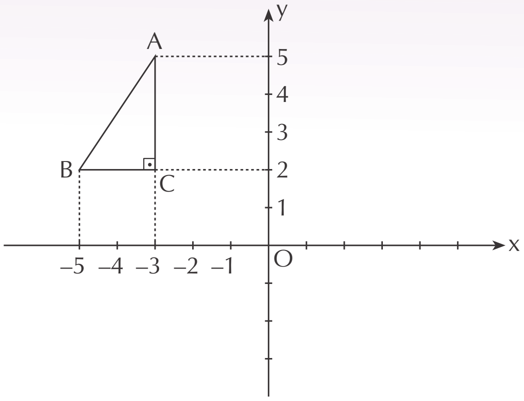
Buna göre, A noktasının $y = mx + n$ doğrusuna uzaklığı kaç birimdir?

A) 4 B) $3\sqrt{2}$ C) 5 D) $4\sqrt{3}$ E) 6

A - B / B - C / B - E / E - A / D - E - E / A - A - C - D / E - C - C - A / E - A - B - C

SINAVLARDA (ÖSS-ÖYS-YGS-LYS) SORULMUŞ SORULAR

1.



Dik koordinat düzleminde verilen ABC dik üçgeninin y eksenine göre simetriği alınıyor ve A ile A', B ile B', C ile C' simetrik nokta çiftleri olacak şekilde A'B'C' üçgeni elde ediliyor. Elde edilen bu üçgen de A' noktası etrafında saat yönünde 90° döndürülüyor.

Bu dönme sonucunda B' noktasına karşılık gelen B'' noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (0, 3) B) (2, 4) C) (3, 5) D) (4, 6) E) (5, 4)

(YGS 2011)

2. **Dik koordinat düzleminde, $y + 2x - 1 = 0$ doğrusuna $A(1, 0)$ noktasından çizilen dikme, y eksenini hangi noktada keser?**

A) $\frac{-1}{2}$ B) $\frac{-1}{3}$ C) $\frac{-1}{4}$ D) $\frac{-1}{5}$ E) $\frac{-1}{6}$

(YGS 2010)

3. Dik koordinat düzlemi üzerinde $A(0, -1)$, $B(2, 0)$ ve $C(k, 4)$ noktaları veriliyor.

Bu noktaların üçü de aynı doğru üzerinde olduğuna göre, k kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

(ÖSS 2008)

4. **$y = x + 3$ doğrusunun $y = x$ doğrusuna göre simetriği olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $y = x - 3$ B) $y = -x + 3$ C) $y = \frac{x}{3}$ D) $y = \frac{x}{3} - 1$ E) $y = \frac{x}{3} + 1$

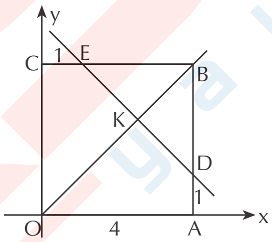
(ÖSS 2008)

5. **Dik koordinat düzleminde denklemi $x + y = 3$ olan doğrunun, Oy eksenine göre simetriğinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-x + y = 3$ B) $x - y = 3$ C) $-x - y = 3$ D) $x + 2y = 1$ E) $2x + y = 1$

(ÖSS 2007)

6.



OABC bir kare

$|AD| = |CE| = 1$ birim

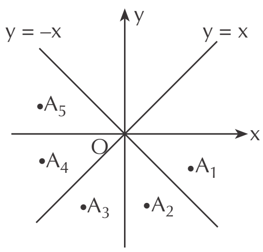
$|OA| = 4$ birim

Yukarıdaki verilere göre, OB doğrusuyla ED doğrusunun K kesim noktasının apsisi kaçtır?

A) 2 B) 3 C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

(ÖSS 2004)

7.



Yukarıdaki grafikte belirtilen A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 noktalarından hangisi,

$x \le y \le -x$

$y \le 0$

koşullarının tümünü birlikte sağlar?

A) A_1 B) A_2 C) A_3 D) A_4 E) A_5

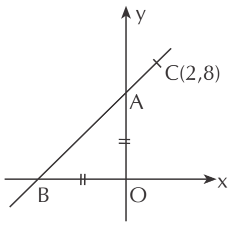
(ÖSS 2002)

8. A(1, –1) noktasının Oy eksenine göre simetriği B, aynı A noktasının y = x doğrusuna göre simetriği C olduğuna göre, |CB| uzunluğu kaç birimdir?

A) $4\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 2 E) 1

(ÖSS 2002)

9.

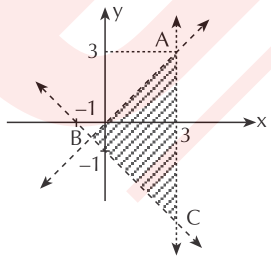


Şekilde, |OB| = |OA| ve C(2, 8) noktası AB doğrusu üzerinde olduğuna göre, AOB dik üçgeninin alanı kaç birim karedir?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

(ÖSS 2001)

10.

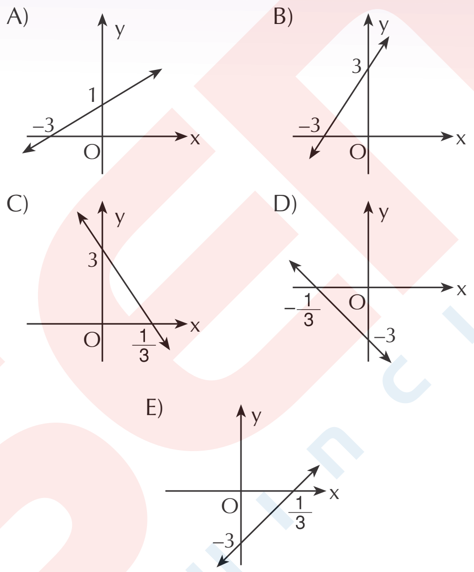


Şekildeki taralı bölge, aşağıdaki eşitsizlik sistemlerinden hangisiyle ifade edilir?

A) y > x, x < 3, x + y > – 1
B) y > x, x > 3, x + y < –1
C) y < x, x > 3, y – x < –1
D) y < x, x < 3, x – y < – 1
E) y < x, x < 3, x + y > –1

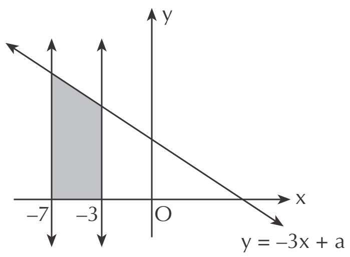
(ÖSS 2001)

11. (x + 3) (y – 1) = x·y bağıntısının grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



(ÖSS 2000)

12.



Şekilde; a pozitif bir gerçel (reel) sayı olmak üzere denklemleri y = –3x + a, x = –7, x = –3 ve y = 0 olan doğruların oluşturdukları taralı bölgenin alanı 84 birimkaredir.

Buna göre, a nın değeri kaçtır?

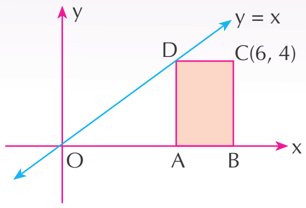
A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

(ÖSS 1999)

A - A - D / A - A - D - D / D - C - E / A - D

SINAVLARDA SORULABİLECEK SORULAR

1.



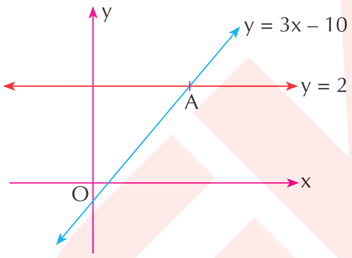
C(6, 4)

ABCD dikdörtgeninin D köşesi y = x doğrusu üzerindedir.

Yukarıdaki verilere göre, Alan(ABCD) kaç br^2 dir?

A) 16 B) 14 C) 12 D) 10 E) 8

2.



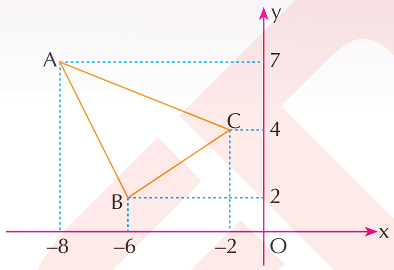
Analitik düzlemde verilenlere göre, A noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (6, 2) B) (5, 3) C) (5, 2) D) (4, 3) E) (4, 2)

3. **Analitik düzlemde $\frac{x}{2} - \frac{y}{6} = 1$ doğrusunun y = 0 doğrusuna göre simetriği aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 3x + y – 6 = 0 B) 3x + y + 6 = 0 C) 3x – 2y – 6 = 0 D) 2x – 3y + 6 = 0 E) 2x + y – 6 = 0

4.

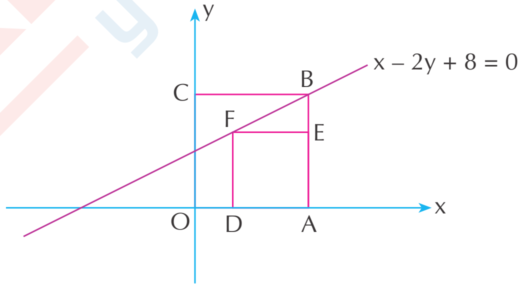


Şekildeki koordinat düzleminde A(–8, 7), B(–6, 2) ve C(–2, 4) noktaları birleştirilerek oluşturulan ABC üçgeni veriliyor. Bu üçgenin bir doğruya göre simetriği alındığında üçgenin köşelerinin koordinatları A'(10, 7), B'(8, 2) ve C'(x, y) oluyor.

Buna göre, x + y toplamı kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

5.



Analitik düzlemde verilen x – 2y + 8 = 0 doğrusu OABC ve DAEF karelerinin birer köşesinden geçmektedir.

Buna göre, F noktasının apsisi kaçtır?

A) 4 B) $\frac{8}{3}$ C) 3 D) 2 E) $\frac{4}{3}$

6. **Aşağıdaki vektörlerden hangisi, parametrik denklemi x = 2k + 3, y = 5k – 4 olan doğruya paraleldir?**

A) (2, 5) B) (5, 2) C) (2, –5) D) (2, 3) E) (3, –4)

E - E - A / C - B - A

KAZANMIŞ OLMAMIZ GEREKEN BİLGİ ve BECERİLER

	+	∓	−
Doğrunun eğimini ve eğim açısını belirleyebilme			
Doğru denklemlerini yazabilme			
Doğrunun vektörel ve parametrik denklemlerini yazabilme			
Paralel ve dik doğruların eğimleri arasındaki ilişkiyi kullanabilme			
Denklemi verilen doğrunun grafiğini çizebilme			
Birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerin grafiklerini oluşturabilme			
İki doğrunun kesim noktasının koordinatlarını bulabilme			
Bir noktanın bir noktaya göre simetriğini bulabilme			
Bir noktanın koordinat eksenlerine ve orijine göre simetriğini bulabilme			
Bir noktanın y = x ve y = -x doğrularına göre simetriğini bulabilme			
Doğrunun noktaya göre simetriğini bulabilme			
Doğrunun koordinat eksenlerine ve orijine göre simetriğini bulabilme			
Öteleme dönüşümünü uygulayabilme			
Dönme dönüşümünü uygulayabilme			
Fraktal ile ilgili problemleri çözebilme			
Dönüşümleri süsleme ve kaplama üzerinde uygulayabilme			